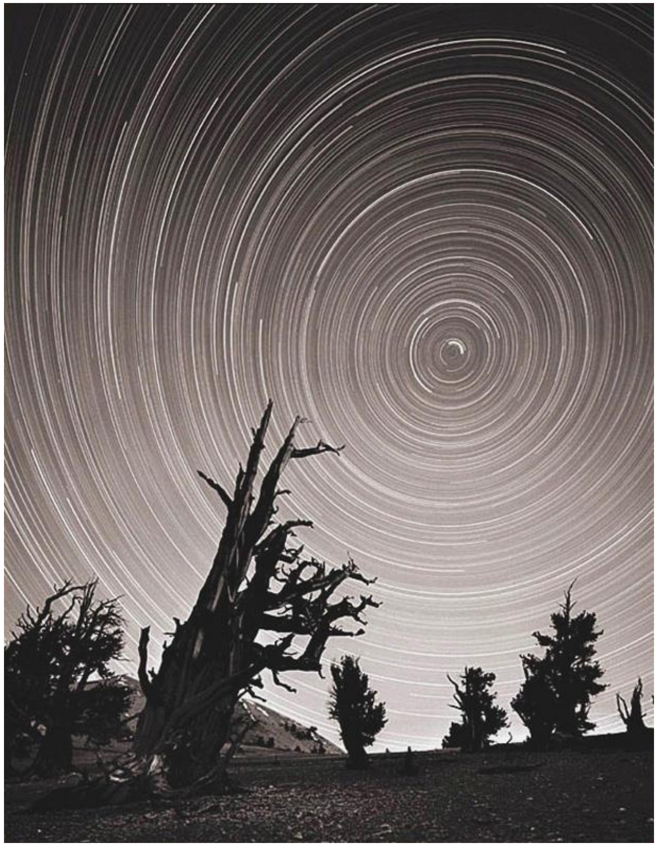
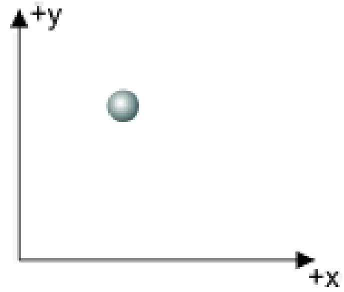
1.2 Relativ rörelse (suhteellinen liike)



Relativ rörelse

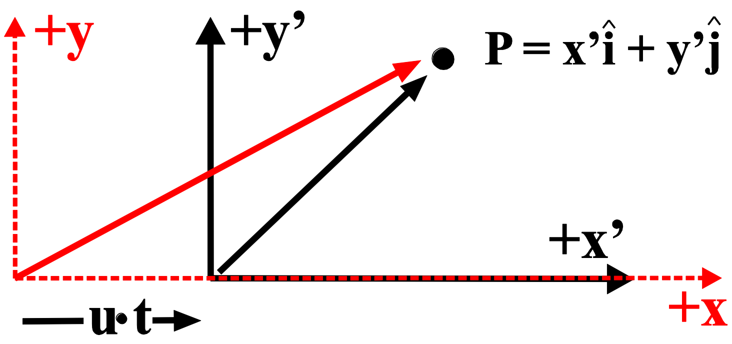
Hastigheten på en kropp som en observatör (tarkkailija) ser, är den hastighet **relativt** till observatörens egen hastighet



Ifall origo för två koordinatsystem är på samma plats vid tidpunkten noll, får man ekvationerna som relaterar koordinaterna för de två systemen som en funktion av tiden

Inversa Galilei transformationen

$$x = x' + ut$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = t'$$



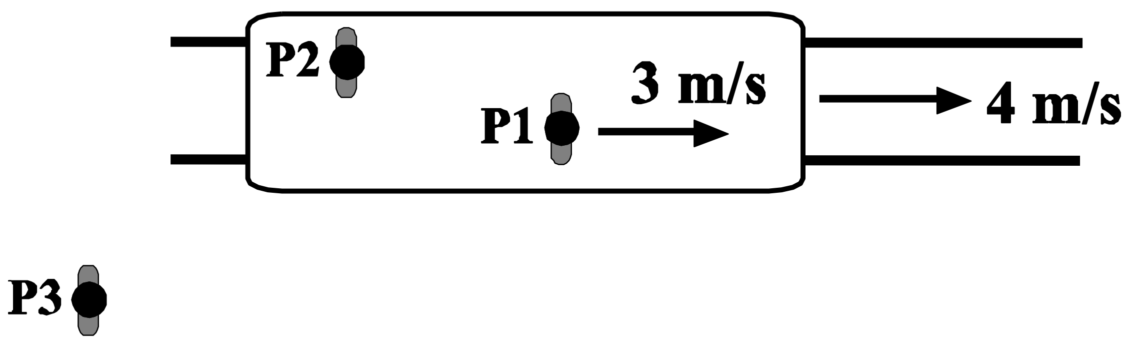
$$\bar{r} = \bar{r}' + \bar{u}t$$
$$\bar{v} = \bar{v}' + \bar{u}$$

x' koordinatsystemet rör sig med hastigheten u relativt till koordinatsystemet x

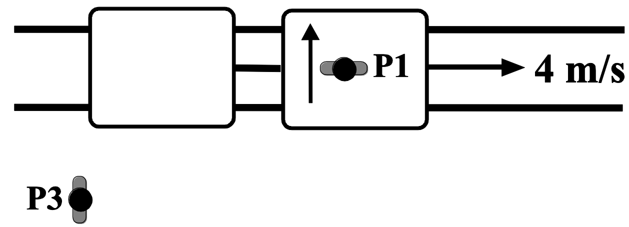
Exempel

Vi har tre personer, varav två av dem i ett tåg som rör sig.
Person 1 (P1) går längs korridoren i tåget med 3 m/s i samma riktning som tåget.
Person 2 sitter i samma vagn som P1 går i.
Person 3 står utanför och ser tåget röra sig 4 m/s ifrån honom.

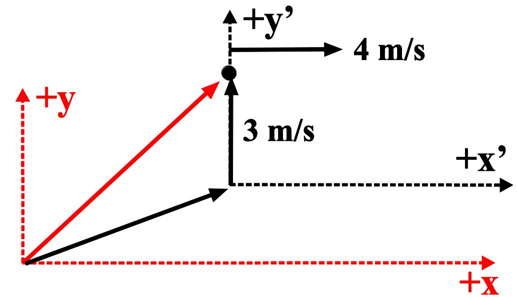
Vad är hastigheten för P1 relativt till P2 och P3?



Ifall person 1 rör sig i sidled i tåget istället för längs med tåget, vad är då hastigheten för P1 relativt till P3?



$$\bar{v} = \bar{v}' + \bar{u}$$

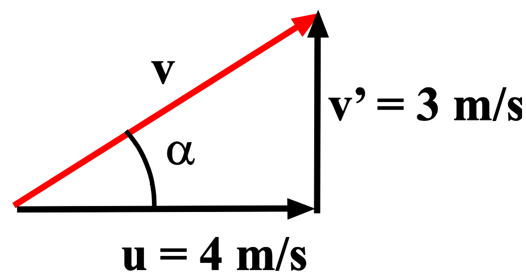


$$\bar{v}' = (0\hat{i} + 3\hat{j})\ \text{m/s}$$

$$\bar{u} = (4\hat{i} + 0\hat{j})\ \text{m/s}$$

$$\bar{v} = \underline{\underline{(4\hat{i} + 3\hat{j})\ \text{m/s}}}$$

$$|\bar{v}| = \sqrt{4^2 + 3^2}\ \text{m} = \underline{\underline{5\ \text{m/s}}}$$



En lokförare i ett tåg, vars fart är 120 km/h (relativt till marken), ser ett annat tåg 2 km framför sig som åker i samma riktning på samma tågbana med en konstant hastighet 60 km/h (relativt till marken). Lokföraren börjar genast bromsa tåget. Vad är minimiretardationen
som behövs för att tågen inte krockar?

Konstant acceleration:

$$V = V_0 + a \cdot t$$

$$X = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Tåg 1:

$$V_1 = V_{1,0} + a \cdot t$$

$$X_1 = X_{1,0} + V_{1,0} \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

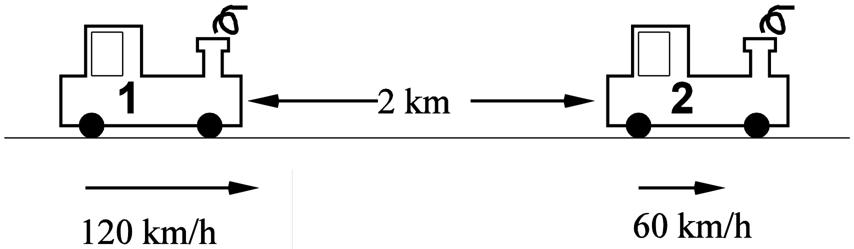
Kan man hitta ett lättare sätt att lösa detta?

Tåg 2:

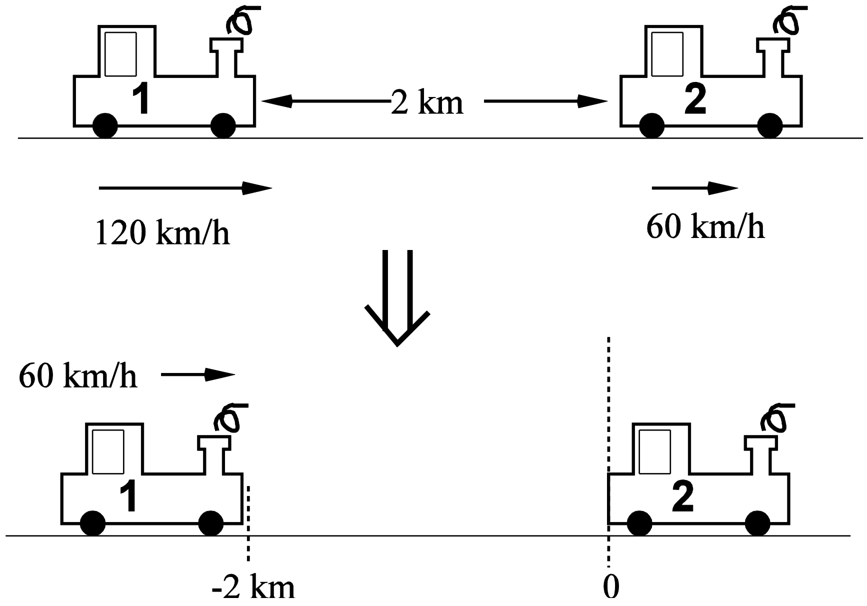
$$V_2 = V_{2,0}$$

$$X_2 = X_{2,0} + V_{2,0} \cdot t$$

Vi använder koordinatsystem som har origo i tåget 2 (60 km/h).



I detta koordinatsystem rör sig **tåg 1** med 60 km/h mot **tåget 2** som står stilla. Tåg 1 befinner sig först -2 km från tåg 2



Tidpunkten just innan tågen krockar: T
→ Farten för tåg 1 måste vara noll

$$V_1(T) = 0 = V_0 + a \cdot T$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{-V_0}{a}$$

Sträckan mellan tågen måste vara noll:

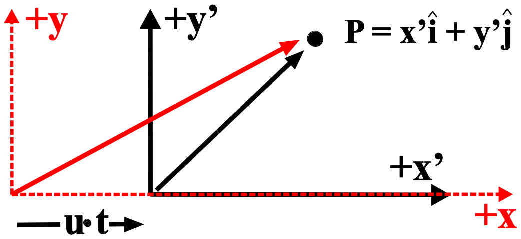
$$X(T) = 0 = X_0 + V_0 \cdot T + \frac{1}{2} a \cdot T^2 \quad = X_0 - \frac{V_0^2}{a} + \frac{V_0^2}{2a} \quad = X_0 - \frac{V_0^2}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{V_0^2}{2X_0} = \frac{(60\ \mathrm{km/h})^2}{2(-2\ \mathrm{km})} = \underline{\underline{-900\ \mathrm{km/h}^2 \approx -0.07\ \mathrm{m/s}^2}}$$

Relativ rörelse

Invers Galilei transformation

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x' + ut \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}}$$



Deriverar alla koordinater två gånger med avseende av tiden t

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt^2}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt^2}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt^2}$$

$$F = ma \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = m\frac{d^2x'}{dt^2}$$

Newtons lagar följs i alla koordinatsystem som rör sig med konstant hastighet relativt till varandra vilka kallas för **inertiella koordinatsystem**

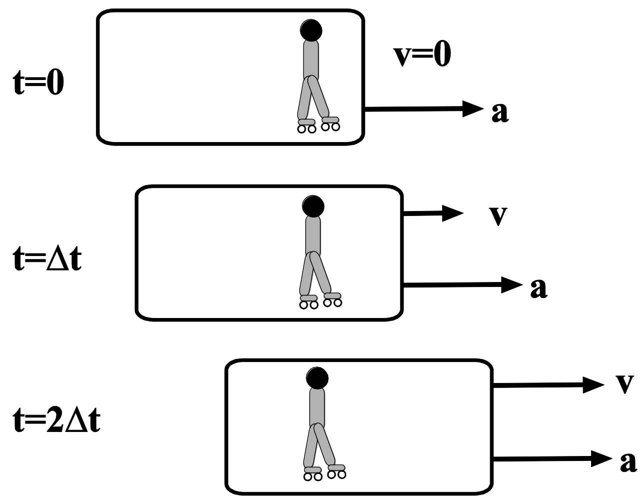
Accelerationen samma i båda koordinatsystemen

Accelererande koordinatsystem

Newtons lagar gäller inte i alla koordinatsystem

Betrakta en person som först står stilla på rullskridskor i en stillastående tågvagn

När tåget börjar accelerera framåt, kommer personen att röra sig bakåt i relation till tåget

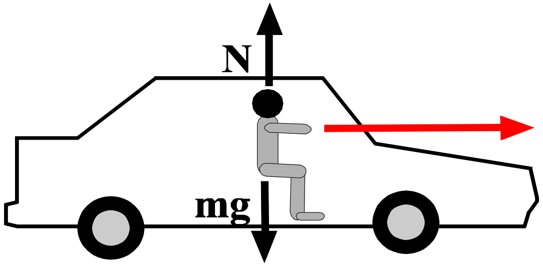


För personen verkar detta som om en kraft påverkar henne

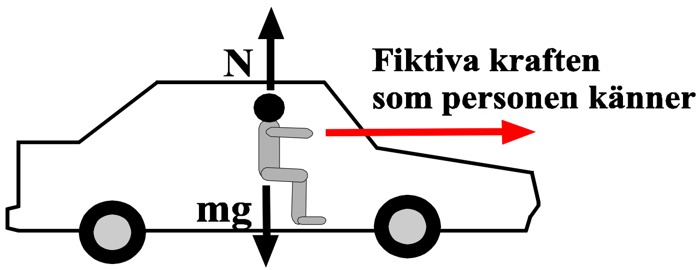
$$0 = F \neq ma$$

Newtons andra lag gäller inte i accelererande koordinatsystem

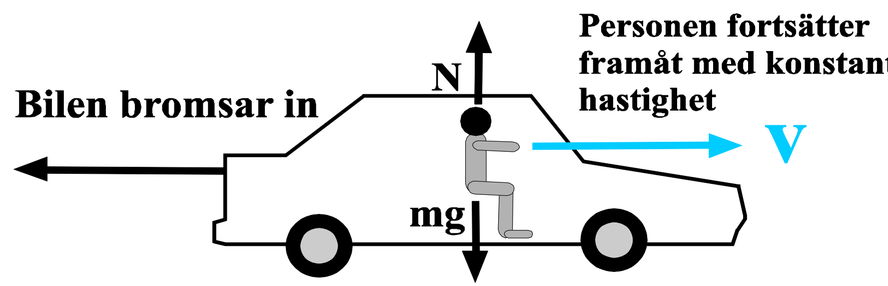
Fiktiva krafter (kuvitteelliset voimat)



Fiktiva krafter



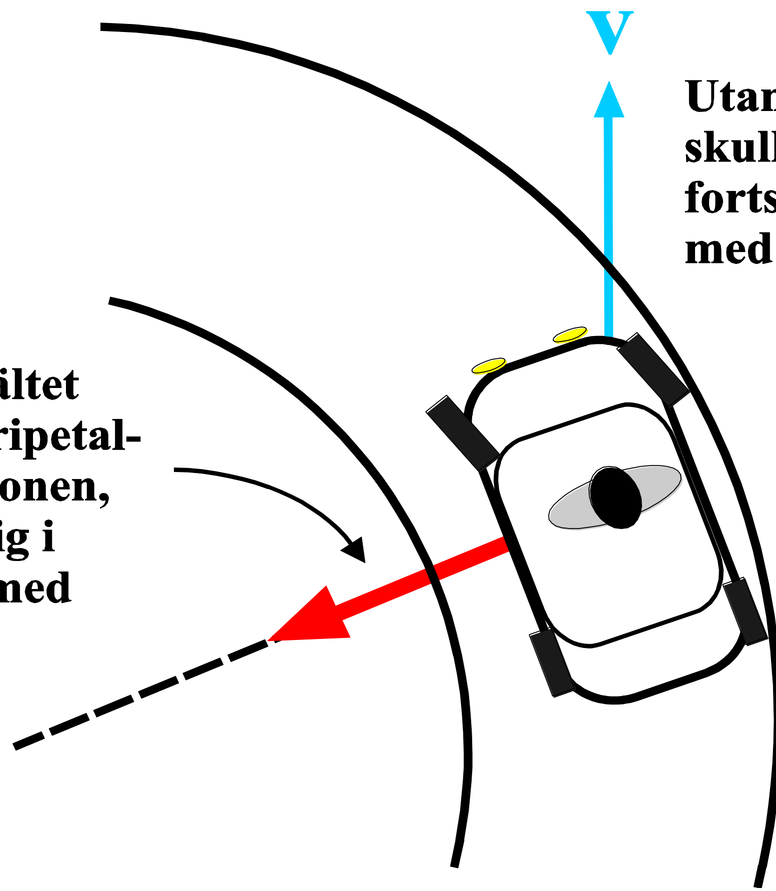
A) Bilens accelererande koordinatsystem



B) Markens inertiella koordinatsystem

Centrifugalkraft? (keskipakovoima)

Utan andra krafter skulle personen fortsätta rakt framåt med konstant hastighet

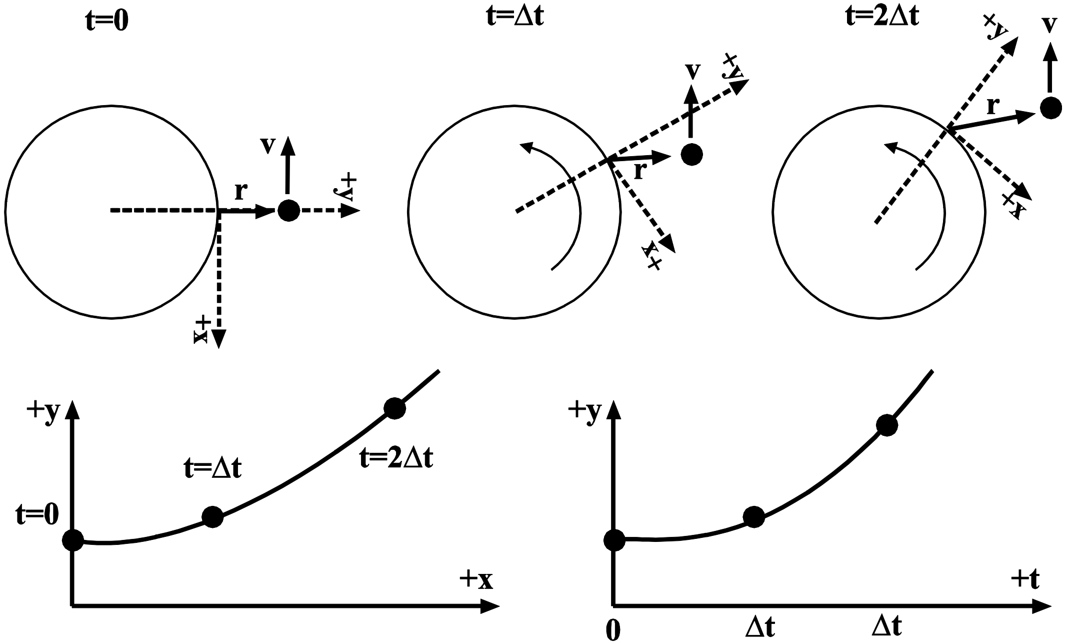


Stolen och bilbältet förmedlar centripetal-kraften på personen, så att hon rör sig i en krökt bana med bilen

Inte till tenten

Jorden

På grund av jordens rotation, befinner sig alla kroppar på dess yta i en konstant accelererad rörelse, d.v.s. jorden är **inte** ett **inertiellt koordinatsystem**, där Newtons lagar gäller

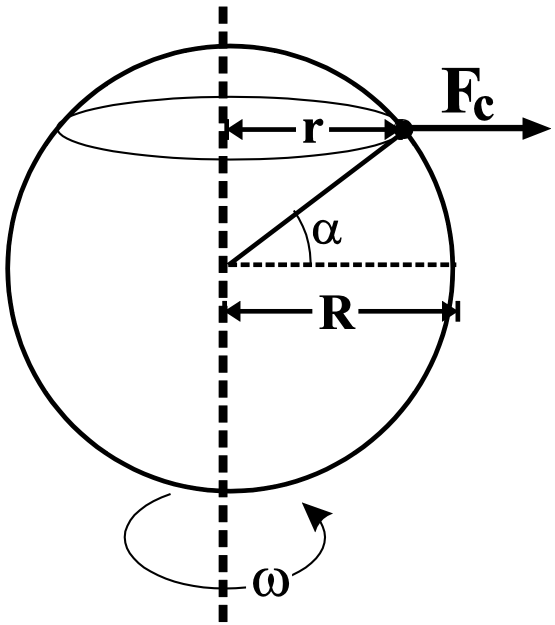


Inte till tenten

Jorden som roterande koordinatsystem: centrifugalkraft

Vi skapar en **fiktiv kraft**, kallad centrifugalkraft, så att koordinatsystemet som roterar med jorden verkar vara inertialt

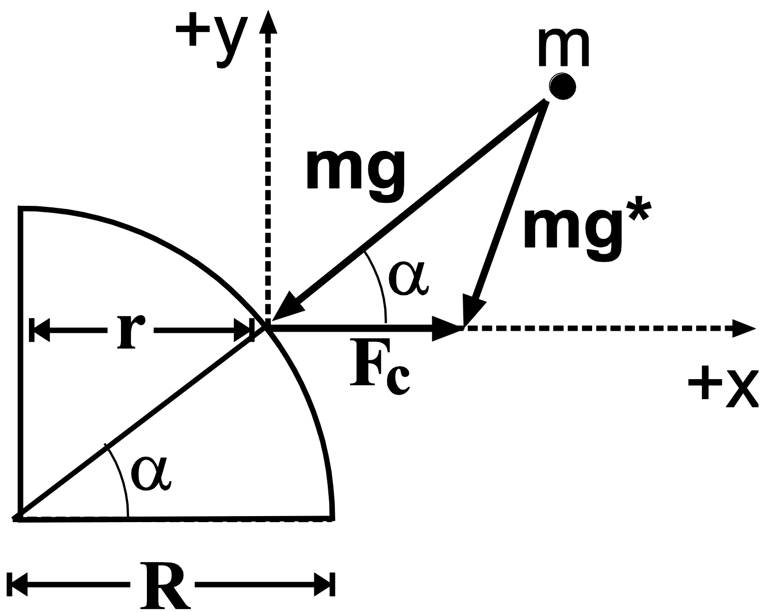
$$\left|\overline{F}_c\right| = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\omega^2 R\cos(\alpha)$$



Inte till tenten

Effektiva g

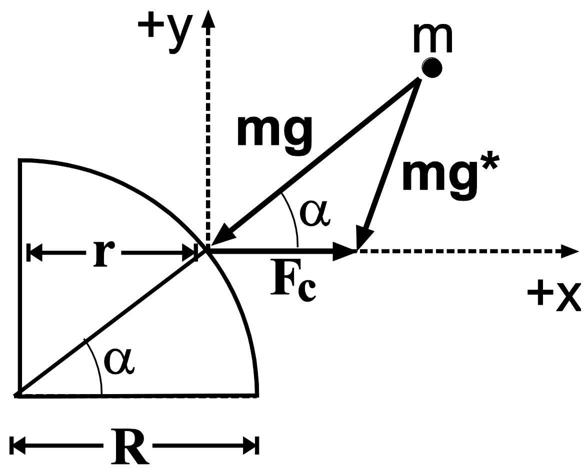
Man kan nu definiera en ny parameter: **effektiva g**, där vi summar gravitationsaccelerationen (verklig kraft) på jordytan med centrifugalaccelerationen (fiktiv kraft)



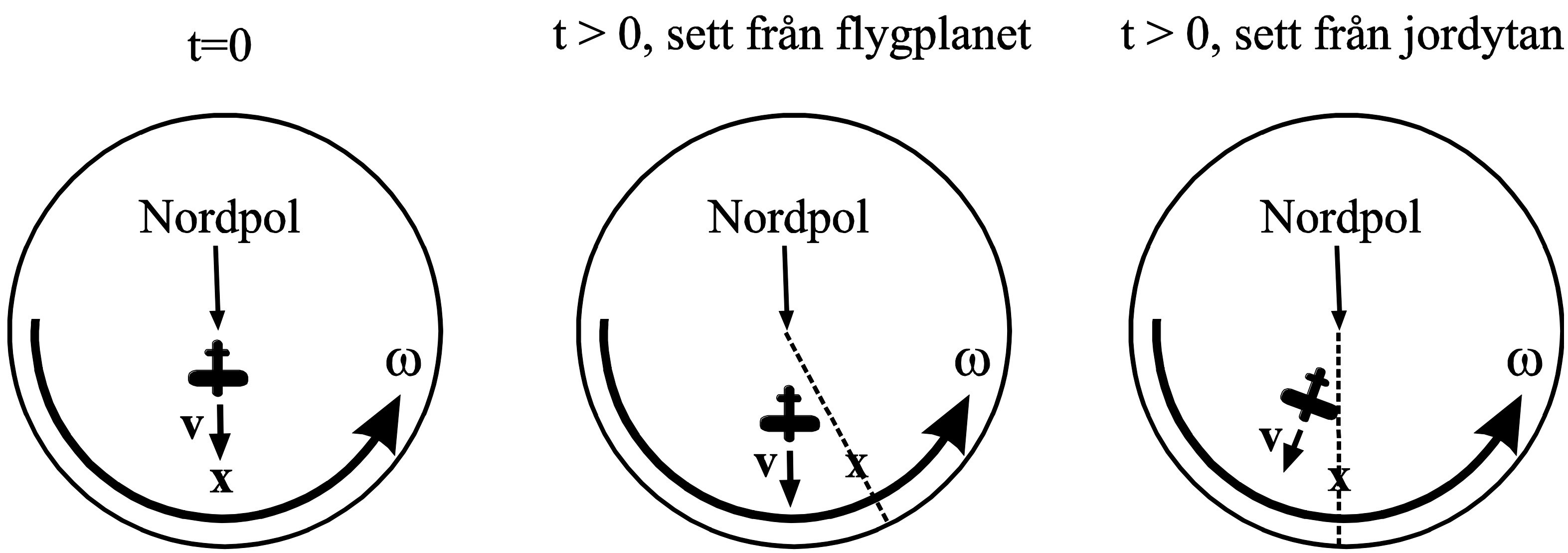
Exempel

Med vilken vinkelhastighet borde jorden rotera runt sin axel, så att en kropp vid ekvatorn känns viktlös?
Hur många minuter skulle då en dag vara?
Vad skulle då värdet på den effektiva gravitationskonstanten *g** vara vid jordytan vid latituden 30^o?
*g** är summan av *g* och accelerationen på grund av rotationen.
Vad skulle vinkeln mellan *g** och en linje vinkelrät mot jordens yta vara vid denna latitud?

$g = 9.8\ m/s^2$
Jordens radie: $R_j = 6370$ km
Ekvatorn ligger vid noll latitud



Inte till tenten



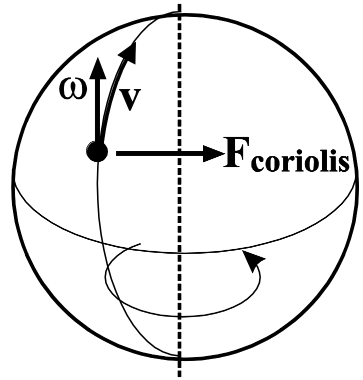
Inte till tenten

Coriolis-effekt

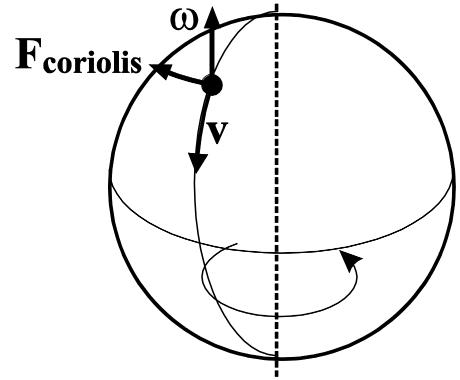
Corioliskraften:

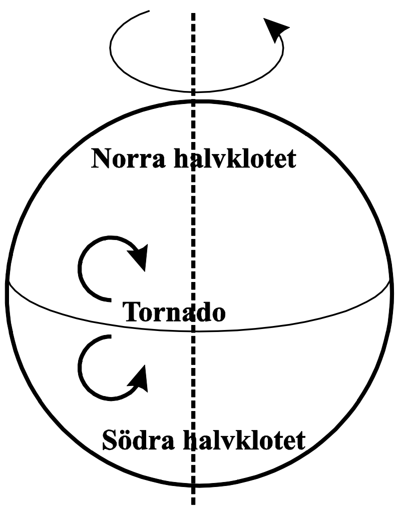
$$\boxed{\overline{F}_{coriolis} = -2m(\overline{\omega} \times \overline{v}')}$$

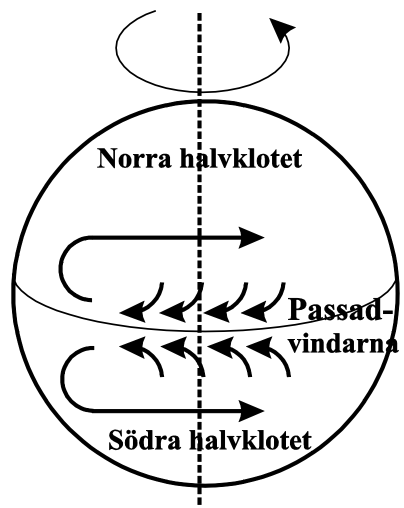
Hastighet mot norr



Hastighet mot söder







Coriolis-effekt

I första världskriget 1918 använde Tyskarna en kanon, vars räckvidd var så stor att man var tvungen att ta med coriolis-effekten då man beräknade var projektilen landade.

Tyskarna besköt Paris från 120 km avstånd, Crépy-en Laon

Kanonens vikt:	265 ton
Projektil vikt:	94 kg
Maximi räckvidd:	130 km
Stighöjd:	40 km