3. Fundamentala Krafter

Lärandemål:

- Kunna räkna 3D gravitations och elektriska kraften på en kropp från omgivande objekt
- Kunna iterativt för hand eller dator beräkna rörelsen för en kropp som påverkas av gravitations eller elektriska krafter
- Kunna analysera enkla kollisioner genom att använda rörelsemängdsprincipen

Fundamentala Krafter

För tillfället vet vi av bara fyra olika fundamentala krafter i universum:

- **Gravitationskraften**
- **Elektromagnetiska kraften**
  - Orsaken till att elektronerna och atomkärnorna bildar neutrala atomer
  - Grundläggande växelverkan bakom det att atomerna binds till varandra → all materialfysik och kemi
- **Starka växelverkan**, orsak till att atomkärnorna hålls ihop
- **Svaga växelverkan**, spelar roll vid sönderfall av atomkärnor

Den starka och svaga växelverkningen kan man bara iaktta på mycket små avstånd.

De tre sistnämnda krafterna kombineras till en enda (mycket komplicerad) kraft i den så kallade standardmodellen för partikelfysiken.

Gravitationslagen

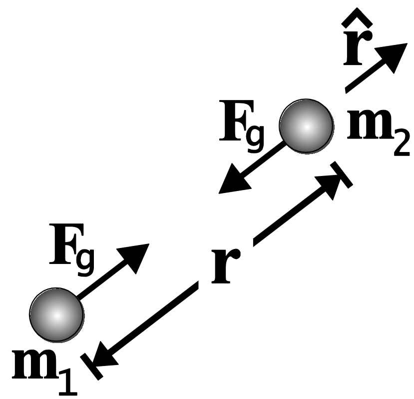
Isaac Newtons berömda gravitationslag (1687)

Mellan alla materiepartiklar i universum finns det en attraktiv kraft som är proportionellt till produkten av massorna och inverst proportionellt till massornas avstånd i kvadrat

$$\boxed{\left|\bar{F}_g\right| = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

I vektorform

$$\boxed{\bar{F}_g = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}}$$



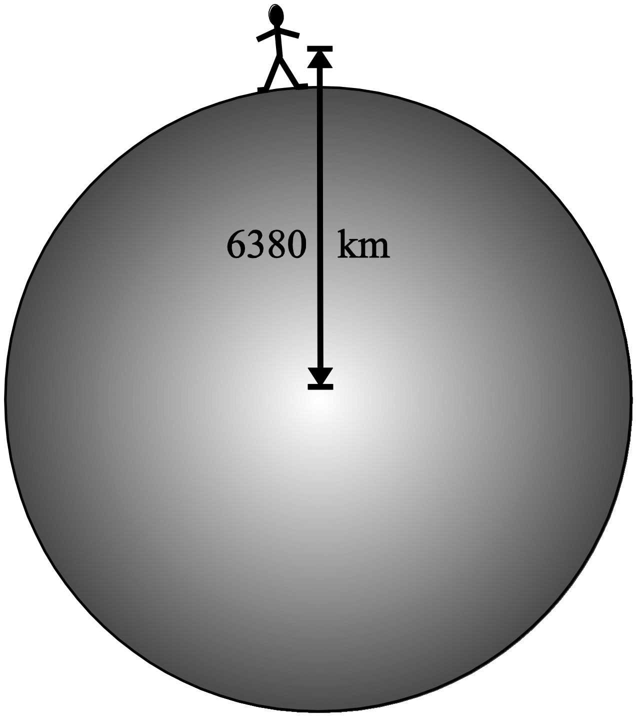
Gravitationskonstanten: $G \approx 6.673x10^{-11}\,Nm^2/kg^2$

Gravitationslagen

$$\left|\overline{F}_g\right| = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

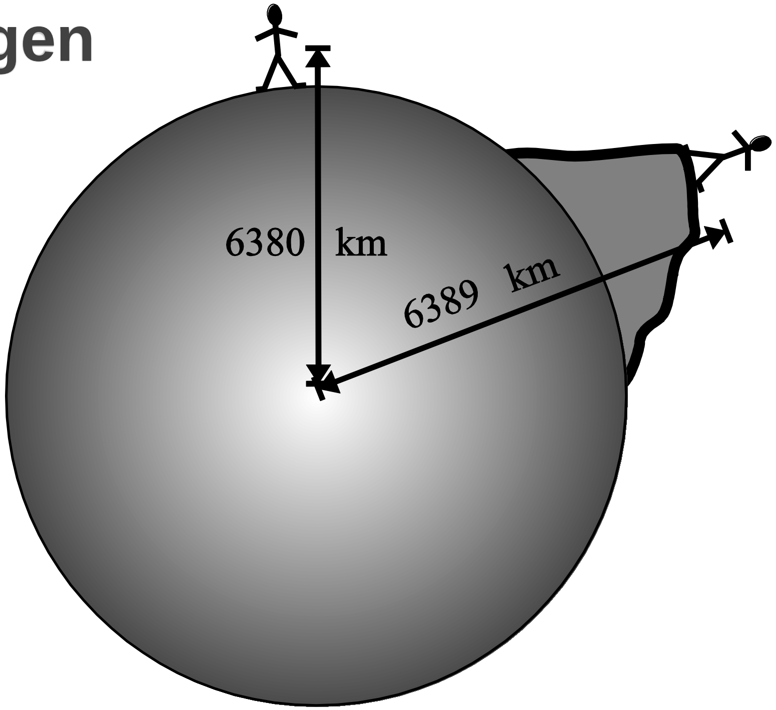
Gravitationskraft	m_1 (kg)	m_2 (kg)	r (m)	N = kg m/s^2
Mellan solen och jorden	1.99×10^{30}	5.98×10^{24}	1.50×10^{11}	3.5×10^{22}
Mellan månen och jorden	7.34×10^{22}	5.98×10^{24}	3.84×10^{8}	2.0×10^{20}
Mellan människa och jorden (på jordytan)	70	5.98×10^{24}	6.38×10^{6}	686
Mellan två människor	70	70	1.00	3.3×10^{-7}
Mellan en proton och elektron i en väteatom	1.67×10^{-27}	9.11×10^{-31}	5.29×10^{-11}	4×10^{-47}

Gravitationslagen



	Avstånd mellan masscentrum (km)	Gravitationskraften mellan människa och jorden N
På jordytan	**6380**	**685.9362**

Gravitationslagen

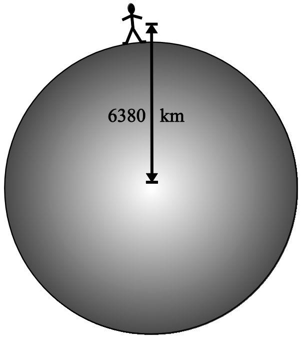


	Avstånd mellan masscentrum (km)	Gravitationskraften mellan människa och jorden (N)	
På jordytan	**6380**	**685.936**	
På Mount Everest	**6389**	**684.005**	**-0.28 %**
Satellit (300 km)	**6680**	**~ 621**	**- 10 %**

Gravitationslagen

$$G \approx 6.673x10^{-11}\, Nm^2/kg^2 \qquad \left|\bar{F}_g\right| = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Gravitationskraften på massa **m** på jordytan



$$F_{\text{jordytan}} = G\frac{M_J m}{R_J^2}$$

$$= m\left[\frac{GM_J}{R_J^2}\right] = mg$$

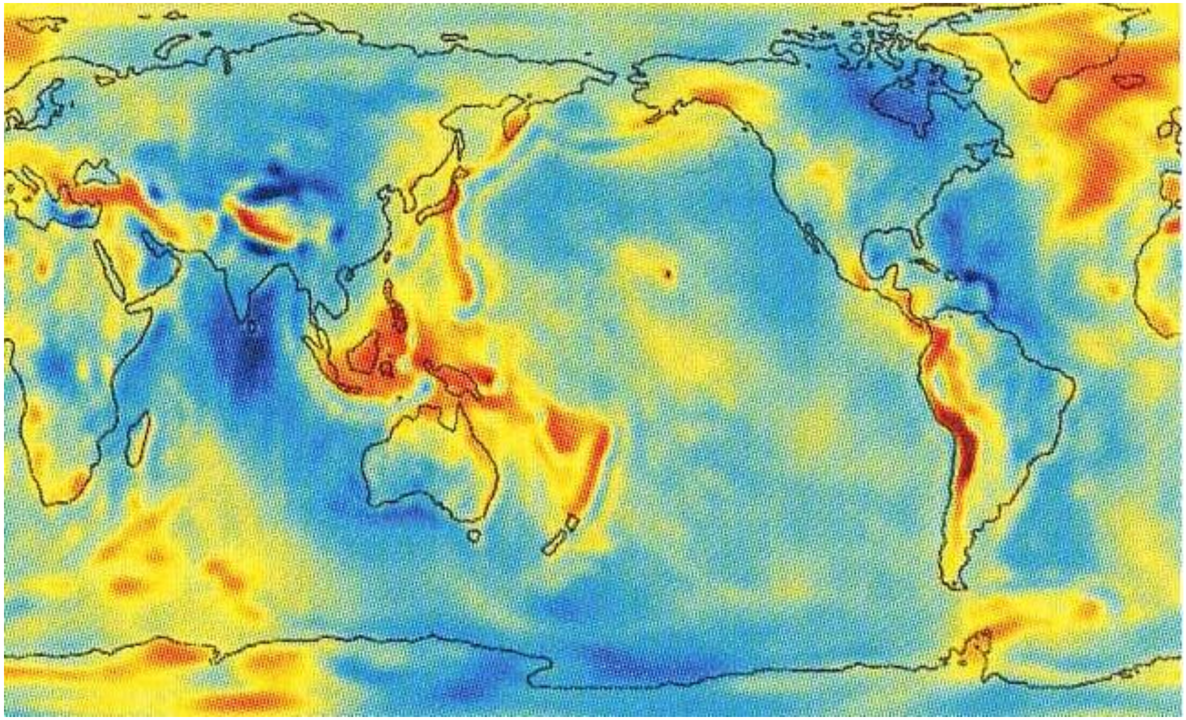
$M_J \sim 5.98x10^{24}$ kg

$R_J \sim 6.38x10^{6}$ m

där $$g = \frac{GM_J}{R_J^2} = \frac{6.673x10^{-11}\, Nm^2 kg^{-2} \cdot 5.98x10^{24}\, kg}{\left(6.38x10^{6}\right)^2 m^2}$$

$$\approx 9.8\, N\cdot kg^{-1} = 9.8\frac{kg\cdot m}{s^2}\cdot kg^{-1} = 9.8\frac{m}{s^2}$$

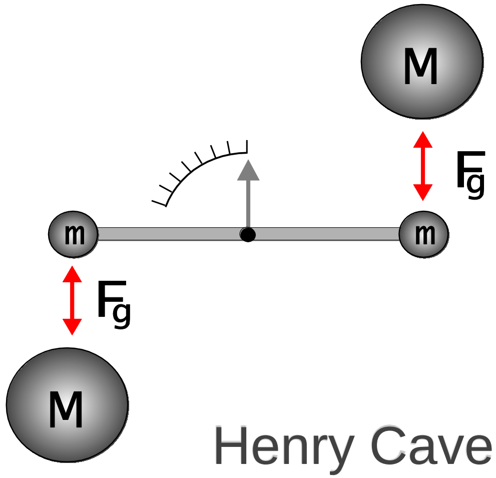
$$\Rightarrow \boxed{F_{\text{jordytan}} = mg}$$



Gravitationsaccelerationen **g** på jordytan varierar beroende på var man befinner sig på jorden
(röda platser ha lite större gravitation, blåa lite mindre)
Variationerna är små ca. 0.001 m/s^2

$$\left|\overline{F}_g\right| = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Hur får man G?



Henry Cavendish

$$\Rightarrow \quad G \approx 6.673x10^{-11}\, Nm^2 / kg^2$$

$$F_{\text{jordytan}} = G\frac{M_J m}{R_J^2} = m\left[\frac{GM_J}{R_J^2}\right] = mg$$

$$\Rightarrow \quad M_J = \frac{gR_J^2}{G}$$

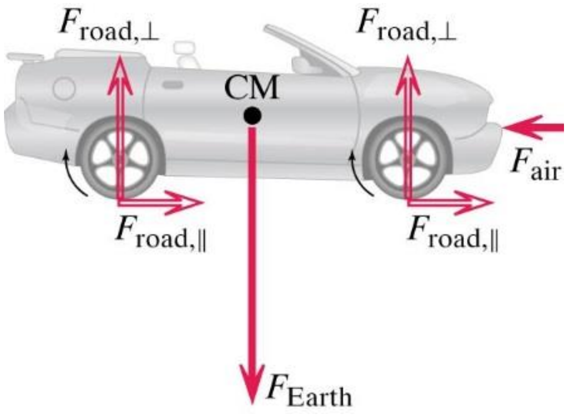
$R_J \sim 6.38x10^6$ m

$M_J \sim 5.98x10^{24}$ kg !!

Grupparbete

En bil med massan 1500 kg accelererar från 0 till 100 km/h på 3 sekunder.

- Rita alla kraftvektorer som påverkar bilen
- Vad är medelkraften på bilen under accelerationen? (två olika sätt att räkna)



$$\frac{\Delta \bar{P}}{\Delta t} = \bar{F}$$

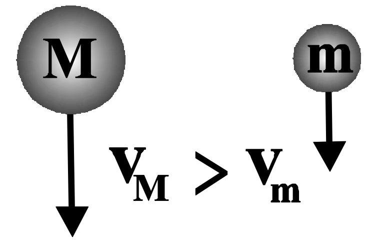
$$\bar{F} = m\bar{a}$$

Tankeexperiment (ajatuskoe)

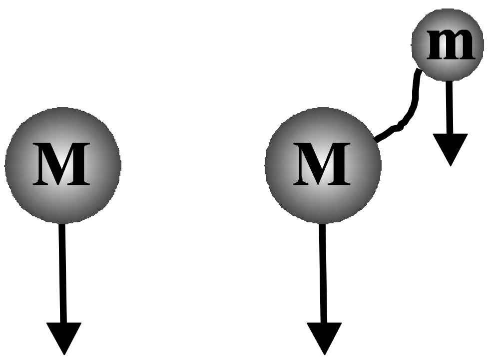
Inte till tenten

Fråga: Faller alla massor lika snabbt nära jordytan i vakuum?

Vi gör antagandet (oletus) att den större massan **M** faller snabbare är den lilla



Detta antagande innebär (tarkoittaa) att en ännu större massa **M+m** borde falla ännu snabbare



Den lilla massan **m** retarderar nu massa **M**s fallande i systemet **M+m**, vilket leder till att systemet **M+m** faller långsammare än **M** ensam

Men detta motsäger (on ristiriidassa) antagandet att **M+m** faller snabbare än **M**

Begynnelseantagandet att en större massa faller snabbare än en mindre är osant

$\boxed{\text{Alla massor faller lika snabbt i vakuum}}$

Gravitationslagen

Hur kunde Newtons gravitationslag förklara planetrörelsen?

På basen av noggranna mätningar av Tycho Brahe, framlade Johannes Kepler i början av 1600 talet tre lagar om planetrörelse av vilka en var:

Förhållandet mellan planeternas omloppstid i kvadrat dividerat med deras medelavstånd upphöjt till tre är konstant för alla planeter

Planet	Omlopps-tid (s)	Medel avstånd från solen (m)	**T^2/R^3 (s^2/m^3)**
Jorden	3.16×10^{7}	1.496×10^{11}	2.977×10^{-19}
Mars	5.93×10^{7}	2.278×10^{11}	2.975×10^{-19}

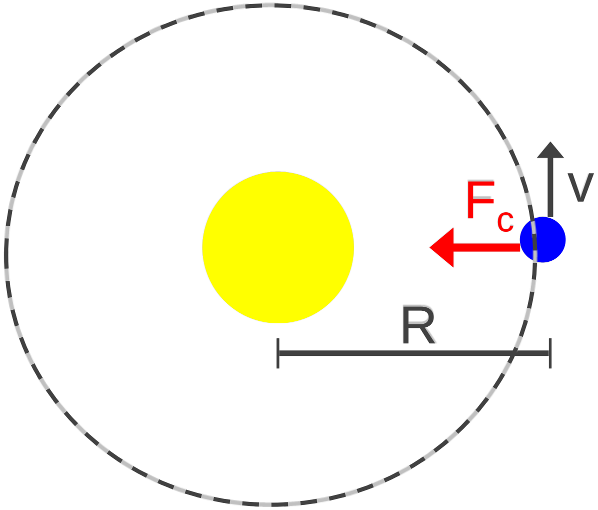
Gravitationslagen

Planet	Period (år)	Medel avstånd från solen (au)	T^2/R^3 ($år^2/au^3$)
Merkurius	0.24	0.39	0.98
Venus	0.62	0.72	1.01
Jorden	1.00	1.00	1.00
Mars	1.88	1.52	1.01
Jupiter	11.8	5.20	0.99
Saturnus	29.5	9.54	1.00
Uranus	84.0	19.18	1.00
Neptunus	165	30.06	1.00

1 au = astronomisk enhet (medelavståndet från solen till jorden) = 1.4957×10^{11} m

1 år = Omloppstiden för jorden att kretsa ett varv runt solen = 3.156×10^{7} s

Gravitationslagen



Newton: $$F_g = G\frac{M_s M_p}{R^2}$$

Centripetal-kraft $$F_c = M_p \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow \quad G\frac{M_s M_p}{R^2} = M_p \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad G\frac{M_s}{R} = v^2$$

För en nära cirkulär bana är: $$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \quad \Rightarrow \quad G\frac{M_s}{R} = \left(\frac{2\pi \cdot R}{T}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad G\frac{M_s}{R} = 4\pi^2 \frac{R^2}{T^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s}$$

Newtons gravitationslag förklarar planetrörelsen!

Andromeda galaxen med dess ca 10^{12} stjärnor följer inte dynamiken som Newtons gravitationslag förutspår

https://earthsky.org/astronomy-essentials/earths-night-sky-milky-way-andromeda-merge

https://earthsky.org/astronomy-essentials/earths-night-sky-milky-way-andromeda-merge

- First row, left: Present day.
- First row, right: In 2 billion years the disk of the approaching Andromeda galaxy is noticeably larger.
- Second row, left: In 3.75 billion years Andromeda fills the field of view.
- Second row, right: In 3.85 billion years the sky is ablaze with new star formation.
- Third row, left: In 3.9 billion years, star formation continues.
- Third row, right: In 4 billion years Andromeda is tidally stretched and the Milky Way becomes warped.
- Fourth row, left: In 5.1 billion years the cores of the Milky Way and Andromeda appear as a pair of bright lobes.
- Fourth row, right: In 7 billion years the merged galaxies form a huge elliptical galaxy, its bright core dominating the nighttime sky.

En satellit kretsar kring jorden med konstant fart. Satellitens höjd över havet är samma som jordens radie.

Hur stor är gravitationsaccelerationen på satelliten?

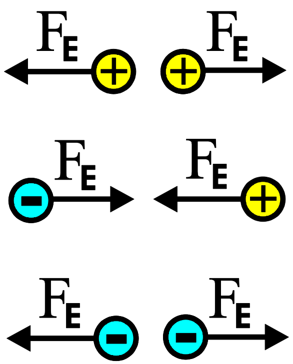
g är gravitationsaccelerationen på jordytan (~9.8 ms^{-2})

A) 4g
B) 2g
C) g
D) 0.5g
E) 0.25g
F) 0

Elektromagnetiska kraften (Sähkömagneettinen voima)

Från observationer från och med 1700-talet vet man följande:

- Både gravitations- och den elektriska kraften har *oändligt lång räckvidd*
- Gravitationskraften alltid *attraktiv*, men den elektriska kraften kan vara antingen *attraktiv eller repulsiv*
- Stabila partiklar kan ha en egenskap kallad *elektrisk laddning*
- Två olika sorts laddningar: Positiv eller Negativ
- **Lika** laddningar **repellerar** varandra och
  Olika laddningar **attraherar** varandra



Den elektriska kraften mellan två laddningar q_1 och q_2 på avståndet r från varandra ges av

Coulombs lag:

$$\boxed{\bar{F}_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}}$$

där ε är mediets **permittivitet**.
I vakuum har vi permittiviteten:

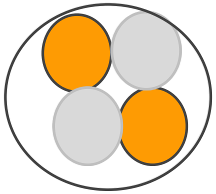
$\varepsilon_0 \approx$ 8.854x10^{-12} C/(Nm^2)

Den mest fundamentala enhetsladdningen hittar man hos en elektron och en proton:

$$\boxed{e = 1.6022 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}}$$

C (coulomb) är enheten för laddning

I en ^{4}He-atomkärna finns två protoner och två neutroner.
Kärnans storlek är ca. 1 fm (10^{-15}m), så att avståndet mellan protonerna kan antas vara samma.



$$\bar{F}_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

$$Q = e \approx 1.6 \times 10^{-19} C$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9.0 \times 10^9 \ \mathrm{Nm^2/C^2}$$

Beräkna en lägre gräns för styrkan som den **starka växelverkan** måste ha för att hålla kärnan ihop.

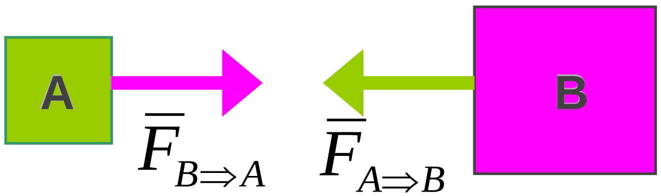
$$|F_E| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \approx \frac{1}{4\pi 8.85x10^{-12}}\frac{(1.6x10^{-19})^2}{(10^{-15})^2} \approx \underline{\underline{230\ N}}$$

Jämför med gravitationskraften mellan protonerna:

$$|F_G| = G\frac{M_1 M_2}{r^2} \approx 6.67x10^{-11}\frac{(2x10^{-27})^2}{(10^{-15})^2} \approx \underline{\underline{3x10^{-34}\ N}}$$

Krafternas ömsesidighet (vastavuoroisuus, reciprocity)

Newtons tredje lag: **Varje kraft har en motkraft som är lika stor, men i motsatt riktning**



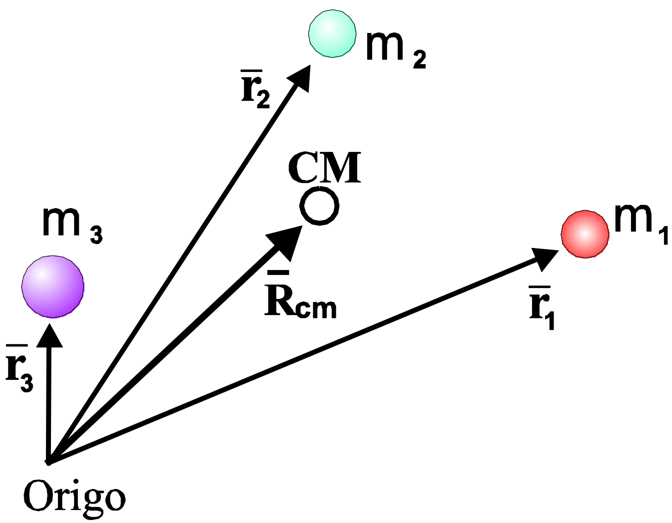
$$\boxed{\overline{F}_{A\Rightarrow B} = -\overline{F}_{B\Rightarrow A}}$$

Masscentrum

Masscentrum kallas för en punkt i rummet som är 'summamassans medelpunkt' för en samling av massor

Def:

$$\boxed{\overline{R}_{CM} = \frac{m_1\overline{r}_1 + m_2\overline{r}_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i m_i \overline{r}_i}{\sum_i m_i}}$$



$$X_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$Y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$$

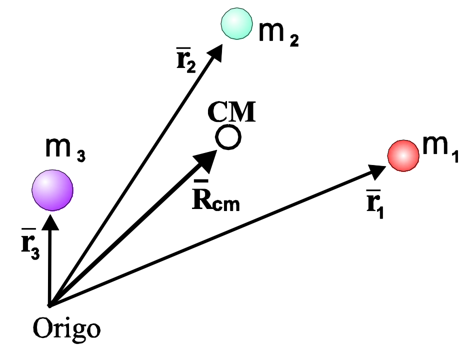
$$Z_{CM} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

Varför definiera denna storhet?

Masscentrum

Varför definiera denna storhet?

$$\bar{R}_{CM} = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{\sum_i m_i \bar{r}_i}{\sum_i m_i}$$



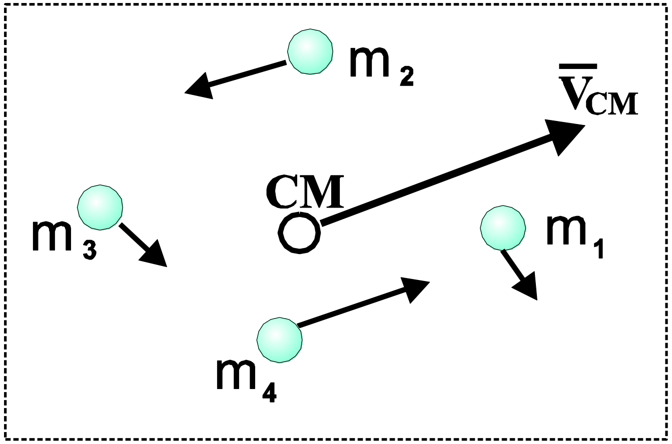
$$\sum_i m_i = M$$

Derivera som funktion av tiden

$$\bar{V}_{CM} = \frac{m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots} = \frac{m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 + \ldots}{M}$$

$$\boxed{M\bar{V}_{CM} = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2 + \ldots = \bar{P}}$$

Där P är systemets totala rörelsemängd

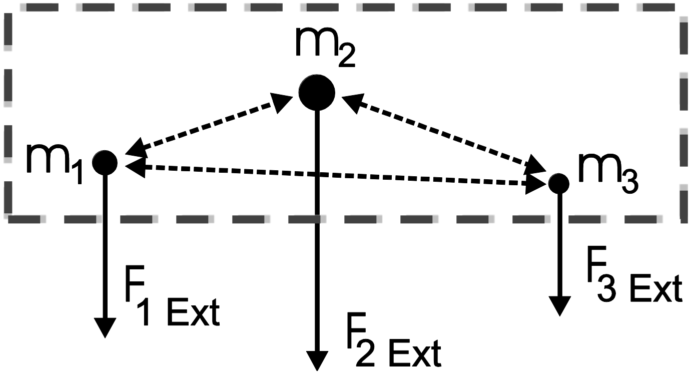


$$\boxed{M\frac{d\bar{V}_{CM}}{dt} = \frac{d\bar{P}}{dt} = \bar{F}_{EXT}}$$

Bevarande av rörelsemängd

Rörelsemängds förändringen på varje massa

$$\frac{d\overline{p}_1}{dt} = F_{1,Ext} + f_{2\to 1} + f_{3\to 1}$$
$$\frac{d\overline{p}_2}{dt} = F_{2,Ext} + f_{1\to 2} + f_{3\to 2}$$
$$\frac{d\overline{p}_3}{dt} = F_{3,Ext} + f_{1\to 3} + f_{2\to 3}$$



Totala rörelsemängds förändringen:

$$\frac{d\overline{P}}{dt} = \frac{d\overline{p}_1}{dt} + \frac{d\overline{p}_2}{dt} + \frac{d\overline{p}_3}{dt} \overset{\mathbf{N3}}{=} F_{1,Ext} + F_{2,Ext} + F_{3,Ext} = F_{EXT}$$

Newtons 3 lag:

$$f_{2\to 1} = -f_{1\to 2}$$
$$f_{3\to 1} = -f_{1\to 3}$$
$$f_{2\to 3} = -f_{3\to 2}$$

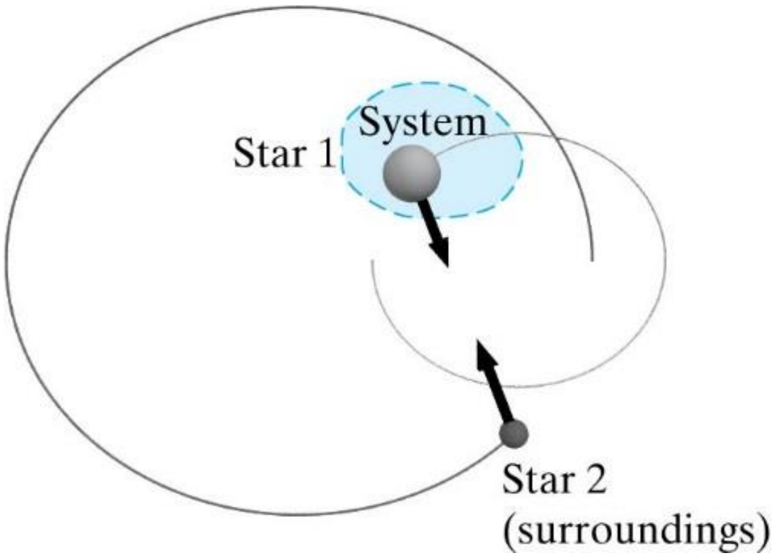
Ifall yttre krafterna för ett system är noll, alltså: $\frac{d\overline{P}}{dt} = F_{EXT} = 0$

$\Leftrightarrow$

Systemets rörelsemängd är konstant: $\overline{P} = \overline{p}_1 + \overline{p}_2 + \ldots = \sum_i \overline{p}_i$

Rörelsemängd (liikemäärä)

$$\frac{\Delta \bar{P}}{\Delta t} = \bar{F}$$



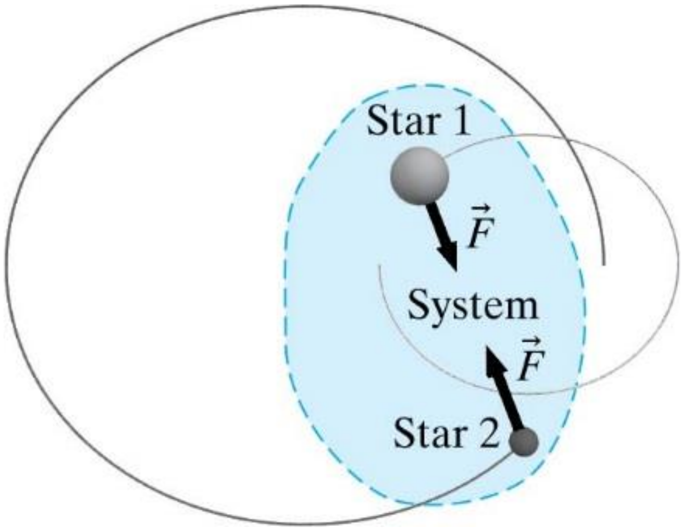
$$\Delta \bar{P}_{system} = \Delta \bar{P}_1 = \bar{F}_{på\ 1\ från\ 2} \Delta t$$

$$\Delta \bar{P}_{omgivning} = \Delta \bar{P}_2 = \bar{F}_{på\ 2\ från\ 1} \Delta t = -\Delta \bar{P}_{system}$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{P}_{omgivning} + \Delta \bar{P}_{system} = 0$$

Rörelsemängd (liikemäärä)

$$\frac{\Delta\bar{P}}{\Delta t} = \bar{F}$$



$$\Delta\bar{P}_{system} = \Delta\bar{P}_1 + \Delta\bar{P}_2 = \bar{F}_{på\ 1\ från\ 2}\Delta t + \bar{F}_{på\ 2\ från\ 1}\Delta t$$

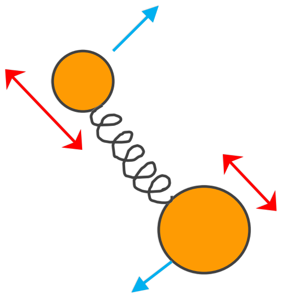
$$= \bar{F}_{på\ 1\ från\ 2}\Delta t + (-\ \bar{F}_{på\ 1\ från\ 2}\Delta t)$$

$$= (\bar{F}_{på\ 1\ från\ 2} - \bar{F}_{på\ 1\ från\ 2})\Delta t = 0$$

Två bollar med massan 0.3 kg och 0.5 kg är fast i varandra med en masslös fjäder.

Denna anordning kastas upp i luften (liten fart inget luftmotstånd) och börjar röra sig komplicerat: rotera och vibrera samtidigt.

$$\bar{g} =< 0, -9.8, 0 > \text{N/kg}$$

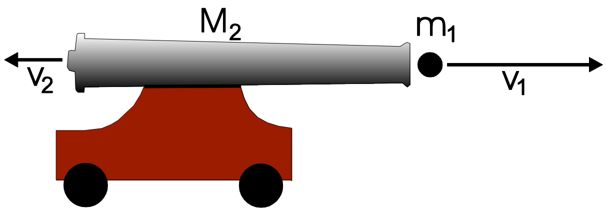


Vid ett visst ögonblick har:
0.3 kg bollen hastigheten < 4, -3, 2 > m/s och
0.5 kg bollen hastigheten < 2, 1, 4 > m/s.

- Vad är den totala rörelsemängden vid detta ögonblick?
- Vad är totala gravitationskraften på anordningen?
- Vad är den totala rörelsemängden vid 0.1 s senare tidpunkt?

En kanon vars massa är 2000 kg avfyras med en 5.9 kg kanonkula med utgångshastigheten 490 m/s. Vad blir kanonens rekylriktning och hastighet?

Rörelsemängden för systemet måste vara lika före och efter avfyrningen



Före Efter

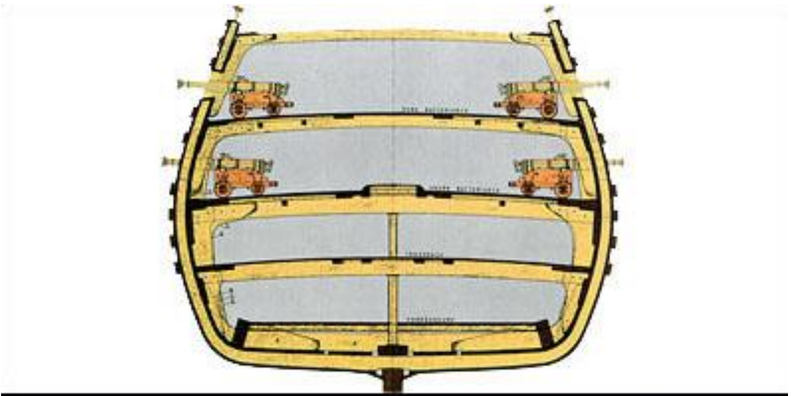
$$0 = m_1 v_1 + M_2 v_2$$

⇨ Kanonens hastighet i motsatt riktning till kulan blir:

$$v_2 = v_1 \frac{m_1}{M_2} \approx -490 \text{ m/s} \frac{5.9 \text{ kg}}{2000 \text{ kg}} \approx \underline{\underline{-1.4 \text{ m/s} \ (-5 \text{ km/h})}}$$

Under 1620-talet var Sverige i krig med Polen och 1625 beställde den svenske kungen Gustav II Adolf nya skepp. Ett av dem fick namnet Vasa

Nils Stödberg



Genomskärning av Vasa

Den 10 augusti 1628 seglade Vasa ut på sin jungfrufärd (slussen) och sjönk. 30-50 av de cirka 150 personerna som befann sig ombord avled

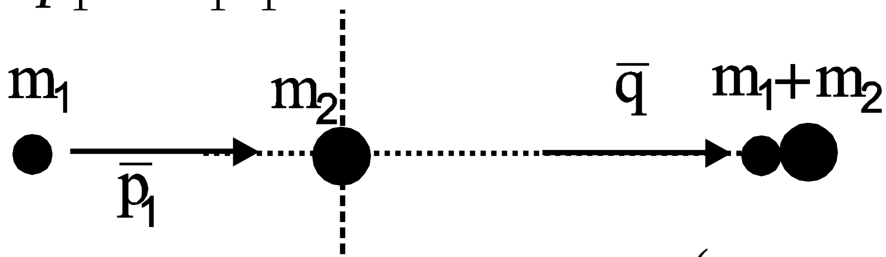
Kollisioner

Kollision är en term som kan betyda många saker. Bilarna kan kollidera, i biljard kolliderar bollarna och atomerna kan kollidera.

Vanligtvis är krafterna som verkar mellan två kroppar eller partiklar då de kolliderar mycket starkare och kortvarigare än andra krafter (gravitation, friktion, luftmotstånd mm.), vilka därför kan försummas under kollisionen.

Fullständigt oelastisk kollision

$$\bar{p}_1 = m_1 \bar{v}_1$$



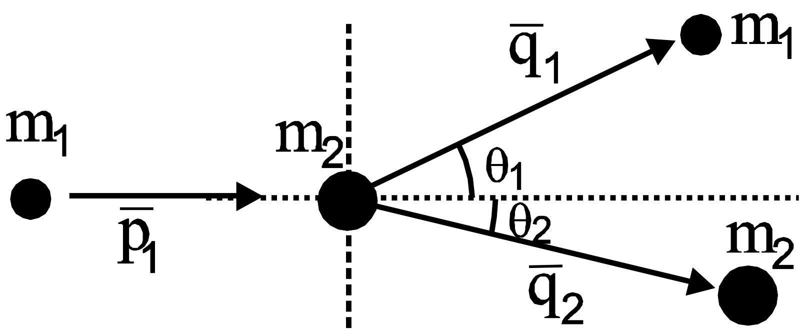
$$\bar{p}_2 = 0 \qquad \bar{q} = (m_1 + m_2)\bar{u}$$

Bevarande av rörelse-mängden

$$\bar{p}_1 + 0 = \bar{q}$$

$$\Rightarrow \quad u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Typisk kollision



Bevarande av rörelsemängden

$$\bar{p}_1 + 0 = \bar{q}_1 + \bar{q}_2$$

$$\bar{p}_1 = m_1 v_1$$

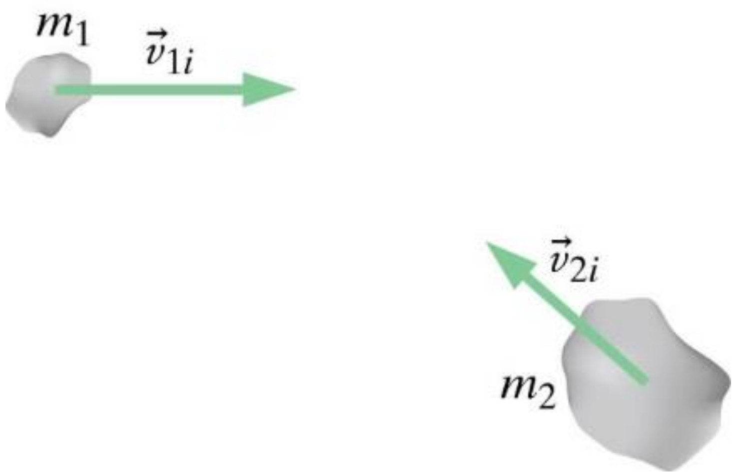
$$\bar{p}_2 = 0$$

$$\bar{q}_1 = m_1 \bar{u}_1$$

$$\bar{q}_2 = m_2 \bar{u}_2$$

Grupparbete: Två lerklumpar kolliderar

Två lerklumpar roterar i luften och kolliderar (behöver inte ta luftmotståndet i beaktande).



Efter kollisionen är lerklumparna ihop och roterar.

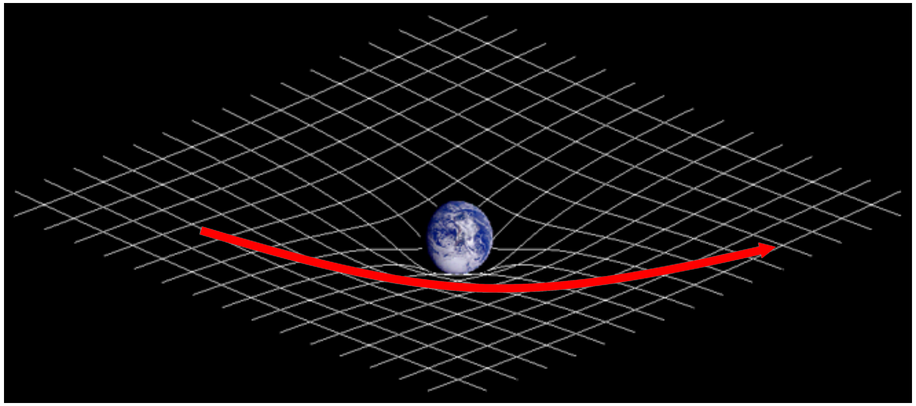
Vad är hastigheten för de hopfastnade lerklumparnas masscentrum?

Vad var masscentrums hastighet för lerklumparna före kollisionen?

Varför gör det inget fastän lerklumparna kanske roterar efter kollisionen? Hur kan man räkna rotationen?

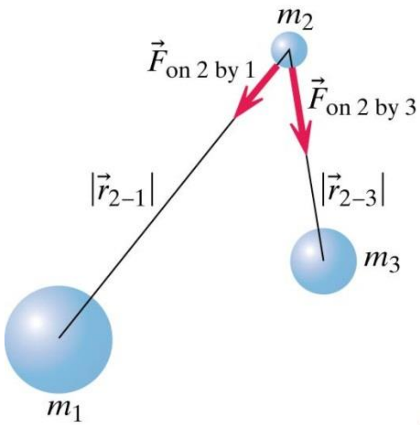
Newton och Einstein

Enligt Einsteins postulat, känner en kropp i närheten av ett massivt objekt ingen kraft, utan kroppen har en krökt bana p.g.a. att rymden är krökt

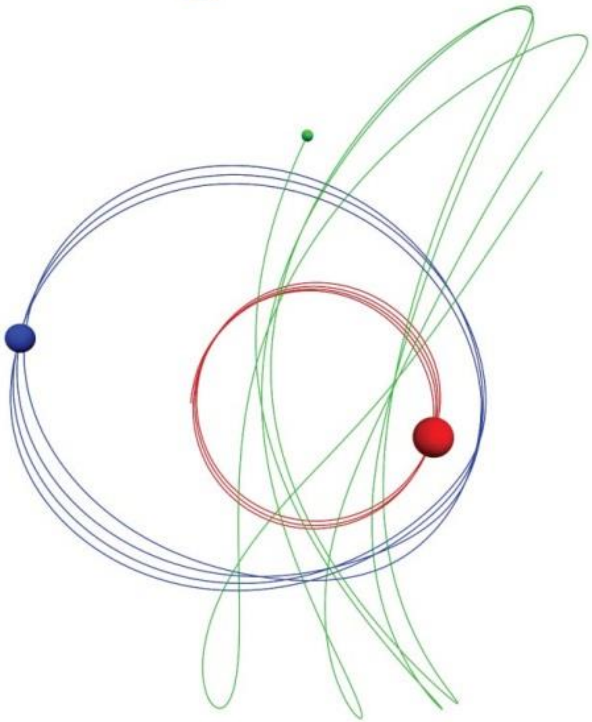


Men eftersom Newtons gravitationslag fungerar ganska bra, använder vi den ifall det går

Trekroppsproblem (kolmen kappaleen omgelma)



Rörelsemängdsprincipen $\overline{F} = \dfrac{d\,\overline{p}}{dt}$



$$\overline{p_2} = \overline{p_1} + \overline{F}_{Tot}\Delta t$$

$$p_{2,x} = p_{1,x} + F_{Tot,x}\Delta t$$
$$p_{2,y} = p_{1,y} + F_{Tot,y}\Delta t$$
$$p_{2,z} = p_{1,z} + F_{Tot,z}\Delta t$$

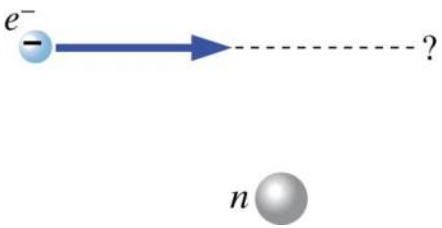
Mångkroppsproblem, känslig
för begynnelsevärden

Determinism (universum: en stor mekanisk klocka)

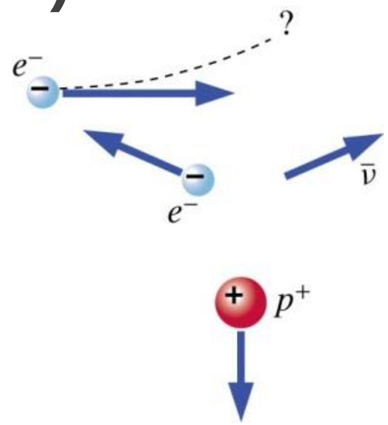
Krafterna ⇨ Kan räkna ut rörelsen numeriskt

- Vet inte begynnelsevärdena tillräckligt noga
- Kan inte bestämma alla växelverkningarna (också minimala krafter påverkar rörelsen under en lång tidsperiod)
- Datorerna för långsamma för att beräkna rörelsen på 10^{22} atomer/cm^3
- Kaos (små förändringar gör stora slutresultat)

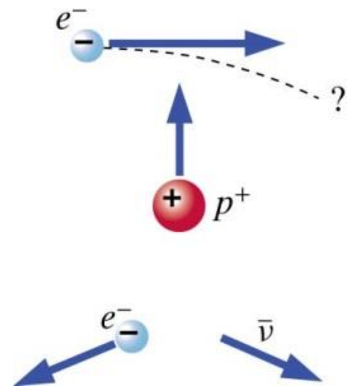
Kvantmekanik



1)



2)



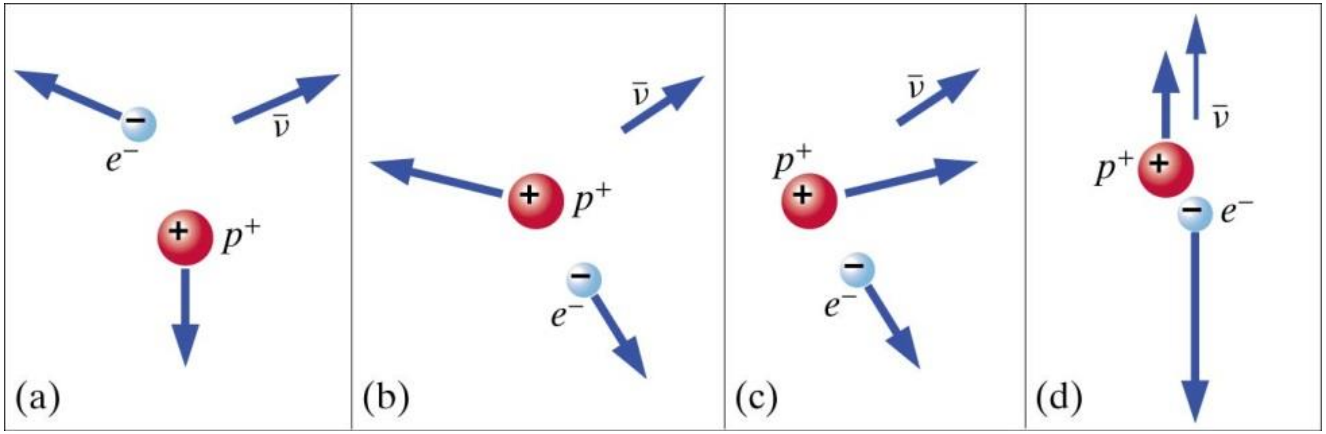
$$n \rightarrow p^+ + e^- + v$$

Kvantmekanik (allt är sannolikheter)

Heisenbergs osäkerhetsprincip

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p \geq h \left(\approx \; 6.6 \; \times 10^{-34} \; \mathrm{kg\ m^2/s} \right)}$$

$$n \rightarrow p^{+} + e^{-} + v$$



Vilken av bilderna är omöjlig ifall neutronen före sönderfallet var i vila?

Lärandemål:

- Kunna räkna 3D gravitations och elektriska kraften på en kropp från omgivande objekt
- Kunna iterativt för hand eller dator beräkna rörelsen för en kropp som påverkas av gravitations eller elektriska krafter
- Kunna analysera enkla kollisioner genom att använda rörelsemängdsprincipen