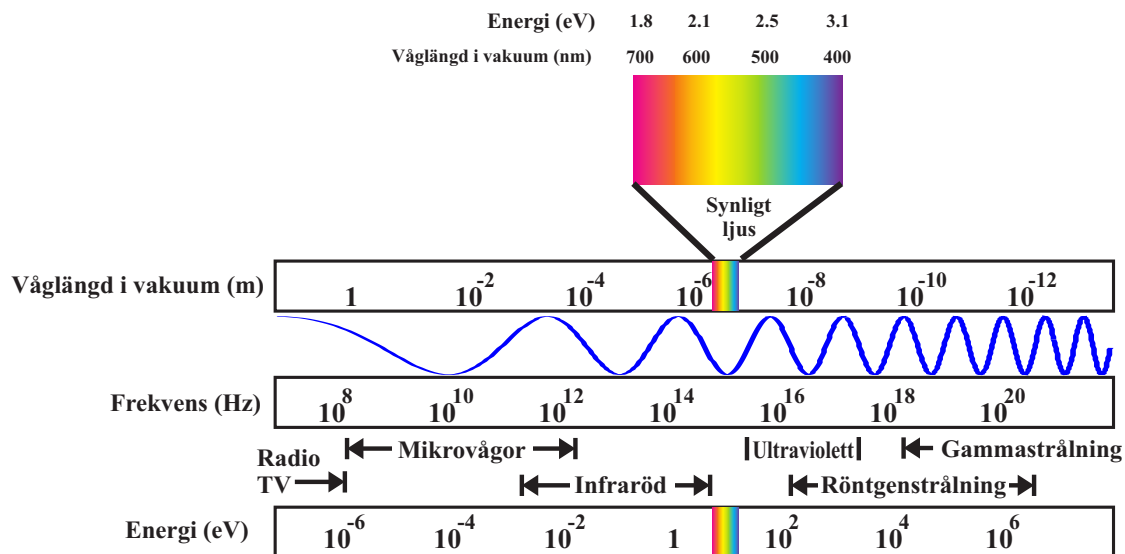


## 8 Energikvantisering

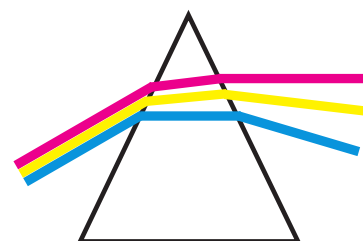
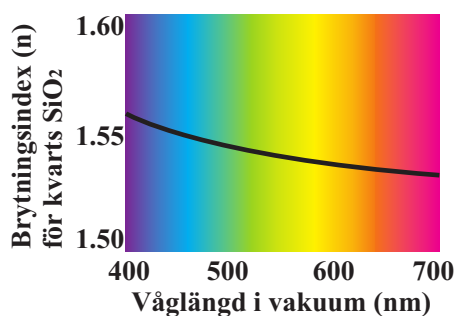
Energikvantisering syns bäst i tillämpningar där man använder elektromagnetiska vågor. Elektromagnetiska vågor som är synliga för ögat kallas för ljus. Ljus har också partikelnatur, och man talar då om fotoner, små energiknippen. Fotoner som man kan se med ögat har energin mellan 1.8 eV (rött) och 3.1 eV (violett).



Figur 27: Det elektromagnetiska spektret.

Vanligt vitt ljus är en superposition av ljusvågor från hela det synliga spektret. Hastigheten för ljus i vakuum är samma för alla våglängder, men i optiskt genomskinliga material är ljusets hastighet oftast beroende av våglängden. Detta hastighetsberoende kallas för **dispersion**. Nedan ser vi en tabell för olika färgers våglängd i vakuum.

Färg	Våglängd i vakuum (nm)
Röd	700
Orange	620
Gul	550
Grön	500
Blå	450
Violett	400



Lättast att observera dispersion är att låta vitt ljus infalla i ett prisma. Då kommer ljusets olika färgkomponenter med olika våglängd att brytas olika, vilket illustreras i figuren ovan för tre färger. Materialets brytningsindex  $n = c/v$  ger förhållandet mellan ljusets hastighet i vakuum till hastigheten i materialet.

Ljusets partikelnatur var länge bara spekulaton, eftersom energin som en foton har är så liten att det är svårt att observera den. Solljusets intensitet på jordytan är ca  $1400 \text{ Wm}^{-2}$  vilket betyder att ca.  $1400 \text{ Js}^{-1}\text{m}^{-2}/(2 \cdot 1.6 \times 10^{-19}) \approx 4.4 \times 10^{21}$  fotoner per sekund träffar en yta på en kvadratmeter.

Atomer och molekyler kan absorbera eller emittera fotoner. När en foton absorberas av en atom, försvinner den helt. Då väteatomen (H) absorberar en foton, ökar dess energi, vilket betecknas med en stjärna:



Motsvarande kan en exciterad väteatom emittera en foton:



## 8.1 Elektroniska energinivåer

Bland mänsklighetens mest imponerande bedrifter kan räknas teorin för kvantmekanik, som följde experimentella mätningar där man märkte att energinivåerna för små system var diskreta eller kvantiserade.

Tittar man på den simplaste atomen, väteatomen, som består av en elektron och en proton, är systemet bundet och den elektriska potentialen är negativ för alla avstånd mellan elektronen och protonen

$$U_{elec} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(+e)(-e)}{r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (165)$$

Ifall elektronen cirklar kring protonen är den i accelererad rörelse och borde förlora energi p.g.a kontinuerlig emission av elektromagnetiska vågor. Klassiskt borde alltså elektronen spirala nedför potentialen och kombineras med protonen. Vi vet att detta inte sker, men ifall vilken elektronbana som helst kring protonen är stabil, borde en foton med vilken energi som helst vara möjlig att emitteras då elektronen faller från en högre energibana till en lägre. Experimentellt har man ändå observerat att väteatomen emitterar fotoner med bara några diskreta energier, kallade spektrallinjer. Förklaringen till dessa diskreta eller kvantiserade energierna ges av kvantmekaniska beräkningar där den så kallade **Schrödinger ekvationen** löses. Elektronen kan betraktas vara en våg som kan vara i banor kring protonen bara ifall ett varv runt protonen är hela antal våglängder. Från dessa beräkningar får man bl.a. att elektronens energinivåer i väte ges som

$$E_N = K + U_{elec} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{N^2}, \quad \text{där } N = 1, 2, 3, \text{ osv} \quad (166)$$

**Exempel:** En väteatom som är i grundtillståndet absorberar en foton och hamnar i tredje energitillståndet ( $N=3$ ). Beräkna energin för den absorberade fotonen. Vad är den lägsta energin för en foton så att en väteatom i grundtillståndet kan absorbera den?

Vi använder energiprincipen, där begynnelseenergin ( $b$ ) är samma som slutenergin ( $s$ ):

$$\begin{aligned} E_s &= E_b + K_{foton} \\ \rightarrow \\ K_{foton} &= -\frac{13.6 \text{ eV}}{3^2} - \left(-\frac{13.6 \text{ eV}}{1^2}\right) \approx \underline{\underline{12.1 \text{ eV}}} \end{aligned}$$

Den lägsta energin för en foton så att en väteatom i grundtillståndet kan absorbera den är energin mellan grundtillståndet ( $N=1$ ) och nästa tillstånd ( $N=2$ )

$$K_{foton,min} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{2^2} - \left(-\frac{13.6 \text{ eV}}{1^2}\right) \approx \underline{\underline{10.2 \text{ eV}}}$$

Gaserna vid rumstemperatur är oftast i grundtillståndet. Förklara från detta och från föregående exempel varför gaserna i rumstemperatur är genomskinliga.

## 8.2 Temperatureffekt

Atomerna och molekylerna växelverkar med varandra via kollisioner. Vid låga temperaturer är kollisionens energi vanligen för låg för att excitera elektronnivåerna för atomerna till högre tillstånd. Sannolikheten för att en atom eller en molekyl är i ett exciterat med energin  $\Delta E$  ovanför grundtillståndet vid temperaturen  $T$  ges av den så kallade **Boltzmann faktorn**

$$\text{Sannolikhet}(T,E) = e^{-\Delta E/kT} \quad (167)$$

där  $k \approx 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  är Boltzmann konstanten. Vid rumstemperatur ( $\approx 300\text{K}$ ) är Boltzmann faktorn för en 1 eV exciterat tillstånd

$$\approx \exp\left(\frac{-1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1.4 \times 10^{-23} \text{ J/K } 300 \text{ K}}\right) \approx 3 \times 10^{-17} \quad (168)$$

detta betyder att bara en atom av ungefär  $10^{17}$  atomer är i exciterat tillstånd vid 300 K!

### 8.3 Förbjudna övergångar

Det som inte syns i Ekv. (166) är att alla övergångarna från högre till lägre energi inte är tillåtna. Senare ser vi att dessa förbjudna övergångarna beror på att i alla övergångar bevaras inte rörelsemängdsmomentet.

### 8.4 Kvantiserade energinivåer för vibration

För atomer eller molekyler som kan vibrera, är energin också kvantiserad. Hittills antog vi att ett fast ämne kan approximeras med atomer som är fastsatta med andra atomer via fjädrar”. Ifall energin inte skulle vara kvantiserad, skulle alla oscillationsamplituder  $A$  (kom ihåg rörelseekvationen  $x(t) = A \sin(\Omega t + \phi)$ ) vara möjliga. Totala energin för en oscillator är

$$E_{tot} = K + U = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2, \quad (169)$$

där den sista termen kommer från det att då oscillatoren (atomen) byter riktning, är rörelsemängden  $p$  noll, och  $x = A$ . Om man löser kvantmekaniska Schrödingers ekvationen för en parabelformad potentiell energi  $U = 0.5kx^2$  får man att bara vissa energitillstånd är tillåtna och att energiskillnaden mellan energinivåerna är

$$\Delta E = \hbar \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (170)$$

där  $\hbar = h/(2\pi)$ .  $h \approx 6.6 \times 10^{-34}$  Js är **Plancks konstant**.

### 8.5 Kvantiserade energinivåer för rotation

En molekyl kan ha förutom elektronisk- och vibrationsenergi, också rotationsenergi. Rotationsenergin är också kvantiserad, och energiskillnaden mellan rotationsnivåerna är mycket liten, ca.  $10^{-4}$  eV, vilket betyder att mikrovågor (elektromagnetiska vågor med våglängd kring cm) kan excitera rotationsnivåerna för molekyler. I mikrovågsugnen börjar vattenmolekylerna rotera p.g.a. mikrovågorna, och denna rotationsenergi sprids sedan till andra atomer och molekyler via kollisioner med vattenmolekylerna. Maten blir varm.