

2. Rörelsemängdsprincipen (liikemääräperiaate)

Lärandemål:

- Kunna använda både analytiska och iterativa metoder för att förutspå rörelsen för en kropp som påverkas av en konstant kraft
- Kunna iterativt beräkna rörelsen för en kropp som påverkas av krafter som ändrar med tiden
- Kunna rita och analysera bilder där kroppens hastighet eller plats är ritad som en funktion av tiden
- Kunna beräkna kraften från en fjäder på en kropp
- Kunna beräkna approximativa gravitationskraften på en kropp nära jordytan



Storheter (suureita) som bevaras i fysiken:

- Rörelsemängden (liikemäärä)
- Rörelsemängdsmomentet (liikemäärämomentti)
- Energin

System: En eller flera objekt (i detta kapitel, ett objekt alltid systemet)



Allt som inte är en del av systemet är: **Omgivningen**
(ympäristö)



Systemets rörelsemängd kan ändras endast via växelverkan med omgivningen

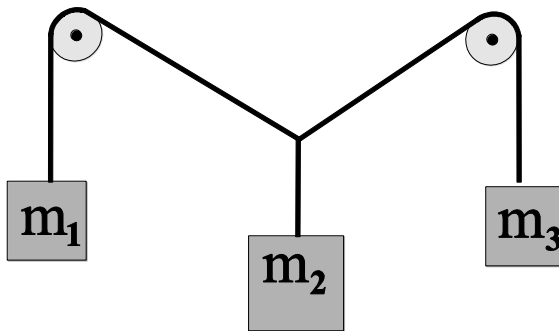


Då flera krafter påverkar en kropp, kan dessa summeras till en summakraft

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{tot}$$

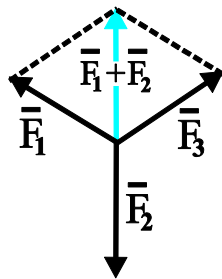
Detta skrivs i komponentform som:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_x &= \vec{F}_{x,tot} \\ \sum \vec{F}_y &= \vec{F}_{y,tot} \\ \sum \vec{F}_z &= \vec{F}_{z,tot}\end{aligned}$$



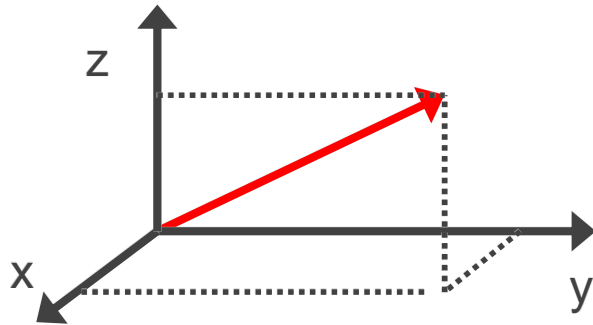
Punkten som sammanbinder de tre trådarna står stilla, vilket ger:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_3$$

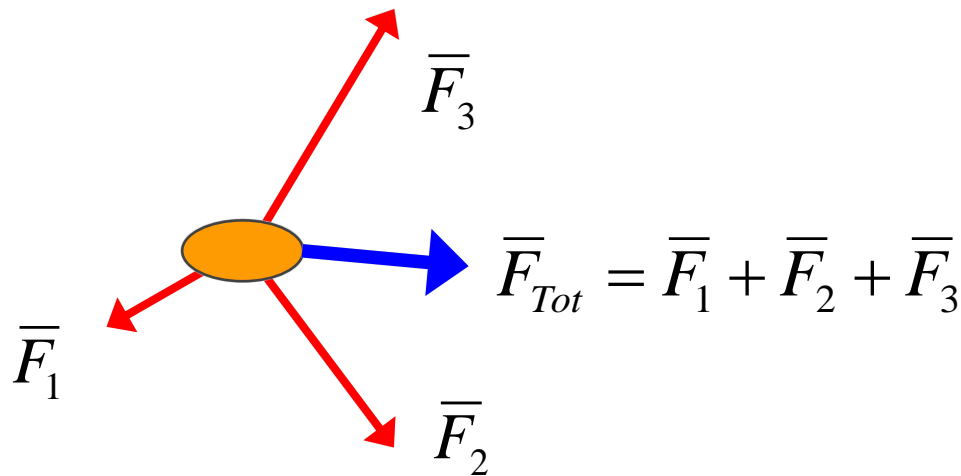


Kraft

Kraften är en **vektor** med både **magnitud** och **riktning**



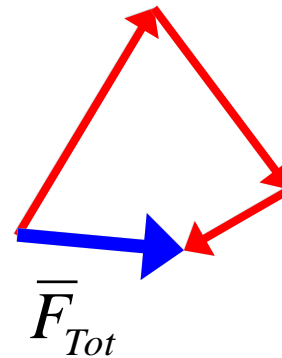
$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$



$$\vec{F}_{Tot} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F}_1 = F_{1x} \hat{i} + F_{1y} \hat{j} + F_{1z} \hat{k}$$

Den totala kraften grafiskt



Kraft

| | |
|---|-----------------------|
| Kraft F | $N = \text{kg m/s}^2$ |
| Gravitationskraften mellan solen och jorden | 3.5×10^{22} |
| Lyftkraften för en raket vid starten | 3×10^7 |
| Vikten av en fullvuxen blåval | 2×10^6 |
| Maximala dragkraften för ett lok | 9×10^5 |
| Vikten av en människa | 800 |
| Vikten av ett äpple | 1 |
| Elektriska kraften mellan en proton och elektron i en väteatom | 8×10^{-8} |
| Gravitationskraften mellan en proton och elektron i en väteatom | 4×10^{-47} |



Rörelsemängdsprincipen

$$\Delta \bar{p} = \bar{F}_{Tot} \Delta t$$

$$\bar{p}_2 = \bar{p}_1 + \bar{F}_{Tot} \Delta t$$

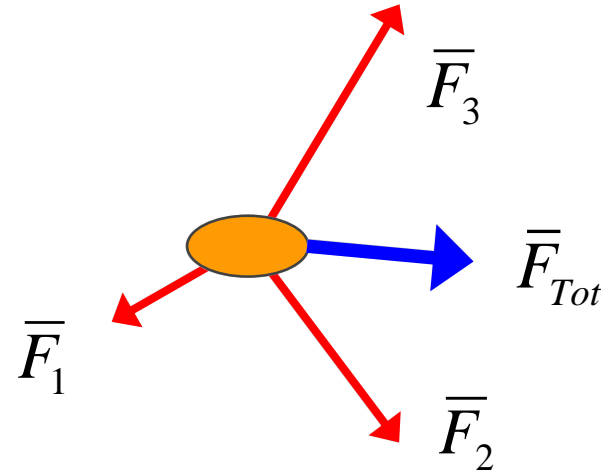
→ $p_{2,x} = p_{1,x} + F_{Tot,x} \Delta t$

$$p_{2,y} = p_{1,y} + F_{Tot,y} \Delta t$$

$$p_{2,z} = p_{1,z} + F_{Tot,z} \Delta t$$

Kraft ↘ ↙ Tid

$$\Delta \bar{p} = \underbrace{\bar{F}_{Tot} \Delta t}_{\text{Impuls}}$$



$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$$



Impuls

Vad är kraften då två bilar krockar?

Hur stor kraft behövs det för att stanna en bil?

$$dp = Fdt \quad \Rightarrow \quad \int_{p_1}^{p_2} dp = \int_{t_1}^{t_2} Fdt$$

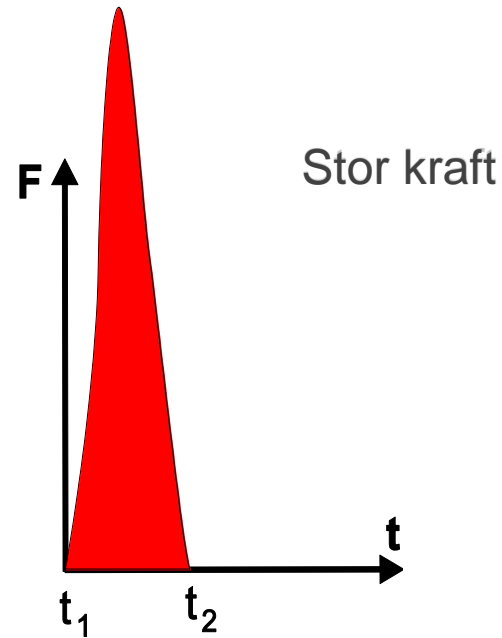
$$\Rightarrow \quad p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} Fdt$$

Impulsen:

$$\bar{J} = \bar{F}\Delta t = \int_{t_1}^{t_2} \bar{F}dt = \bar{p}_2 - \bar{p}_1$$



~ 64 km/h



$$\bar{J} = \bar{F}\Delta t = \int_{t_1}^{t_2} \bar{F} dt = \bar{p}_2 - \bar{p}_1$$



$$\Delta \bar{p} = \bar{F}_{Tot} \Delta t$$

$$\bar{p} = \frac{m\bar{v}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Vid låga hastigheter är: $\bar{p} \approx m\bar{v}$



$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{d(m\bar{v})}{dt} = m \frac{d\bar{v}}{dt} = m\bar{a}$$

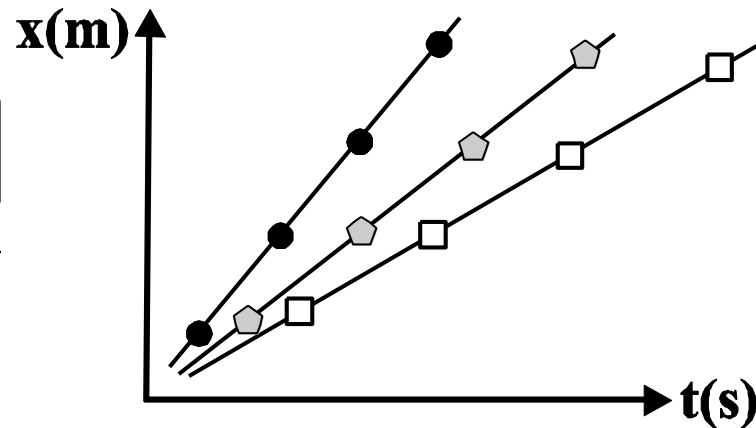
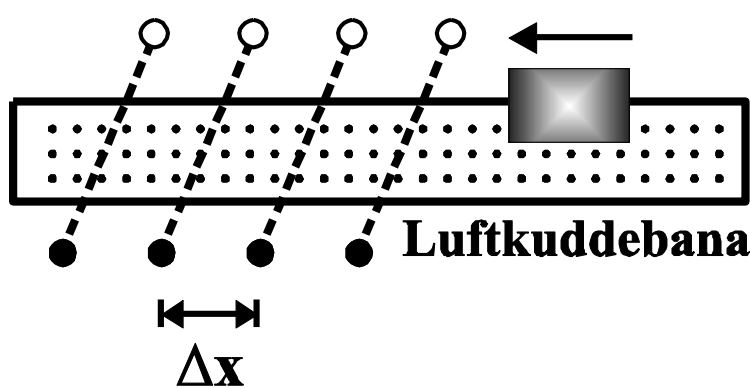
Bestäm relationen mellan kraft och acceleration



Newtons första lag, Galileis princip

En kropp rör sig rätlinjigt med konstant hastighet (som kan vara noll), ifall inga krafter påverkar den

Experimentellt "bevis"

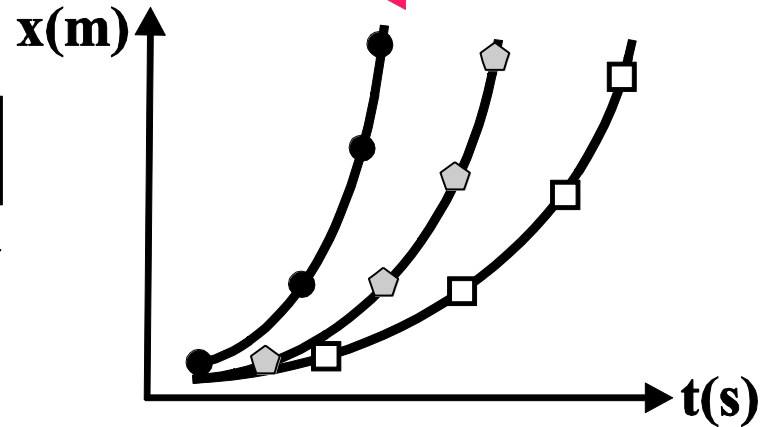
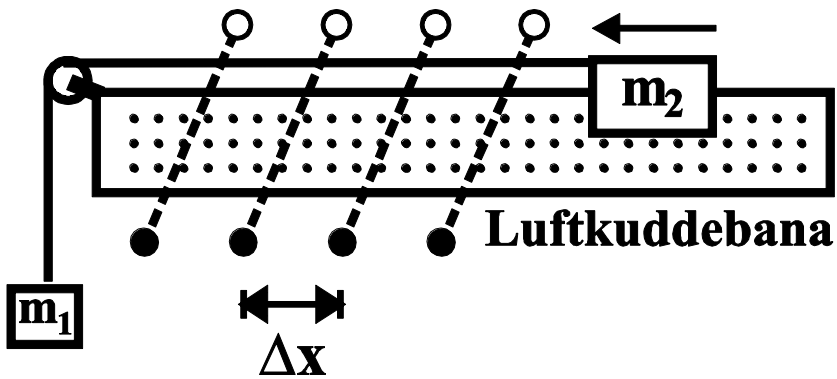


Hur många experiment behövs för att bevisa att en formel stämmer?

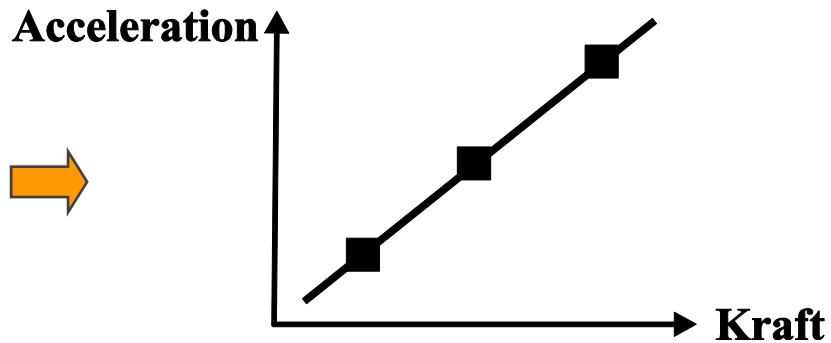
Hur många experiment behövs för att bevisa att en formel **inte** stämmer?



Newtons andra lag



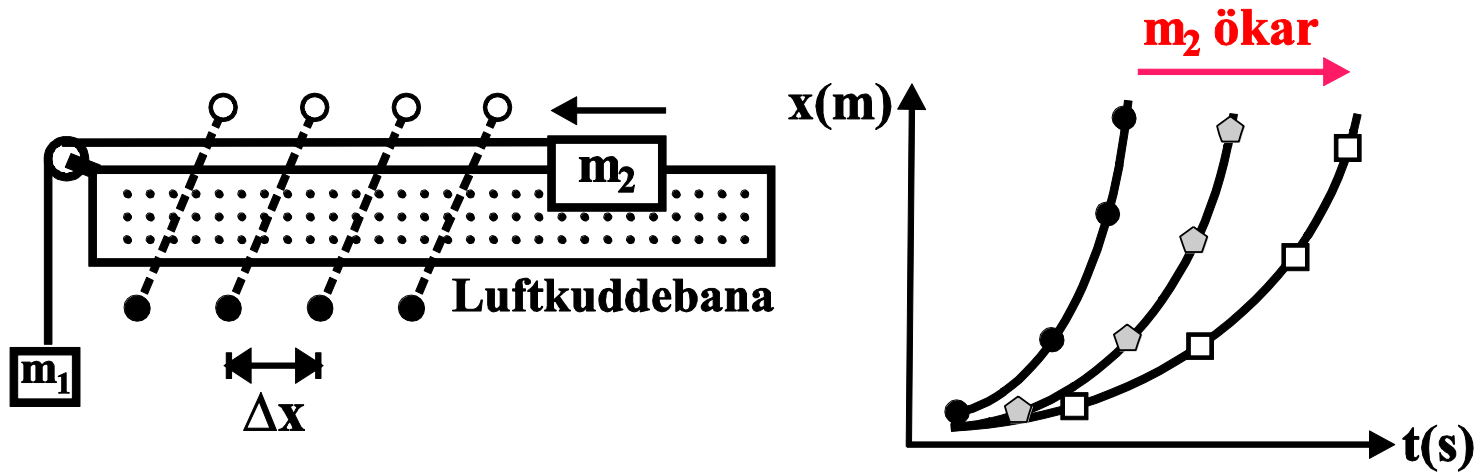
$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$



$$\bar{a} \propto \bar{F}$$



Newtons andra lag



$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$\Rightarrow a \propto \frac{1}{m} \quad \Rightarrow \bar{a} \propto \frac{\bar{F}}{m}$
N2



$$\bar{a} \propto \frac{\bar{F}}{m} \qquad \bar{a} = k \frac{\bar{F}}{m}$$

1) Väljer enheterna för **F** och **m** (basenheter), och bestämmer **k** experimentellt

2) Väljer enheterna för **F** och **k** (basenheter)
→ **m** som funktion av längd, tid och kraft

3) Väljer enheterna för **m** och **k** (basenheter)
→ **F** som funktion av m, tid och längd



$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m}$$



SI enheterna (exempel)

Tid: *En sekund (s) är tiden då EM-strålningen som avges av cesium-133 atomen gör 9192631770 oscillationer*

Längd: *En meter (m) är den längd som ljus färdas i vakuum under tiden $1/299792458$ delar av en sekund*

Massa: **GAMLA:** *En kilogram (kg) är massan på internationella standard platina-iridium cylindern som bevaras i Paris*



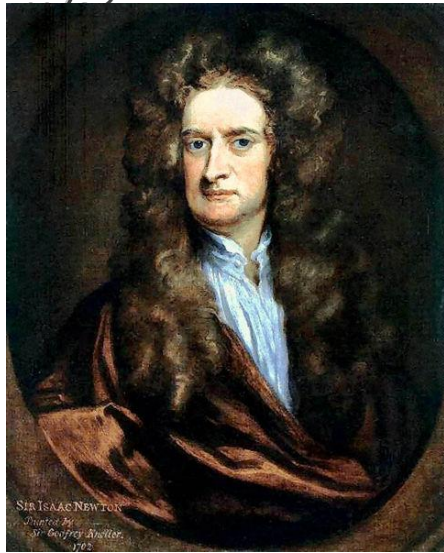
NYA: The kilogram, symbol kg, is the SI unit of mass. It is defined by taking the fixed numerical value of the Planck constant h to be $6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ when expressed in the unit J s, which is equal to $\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$, where the meter and the second are defined in terms of c and cesium frequency $\Delta\nu_{\text{Cs}}$.

<https://www.nist.gov/si-redefinition/kilogram-kibble-balance>



[F] \equiv N (Newton)

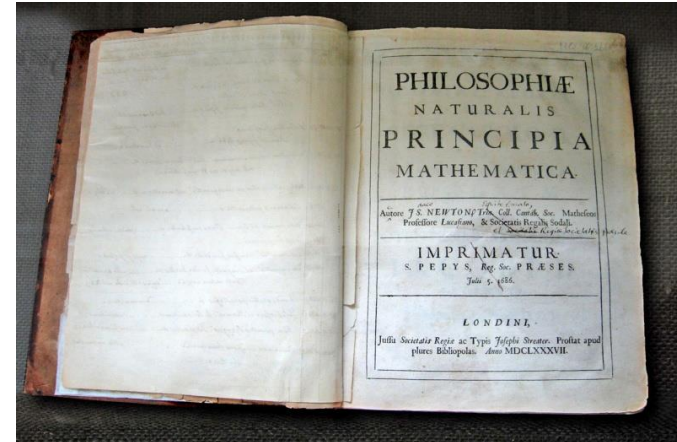
En Newton är den kraft som behövs för att ge en kropp med massan 1 kg en acceleration på 1 Inte till tenten



Sir Isaac Newton, 1642-1727
Engelsk fysiker och matematiker

Gravitationslagen, Kroppars
rörelseekvationer

Philosophiae Naturalis Principia Mathematica

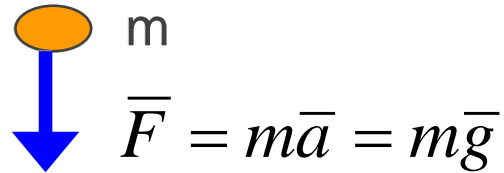


1700 tals poet
Alexander Pope

“Nature and Nature's laws lay hid in night:
God said, Let Newton be! and all was
light.”



Kraft



$$W = m\vec{g}$$

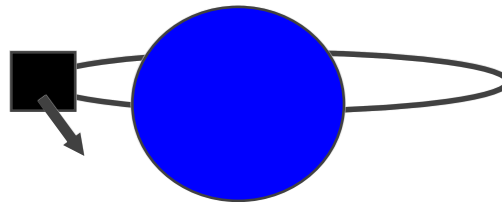
W är kraften på kroppen i jordens dragningskraft,
eller kroppens **vikt**



På jorden är det lätt att bestämma en kropps massa genom att väga den

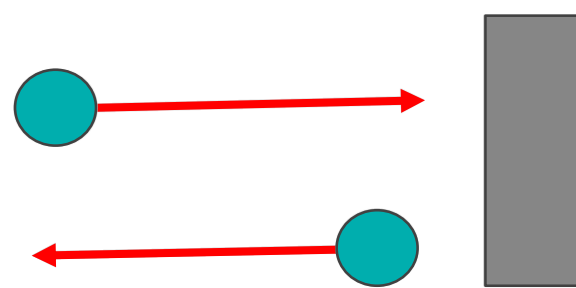
Hur kan man bestämma en kropps massa i en rymdraket, där gravitationskraften inte kan användas?

Detta problem har man i rymdraket då man försöker se inverkan av gravitationslösheten på en människas kropp



$$\Delta\bar{p} = \bar{F}_{Tot}\Delta t$$

Kollision med väggen



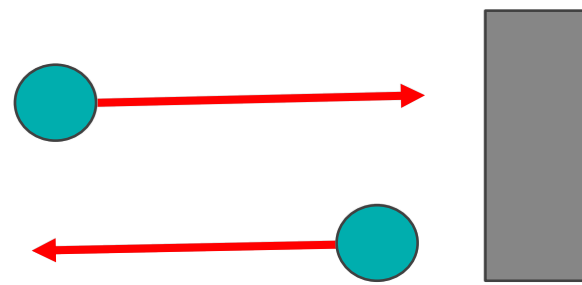
En tennisspelare slår en tennisboll med massan 0.057 kg, så att dess fart är 60 m/s. Bollen träffar en tegelvägg och studsar tillbaka med samma fart (60 m/s). Under tiden då tennisbollen växelverkar med väggen, fotograferas händelsen med en höghastighetskamera och man ser att bollen vid det ögonblicket då dess fart är noll, är tryckt ihop 2.0 cm. Beräkna den approximativa kraften med vilken väggen påverkar bollen, ifall vi antar att den är konstant under hela studsens. Tips: Hur länge räcker studsens mot väggen? Borde man ta gravitationen i beaktande under studsens?

slår=lyö, fart=nopeus, träffar en tegelvägg=osuu tiiliseinään, växelverkar=vuorovaikuttaa, händelsen=tapahtuma, ögonblicket=sillä hetkellä, tryckt ihop=puristettu kasaan, under hela studsens=koko pompun aikana, tips=vinkki, ungefär=suunnilleen, räcker=kestää, borde man ta i beaktande=pitäisikö ottaa huomioon



$$\Delta \bar{p} = \bar{F}_{Tot} \Delta t$$

Kollision med väggen



En tennisspelare slår en tennisboll med massan 0.057 kg , så att dess fart är 60 m/s . Bollen träffar en tegelvägg och studsar tillbaka med samma fart (60 m/s). Under tiden då tennisbollen växelverkar med väggen, fotograferas händelsen med en höghastighetskamera och man ser att bollen vid det ögonblicket då dess fart är noll, är tryckt ihop 2.0 cm . Beräkna den approximativa kraften med vilken väggen påverkar bollen, ifall vi antar att den är konstant under hela studsens. Tips: Hur länge räcker studsens mot väggen? Borde man ta gravitationen i beaktande under studsens?

$$\Delta p = mv - (-mv) = 2mv \approx 6.84 \text{ kgm/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\Delta v} \approx 2 \frac{0.02 \text{ m}}{30 \text{ m/s}} \approx 0.001333 \text{ s}$$

$$\Rightarrow F \approx \frac{\Delta p}{\Delta t} \approx 5131.3 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \approx 5 \text{ kN} \quad mg \sim 0.5 \text{ N}$$

