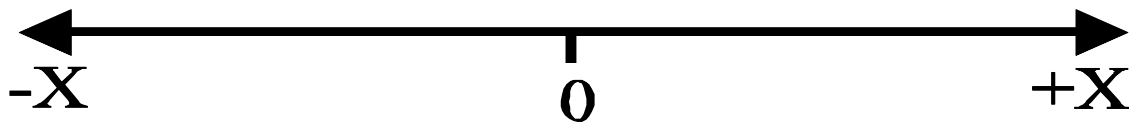
1.1 Vektor och rörelse i flera dimensioner (Vektorit ja liike useassa ulottuvuudessa)

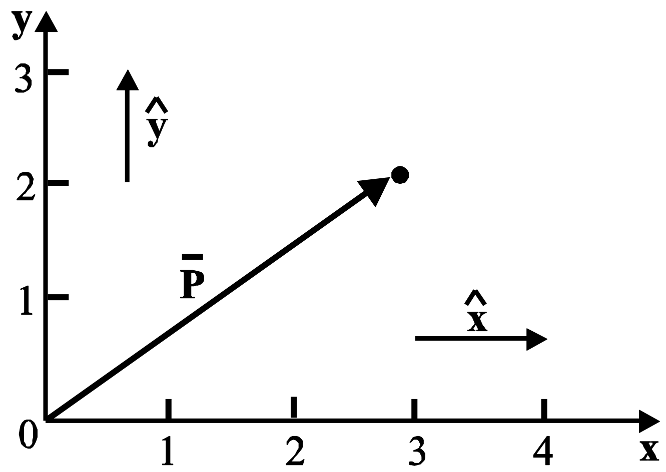
Vektorer



Fysiken använder irrationella tal, vilka kan representeras med en linje från $-\infty$ till $+\infty$

Vektorer

I fysiken behöver man alltid en referenspunkt (tid och rum)
En punkt i rummet ges då av tre rymdkoordinater och en tidskoordinat



Vektorn P: $\bar{P} = 3\hat{x} + 2\hat{y}$

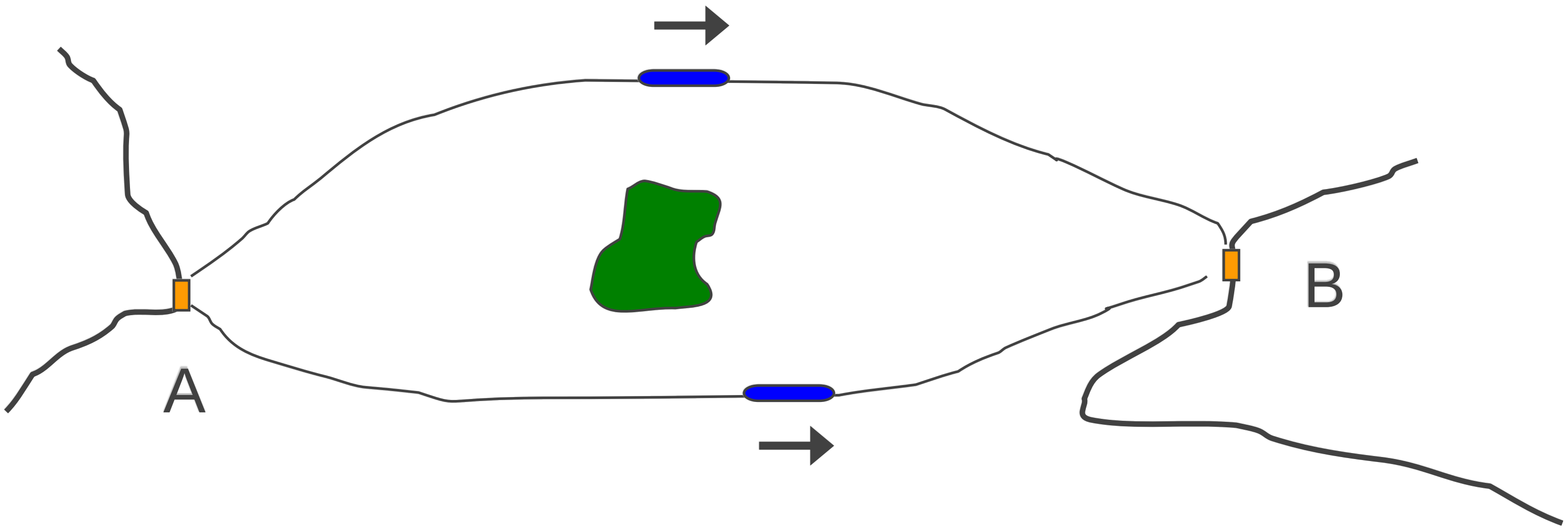
eller: $\bar{P} = 3\hat{i} + 2\hat{j}$

Där: $\hat{x}$ och $\hat{y}$

är enhetsvektorer

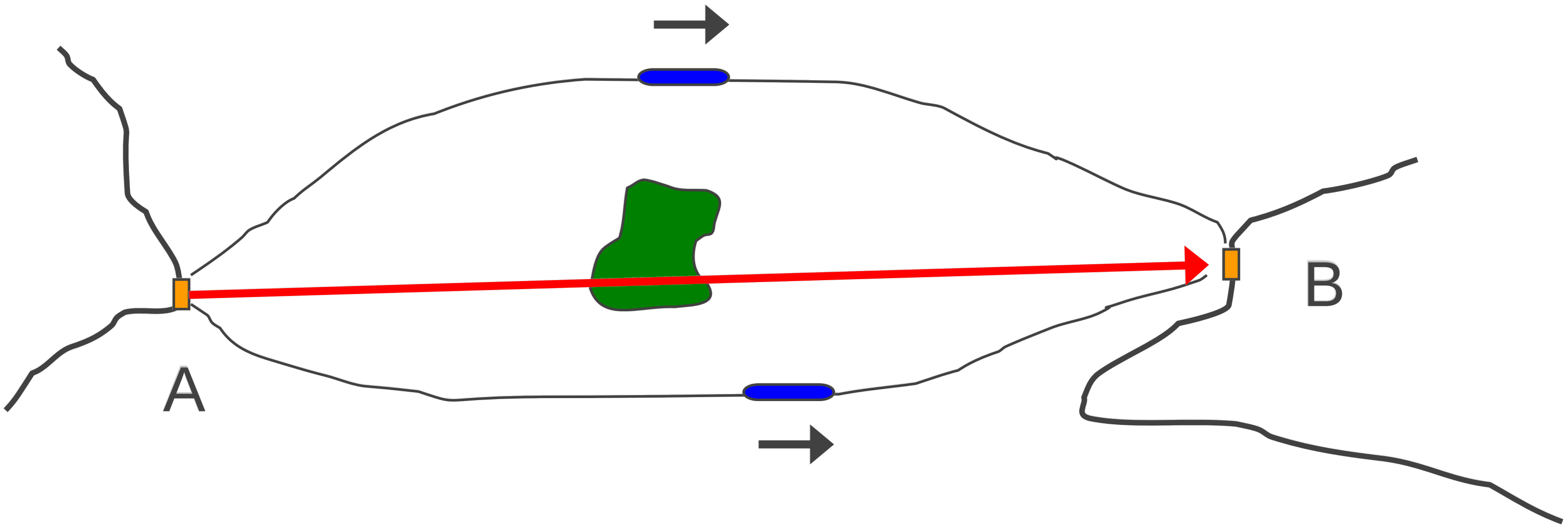
$$\hat{x} = \hat{i}, \hat{y} = \hat{j}, \hat{z} = \hat{k}$$

Vektorer



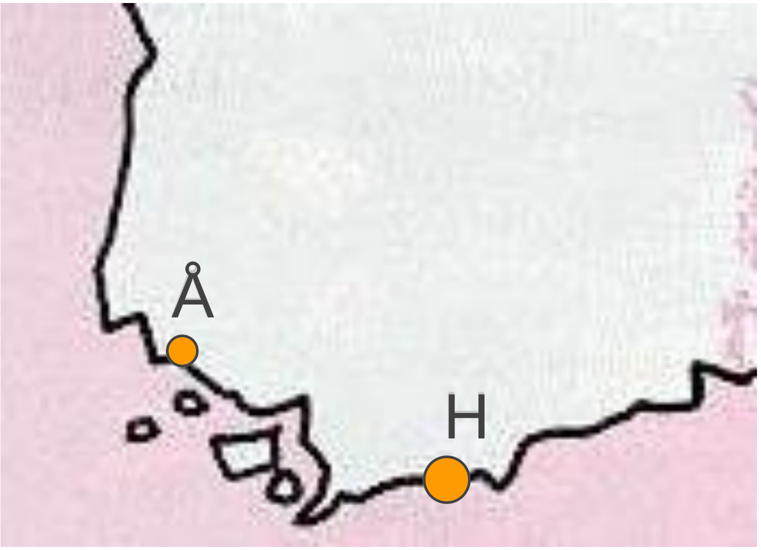
Är förflyttningsvektorn samma för båda båtarna?

Vektorer



Är förflyttningsvektorn samma för båda båtarna?

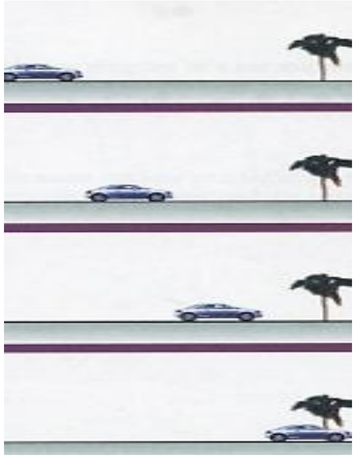
Ja



Ett flygplan flyger från H:fors till Åbo och tillbaka

Är förflyttningsvektorn för flygplanet noll?

Den del av mekaniken, som beskriver rörelse kallas för **kinematik**



Linjärrörelse

Cirkelrörelse

Rotation

Kaströrelse

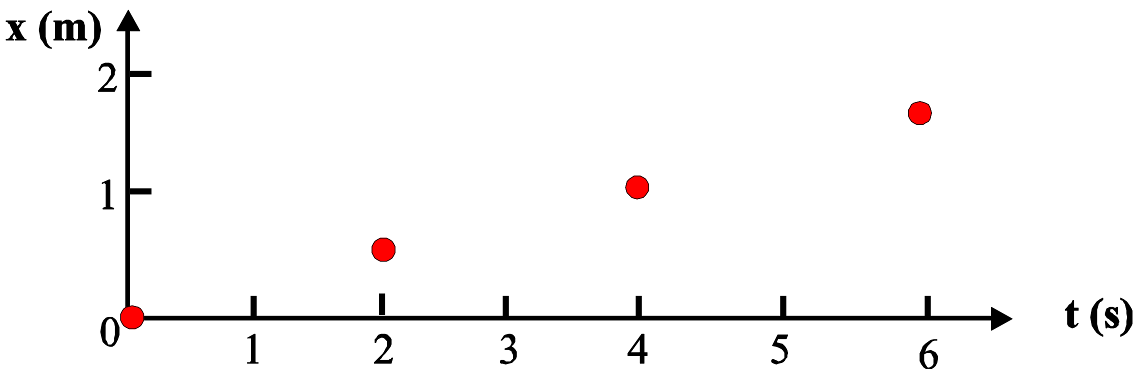
Den vetenskapliga metoden

1) Iaktagelse:

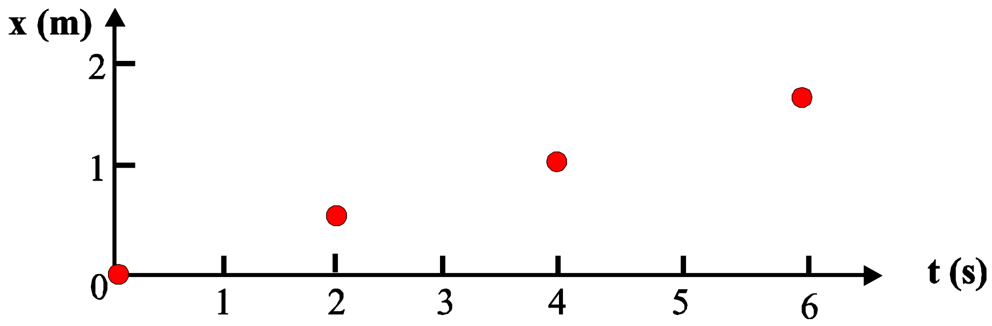
Ett föremål rör sig i en dimension:

2) Experiment: Vi mäter positionen vid 2 s intervaller:

t (s)	X (m)
0	0.0
2	0.5
4	1.0
6	1.5



Den vetenskapliga metoden



3) Modell: Vi gissar att positionen som en funktion av tiden är en rak linje

$$x = A \cdot t + B$$

$$\rightarrow \quad B = 0.0 \qquad A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1.5\,\mathrm{m}}{6\,\mathrm{s}} = 0.25\,\mathrm{m/s}$$

4) Testar om vår modell stämmer vid olika tider !

Detta gav formeln för rörelse med konstant hastighet: $s = v \cdot t$

Den vetenskapliga metoden

Då man försöker beskriva ett fysikaliskt fenomen med en modell, kan många olika modeller beskriva situationen tillfredställande

I denna situation, borde man välja modellen som är den enklaste

Denna metod att **Använda den enklaste möjliga antagande för att beskriva ett fenomen** kallas **Occams rakkniv** efter den medeltida munken: William av Occam

Newtons första lag

En kropp rör sig rätlinjigt med konstant hastighet ifall ingen kraft påverkar den

- Verkar Newtons första lag fungera i vardagen? (varför, varför inte)
- Du knuffar en stol med konstant hastighet längs golvet. Borde inte stolens hastighet (riktning eller fart) ändras p.g.a. kraften från din hand?
- Vilka skeenden omkring oss kan få oss att tro att Newtons första lag stämmer?

Hastighet (nopeus)

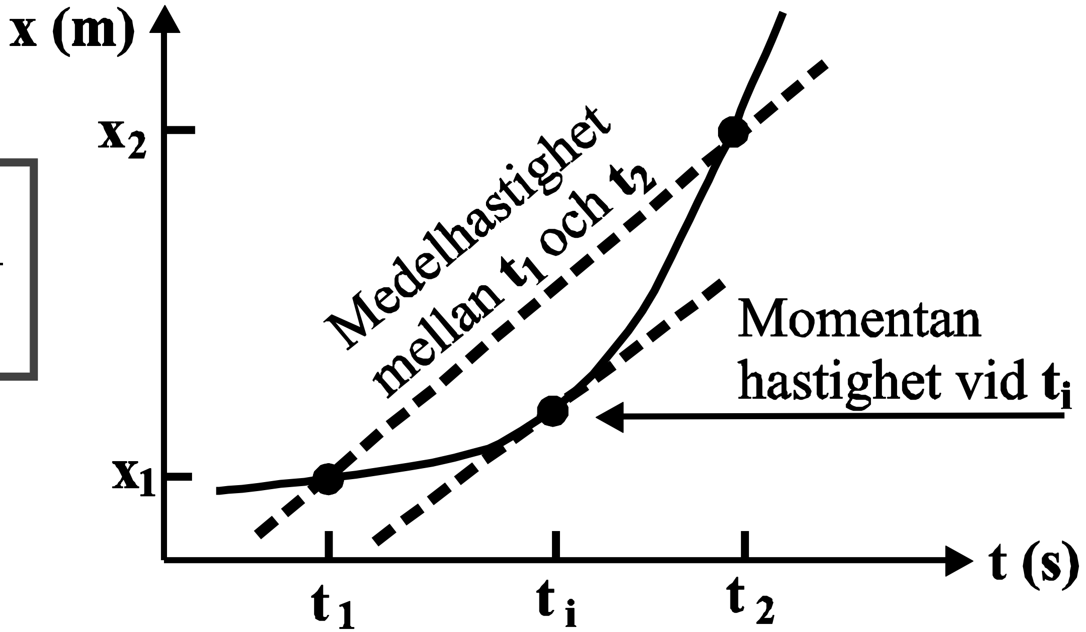
Parametern A, som bestämdes vara 0.25 m/s, är objektets **hastighet**

Hastigheten definieras:

$$\boxed{\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} = \frac{d\bar{x}}{dt}}$$

Medelhastighet:

$$\boxed{\langle \bar{v} \rangle = \frac{\text{distans}}{\text{tid}} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}}$$



Hastighet

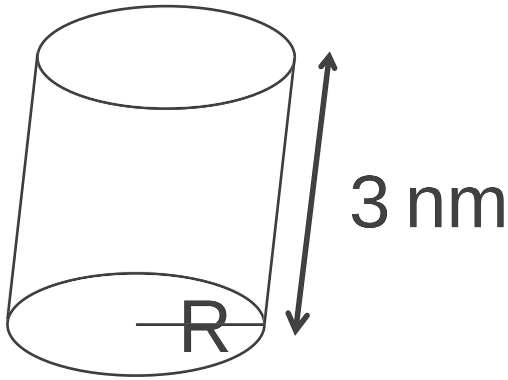
Hastigheter	(m/s)
Ljus	$3x10^{8}$
Elektron (H)	$2.2x10^{8}$
Kretsande satellit	3000
Pistolkula	700
Ljud	330
Människa	12
Glaciär	10^{-6}
Människohår	$3x10^{-9}$
kontinentaldrift	10^{-9}

Hastighet

Människohår

3×10^{-9} m/s

Diameter ~ 50 µm



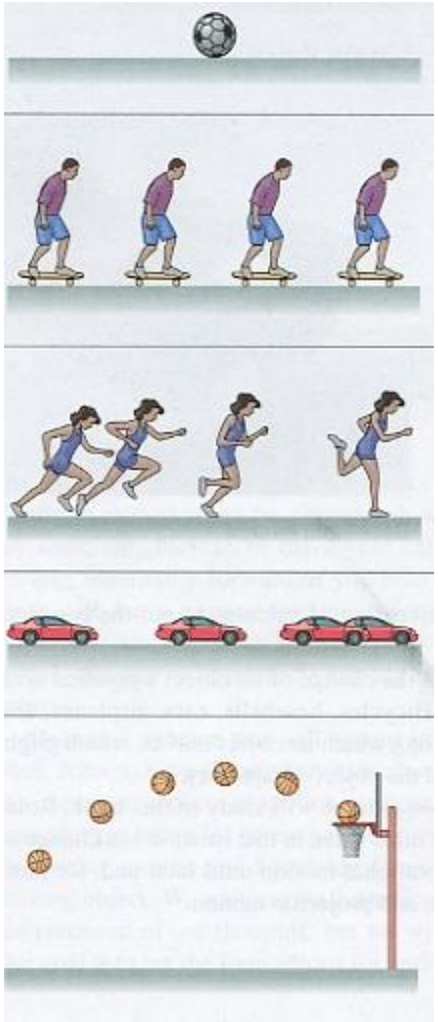
⇨ $R \sim 2.5 \times 10^4$ nm

⇨ $V \sim \pi (2.5 \times 10^4)^2 \times 3 \text{ nm}^3 \sim 50 \times 10^8 \text{ nm}^3$

$V_{atom} \sim (0.3 \text{ nm})^3 \sim 0.03 \text{ nm}^3$

⇨ Atomer/s $\sim V/V_{atom} \sim \underline{\underline{2 \times 10^{11}}}$

Rörelseekvation
(Liikeyhtälö)
=
platsen som en funktion av tiden



a)

b)

c)

d)

e)

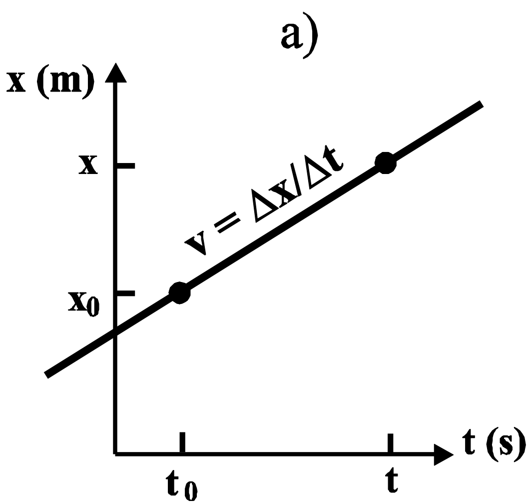
Rörelseekvation = platsen som en funktion av tiden

Konstant hastighet: $v = \frac{dx}{dt}$ ⇨ $dx = v \cdot dt$

⇨ $\int_{x_0}^{x} dx' = \int_{t_0}^{t} v \cdot dt' = v\int_{t_0}^{t} dt'$

$$x - x_0 = v(t - t_0)$$

$$\boxed{x = x_0 + v(t - t_0)}$$



Acceleration (kiihtyvyys)

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

$$[\bar{a}] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Definitionen för acceleration:

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\bar{x}}{dt}\right) = \frac{d^2\bar{x}}{dt^2}$$

Accelerationer	m/s^2
Protoner i Fermilab accelerator	10^{14}
Bilkrock (100 km/h) med en vägg	10^3
Gravitationen på solens yta	300
Människan förlorar medvetande	70
Gravitationen på Jorden	9.8
Gravitationen på Månen	1.7
Rotationen vid jordens ekvator	$3x10^{-2}$

Acceleration

Härled rörelseekvationen för rörelse med
konstant acceleration: a = dv/dt = konstant

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a \cdot dt$$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv' = a \int_{t_0}^{t} dt' \Rightarrow \boxed{v = v_0 + a(t - t_0)}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v \cdot dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx' = \int_{t_0}^{t} v(t') \cdot dt'$$

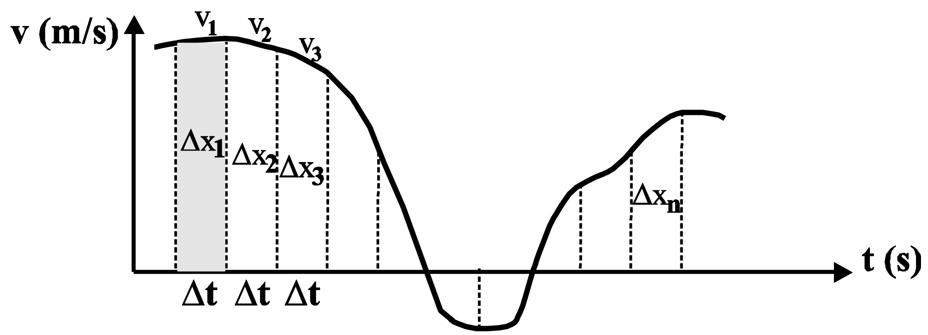
$$\Rightarrow x - x_0 = \int_{t_0}^{t} \left[v_0 + a(t' - t_0)\right] \cdot dt' = v_0 \int_{t_0}^{t} dt' + a \int_{t_0}^{t} (t' - t_0) \cdot dt'$$

$$= v_0 \Big/_{t_0}^{t} t' + a \Big/_{t_0}^{t} \frac{(t' - t_0)^2}{2} = v_0 (t - t_0) + \frac{a}{2}\left[(t - t_0)^2 - (t_0 - t_0)^2\right]$$

$$= v_0 (t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2 \Rightarrow \boxed{x = x_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{a}{2}(t - t_0)^2}$$

Acceleration

Ifall hastigheten är en funktion av tiden, kan man få positionen genom integrering



$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_n = \Delta t \cdot v_1 + \Delta t \cdot v_2 + \ldots + \Delta t \cdot v_n = \int_{t_0}^{t} v(t') \cdot dt'$$

$$\boxed{x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t') \cdot dt'}$$

Likadant kan man få hastigheten då accelerationen inte är konstant

$$\boxed{v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t') \cdot dt'}$$

Exempel

Accelerationen för ett föremål som en funktion av tiden ges som:

$$a(t) = 2t - 3$$

Beräkna positionen för föremålet efter 2 s, ifall den vid tid t = 0 befinner sig 2 m från origo och har begynnelsehastigheten 1 m/s

$$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t') \cdot dt' \qquad v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t') \cdot dt'$$

Exempel Anta att en sten kastas rakt uppåt med begynnelsehastigheten 15 m/s. 2.0 s senare kastas en sten till uppåt med samma begynnelsehastighet. När den första stenen senare börjar falla tillbaka mot marken, möts stenarna (gravitationsaccelerationen g = 9.8 m/s²).

a) Vid vilken höjd möts stenarna?

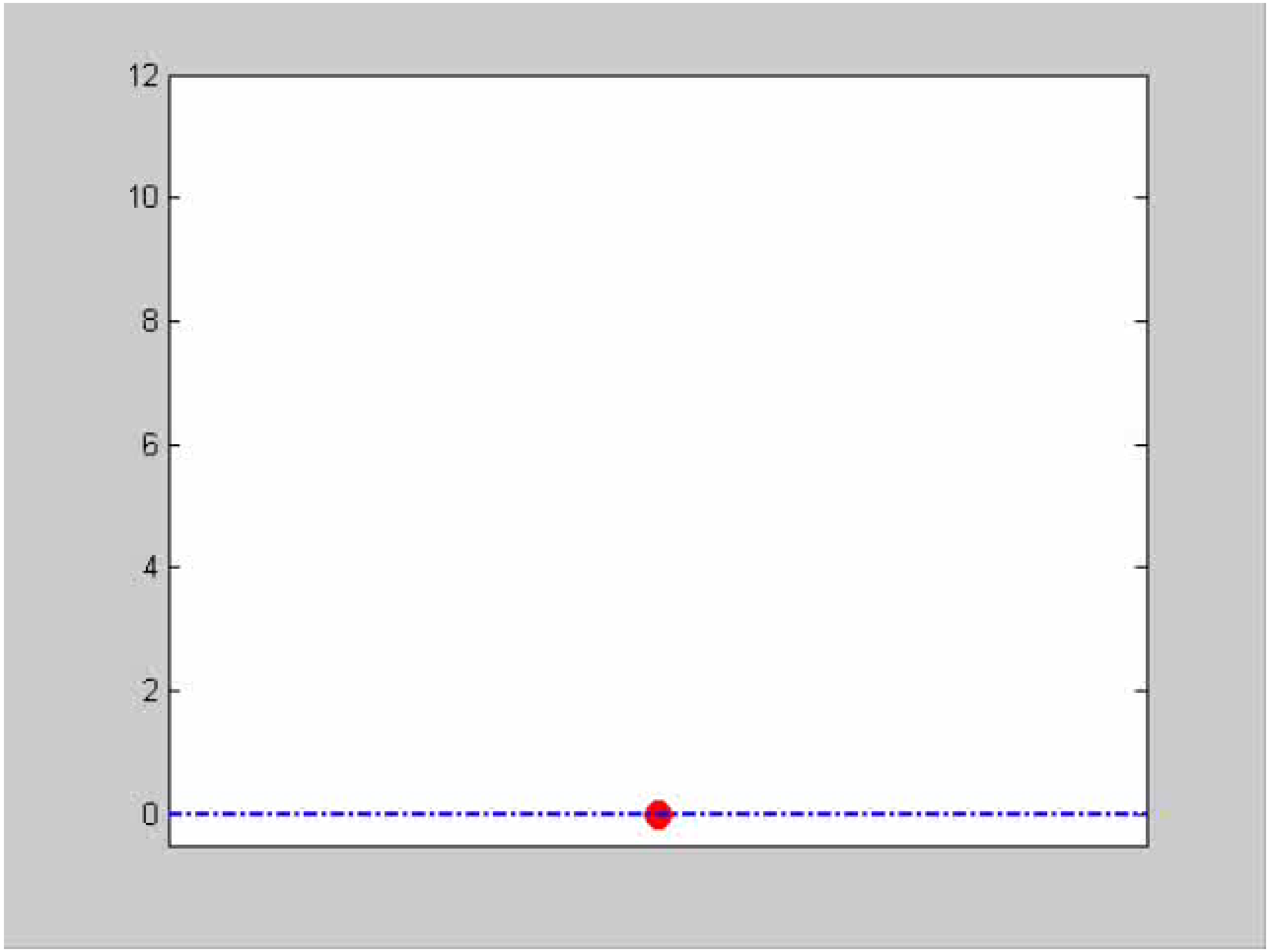
b) Vad är maximihöjden som stenarna når?

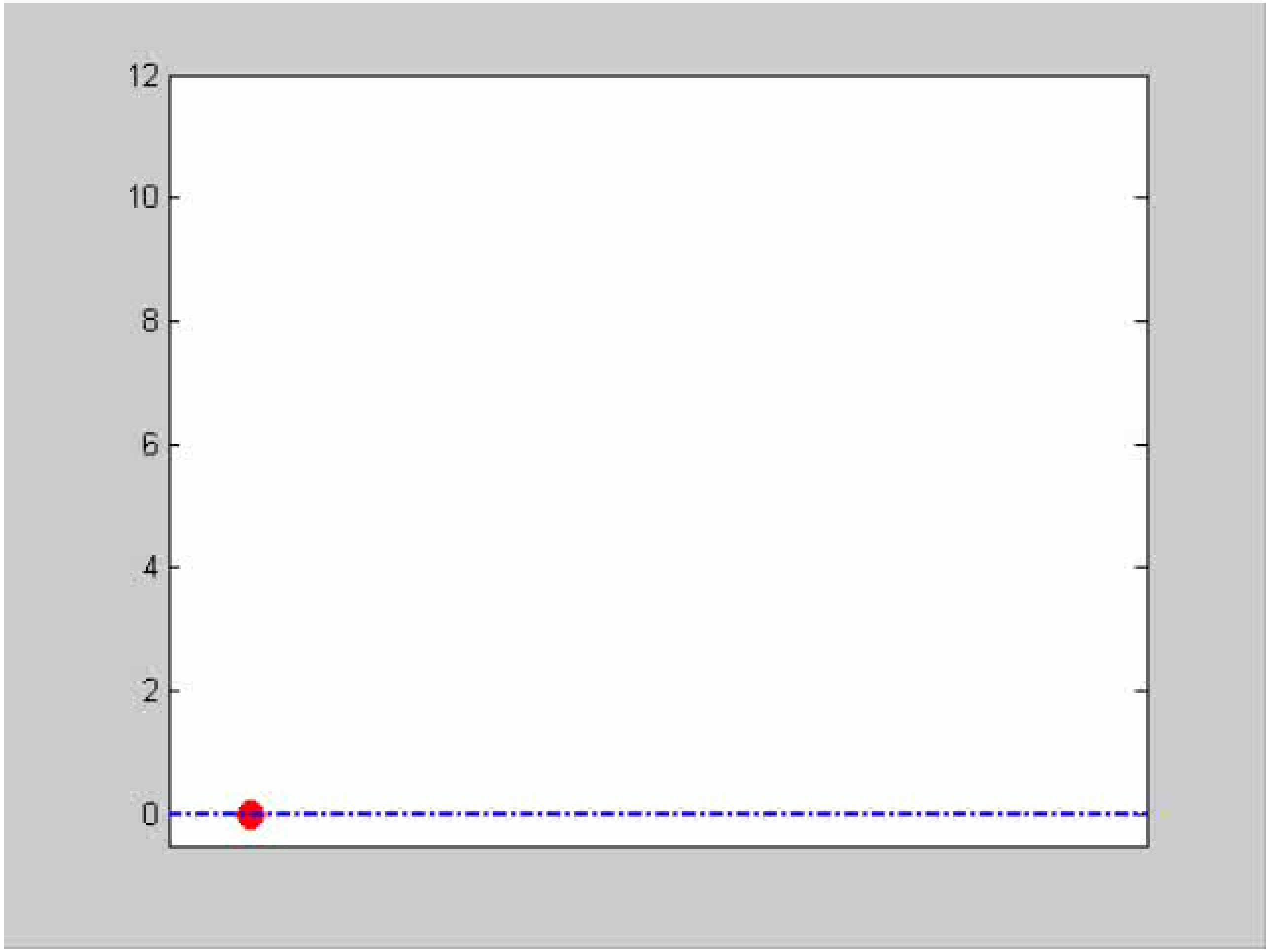
$$\text{Sten 1: } x_1 = x_0 + v_0(t - t_1) - \frac{1}{2}g(t - t_1)^2$$

$$\text{Sten 2: } x_2 = x_0 + v_0(t - t_2) - \frac{1}{2}g(t - t_2)^2$$

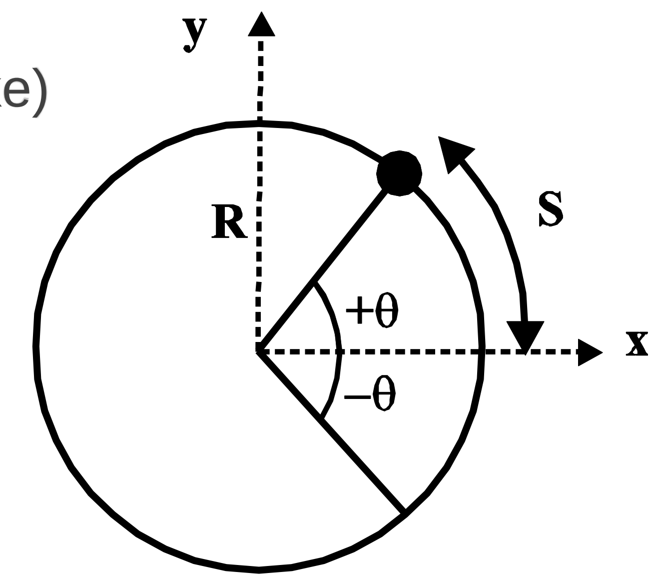
$$x_0 = 0, \quad t_1 = 0 \rightarrow t_2 = 2 \quad \Rightarrow \quad \text{Sten 1: } x_1 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2, \quad \text{Sten 2: } x_2 = v_0(t-2) - \frac{1}{2}g(t-2)^2$$

$$\text{a) } x_1 = x_2 \Rightarrow t \approx 2.53 \text{ s} \Rightarrow x_1 = x_2 \approx 6.6 \text{ m}$$


12
10
8
6
4
2
0


12
10
8
6
4
2
0

Vinkelrörelse (kulmaliike, pyörimisliike)



Både x- och y-koordinat behövs:

Definierar vinkeln Θ:

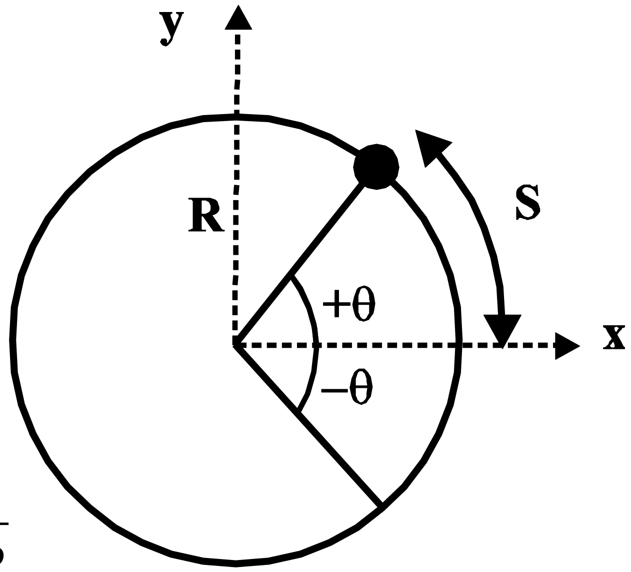
$$\boxed{\Theta = \frac{S}{R}}$$

$$[\Theta] = rad$$

⇨ Vinkelrörelse 1 dimensionellt

$$\boxed{\begin{aligned} x &= R\cos(\Theta) \\ y &= R\sin(\Theta) \end{aligned}}$$

Vinkelrörelse



Vinkelhastighet:

$$\boxed{\omega = \frac{d\Theta}{dt}} \qquad [\omega] = \text{rad/s}$$

$$\omega = \frac{d\Theta}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{S}{R}\right) = \frac{1}{R}\left(\frac{dS}{dt}\right) = \frac{v}{R}$$

⇨ Kroppens fart: $\boxed{v = R\omega}$

Vinkelacceleration:

$$\boxed{\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\Theta}{dt^2}} \qquad [\alpha] = \text{rad/s}^2$$

⇨ Kroppens acceleration: $\boxed{a = R\alpha}$