Grupparbete: ENERGI

• Kylskåp	0.5 kWh/dag
• Frys	1.0 kWh/dag
• Kaffe- vatten-kokare	0.1 kWh/panna
• Disk- kläd-maskin	1 kWh/maskin
• Bärbar dator	0.3 kWh/h
• TV	0.1 kWh/h
• Glödlampa (40 W)	0.04 kWh/h
• LEDlampa (11 W)	0.01 kWh/h
• Sauna	5 – 10 kWh/gång
• Kylning eller elektrisk värme	5 kWh/dag
• Elektrisk värme	30 kWh/dag (120 m^2)
• Varmvattenberedare	2.5 kWh/dag
• Tvättrummets golvvärme	

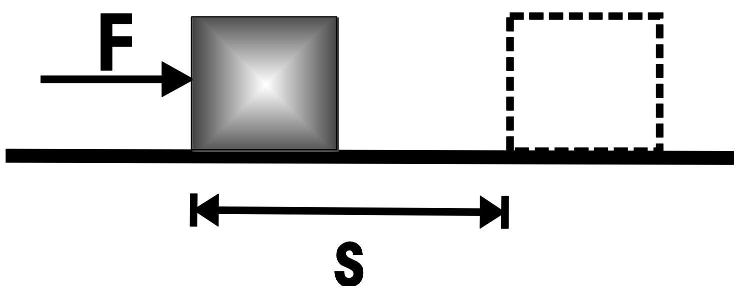
Mekaniskt arbete

Definition:

Mekaniskt arbete är kraften gånger sträckan i kraftens riktning

$$W = \left|\bar{F}\right|\left|\bar{s}\right|$$

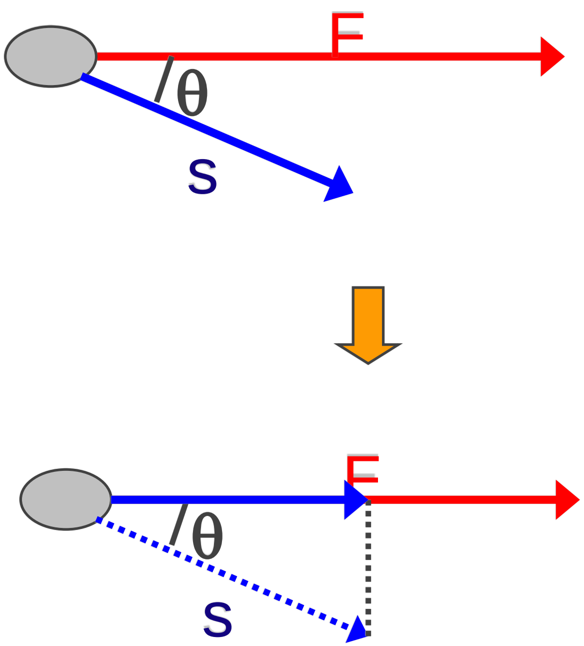
Kraft och förflyttning **s** i samma riktning



[W] = Nm = J (joule)

Mekaniskt arbete

Vad händer när kraften inte är i samma riktning som förflyttningen?



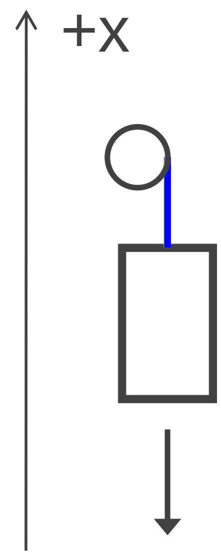
W ?

$$W = \left|\overline{F}\right|\left|\overline{s}\right|\cos(\theta)$$

$$\boxed{W = \overline{F} \bullet \overline{s}}$$

punktprodukt

En hiss vars massa är 900 kg sänker sig från 400 m:s höjd.
Vad är arbetet som gravitationen gör under förflyttningen?
Vad är arbetet som hisskabeln gör?



$$W = \bar{F} \bullet \bar{s}$$

Arbete gravitationen gör på hisskorgen

$$\bar{F} = -mg\hat{i}$$

$$\bar{s} = -400\,\mathrm{m}\,\hat{i}$$

⇨ W = (-8.8x10^3 N) · (-400 m) ~ **3.5x10^6 J**

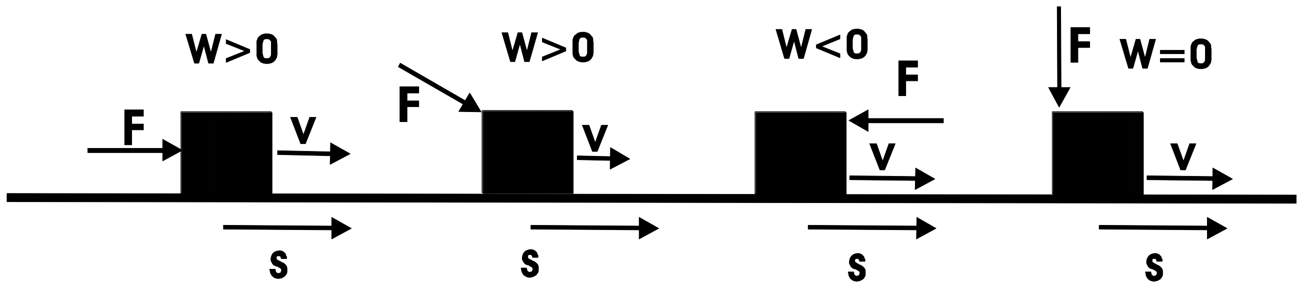
Arbete hisskabeln gör på hisskorgen

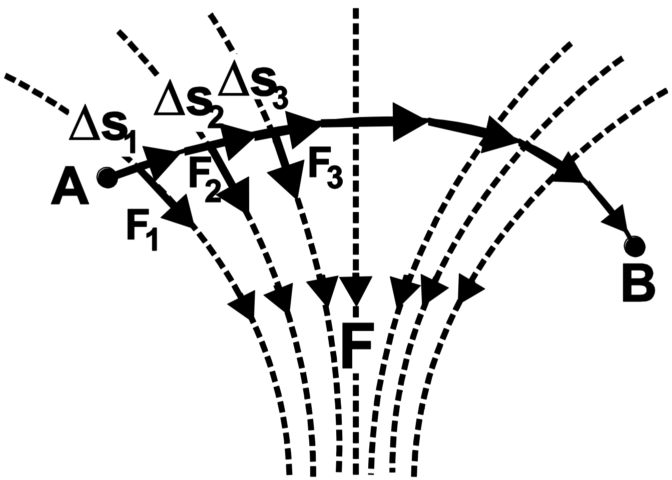
$$\bar{F} = +mg\hat{i}$$

$$\bar{s} = -400\,\mathrm{m}\,\hat{i}$$

⇨ W = (8.8x10^3 N) · (-400 m) ~ **-3.5x10^6 J**

Mekaniskt arbete



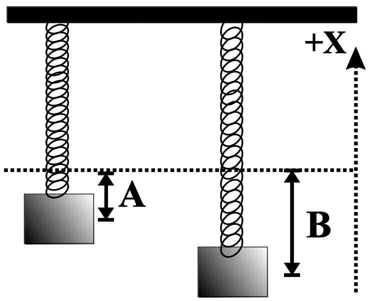


$$W_{A\to B} = \bar{F}_1 \bullet \Delta\bar{s}_1 + \bar{F}_2 \bullet \Delta\bar{s}_2 + \ldots + \bar{F}_N \bullet \Delta\bar{s}_N$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i \bullet \Delta\bar{s}_i$$

$$\boxed{W = \int_A^B \bar{F} \bullet d\bar{s}}$$

Beräkna arbete som fjädern gör när massan dras från position **A** till **B** i bilden

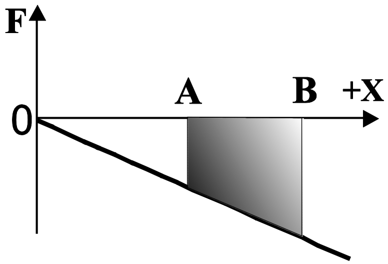


$$W_{A\to B} = \int_A^B \overline{F} \bullet d\overline{s}$$

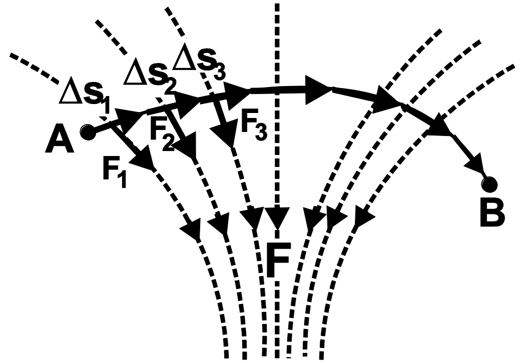
$$= \int_A^B F(x)dx$$

$$= -k\int_A^B xdx$$

$$= -k \Big|_A^B \frac{x^2}{2} \quad = -\frac{k}{2}(B^2 - A^2)$$



Potentiell energi



Arbete att förflytta ett objekt från punkt A till B i ett kraftfält

$$W_{A\to B} = \int_A^B \bar{F} \bullet d\bar{s} = U(\bar{r}_A) - U(\bar{r}_B)$$

Arbetet beror bara på ändpunkterna

Kraftfältet är konservativt

U är potentiella energifunktionen

$\bar{r}_A$ och $\bar{r}_B$ A:s och B:s platsvektorer

Potentiell energi

$$W_{r_0 \to r} = \int_{r_0}^{r} \overline{F} \bullet d\overline{s} = U(\overline{r}_0) - U(\overline{r})$$

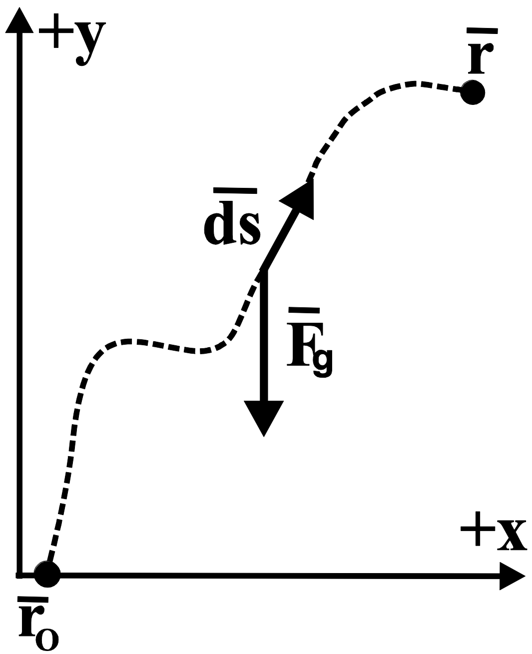
⇨ $$U(\overline{r}) = -\int_{r_0}^{r} \overline{F} \bullet d\overline{s} + U(\overline{r}_0)$$

väljer att: $U(\overline{r}_0) = 0$

⇨ Potentiella energifunktionen för ett system

$$\boxed{U(\overline{r}) = -\int_{r_0}^{r} \overline{F} \bullet d\overline{s}}$$

Bestäm potentiella energifunktionen för en massa **m** i gravitationsfält nära jordytan



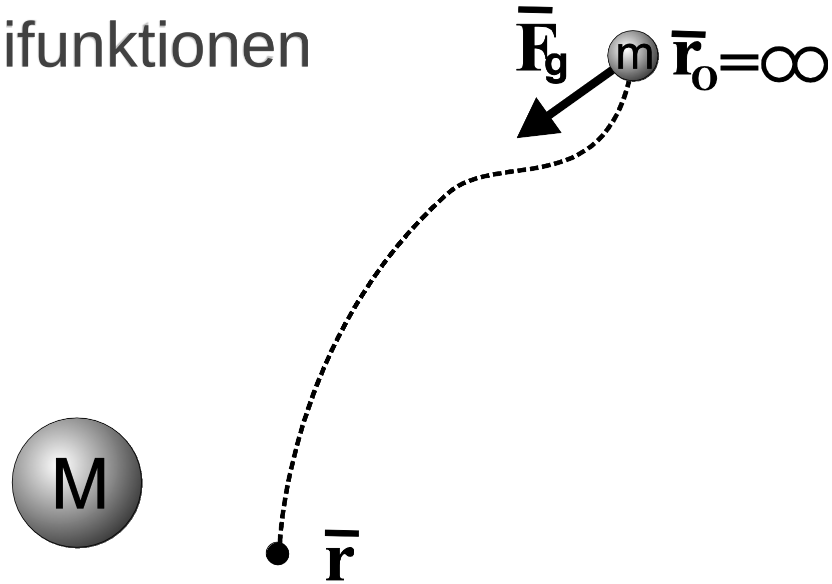
$$U(\bar{r}) = -\int_{r_0}^{r} \bar{F} \bullet d\bar{s}$$

$$\bar{F} = -mg\hat{j}$$

$$d\bar{s} = \mathrm{dx}\,\hat{i} + \mathrm{dy}\,\hat{j}$$

$$\Rightarrow \quad U(r) = mg\int_{r_0}^{r} \hat{j} \bullet (dx\hat{i} + dy\hat{j}) = mg\int_{y_0}^{y} dy \; = \underline{\underline{mg(y - y_0)}}$$

Bestäm den potentiella energifunktionen för Newtons gravitationslag



$$U(\bar{r}) = -\int_{r_0}^{r} \bar{F} \bullet d\bar{s}$$

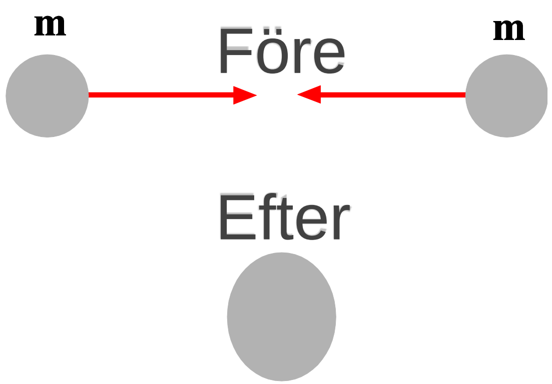
$$\bar{F} = -G\frac{mM}{r^2}\hat{r}$$

$$U(r) = -\int_{r_0}^{r} \bar{F}(\bar{r}') \bullet d\bar{r}' \quad = -\int_{\infty}^{r} \left(-G\frac{mM}{r^2}\hat{r} \right) \bullet d\bar{r}'$$

$$= GmM \int_{\infty}^{r} \frac{dr'}{r'^2} \quad = -\frac{GmM}{r}$$

$$\hat{r} \bullet d\bar{r}' = dr'$$

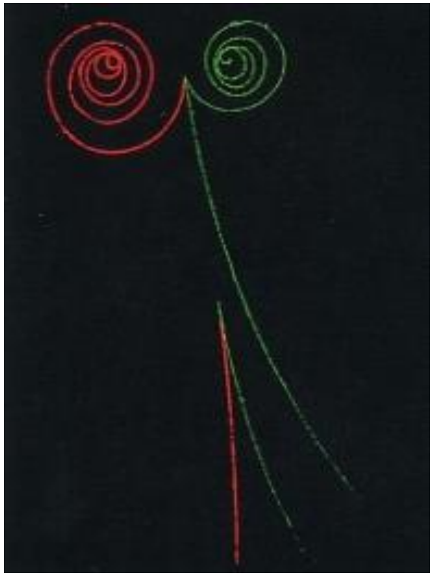
Vi har två lerbollar som kolliderar fullständigt elastiskt



Totala energin

$$E_f = 2mc^2 + 2K$$

$$E_e = 2mc^2$$



Vart har energi försvunnit?

1) Till värme: Stora lerklumpen varmare än de två små

2) Till massa: Stora lerklumpen tyngre än de två små tillsammans

Massan för ett multipartikel system
(monihiukkassysteemin massa)

Energin för en partikel med vilomassan *m*

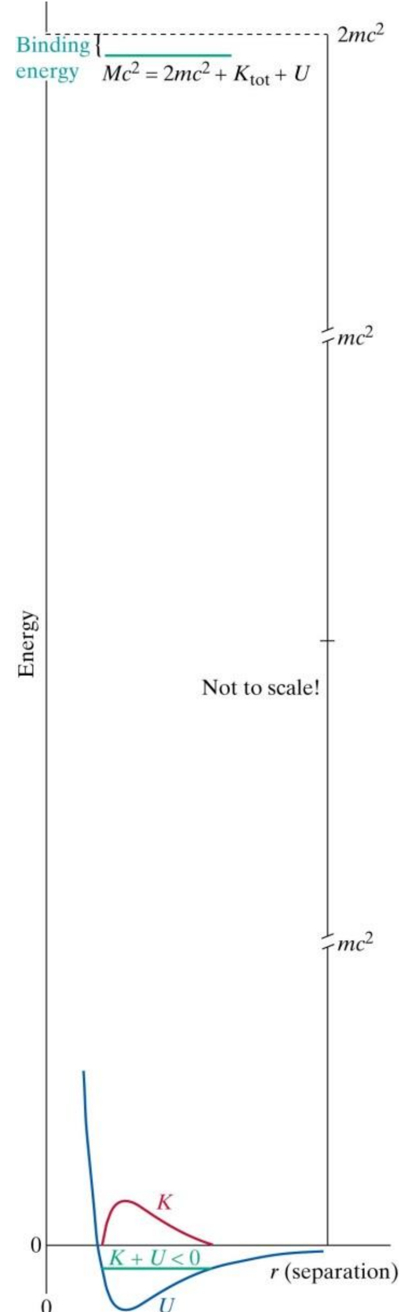
$$E = mc^2 + K = \gamma mc^2 \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Energin för många partiklar med vilomassorna m_1 , m_2 , …

$$E_{system} = (m_1c^2 + K_1) + (m_2c^2 + K_2) + \ldots \boxed{+U}$$

$$M = \frac{E_{system}}{c^2} = \frac{(m_1c^2 + K_1) + (m_2c^2 + K_2) + \ldots + U}{c^2}$$

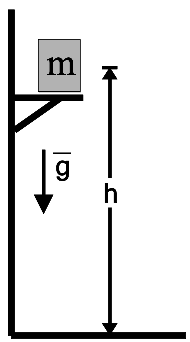
$$M = (m_1 + m_2 + \ldots) + \frac{(K_1 + K_2 + \ldots + U)}{c^2}$$

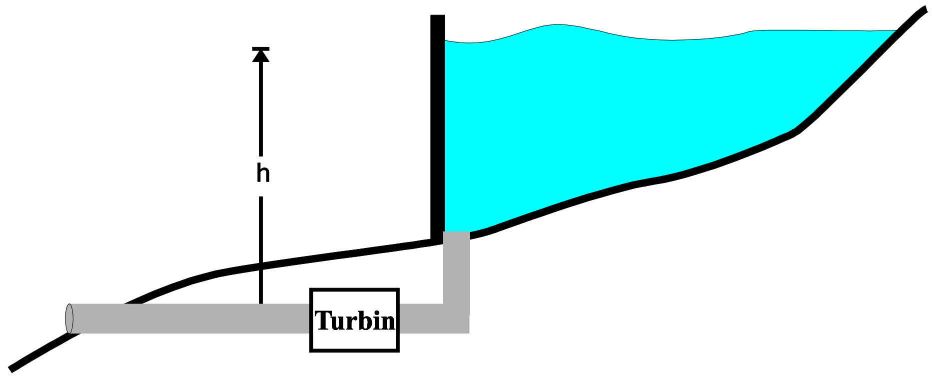


Potentiell energi: Potentiell energi är den mängd energi som är lagrad i systemet

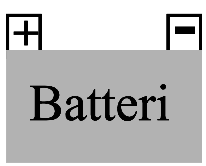
➡ Man har potential eller möjlighet att omvandla den till andra former av energi

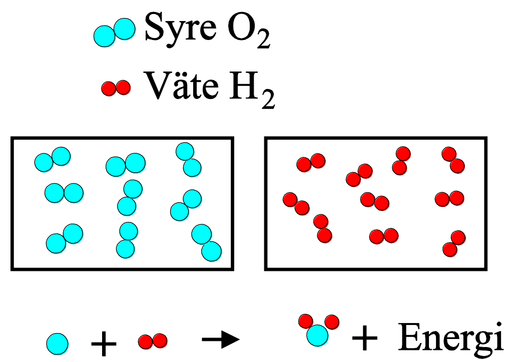
Gravitation

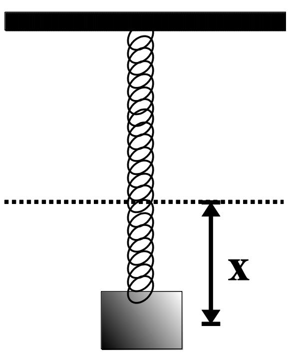




Kemisk







Härledning av kraft från den potentiella energin

Tidigare: $$U(x) = -\int F \cdot dx$$

Deriverar båda sidorna: $$dU(x) = -F \cdot dx$$

$$\Rightarrow \quad F = -\frac{dU(x)}{dx}$$

I 3 dimensioner: $$F_x = -\frac{dU(x)}{dx} \qquad F_y = -\frac{dU(y)}{dy} \qquad F_z = -\frac{dU(z)}{dz}$$

I vektorform: $$\overline{F} = -\left(\frac{\delta U}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta U}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta U}{\delta z}\hat{k} \right) = -\overline{\nabla} U$$

$\frac{\delta U}{\delta x}$ partialderivata

nabla

Exempel

Vi fick tidigare att den potentiella gravitationsenergin vid jordytan är U = mgy.

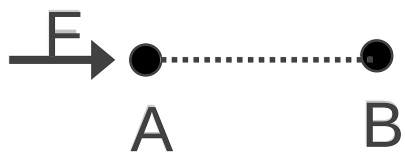
Beräkna gravitationskraften utgående från denna potential

$$\overline{F} = -\overline{\nabla} U = -\overline{\nabla}(mgy) = -\left(\frac{\delta}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta}{\delta z}\hat{k}\right)(mgy)$$

$$= -\left(\frac{\delta(mgy)}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta(mgy)}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta(mgy)}{\delta z}\hat{k}\right) = -mg\left(\frac{\delta y}{\delta x}\hat{i} + \frac{\delta y}{\delta y}\hat{j} + \frac{\delta y}{\delta z}\hat{k}\right)$$

$$= \underline{\underline{-mg\hat{j}}}$$

Kinetisk energi



Arbete att förflytta ett objekt från punkt A till B

$$W_{A\to B} = \int_A^B \bar{F} \bullet d\bar{s} = \int_A^B m\bar{a} \bullet d\bar{s}$$

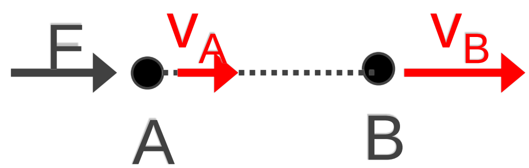
$$= m\int_A^B \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet d\bar{s} = m\int_A^B \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet \frac{d\bar{s}}{dt}\,dt$$

$$= m\int_A^B \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet \bar{v}\,dt = m\int_A^B \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(v^2\right)dt$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet \bar{v} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(v^2\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(v^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\bar{v} \bullet \bar{v}\right) = \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet \bar{v} + \bar{v} \bullet \frac{d\bar{v}}{dt} = 2\frac{d\bar{v}}{dt} \bullet \bar{v}$$

Kinetisk energi



Arbete att förflytta ett objekt från punkt A till B

$$W_{A\to B} = \int_A^B \bar{F} \bullet d\bar{s} = \int_A^B m\bar{a} \bullet d\bar{s} = m\int_A^B \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet d\bar{s} = m\int_A^B \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet \frac{d\bar{s}}{dt}\,dt$$

$$= m\int_A^B \frac{d\bar{v}}{dt} \bullet \bar{v}\,dt = m\int_A^B \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(v^2\right)dt = \frac{1}{2}m\int_A^B d\left(v^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}m \Big/_A^B v^2 = \frac{1}{2}m\left(v_B^2 - v_A^2\right)$$

$W_{A\to B} > 0 \;\rightarrow\; v_B > v_A$

$W_{A\to B} = 0 \;\rightarrow\; v_B = v_A$

$W_{A\to B} < 0 \;\rightarrow\; v_B < v_A$

$$\Rightarrow \quad W_{A\to B} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

Positivt arbete på kroppen ökar termen: $\frac{1}{2}mv^2$

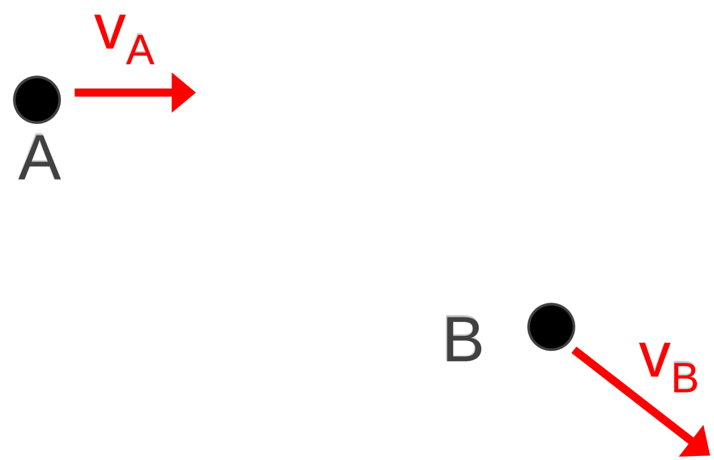
Totala mekaniska energin

Konservativt kraftfält: $W_{A\to B} = \int_A^B \bar{F} \bullet d\bar{s} = U(\bar{r}_A) - U(\bar{r}_B)$

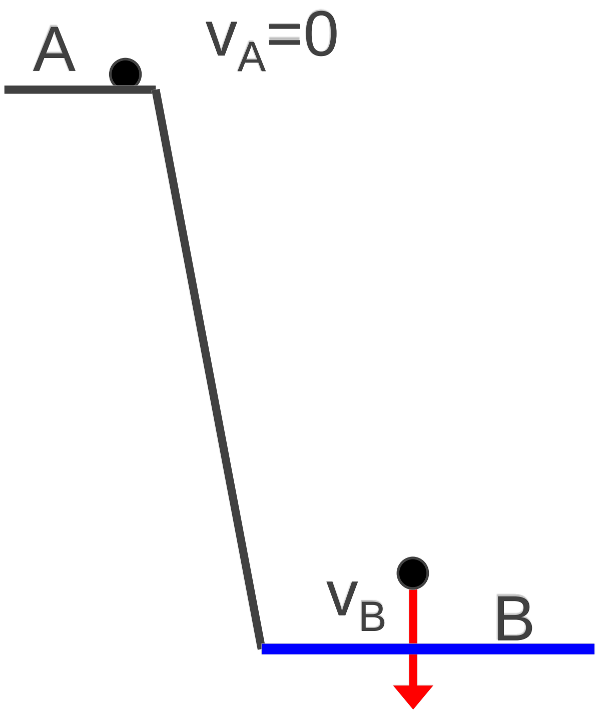
➡ Totala mekaniska energin är konstant

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv_A^2 + U(\bar{r}_A) = \frac{1}{2}mv_B^2 + U(\bar{r}_B)$$

K: Kinetisk energi
U: Potentiell energi



Dykarna vid Acapulco dyker från t.o.m. 36 m höga klippor I havet för att få pengar av turisterna. Med vilken fart träffar en dykare vattnet från begynnelsehöjden är 36 m över havet?



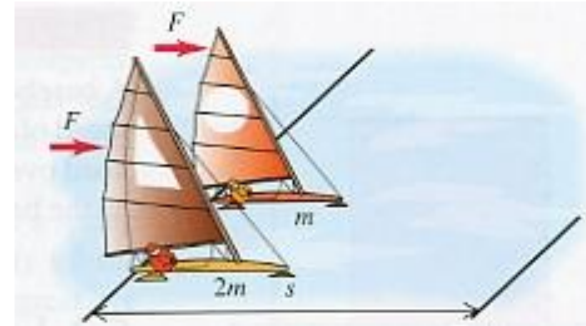
$$Energi = K_A + U_A = 0 + mgh$$

$$= K_B + U_B = \frac{1}{2} m v_B^2 + 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_B^2 = mgh$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} \approx \underline{\underline{26\,\mathrm{m/s}\,(\sim 94\,\mathrm{km/h})}}$$

Två issegelbåtar har identiska skrov och seglar, men den ena isbåten har massan **m** och den andra är dubbelt så tung **2m**.
De startar samtidigt från startlinjen och målet är raka sträckan *s* från startlinjen.
a) Vilken isbåt kommer först i mål?
b) Vilken isbåt har större kinetisk energi då den korsar mållinjen?



$$F = ma \qquad a = \frac{F}{m}$$ Samma F

Isbåt 1: $a_1 = F/m$

$a_1 > a_2$ isbåt 1 först i mål

Isbåt 2: $a_2 = F/(2m)$

Kinetisk energi:

	Start	Mål
Isbåt 1:	0	$\frac{1}{2}mv_1^2$
Isbåt 2:	0	$\frac{1}{2}2mv_2^2$

Behöver inte räknas

Mekaniska arbete W=Fs som vinden gör på båda isbåtarna samma ⇒

Samma kinetiska energin vid mållinjen