

10. Kollisioner (yhteentörmäyksiä)

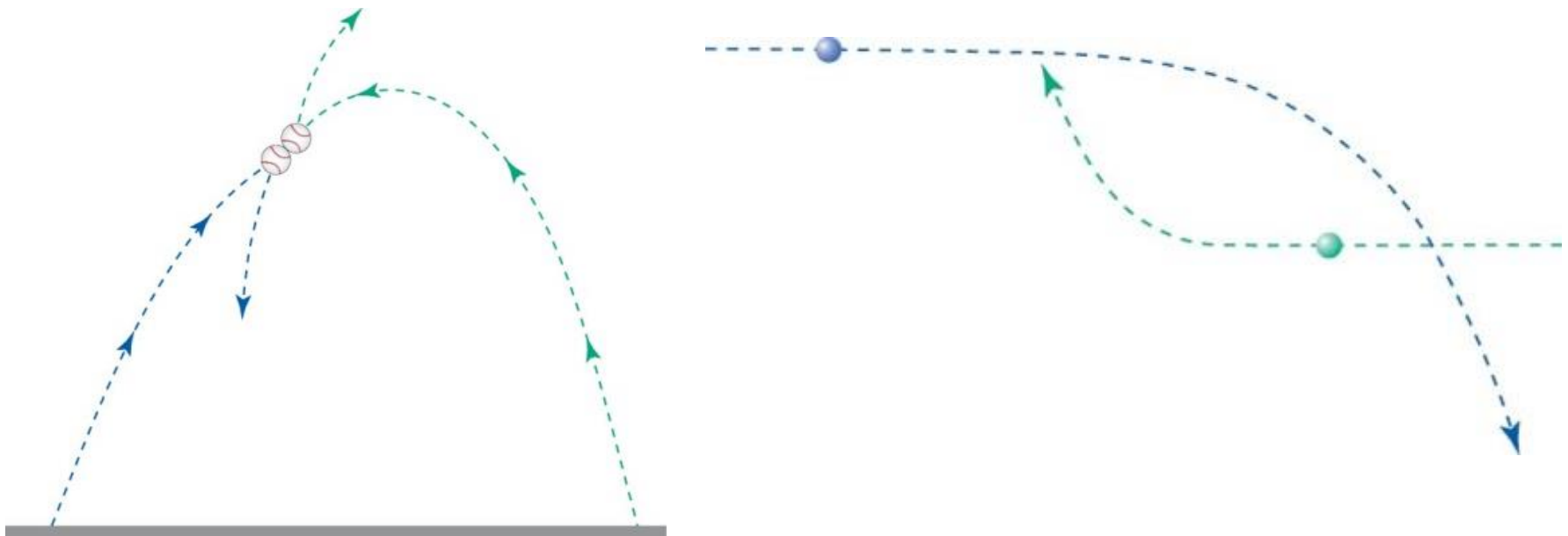
Lärandemål:

- Kunna jämföra resultat från analytiska kollisionsmodeller med resultat från iterativa datorsimulationer
- Kunna skilja på elastiska och oelastiska kollisioner
- Kunna analysera både elastiska och oelastiska kollisioner genom att använda kombinationen av energiprincipen och rörelsemängdsprincipen
- Kunna analysera kollisioner i olika referenssystem

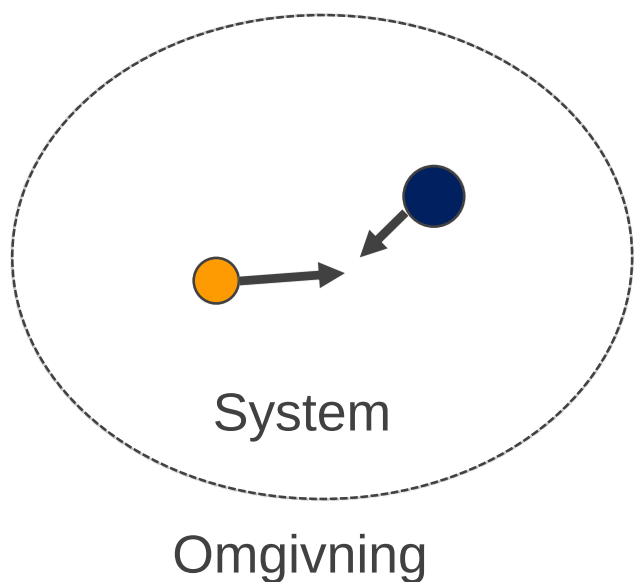


Kollision är en term som kan betyda många saker. Bilarna kan kollidera, i biljard kolliderar bollarna och atomerna kan kollidera.

Vanligtvis är krafterna som verkar mellan två kroppar eller partiklar då de kolliderar mycket starkare och kortvarigare än andra krafter (gravitation, friktion, luftmotstånd mm.), vilka därför kan försummas under kollisionen.



Systemet väljs så att båda kolliderande objekten är med i det



$$\Delta \bar{P}_{System} + \cancel{\Delta \bar{P}_{Omgivning}} = 0$$

$$\Delta \bar{P}_{System} = 0$$

$$\bar{p}_f = \bar{p}_i$$

$$\Delta E_{System} + \cancel{\Delta E_{Omgivning}} = 0$$

$$\Delta E_{System} = 0$$

$$E_f = E_i$$



Rörelsemängden bevaras alltid

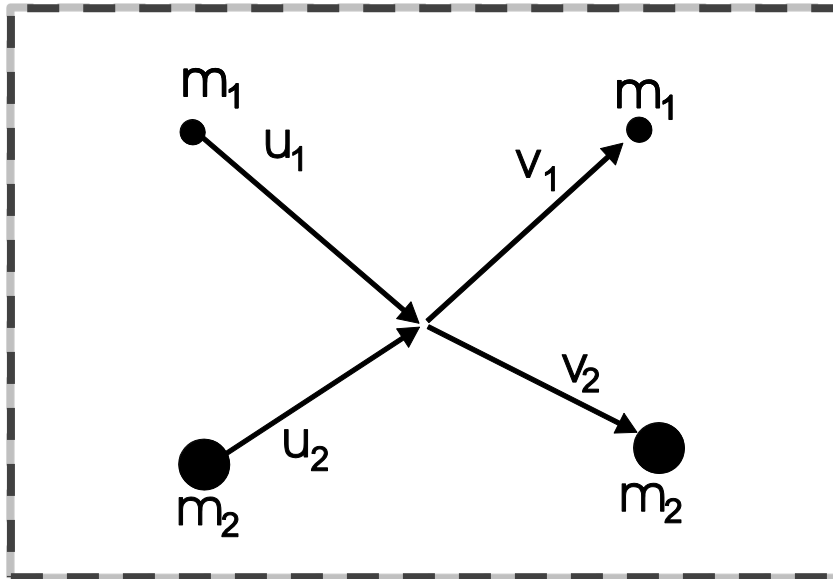
$$\Delta \bar{p} = 0$$

$$\bar{p}_f = \bar{p}_i$$

$$\Delta \bar{p}_x = 0$$

$$\Delta \bar{p}_y = 0$$

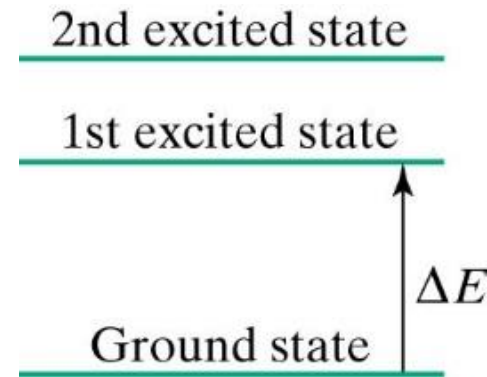
$$\Delta \bar{p}_z = 0$$



Elastisk kollision

Kolliderande kroppars inre energi ändras inte.

- Ingen temperaturökning
- Ingen deformation
- Inga nya atom:
 1. Oscillationer
 2. Rotationer
 3. Elektronexcitering
 4. Jonisation



Kinetiska energin bevaras

$$\Delta E_{Inre} = 0$$

$$K_f = K_i$$



Oelastisk kollision

Kolliderande kroppars inre energi ändras

→ Kinetiska energin bevaras inte

$$\Delta E_{Inre} \neq 0$$
$$K_f \neq K_i$$

I alla makroskopiska (motsats till mikroskopiska) kollisioner går en del av rörelseenergin till atomerna som värmerörelse, men kollision mellan biljardbollar och kollisioner mellan objekt och fjädrar är ganska elastiska.

I **oelastiska kollisioner** går alltså en del av den kinetiska energin förlorad



1) Elastisk kollision (kinetiska energin bevaras)

2) Oelastisk kollision (kinetiska energin bevaras inte)

Vi har en oelastisk kollision ifall efter kollisionen:

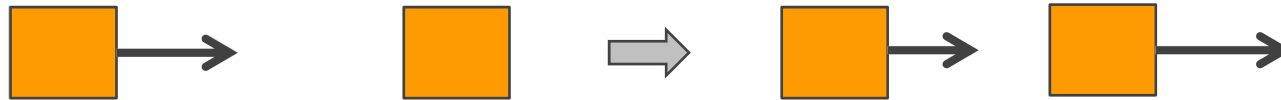
- Objekten är ihop
- Objekten är deformerade
- Objekten är hetare
- Objekten roterar eller vibrerar mera
- Objekten är i exciterade tillstånd



Två identiska objekt

1) Elastisk kollision (kinetiska energin ändrar inte)

$$\begin{array}{lll}\Delta \bar{p} = 0 & \Delta E = 0 & \Delta K = 0 \\ \bar{p}_f = \bar{p}_i & E_f = E_i & K_f = K_i\end{array}$$

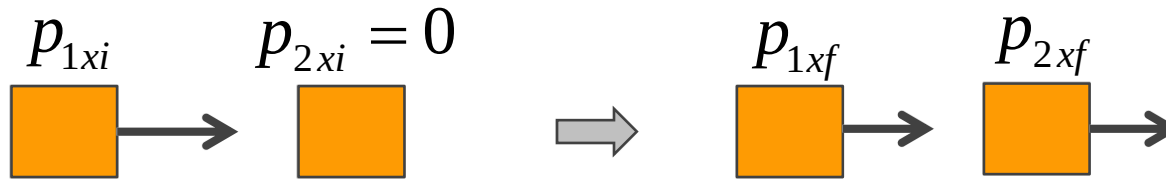


2) Maximal oelastisk kollision (kinetiska energin ändrar)

$$\begin{array}{lll}\Delta \bar{p} = 0 & \Delta E = 0 & \Delta K \neq 0 \\ \bar{p}_f = \bar{p}_i & E_f = E_i & K_f \neq K_i\end{array}$$



1) Elastisk kollision (kinetiska energin ändrar inte)



$$\Delta \bar{p} = 0$$

$$\bar{p}_f = \bar{p}_i$$

$$p_{1xf} + p_{2xf} = p_{1xi}$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$\Delta K = 0$$

$$K_f = K_i$$

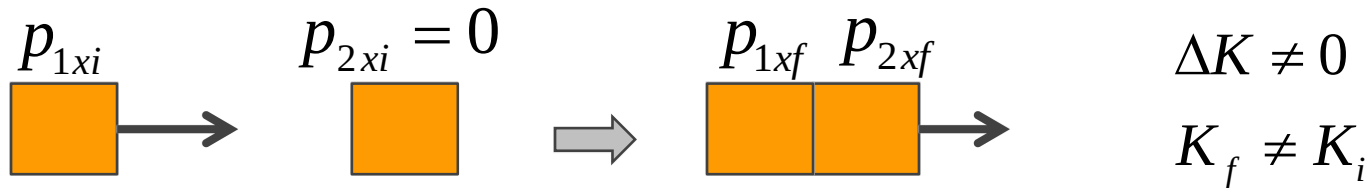
$$K_{1xf} + K_{2xf} = K_{1xi} \Rightarrow \frac{p_{1xf}^2}{2m} + \frac{p_{2xf}^2}{2m} = \frac{p_{1xi}^2}{2m}$$

$$\Rightarrow p_{1xf}^2 + p_{2xf}^2 = (p_{1xf} + p_{2xf})^2 = p_{1xf}^2 + 2p_{1xf}p_{2xf} + p_{2xf}^2$$

$$\Rightarrow 2p_{1xf}p_{2xf} = 0$$



2) Maximal oelastisk collision, objekten är ihop efter kollisionen (kinetiska energin ändras)



$$\Delta \bar{p} = 0, \bar{p}_f = \bar{p}_i \quad \Rightarrow \quad p_{1xf} + p_{2xf} = p_{1xi}$$

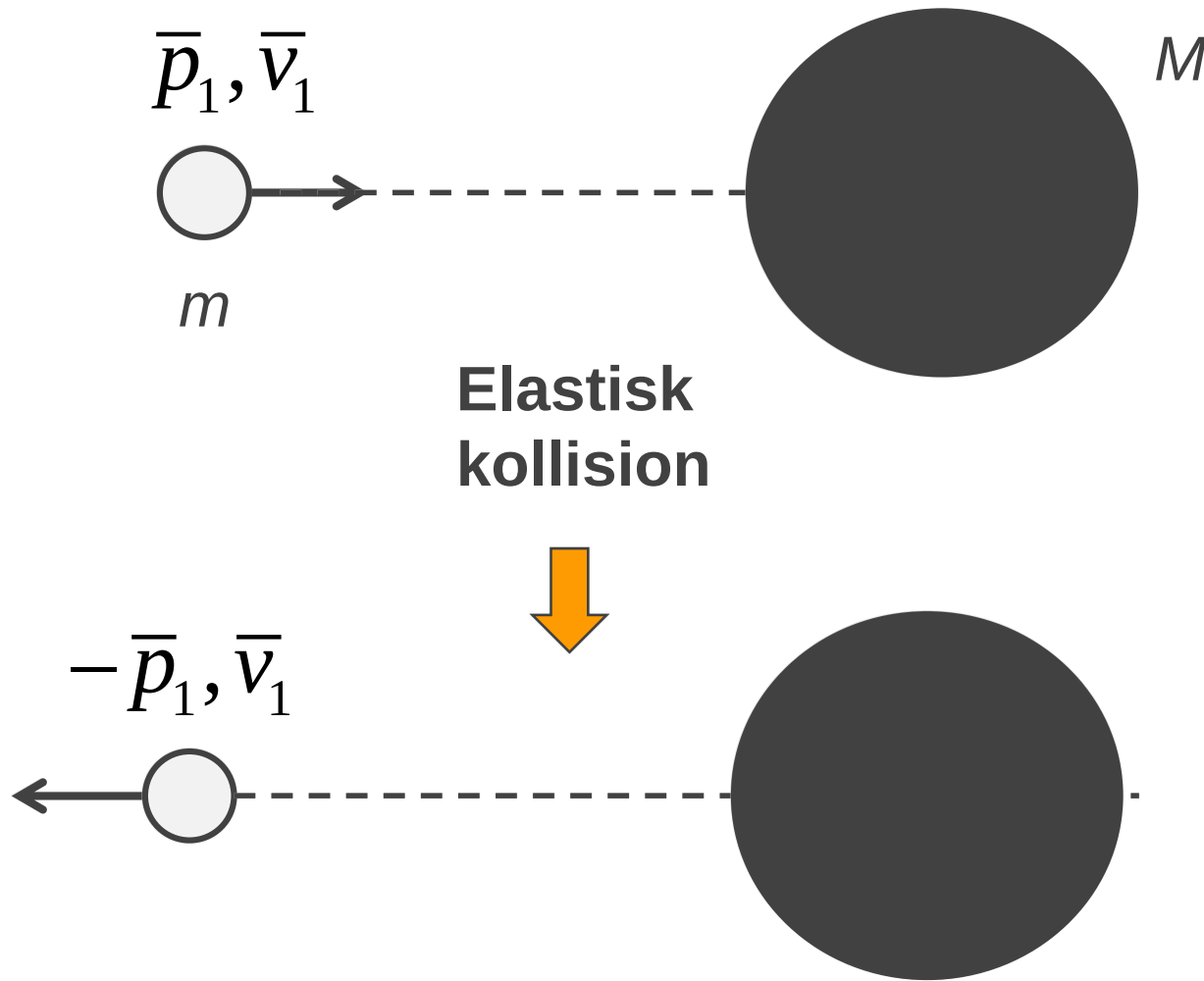
$$\Rightarrow 2p_{1xf} = p_{1xi} \quad \Rightarrow \quad 2mv_{1xf} = mv_{1xi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_f = 0.5v_i}$$

$$\Delta K = K_{1i} - (K_{1f} + K_{2f}) = \frac{1}{2}mv_i^2 - 2\left(\frac{1}{2}m\left(\frac{1}{2}v_i\right)^2\right) = \frac{1}{4}mv_i^2 \quad \boxed{= \frac{K_{1i}}{2}}$$

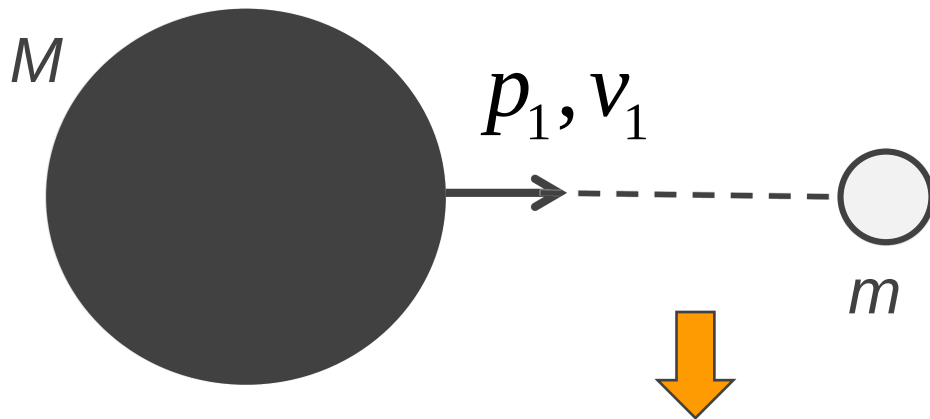
$$\begin{array}{l} \Delta E = 0 \\ E_f = E_i \end{array} \quad \Rightarrow \quad K_{1f} + K_{2f} + \Delta E_{inre} = K_{1i} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta E_{inre} = \frac{K_{1i}}{2}}$$



Elastisk kollision mellan partiklar med stor masskillnad

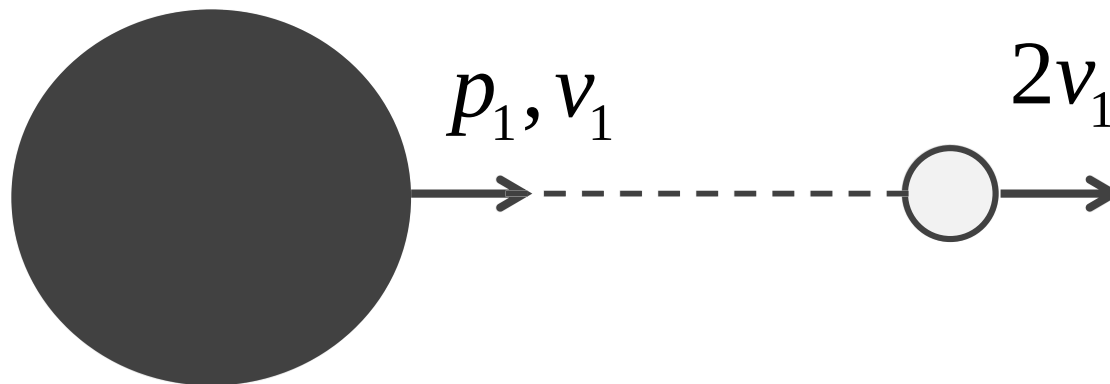


Elastisk kollision mellan partiklar med stor masskillnad

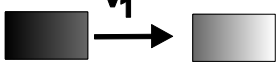
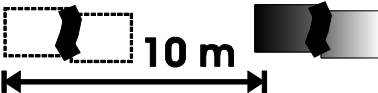


Hur ser situationen ut i masscentrum systemet?

Elastisk kollision



En bil krockar med en parkerad bil, och bilarna glider efter krocken 10 m innan de stannar. Den kinetiska friktionskoefficienten mellan ringarna och vägen är $\mu_k = 0.8$, och båda bilarnas massa är 1500 kg. Fartbegränsningen på vägen är 60 km/h, och personen som körde bilen hävdar att hen inte överskred fartbegränsningen. Ljuger hen?

	P	E_k	
Före krock	mv_1	$\frac{mv_1^2}{2}$	
Direkt efter krock	$2mv$	$\frac{2mv^2}{2}$	
Slutligen			

$$mv_1 = (m + m)v = 2mv$$

$$E_k = \frac{1}{2}(m + m)v^2 = mv^2$$

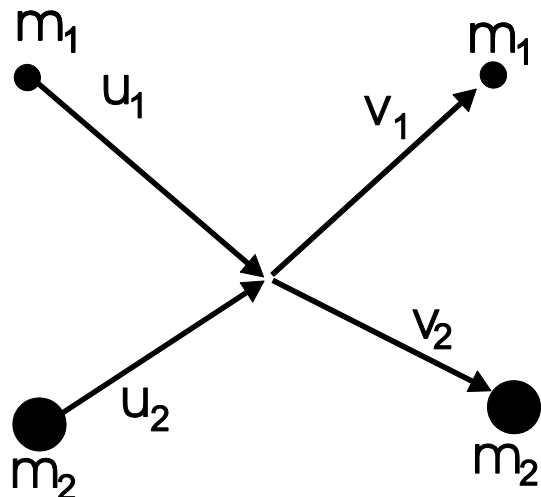
$$W_f = |N| \mu_k s = 2mg\mu_k s$$

➔ $v = \sqrt{2g\mu_k s} \approx 12.5 \text{ m/s}$

➔ $v_1 = 2v \approx \underline{\underline{25 \text{ m/s} (\sim 90 \text{ km/h})}}$



Kollision



Före: $\bar{u}_1 = u_{x1}\hat{i} + u_{y1}\hat{j}$
 $\bar{u}_2 = u_{x2}\hat{i} + u_{y2}\hat{j}$

Efter: $\bar{v}_1 = v_{x1}\hat{i} + v_{y1}\hat{j}$
 $\bar{v}_2 = v_{x2}\hat{i} + v_{y2}\hat{j}$

Rörelsemängden bevaras

X: $m_1 u_{x1} + m_2 u_{x2} = m_1 v_{x1} + m_2 v_{x2}$
y: $m_1 u_{y1} + m_2 u_{y2} = m_1 v_{y1} + m_2 v_{y2}$

1. Elastisk kollision, kinetiska energin bevaras



Fyra obekanta
Tre ekvationer

2. Oelastisk kollision, kinetiska energin bevaras **INTE**



Fyra obekanta
Två ekvationer

3. Fullständigt oelastisk kollision, objekten fast i varandra



Två obekanta
Två ekvationer





Efter kollisionen:



Vi har en helt elastisk frontalkrock mellan en atom med massan m ($\bar{v}_1$) och en tyngre stillastående atom M .

$$\bar{V}_{CM} = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

- Bestäm hastigheten för systemets masscentrum
- Transformera rörelsemängderna p_1 och p_2 före kollisionen från laboriekoordinatsystemet till masscentrum systemet p'_1 och p'_2
- Använd rörelsemängdens och energins bevarande för att räkna rörelsemängderna p'_3 och p'_4 i masscentrum koordinatsystemet
- Använd rörelsemängdens och energins bevarande i laborie koordinatsystemet för att beräkna rörelsemängderna p_3 och p_4

$$\bar{v} = \bar{v}' + \bar{v}_{Frame}$$

Hast. i
stilla-
stående
koord.
syst.

Hast. i
koord.
syst.
Som
rör på
sig

Hast.
För
koord.
syst.
som
rör på
sig

$$K = \frac{p^2}{2m}$$





Kan det vid en fullständigt elastisk frontalkollision ovan ske så att den tyngre atomen rör sig till vänster efter kollisionen?

Rörelsemängd: $Mv_1 = -Mv_3 + mv_4 \Rightarrow v_4 > \frac{M}{m}v_1$

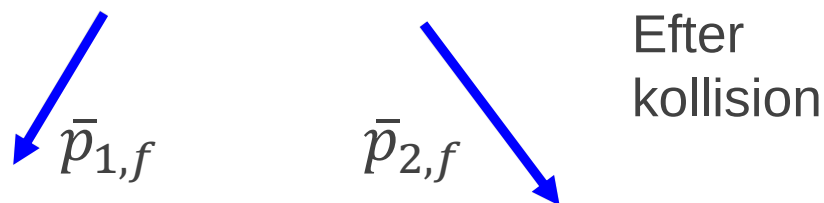
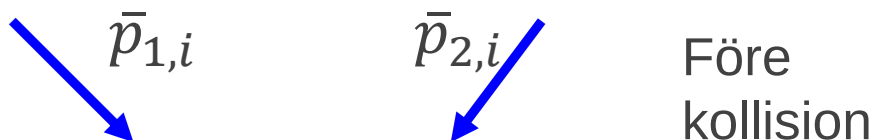
Energi: $\frac{1}{2}Mv_1^2 = \frac{1}{2}Mv_3^2 + \frac{1}{2}mv_4^2 \Rightarrow v_4 < \sqrt{\frac{M}{m}}v_1$

$M/m > 1 \Rightarrow$ Båda villkoren ovan kan inte stämma

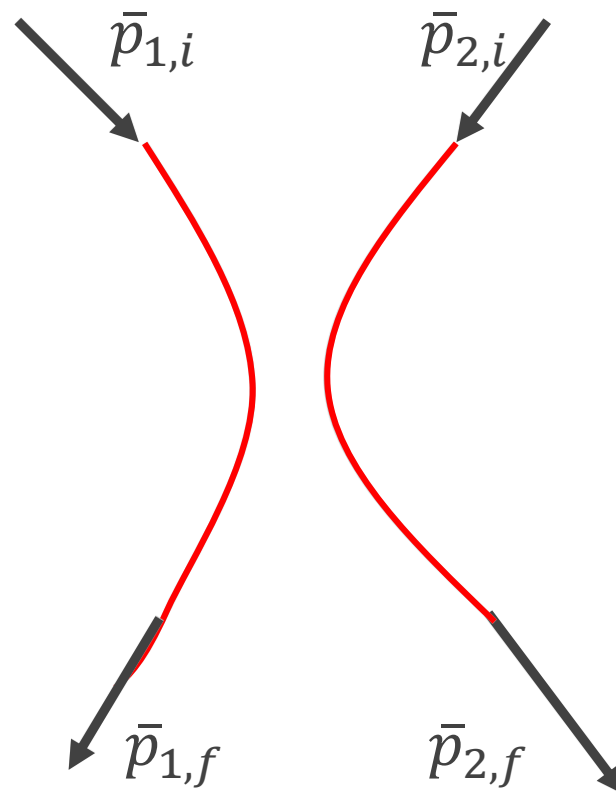
Vid gränsvärdet $M=m$ blir $v_3=0$ och $v_4=v_1$
Om $M < m$ kan v_3 bli till vänster



Analytisk lösning och datorsimulering av en kollision



- Behöver inte veta något om krafterna vid kollisionen
- Behöver extra information efter kollisionen



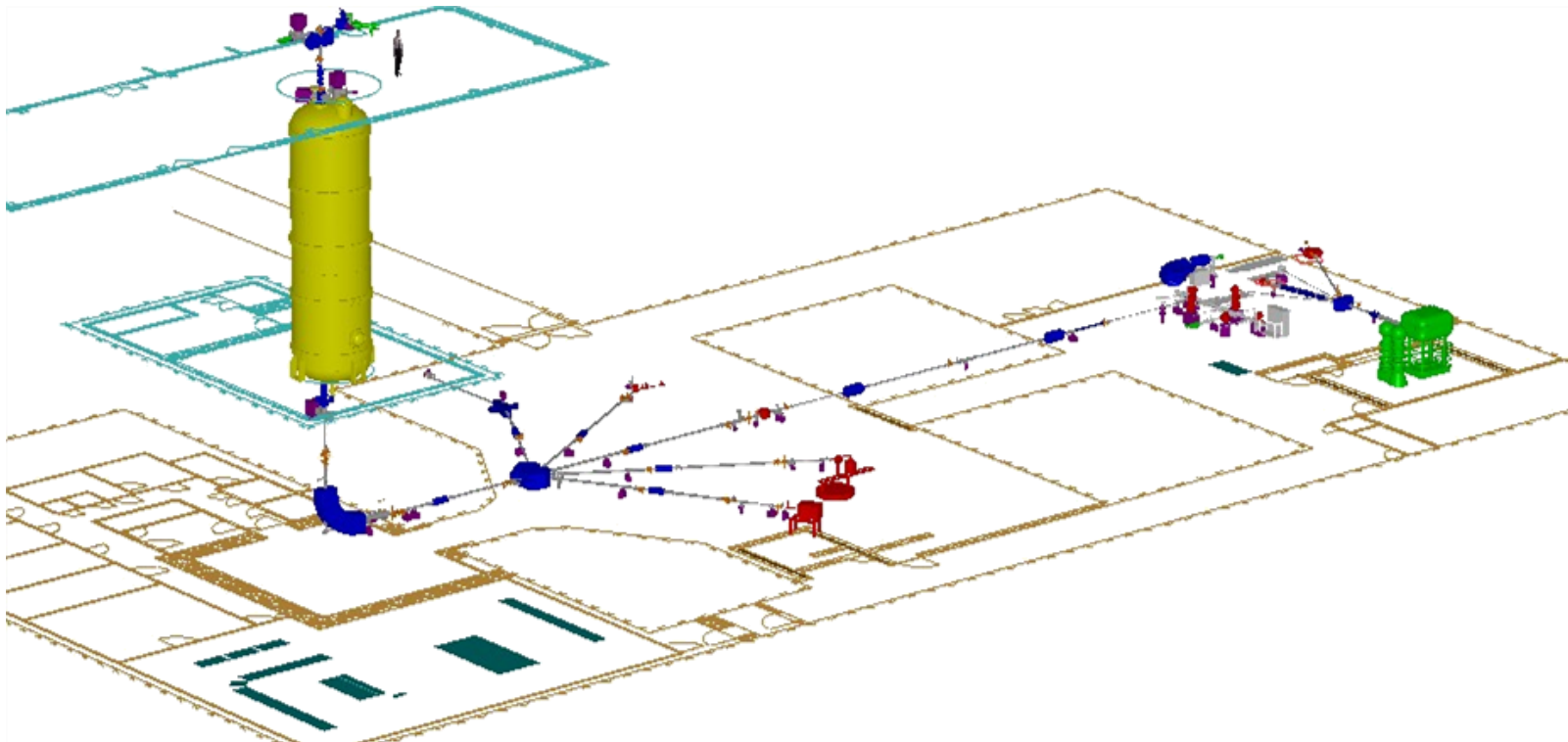
- Man måste veta krafterna vid kollisionen
- Man får all information men behöver från de beräknade banorna



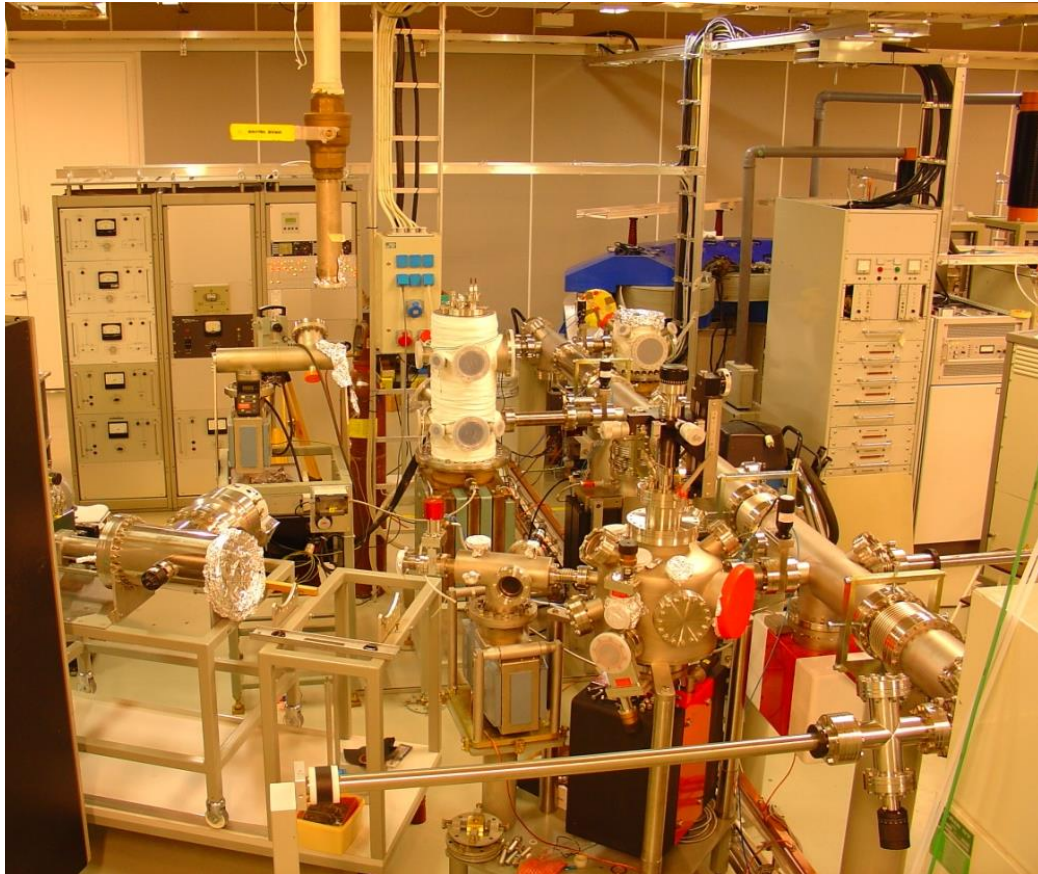
● Acceleratorer

Inte till tenten

1. Tandem accelerator (TAMIA, 5 MV)
2. High current ion implanter (KIIA, 500 kV)
3. Low-energy ion deposition accelerator (LEIDA, 30 kV)
4. Low-energy ion accelerator (LEIA, 5 kV)



- Nanokluster deposition
- Atomkraft mikroskop
- 500 kV jon implanter
- 30 kV jon accelerator för deposition



En α -partikel (joniserad helium kärna), med kinetiska energin 2000.0 keV kolliderar med en stillastående tung atomkärna. Efter kollisionen är α -partikelns energi 1915.9 keV och dess nya riktning är vinkelrät mot begynnelse riktningen. Med vilken av dessa fyra tunga atomer:

Namn	Symbol	Massa (amu)
Hafnium	Hf	178.5
Renium	Re	186.2
Platina	Pt	195.1
Guld	Au	197.0

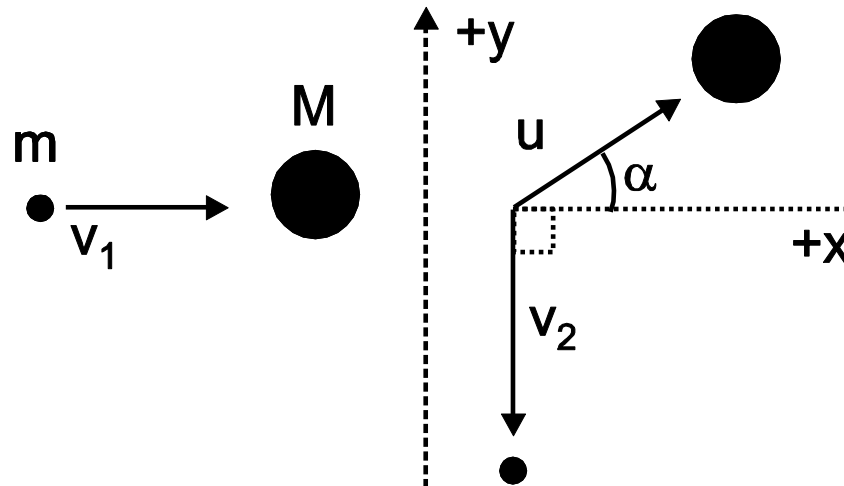
kolliderade α -partikeln med? $m_{\alpha} = 4.0$ amu

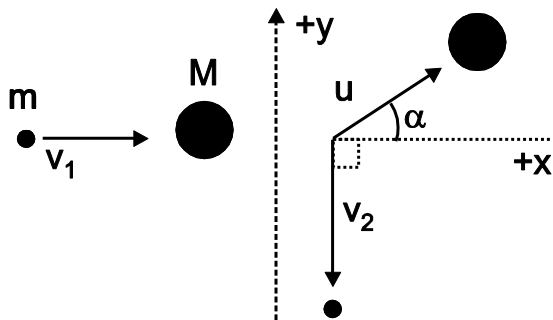
Är hastigheterna

ickerelativistiska?

$v < 0.1c$ ($c \sim 3 \times 10^8$ m/s)

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \approx 10^7 \text{ m/s}$$





Rörelsemängden
bevaras under kollisionen

Kollisionen elastisk:
→ **Kinetiska energin**
bevaras under kollisionen

$$m^2 v_1^2 = M^2 u^2 \cos^2(\alpha)$$

$$m^2 v_2^2 = M^2 u^2 \sin^2(\alpha)$$

	Före	Efter
x:	mv_1	$Mu \cos(\alpha)$
y:	0	$-mv_2 + Mu \sin(\alpha)$
Kinetisk energi	$\frac{1}{2}mv_1^2$ E_1	$\frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}Mu^2$ $E_2 + E$

$$m^2 v_1^2 + m^2 v_2^2 = M^2 u^2 [\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)] = M^2 u^2$$

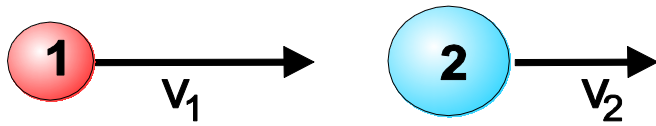
$$\Rightarrow m \frac{1}{2} mv_1^2 + m \frac{1}{2} mv_2^2 = M \frac{1}{2} Mu^2 \quad \Rightarrow \quad mE_1 + mE_2 = ME$$

$$\Rightarrow m(E_1 + E_2) = M(E_1 - E_2)$$

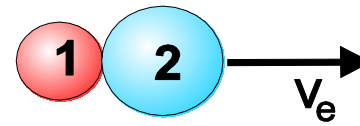
$$\Rightarrow M = m \frac{(E_1 + E_2)}{(E_1 - E_2)} = m \frac{(1 + E_2 / E_1)}{(1 - E_2 / E_1)} = 4 \text{ amu} \frac{(1 + 1915.9 / 2000)}{(1 - 1915.9 / 2000)} \approx \underline{\underline{186.25 \text{ amu}}}$$

Hafnium	Hf	178.5	Renium	Re	186.2
Platina	Pt	195.1	Guld	Au	197.0





Före



Efter

Två partiklar rör sig mot höger. Partikel 1 får fast partikel 2 och kolliderar med den. Efter kollisionen sitter partiklarna fast i varandra och rör sig med hastigheten v_e .

Vilket av följande utsagor stämmer?

- a) $v_e > v_1$
- b) $v_e = v_1$
- c) $v_e > v_2$ men $v_e < v_1$
- d) $v_e = v_2$
- e) $v_e < v_2$
- f) Omöjligt att säga ifall vi inte vet massorna

$$(m_1 + m_2)v_e = m_1v_1 + m_2v_2$$

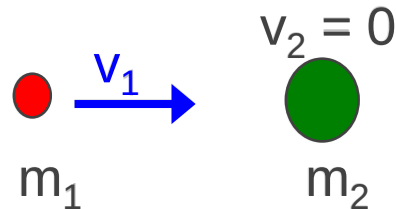
$$v_1 > v_2 \quad \Rightarrow \quad (m_1 + m_2)v_e = m_1v_1 + m_2v_2 > m_1v_2 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_2$$



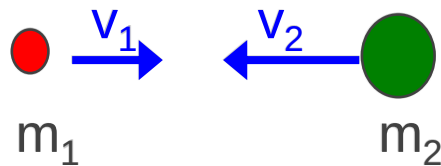
Kollisioner i lab och CM-system

För att ekvationerna för en kollision av partiklar skall vara så enkla som möjligt, måste valet av koordinatsystemet vara väl genomtänkt

Ofta står den ena partikeln stilla före kollisionen, och det logiska valet av koordinatsystem är **laboratorie-koordinatsystem (Lab)** där origo har valts att vara vid den stillastående partikeln före kollisionen



Ifall vi har partiklar som båda rör sig mot varandra före kollisionen, är **masscentrumkoordinatsystem (CM)** det bästa valet



Kollisioner i CM system

1) Elastisk kollision

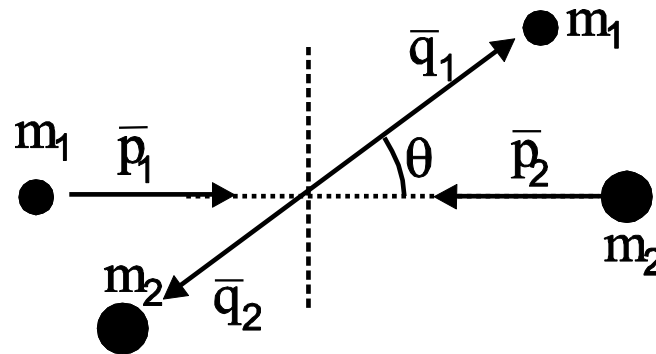
För CM-systemet befinner sig origo vid masscentrum, vars hastighet är noll i detta system

$$\bar{V}_{CM} = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\bar{P}}{m_1 + m_2} = 0$$

Partiklarna rör sig endera

mot origo: $\bar{p}_1 = -\bar{p}_2$

eller **från** origo: $-\bar{q}_1 = \bar{q}_2$



$$\bar{p}_1 = m_1 v_1$$

$$\bar{p}_2 = m_2 v_2$$

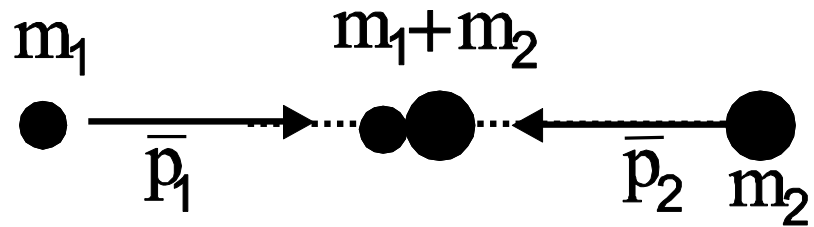
$$\bar{q}_1 = m_1 \bar{u}_1$$

$$\bar{q}_2 = m_2 \bar{u}_2$$



Kollisioner i CM system

2) Fullständigt oelastisk kollision



I CM-systemet står massorna stilla efter kollisionen $\vec{p} = \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

Totala mekaniska energin är alltså noll efter kollisionen:
Allt kinetiskt energi i CM-systemet har gått åt till att deformera massorna

$$\Delta E = K_2 - K_1 = 0 - \left(\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} \right) = -\frac{m_2 p^2}{2m_1 m_2} - \frac{m_1 p^2}{2m_1 m_2} = -\frac{p^2 (m_1 + m_2)}{2m_1 m_2}$$

I storenergikollisioner används partiklar med samma massa och energi så att hastigheten för masscentrum är noll.

På detta sätt maximerar man mängden energi för att producera nya partiklar

$$\Delta E = K_2 - K_1 = 0 - \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{p^2}{2m} \right) = -\frac{p^2}{m}$$



Kollisioner vid relativistiska hastigheter

Energi för partikel med massan m : $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$

Energi för foton: $E = pc$

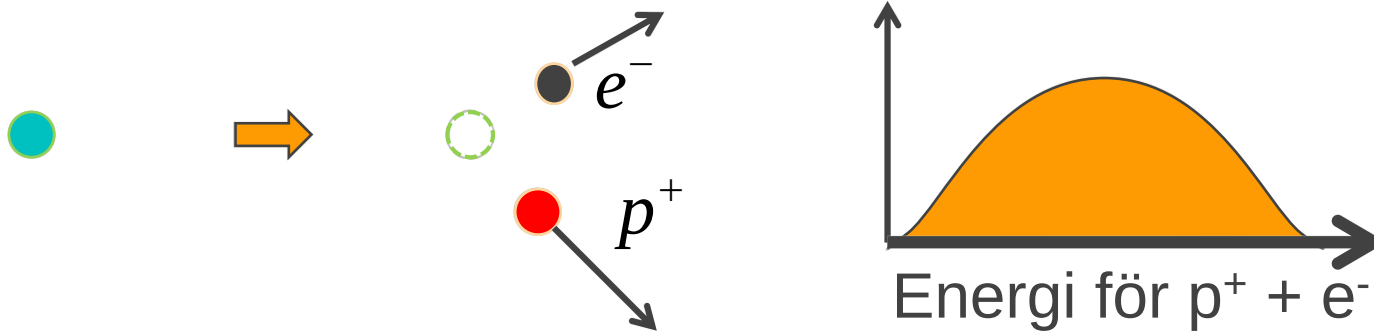
Rörelsemängd för partikel med massan m : $p = \gamma mv$

Rörelsemängd för foton: $p = E/c$



Upptäckt av en ny partikel

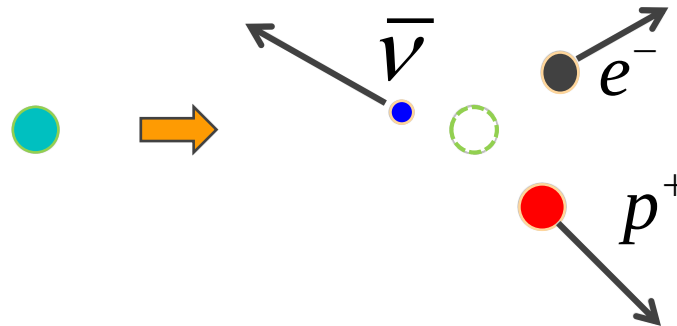
Neutronen sönderfaller: $n \rightarrow p^+ + e^-$



Rörelsemängden och energin bevaras inte?!?

Ny partikel som är
svår att detektera?

Neutrino



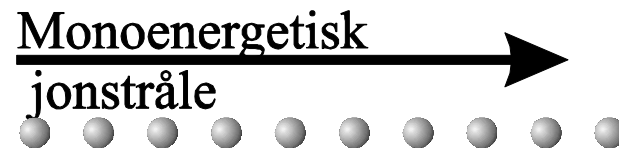
Jonstrålemätningar

Inte till tenten

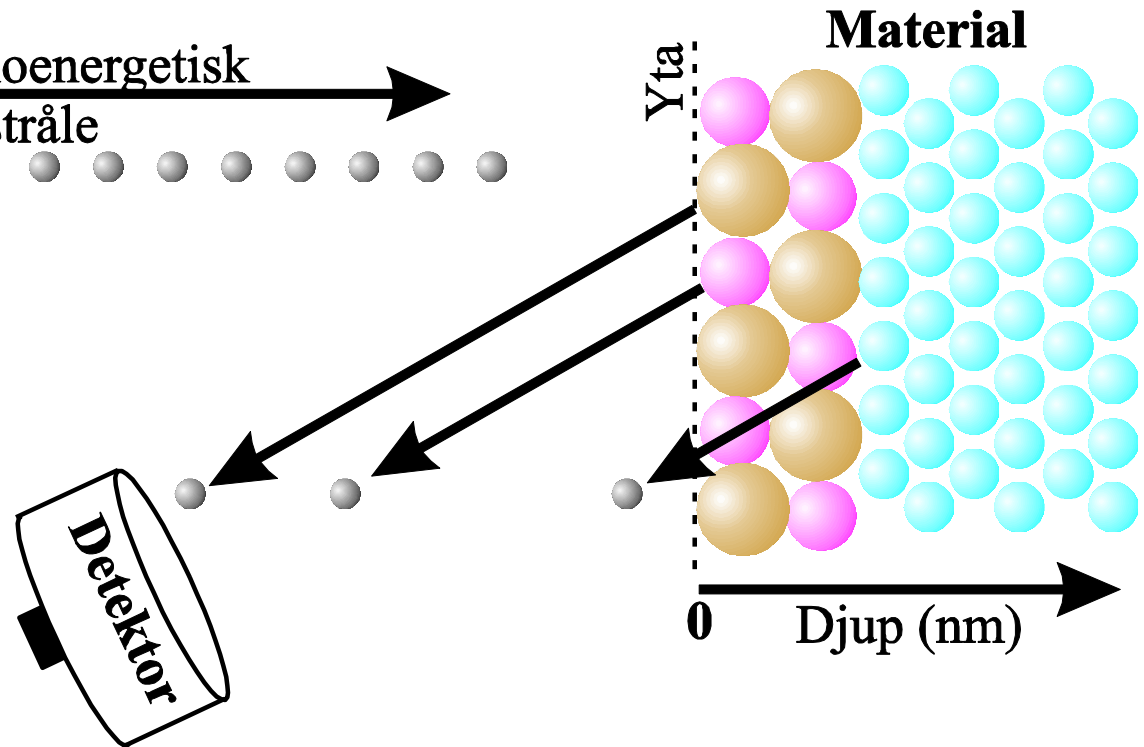
RBS



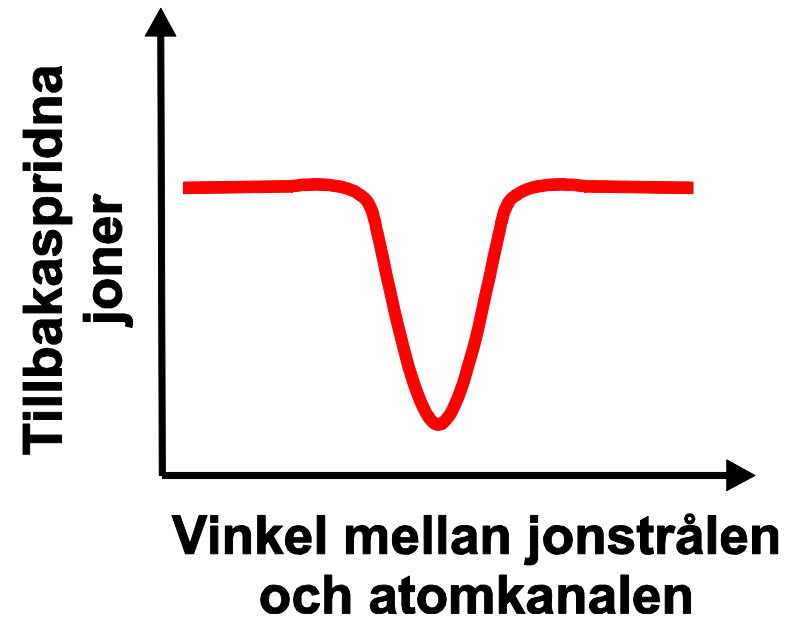
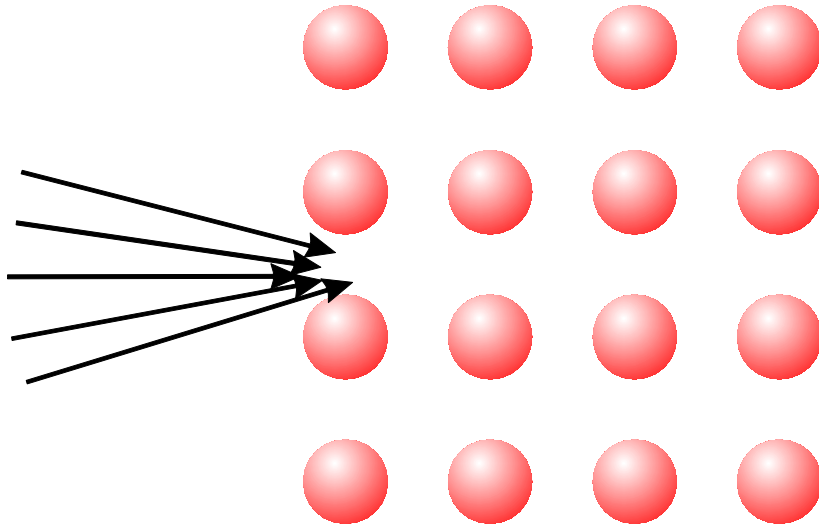
Rutherford
Backscattering
Spectrometry



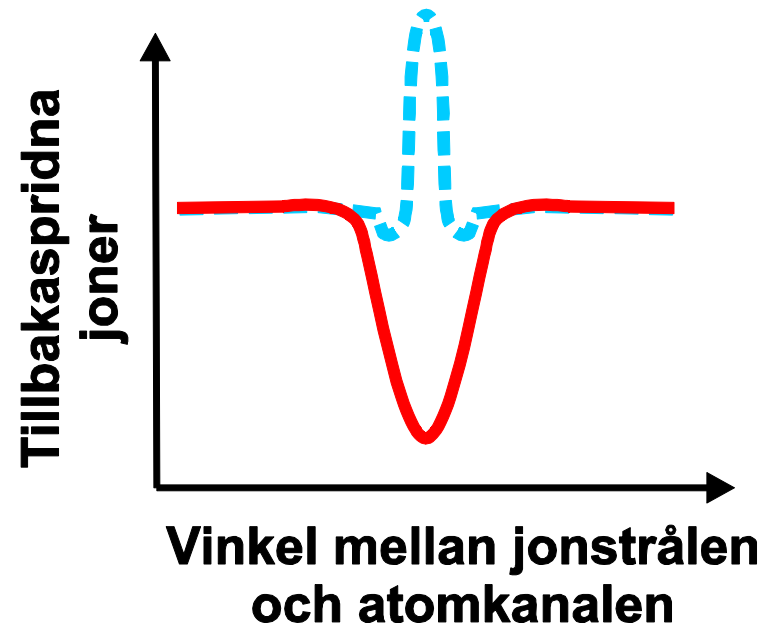
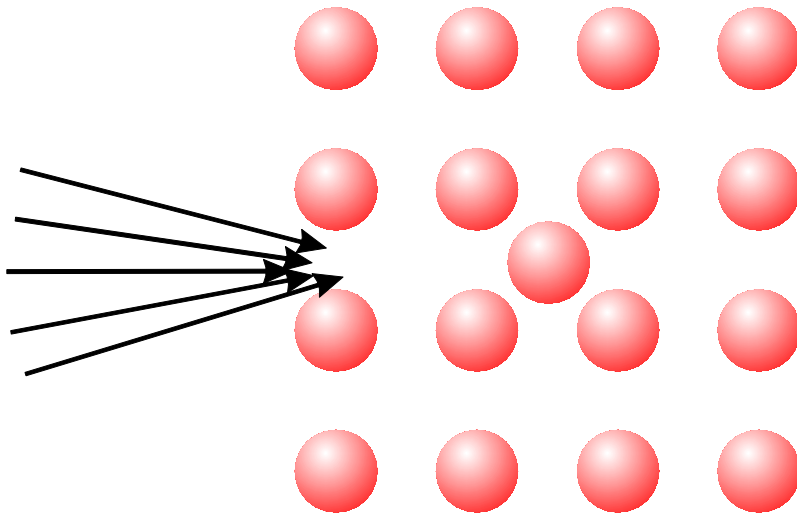
Rutherford
Tillbakaspridning



RBS-kanalisering



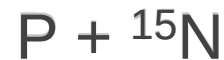
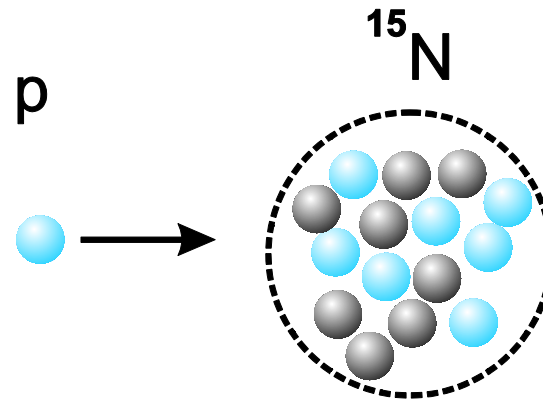
RBS-kanalisering



NRA

Nuclear
Reaction
Analysis

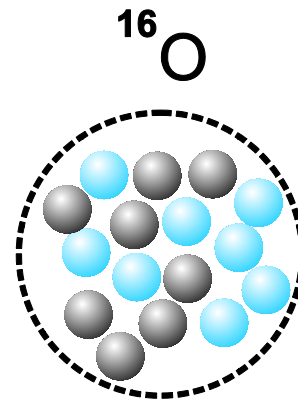
Kärnreaktion
metoden



NRA

Nuclear
Reaction
Analysis

Kärnreaktion
metoden



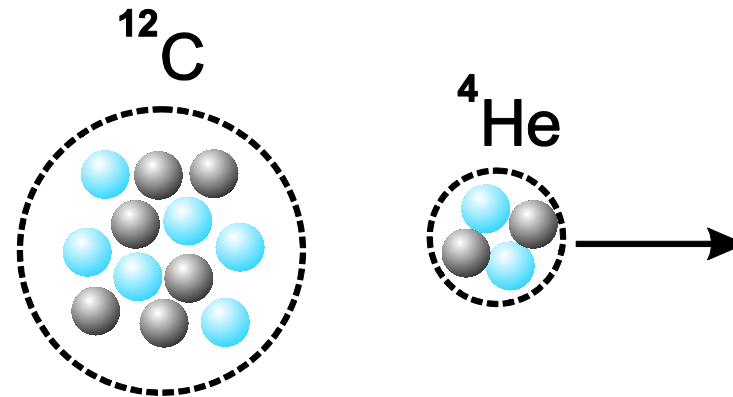
' Exciterat tillstånd



NRA

Nuclear
Reaction
Analysis

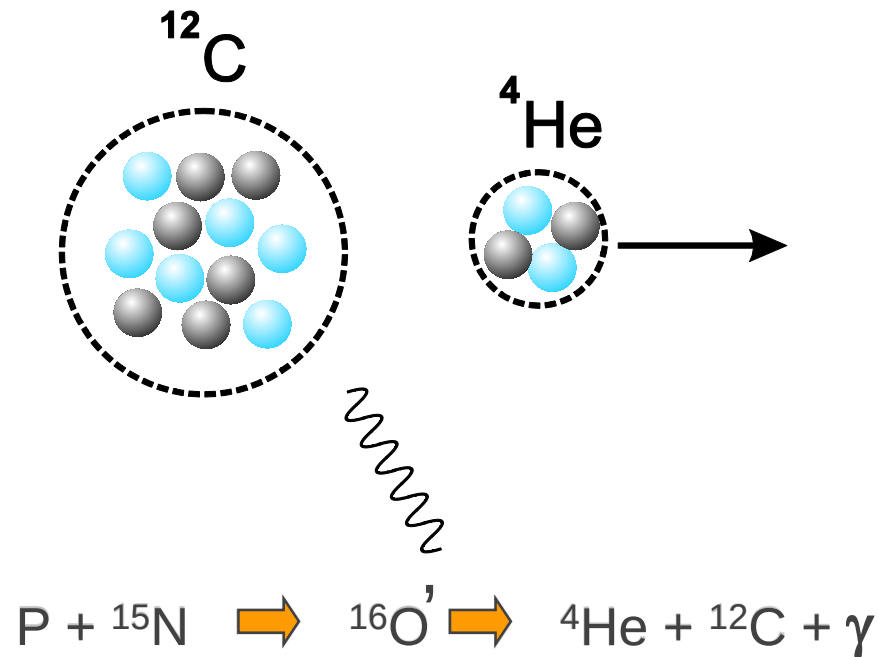
Kärnreaktion
metoden



NRA

Nuclear
Reaction
Analysis

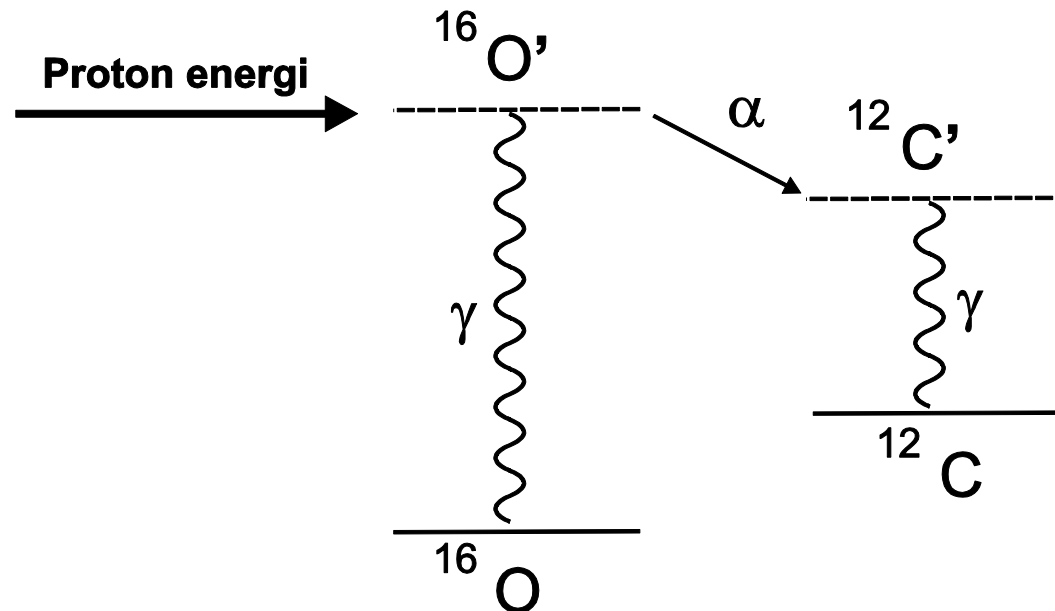
Kärnreaktion
metoden



NRA

Nuclear
Reaction
Analysis

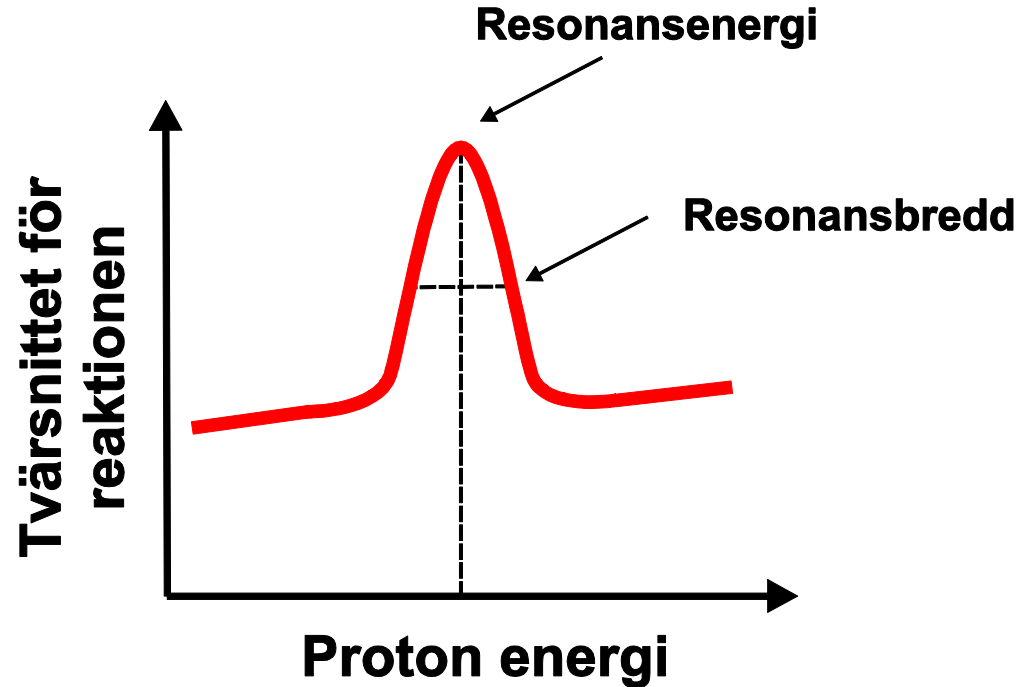
Kärnreaktion
metoden



NRA

Nuclear
Reaction
Analysis

Kärnreaktion
metoden

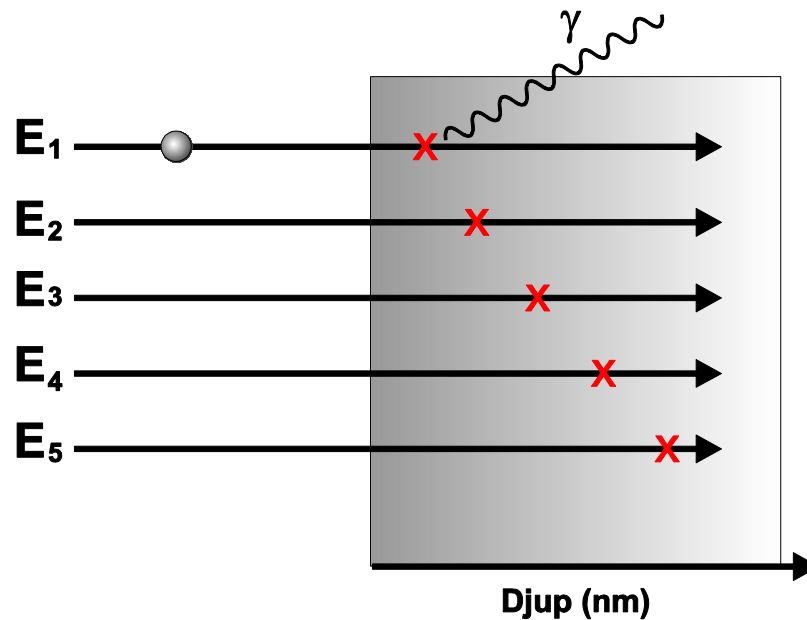


NRA



Nuclear
Reaction
Analysis

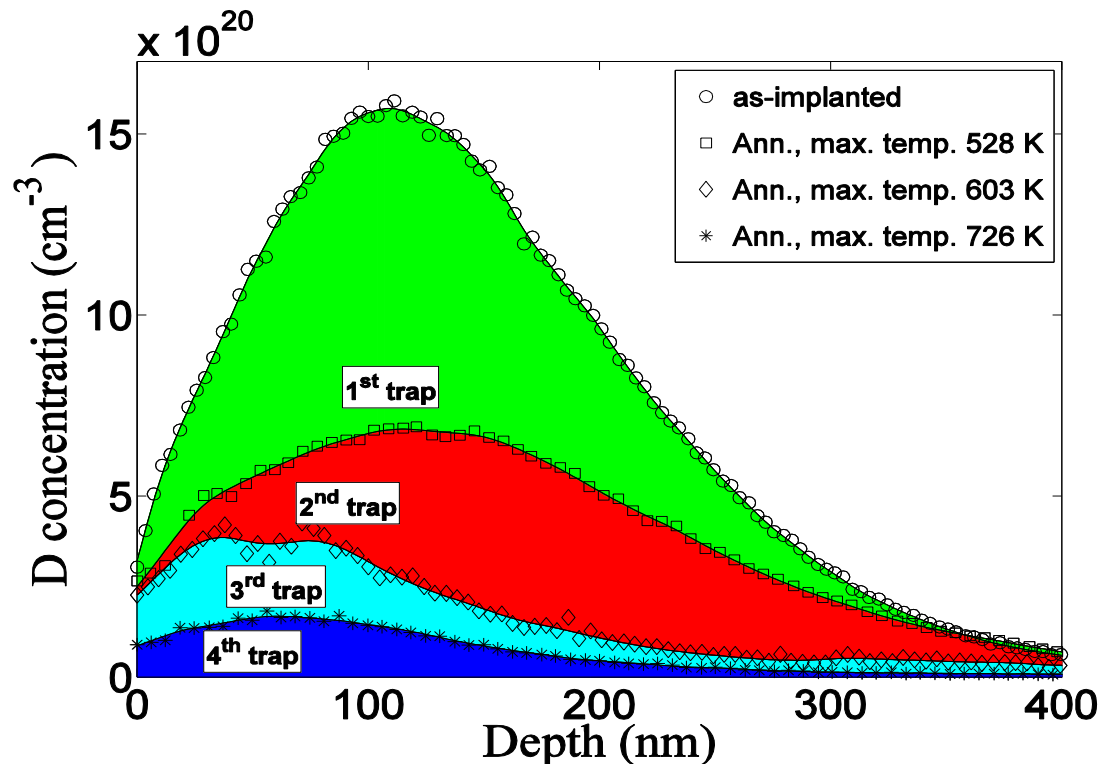
Kärnreaktion
metoden



NRA



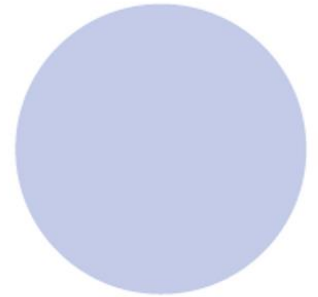
Nuclear Reaction Analysis



Atomen

- Atom idén, antiken Grekland (atom=odelbar), Indien
- Början av 1800-talet, John Dalton förklarade kemiska reaktioner med hjälp av atommodellen (SnO , och SnO_2)
- Jan Ingenhousz beskrev den oregelbundna rörelsen av kolflingor på ytan av alkohol 1785

SOLID SPHERE MODEL



JOHN DALTON



1803

Dalton drew upon the Ancient Greek idea of atoms (the word 'atom' comes from the Greek 'atomos' meaning indivisible). His theory stated that atoms are indivisible, those of a given element are identical, and compounds are combinations of different types of atoms.



RECOGNISED ATOMS OF A PARTICULAR ELEMENT DIFFER FROM OTHER ELEMENTS

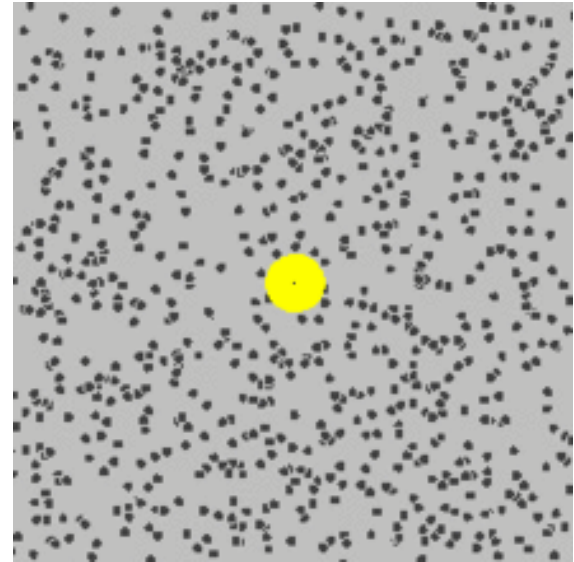


ATOMS AREN'T INDIVISIBLE - THEY'RE COMPOSED FROM SUBATOMIC PARTICLES



Atomen

- 1827, botanisten Robert Brown upptäckte att pollen gjorde random rörelse på vätskeytan (Brownisk rörelse)
- År 1900 beskrev matematikern Louis Bachelior den stokastiska processen som nu kallas för Brownsk rörelse i sin doktorsavhandling
- Albert Einstein gjorde 1905 en matematisk modell där vattenmolekylerna får pollen att röra på sig
- Jean Perrin 1908 använde modellen för att experimentellt bestämma massan och storleken på atomerna

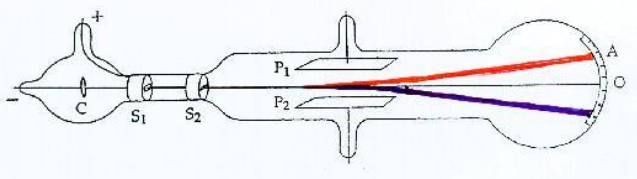
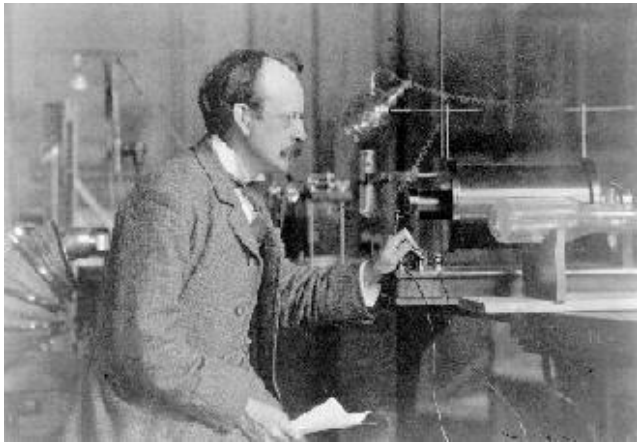


https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c2/Brownian_motion_large.gif/220px-Brownian_motion_large.gif

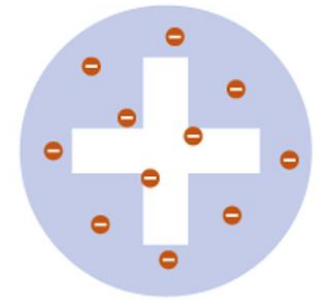


Atomens inre

- Fysikern J. J. Thomson, 1897, upptäckte att elektroner, enormt lätta negativt laddade partiklar kan fås från atomerna (atomerna inte odelbara)



PLUM PUDDING MODEL



J.J. THOMSON



1904

Thomson discovered electrons (which he called 'corpuscles') in atoms in 1897, for which he won a Nobel Prize. He subsequently produced the 'plum pudding' model of the atom. It shows the atom as composed of electrons scattered throughout a spherical cloud of positive charge.



RECOGNISED ELECTRONS AS COMPONENTS OF ATOMS

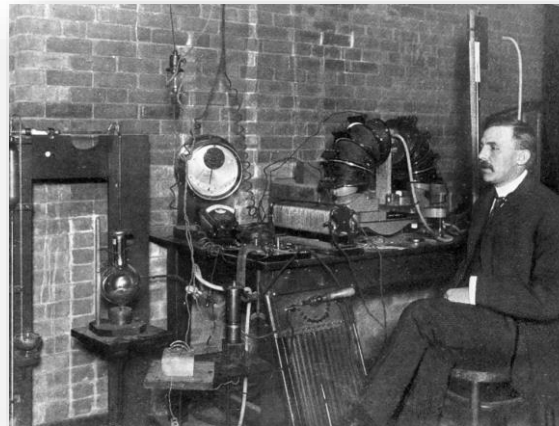
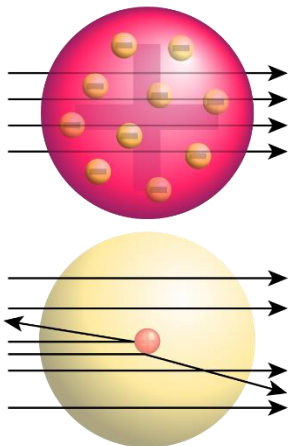


NO NUCLEUS; DIDN'T EXPLAIN LATER EXPERIMENTAL OBSERVATIONS

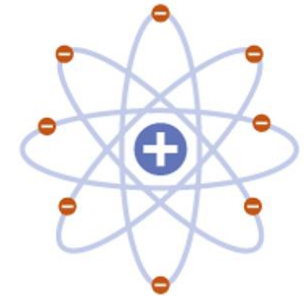


Atomens inre

- 1909 bombarderade Hans Geiger, Ernest Marsden och Ernest Rutherford en tunn guldfolie med enormt små men massiva alfa partiklar, som visade att atomen hade en massiv positivt laddad atomkärna (Rutherford tillbakaspridning)



NUCLEAR MODEL



ERNEST RUTHERFORD



1911

Rutherford fired positively charged alpha particles at a thin sheet of gold foil. Most passed through with little deflection, but some deflected at large angles. This was only possible if the atom was mostly empty space, with the positive charge concentrated in the centre: the nucleus.

+ REALISED POSITIVE CHARGE WAS LOCALISED IN THE NUCLEUS OF AN ATOM

- DID NOT EXPLAIN WHY ELECTRONS REMAIN IN ORBIT AROUND THE NUCLEUS



Upptäckt av en kärna inne i atomen

Rutherford tillbakaspridning

Gör ett datorprogram som simulerar Rutherford tillbakaspridning



Au: $Z=79$

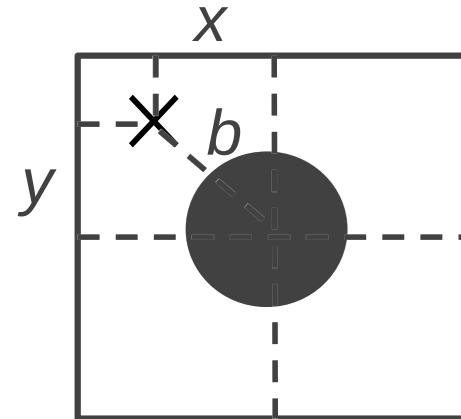
α, v



$m \sim 4u, +2e$



$$|F_{el}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e \cdot Ze}{r^2}$$



θ : Spridningsvinkeln



An alpha particle (a helium nucleus, containing 2 protons and 2 neutrons) starts out with kinetic energy of 10 MeV (10×10^6 eV), and heads in the +x direction straight toward a gold nucleus (containing 79 protons and 118 neutrons). The particles are initially far apart, and the gold nucleus is initially at rest. Answer the following questions about the collision.

- (a) What is the initial momentum of the alpha particle? (You may assume that its speed is small compared to the speed of light).
- (b) What is the final momentum of the alpha particle, long after it interacts with the gold nucleus?
- (c) What is the final momentum of the gold nucleus, long after it interacts with the alpha particle?
- (d) What is the final kinetic energy of the alpha particle?
- (e) What is the final kinetic energy of the gold nucleus?
- (f) Assuming that the movement of the gold nucleus is negligible, calculate how close the alpha particle will get to the gold nucleus in this head-on collision.
- (g) What principle did you use to calculate the distance of closest approach?
- (h) The radius of the alpha particle is about 2×10^{-15} m, and the radius of the gold nucleus is about 8×10^{-15} m. At the point of closest approach, do the two particles touch each other?



- (i) A gold nucleus contains 197 nucleons packed tightly against each other. A single nucleon (proton or neutron) has a radius of about 1.3×10^{-15} m. Calculate the approximate radius of the gold nucleus. (Hint: Remember that the volume of a sphere is $\frac{4}{3}\pi r^3$)
- (j) Also calculate the approximate radius of the alpha particle, which consists of 4 nucleons.
- (k) To choose initial conditions for a program you may write to model collisions between an alpha particle and a gold nucleus, you will need to choose an initial location, and Δt .
- (l) Estimating Δt : What is the initial speed of the alpha particle?
- (m) We suggest that in a computational model of this process that you start the alpha particle at a distance of 1×10^{-13} m from the gold nucleus, because when it is much farther away than this, its trajectory is nearly a straight line at constant speed. If the alpha particle did not slow down, how long would it take to travel all the way to the location of the nucleus (a distance of 1×10^{-13} m)?

For an accurate computer calculation you would need to take many steps during the time the alpha particle is near the gold nucleus. Considering your estimate above, we suggest that you use $\Delta t = 1 \times 10^{-23}$ s in a computational model.



Lärandemål:

- Kunna jämföra resultat från analytiska kollision modeller med resultat från iterativa datorsimulationer
- Kunna skilja på elastiska och oelastiska kollisioner
- Kunna analysera både elastiska och oelastiska kollisioner genom att använda kombinationen av energiprincipen och rörelsemängdsprincipen
- Kunna analysera kollisioner i olika referenssystem

