5. Krafter från rörelse (Voimien määritys liikkeestä)

Lärandemål:

- Kunna identifiera alla krafter som påverkar ett system
- Kunna bestämma obekanta 3D krafter på ett system vars rörelse man vet
- Kunna analysera krökt rörelse matematiskt och kunna relatera de parallella och vinkelräta komponenterna av $d\bar{p}/dt$ till summakraften som påverkar ett system

Du kör en Lamborghini Countach 2 med en fart av 200 km/h och passerar en Lada som kör i 80 km/h

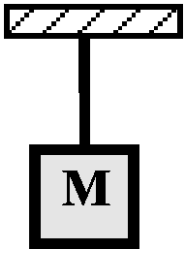
Vilkendera bilen påverkas av en större summakraft?

Likformig rörelse (statik, tasapainooppi)

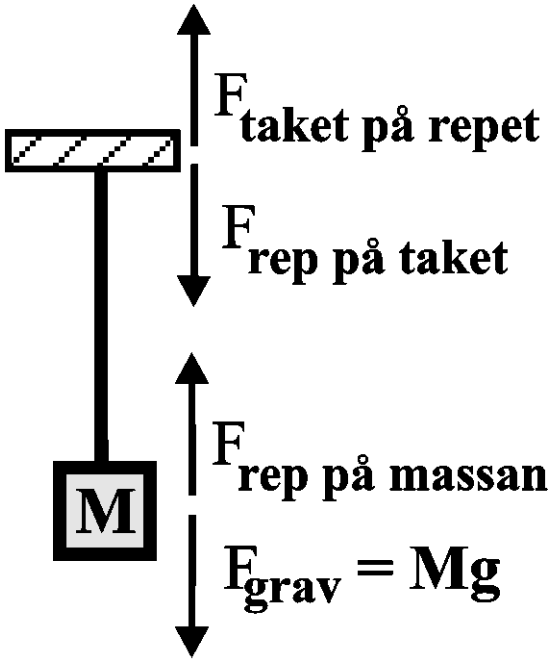
Ifall systemet står stilla, och inte skall börja röra på sig, eller systemets hastighet är konstant, måste:

$$\frac{d\overline{p}}{dt} = \overline{F} = < 0,0,0 >$$

En massa **M** hänger i ett masslöst rep. Bestäm kraften på massan som repet åstadkommer.
Vad är spänningskraften på repet vid högsta punkt?

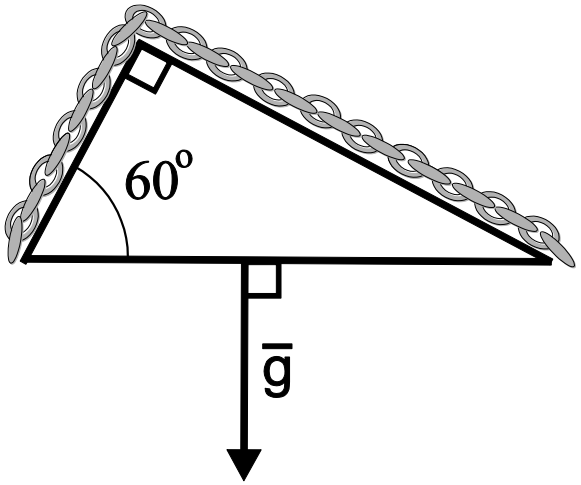


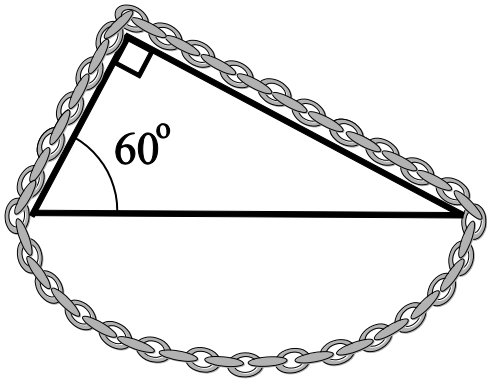
En massa **M** hänger i ett masslöst rep.
Bestäm kraften på massan som repet åstadkommer.
Vad är spänningskraften på repet vid högsta punkt?



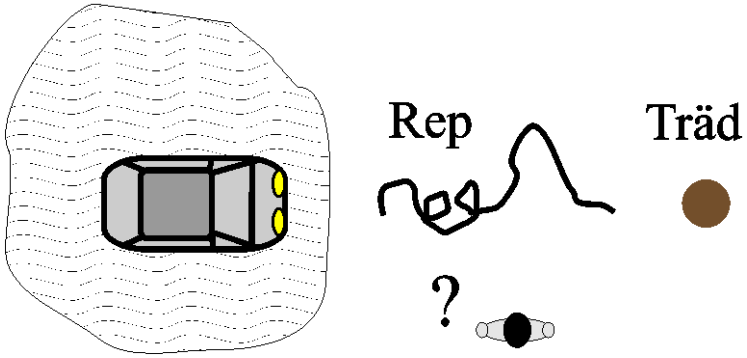
Hur ändrar situationen ifall repets massa inte är försumbar?
Anta att repets massa är **m**

Betrakta bilden till höger:
Ifall kedjan kan röra sig friktionsfritt, så kommer den att glida till vänster eller höger, eller kommer den att stå stilla?
Enda krafterna som påverkar kedjan är gravitationskraften g och normalkrafterna från triangeln

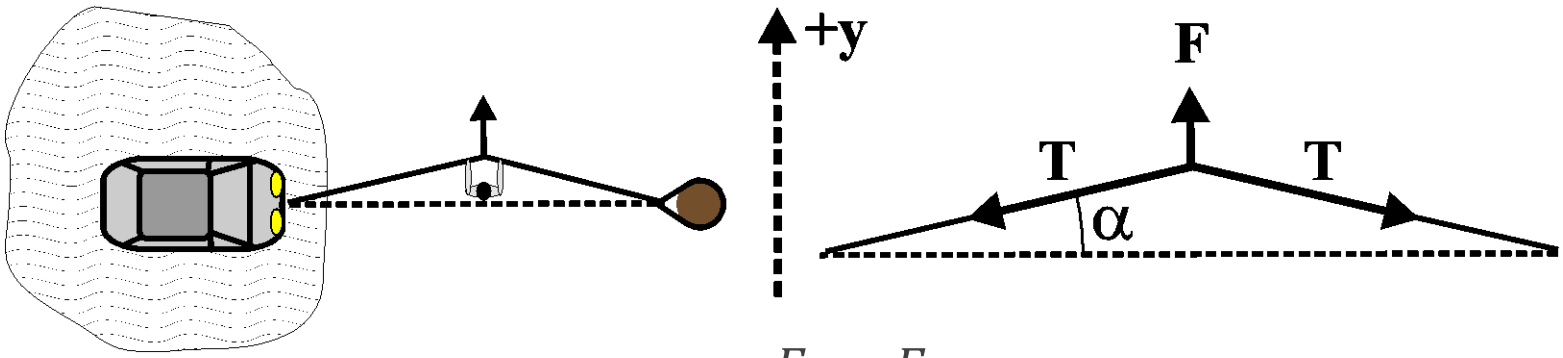




En person vars bil har fastnat i lera försöker ensam dra upp bilen med ett rep. Nära till bilen finns ett stort träd.



Hur skall hen göra för att maximera dragkraften på bilen?



Y-komponenterna av krafterna:

$$F_y = F$$
$$T_{1y} = -T sin(\alpha)$$
$$T_{2y} = -T sin(\alpha)$$

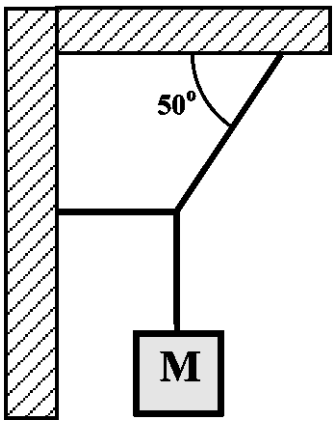
$$\rightarrow \quad F_y + T_{1y} + T_{2y} = F - 2T sin(\alpha) = 0$$

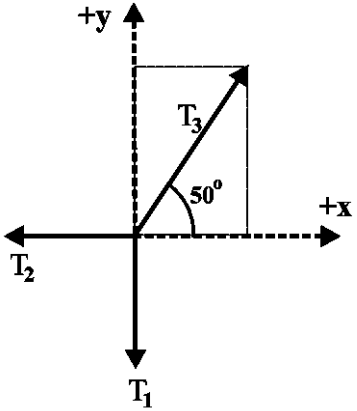
Kraften på bilen då vinkeln α är 5º och F är 1000 N

$$T = \frac{F}{2\sin(\alpha)} \sim \frac{1000\ N}{2\sin(5 \cdot \pi/180)} \sim \underline{5740\ N\ (\sim 590\ kg\ !)}$$

Betrakta situationen där en massa M hänger i masslösa rep

1) Bestäm alla spänningskrafterna T_1, T_2 och T_3
2) Vilket rep har den största spänningskraften?
3) Var på väggen borde man fästa rep 2 så att ingen av spänningskraften på repen överskrider Mg?





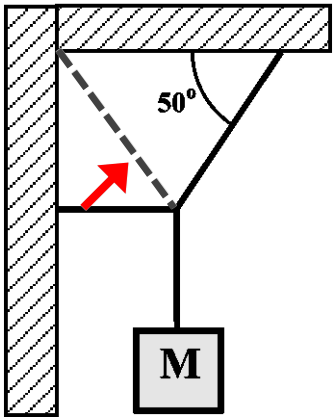
y: $T_1 = Mg$

x: $T_3 \cos(50) + (-T_2) = 0$

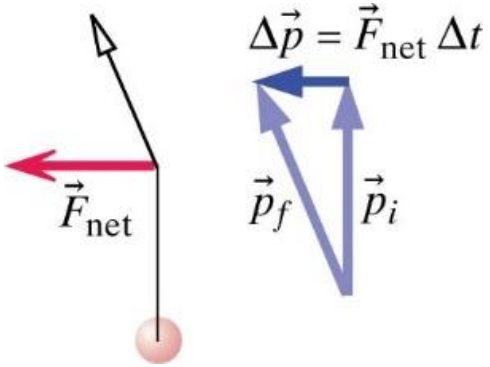
y: $T_3 \sin(50) + (-T_1) = 0$

$\rightarrow$ $T_2 \approx 0.84Mg$

$T_3 \approx 1.31Mg$

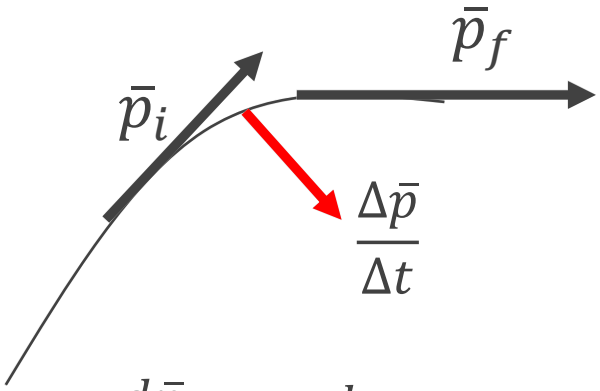


$d\bar{p}/dt$ för krökt rörelse



För krökt rörelse är $d\bar{p}/dt$ alltid mot insidan av krökningen

Parallella och vinkelräta delen av $d\bar{p}/dt$



$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt}_{\parallel} + \frac{d\bar{p}}{dt}_{\perp}$$

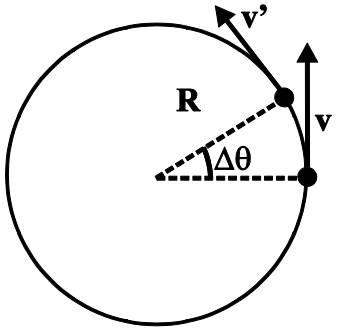
$$\frac{d\bar{p}}{dt}_{\parallel} = \frac{dp}{dt}\hat{p} = \bar{F}_{sum}{}_{\parallel}$$

$$\frac{d\bar{p}}{dt}_{\perp} = p\frac{d\hat{p}}{dt} = \bar{F}_{sum}{}_{\perp}$$

Notation: $p = |\bar{p}|$

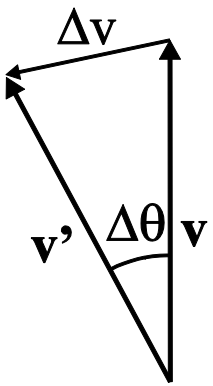
$$\bar{p} = p\hat{p} \Rightarrow \frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{dp}{dt}\hat{p} + p\frac{d\hat{p}}{dt}$$

Cirkelrörelse med konstant hastighet (ympyräliike vakionopeudella)



I cirkelrörelse med konstant tangentiell hastighet ändras hastighetens riktning hela tiden

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} \neq 0 \longrightarrow$$ Kroppen är i accelererad rörelse



Ifall vinkeln Δθ är liten får vi $\Delta\theta \approx \sin(\Delta\theta) \approx \frac{\Delta v}{v}$

vilket ger $|dv| = |v| d\theta$

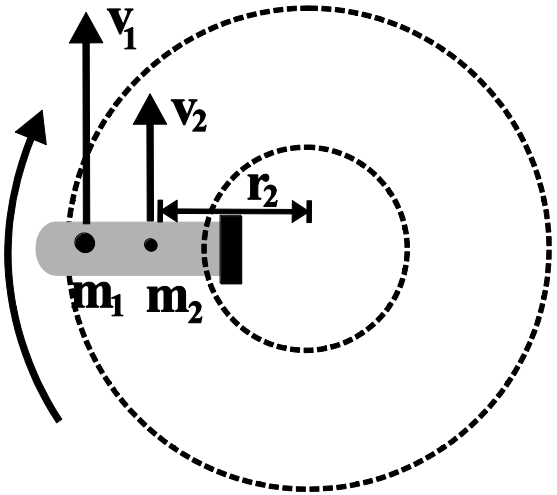
Riktningen är alltid mot centrum, och **centripetalaccelerationen** blir

$$|a| = \frac{|dv|}{dt} = v\frac{d\theta}{dt} = v \cdot \omega \boxed{= \frac{v^2}{R}}$$

$$\boxed{\frac{d\bar{p}}{dt}_{\perp} = \bar{F}_{sum\perp} = \frac{mv^2}{R}}$$

Exempel

I bl.a. kemi och biologi använder man en **centrifug** för att separera partiklar eller molekyler med olika massa

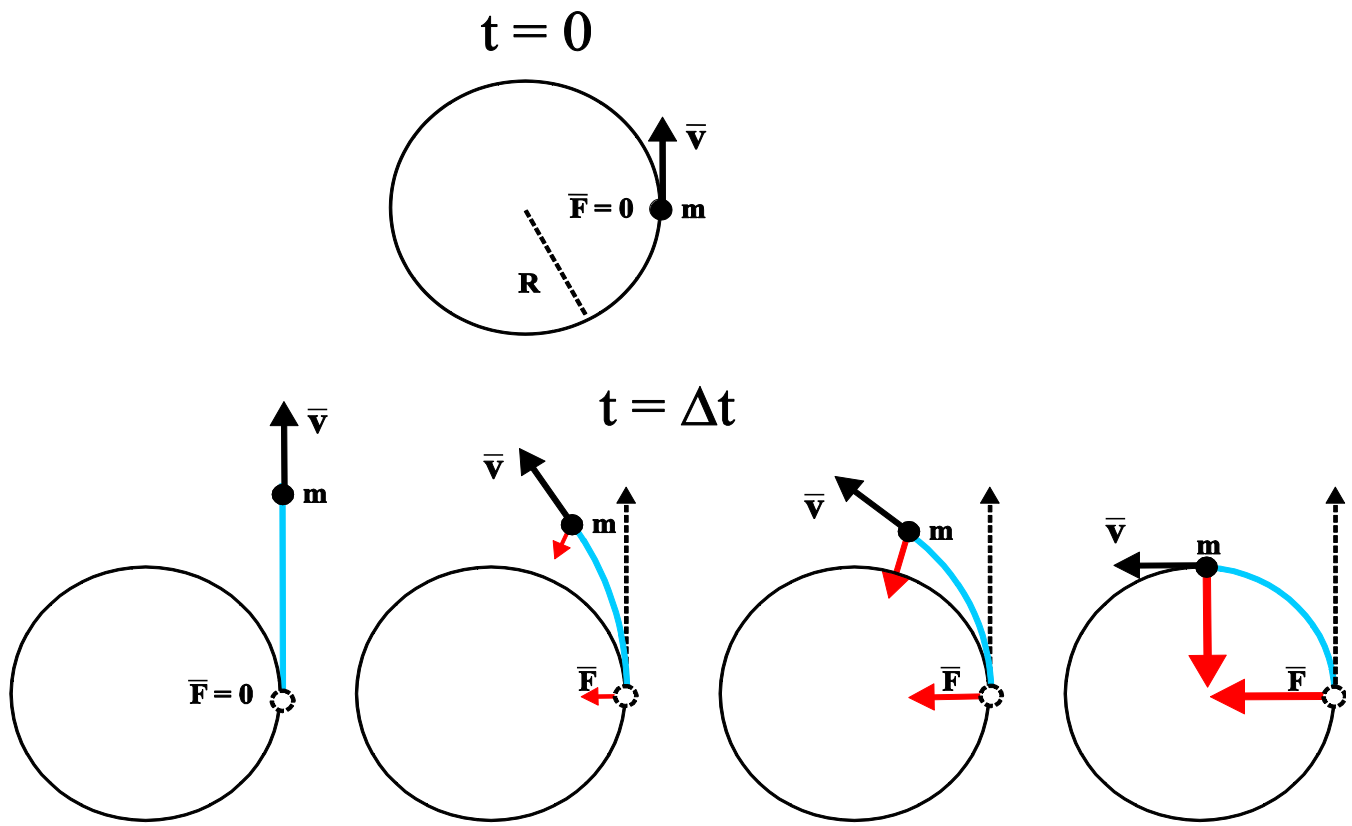


Partiklarna blir i den bana med radie **r**, där centripetalkraften mv^2/r motsvarar den motkraft som vätskan upprätthåller

Vid höga hastigheter och långa tider, så kan inte vätskan helt upprätthålla motkraften:

→ Partiklarna driver sakta mot tubens botten och **sedimenteras** där

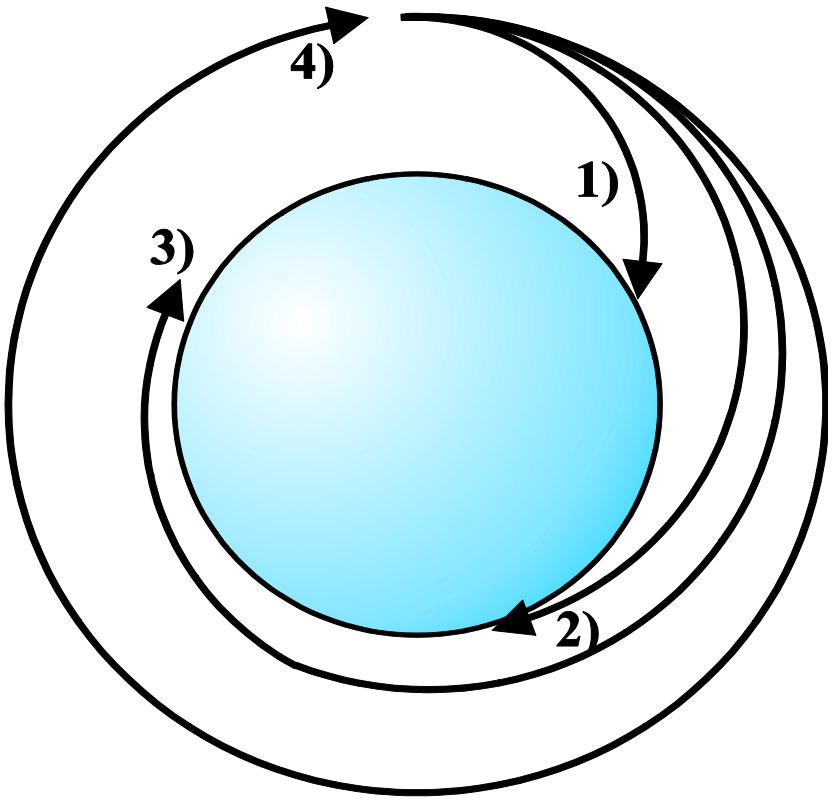
Cirkelrörelsens dynamik



Centripetal-acceleration:

$$F = 0 \qquad F \ll m\frac{v^2}{R} \qquad F < m\frac{v^2}{R} \qquad F = m\frac{v^2}{R}$$

Kaströrelse på en planet utan atmosfär: Begynnelsehastighet v

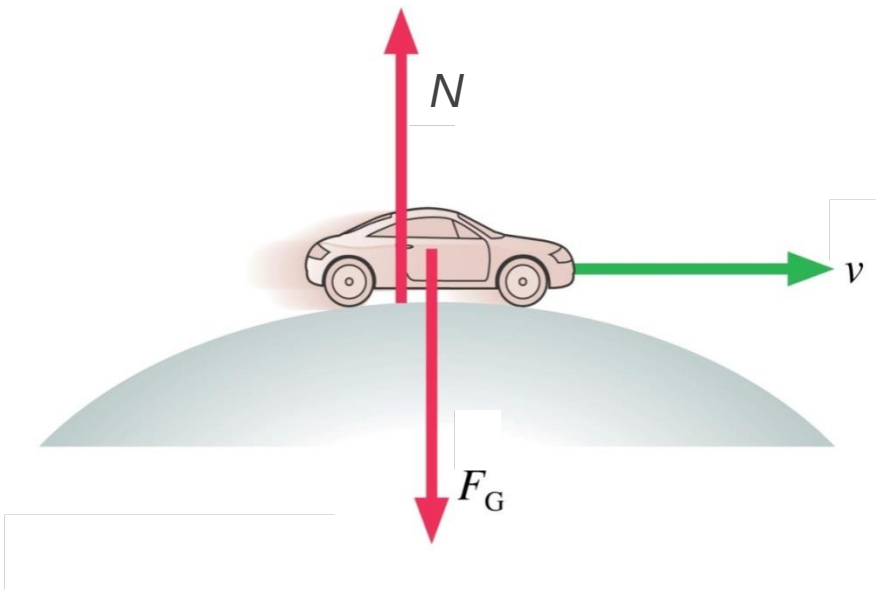


$$v_1 < v_2 < v_3 < v_4$$

Konstant
Gravitationskraft
F = mg

$$F > m\frac{v_3^2}{R}$$

$$F = m\frac{v_4^2}{R}$$



En bil vars bensitank är slut rullar över en kulle med hastigheten *v*. Vid detta ögonblick,

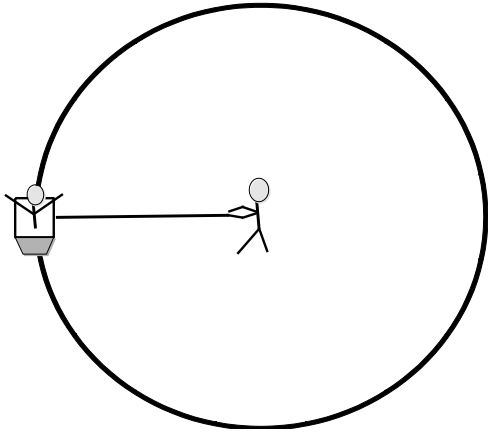
A) $N > F_G$

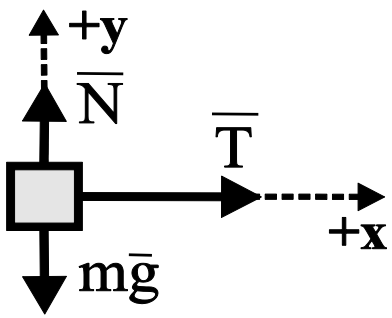
B) $N < F_G$

C) $N = F_G$

D) Vi kan inte bestämma *N* utan att veta *v*

En energetisk far sätter sitt barn (25 kg) och sitta i en släda som väger 5 kg. Mellan släden och fadern har vi ett rep. Avståndet mellan släden och fadern är 4.0 m (rep + armarna). Fadern snurrar nu barnet runt i en ring. Vad är den största farten som släden kan få ifall maximikraften som fadern kan hålla är 500 N? Hur många varv per minut snurrar barnet? Vilka krafter påverkar slädan? Anta att ingen friktion finns mellan släden och snön.





$$x: \sum F_x = T = m\frac{v^2}{R}$$

$$y: \sum F_y = N - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg$$

På en minut: 8.165 m/s 60 s

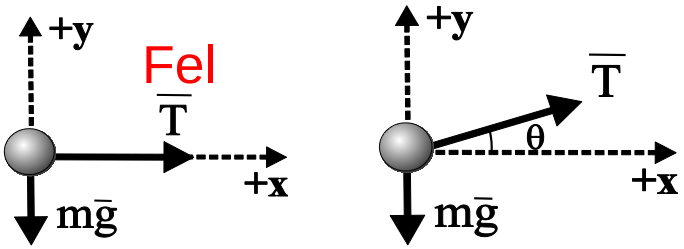
Ett varv: 2π*4 m

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{RT}{m}} \approx \sqrt{\frac{4\text{ m } 500\text{ N}}{30\text{ kg}}}$$

$$= \sqrt{\frac{4\text{ m } 50\text{ kgm/s}^2}{3\text{ kg}}} \approx \underline{\underline{8.165\text{ m/s } (\sim 29\text{ km/h})}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\text{varv}}{\text{min}} = \frac{8.165 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot 4} \approx \underline{\underline{19.5}}$$

David placerar en 2 kg tung sten i ändan av ett rep som är 1.5 m långt (stenslunga). Han börjar rotera stenen över sitt huvud.
Vad är farten med vilken stenen slungas iväg ifall spänningskraften i repet just innan stenen lämnar slungan är 200 N?



$$x: \sum F_x = T\cos(\theta) = m\frac{v^2}{R}$$

$$y: \sum F_y = T\sin(\theta) - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin(\theta) = \frac{mg}{T}$$

$$\Rightarrow \quad \theta \approx \sin^{-1}\left(\frac{2\text{ kg } 9.8\text{ m/s}^2}{200\text{ N}}\right) \approx 0.0982\text{ rad } (\sim 5.6^\circ)$$

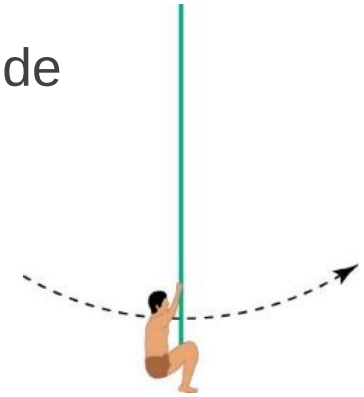
$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{T\cos(\theta)R}{m}} = \sqrt{\frac{T\cos^2(\theta)L}{m}} \approx \underline{\underline{12.189\text{ m/s } (\sim 44\text{ km/h})}}$$

$$R = L\cos(\theta)$$

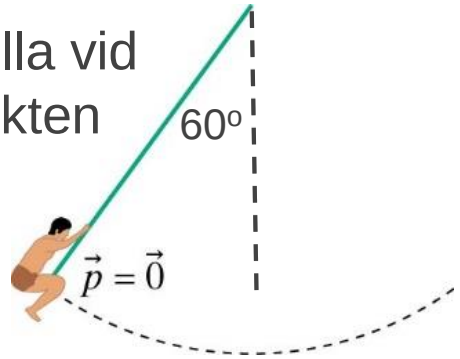
Tarzan gungar i lianen (g = 9.8 N/kg, lianens längd = 8 m, m = 90 kg)

Vad är spänningskraften i lianen för alla situationer A) – D)?

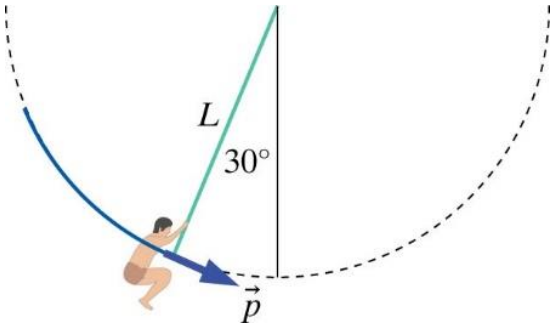
A) Stilla hängande i lianen



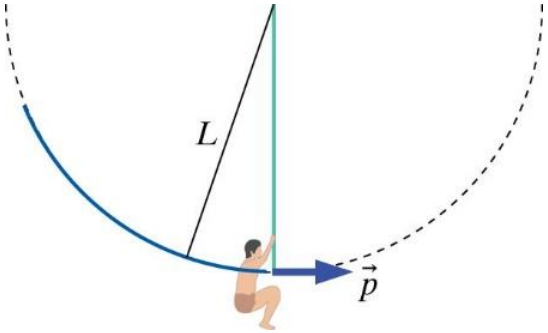
B) Momentant stilla vid vändningspunkten



C) Vid vinkel 30° med farten 11.1 m/s



D) Lägsta punkten med farten 12.0 m/s



Svar: A) ~882 N, B) ~441 N, C) ~2150 N, D) ~2502 N

Lärandemål:

- Kunna identifiera alla krafter som påverkar ett system
- Kunna bestämma obekanta 3D krafter på ett system vars rörelse man vet
- Kunna analysera krökt rörelse matematiskt och kunna relatera de parallella och vinkelräta komponenterna av $d\bar{p}/dt$ till summakraften som påverkar ett system