

23. Elektromagnetisk strålning

Kunskapsmål:

- Kunna beräkna 3D elektriska och magnetiska strålningsfält som produceras av en accelererad laddning
- Matematiskt relatera perioden, våglängden och hastigheten för en elektromagnetisk våg av sinustyp, och relatera energiflödet med amplituden
- Förklara fysikaliska fenomen där återstrålning sker
- Matematiskt relatera brytningsindex, frekvens, hastighet och brytning av ljus i material

Vågrörelse

Klassiska vågor behöver ett medium via vilken den rör sig. Partiklar som har flyttats bort från sina jämviktspositioner i ett elastiskt medium, återvänder dit.

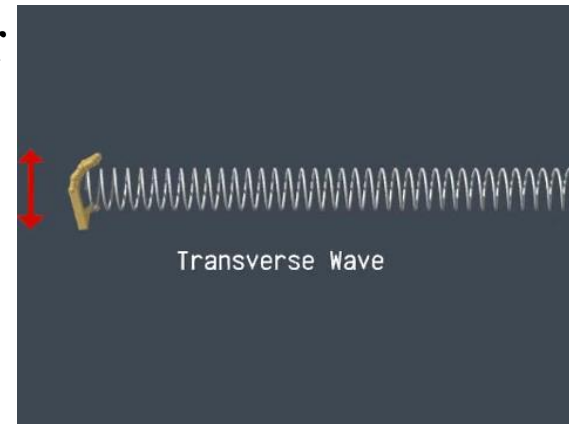
Alltså, vågorna transporterar inte materia utan energi.

Man brukar skilja på två olika vågtyper

Transversella:

störningen från jämviktspositionen
Är vinkelrät mot vågens färdriktning.

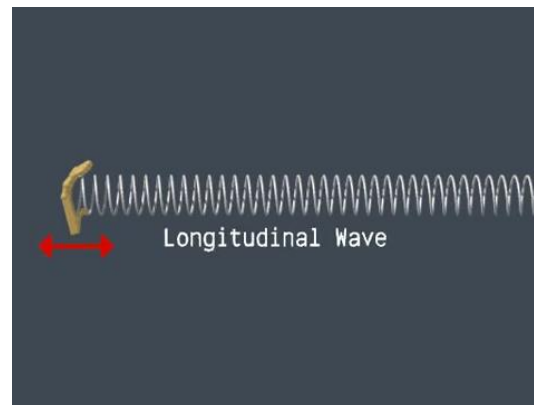
Ex. vattenvågor



Longitudinella:

störningen parallell till
Vågens färdriktning.

Ex. ljudvågor



Vågrörelse

En punkt på en transversell våg går den upp och ner, och tiden från att punkten har maximihöjd tills den igen har maximihöjd kallas för **perioden T**

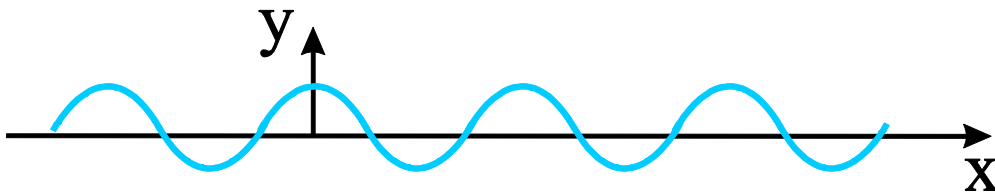
Frekvensen f är hur många gånger den når maxima per sekund, $f = 1/T$

Avståndet mellan topparna kallas **våglängd λ**

Hastigheten för en våg är:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$





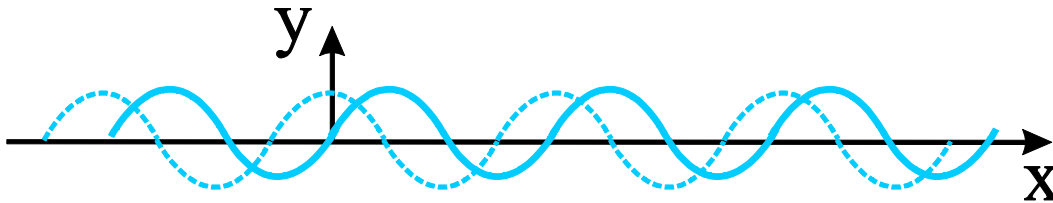
$$y(0, t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

vinkelhastighet

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

fasvinkel

$$\phi$$



Efter en tid: $\Delta t = x/v$

$$y(0, t) = y(x, t + \Delta t) \Rightarrow y(0, t - \Delta t) = y(x, t)$$

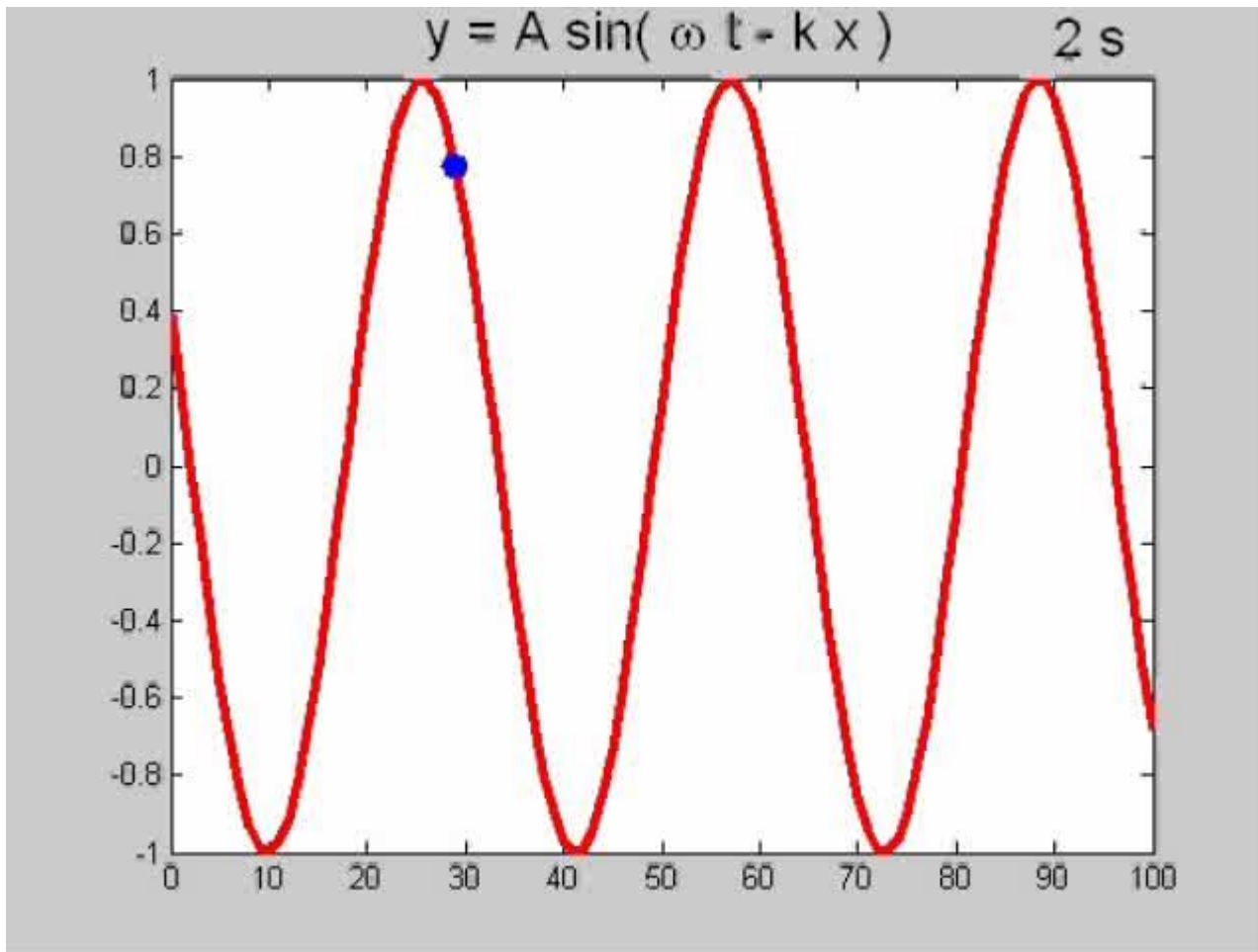
$$y(0, t - \Delta t) = A \sin[\omega(t - \Delta t) + \phi] = A \sin[\omega t - \frac{\omega}{v} x + \phi]$$

Def: vågtal $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi \cdot f}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$



$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \phi)$$





Vågrörelse

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$\omega t - kx + \phi = \text{konstant} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\omega t}{k} + \frac{\phi}{k} - \frac{\text{konstant}}{k}$$

$$\Rightarrow \quad v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\lambda f}{2\pi} = \lambda f \quad \text{i +x riktning}$$



Visa att ekvationen
är en lösning till
vågekvationen:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$\frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = v^2 \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\frac{dy}{dx} = -kA \cos(\omega t - kx + \phi)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -k^2 A \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$\frac{dy}{dt} = \omega A \cos(\omega t - kx + \phi)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$\rightarrow \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\omega^2}{k^2} \frac{d^2 y}{dx^2} = v^2 \frac{d^2 y}{dx^2}$$



Maxwells ekvationer

- ▶ Gauss lag för elektricitet: $\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{\sum q_{inne}}{\epsilon_0}$
- ▶ Gauss lag för magnetism: $\oint \vec{B} \cdot \hat{n} dA = 0$
- ▶ Faradays lag: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$
- ▶ Amperes lag (ofullständig): $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{genom}$



- ▶ De fyra kompletta Maxwells ekvationerna ger en fullständig beskrivning av elektriska och magnetiska fält i rymden
- ▶ Vi saknade ännu en del av den fjärde ekvationen, Amperes lag
- ▶ Vi såg att Faradays lag uttryckte sambandet mellan ett varierande magnetiskt fält och en inducerad ström
- ▶ Kunde det vara så, att ett varierande elektriskt fält skulle på motsvarande sätt ge upphov till ett magnetfält?

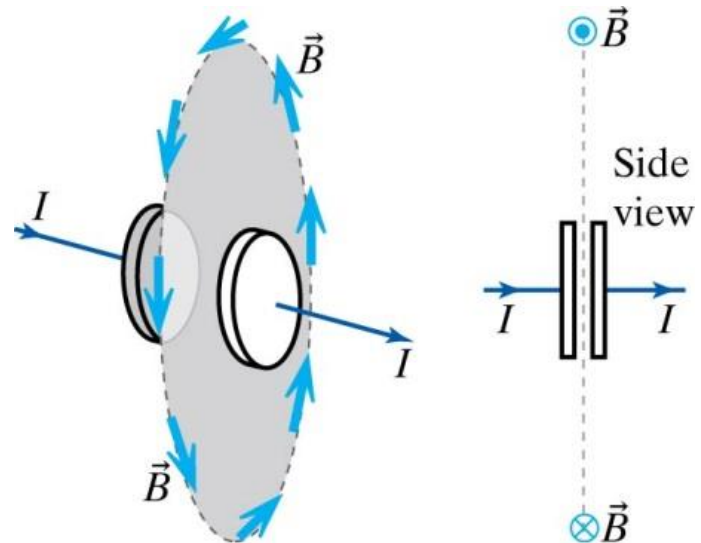


Ampere-Maxwell lagen

- ▶ Om vi tillämpar Amperes lag på en krets med en kondensator, kommer vi att stöta på ett problem.
- ▶ Enligt Amperes lag är

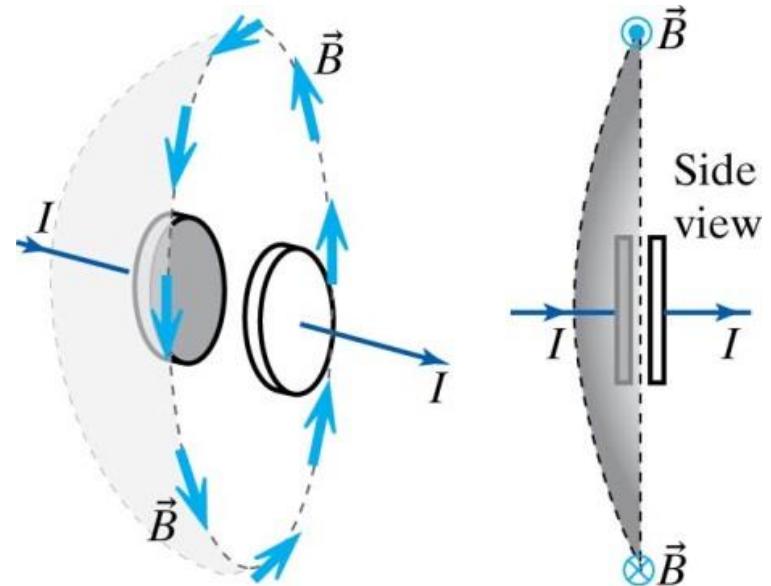
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{genom}$$

- ▶ Om vi väljer integrationskurvan och ytan som på bilden, går det ingen ström genom ytan, så enligt det skulle vi ha $\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$



- ▶ Om vi däremot väljer en yta som kurvar utåt lite som på bilden nedan, får vi ett annat resultat
- ▶ Nu går strömmen i ledningen genom integrationsytan, och enligt det borde vi alltså ha

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



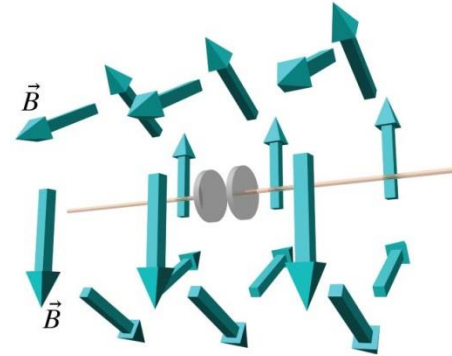
- ▶ Vi får en motsägelse.
- ▶ Vilket är det rätta svaret?



Vad saknas från Amperes lag?

- ▶ Enligt Biot-Savarts lag ges magnetfältet kring en lång ledning av

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r}$$



- ▶ Det här är ungefär magnetfältet eftersom kondensatorn utgör endast ett mycket litet brott i ledningen.

- ▶ Då får vi:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r} 2\pi r = \mu_0 I$$

- ▶ Detta stämmer överens med det senare resultatet, men vi har ett problem med Amperes lag...



Varierande elektriskt fält

- ▶ Lösningen fås genom att inse parallellen med ett varierande magnetfält
- ▶ I kondensatorn har vi ett varierande elfält, eftersom fältet växer i styrka då kondensatorn laddas
- ▶ Maxwell gissade att detta varierande elfält kunde ge upphov till magnetfältet runt kondensatorn
- ▶ Analogt med Faradays lag gissar vi att tidsförändringen av elektriska flödet i ett område är relaterat till integralen av magnetiska fältet runt området

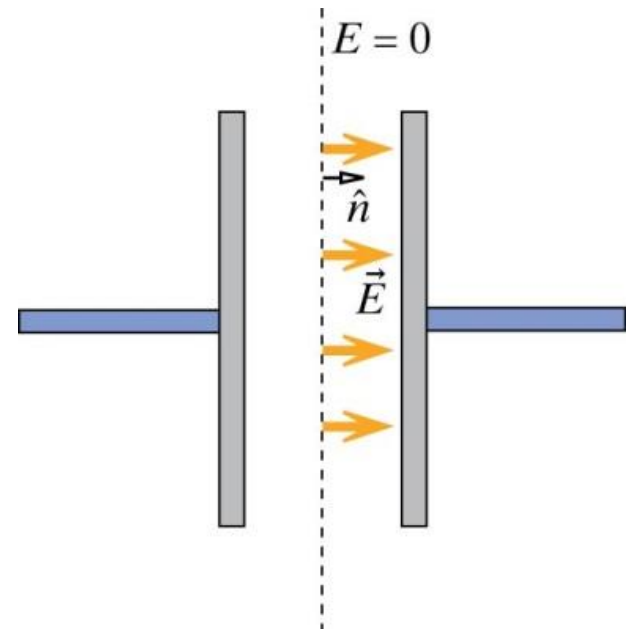


Varierande elektriskt flöde

- ▶ Elektriska flödet ges av uttrycket

$$\Phi_e = \int \vec{E} \cdot \hat{n} dA$$

- ▶ Kondensatorn på bilden har ett elfält parallellt med \hat{n} och med styrkan $\left(\frac{Q}{A}\right) / \epsilon_0$, där Q är laddningen i kondensatorn, och A är dess area. Utanför kondensatorn är elfältet ungefär noll



➔
$$\Phi_e = \left(\frac{Q}{A\epsilon_0}\right) A \cos 0^\circ = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Elektriska flödet: $\Phi_e = \left(\frac{Q}{A\epsilon_0} \right) A \cos 0^\circ = \frac{Q}{\epsilon_0}$

- ▶ Tidsderivatan av Q får vi genom att inse att laddningen ΔQ som flödar till kondensatorn under tiden Δt är lika med $I\Delta t$. Då är

$$\frac{dQ}{dt} = I$$

➔ $\frac{d\Phi_e}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Q}{\epsilon_0} \right) = \frac{I}{\epsilon_0}$

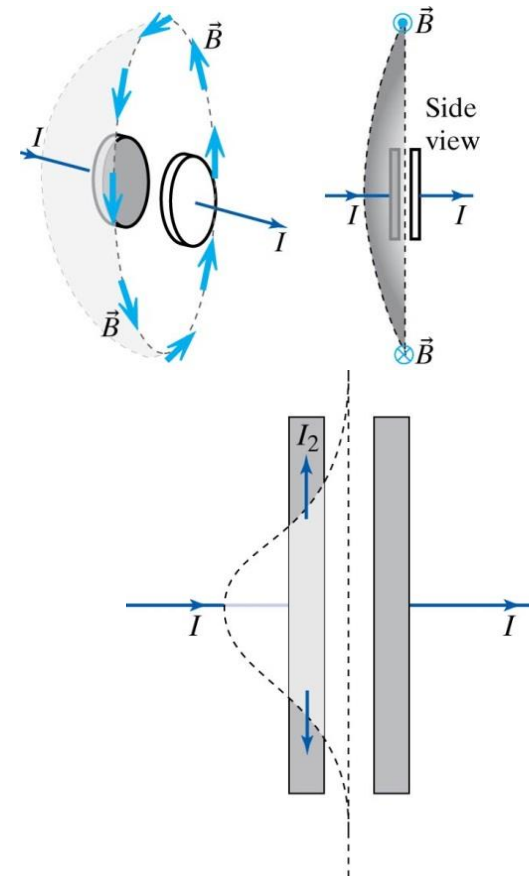


Ampere-Maxwell lagen

- ▶ Vi kan nu skriva
Ampere-Maxwell lagen:
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I_{genom} + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} \right]$$

- ▶ Lagen gäller i båda situationerna vi tidigare ritade med kondensatorn

- ▶ Den gäller också i helt allmänna fall, t.ex. för en integrationsyta som på bilden till höger



Maxwells lagar (i integral form)

- ▶ Gauss lag för elektricitet: $\oint \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{\sum q_{inne}}{\epsilon_0}$
- ▶ Gauss lag för magnetism: $\oint \vec{B} \cdot \hat{n} dA = 0$
- ▶ Faradays lag: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA$
- ▶ Ampere-Maxwells lag:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[\sum I_{genom} + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot \hat{n} dA \right]$$



Elektrisk och magnetisk kraft

- ▶ För en fullständig beskrivning av sambanden mellan elektricitet och magnetism behöver vi, förutom de fyra Maxwells ekvationerna, också Lorentz ekvation för krafterna som elektriska och magnetiska fält utövar på laddningar:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$(d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \text{ för strömmar})$$



Maxwells ekvationer

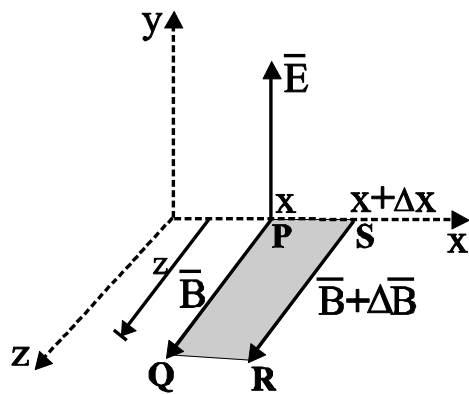
1) Gauss lag (elektrostatik)	$\oiint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon}$
2) Gauss lag (magnetism)	$\oiint \bar{B} \cdot d\bar{A} = 0$
3) Faradays lag	$\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{d}{dt} \left(\oiint \bar{B} \cdot d\bar{A} \right)$
4) Ampere-Maxwells lag	$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu \left(I + \varepsilon \frac{d}{dt} \left(\oiint \bar{E} \cdot d\bar{A} \right) \right)$

Exempel: se på situationen då inga laddningar betraktas

→ 3) Och 4) blir då:

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{d}{dt} \left(\oiint \bar{B} \cdot d\bar{A} \right) = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$
$$\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu\varepsilon \frac{d}{dt} \left(\oiint \bar{E} \cdot d\bar{A} \right) = \mu\varepsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$





$$1) \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu\epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$2) \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

Magnetfältet ändras i z-riktning

I) Ger upphov till en flödesförändring av elfältet (Φ_E) i y-riktning

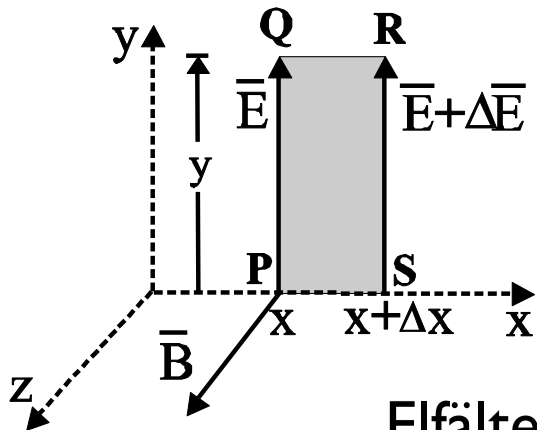
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_P^Q B dl + \int_Q^R B dl + \int_R^S B dl + \int_S^P B dl = Bz - z(B + \Delta B) = -z\Delta B$$

Detta skall vara lika med tidsförändringen av det elektriska flödet

$$\mu\epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} = \mu\epsilon \frac{d(E \cdot \text{Area})}{dt} = \mu\epsilon \text{Area} \frac{dE}{dt} = \mu\epsilon \Delta x \cdot z \frac{dE}{dt}$$

$$\rightarrow -z\Delta B = \mu\epsilon \Delta x \cdot z \frac{dE}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{\delta B}{\delta x} = -\mu\epsilon \frac{\delta E}{\delta t}$$





$$1) \quad \oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu\epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\delta B}{\delta x} = -\mu\epsilon \frac{\delta E}{\delta t}$$

$$2) \quad \oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{d\Phi_M}{dt} \quad \rightarrow$$

$$\frac{\delta E}{\delta x} = -\frac{\delta B}{\delta t}$$

Erfältet ändras i y-riktning

2) Ger en flödesförändring av magnetfältet (Φ_M) i z-riktning

$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = \int_Q^P E dl + \int_P^S E dl + \int_S^R E dl + \int_R^Q E dl = -Ey + y(E + \Delta E) = y\Delta E$$

Detta skall vara lika med tidsförändringen av det magnetiska flödet

$$-\frac{d\Phi_M}{dt} = -\frac{d(B \cdot Area)}{dt} = -Area \frac{dB}{dt} = -\Delta x \cdot y \frac{dB}{dt}$$

$$\rightarrow y\Delta E = -\Delta x \cdot y \frac{dB}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{\delta E}{\delta x} = -\frac{\delta B}{\delta t}$$



$$\begin{array}{l}
 \frac{\delta B}{\delta x} = -\mu\epsilon \frac{\delta E}{\delta t} \\
 \frac{\delta E}{\delta x} = -\frac{\delta B}{\delta t}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \bullet \frac{\delta}{\delta x} \\
 \bullet \frac{\delta}{\delta t}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \longrightarrow \\
 \longrightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \frac{\delta^2 B}{\delta x^2} = -\mu\epsilon \frac{\delta}{\delta x} \frac{\delta E}{\delta t} \\
 \frac{\delta}{\delta t} \frac{\delta E}{\delta x} = -\frac{\delta^2 B}{\delta t^2}
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{l}
 \frac{\delta^2 B}{\delta t^2} = \frac{1}{\mu\epsilon} \frac{\delta^2 B}{\delta x^2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{\delta B}{\delta x} = -\mu\epsilon \frac{\delta E}{\delta t} \\
 \frac{\delta E}{\delta x} = -\frac{\delta B}{\delta t}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \bullet \frac{\delta}{\delta t} \\
 \bullet \frac{\delta}{\delta x}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \longrightarrow \\
 \longrightarrow
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \frac{\delta}{\delta t} \frac{\delta B}{\delta x} = -\mu\epsilon \frac{\delta^2 E}{\delta t^2} \\
 \frac{\delta^2 E}{\delta x^2} = -\frac{\delta}{\delta x} \frac{\delta B}{\delta t}
 \end{array}
 \longrightarrow
 \begin{array}{l}
 \frac{\delta^2 E}{\delta t^2} = \frac{1}{\mu\epsilon} \frac{\delta^2 E}{\delta x^2}
 \end{array}$$



$$\frac{\delta^2 B}{\delta t^2} = \frac{1}{\mu\epsilon} \frac{\delta^2 B}{\delta x^2} \quad \frac{\delta^2 E}{\delta t^2} = \frac{1}{\mu\epsilon} \frac{\delta^2 E}{\delta x^2}$$

Vågrörelseläran gav: $\frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = v^2 \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$ Vågen rör sig i x-riktning med hastigheten \mathbf{v}

Jämför vi nu detta med ekvationerna ovan, får vi att B och E rör sig med hastigheten:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

I vakuum blir detta: **Samma som ljushastigheten!**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \approx \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \cdot 8.85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}}} \approx \underline{\underline{2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}}}$$

Ljus är elektromagnetisk vågrörelse



Elektromagnetiska vågor

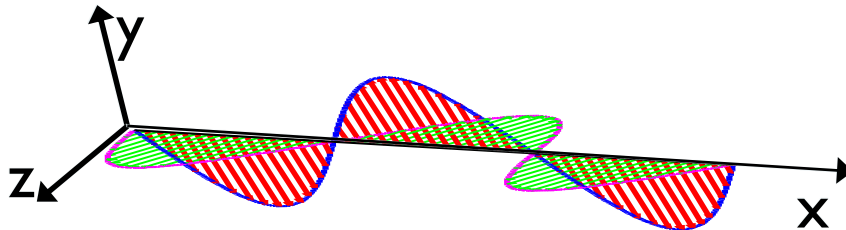
$$\bar{E}(x,t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{j}$$

$$\bar{B}(x,t) = B_0 \sin(kx - \omega t) \hat{k}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\frac{\delta^2 E}{\delta t^2} = \frac{1}{\mu \epsilon} \frac{\delta^2 E}{\delta x^2}$$

$$\frac{\delta^2 B}{\delta t^2} = \frac{1}{\mu \epsilon} \frac{\delta^2 B}{\delta x^2}$$



\bar{v} är i riktningen $\bar{E} \times \bar{B}$

Vad är riktningen för \bar{B} i en EM-våg med hastigheten $\bar{v} = (0, c, 0)$
och elfältet $\bar{E} = (0, 0, E)$



Vi fick tidigare: $\frac{\delta E}{\delta x} = -\frac{\delta B}{\delta t}$

$$\bar{E}(x, t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{j}$$

$$\bar{B}(x, t) = B_0 \sin(kx - \omega t) \hat{k}$$

Vi deriverar elfältet med avseende av x
och magnetfältet med avseende av t

$$\rightarrow |E_0| k \cos(kx - \omega t) = -|B_0| (-\omega) \cos(kx - \omega t)$$



$$|E_0| = \frac{\omega}{k} |B_0| = c |B_0|$$

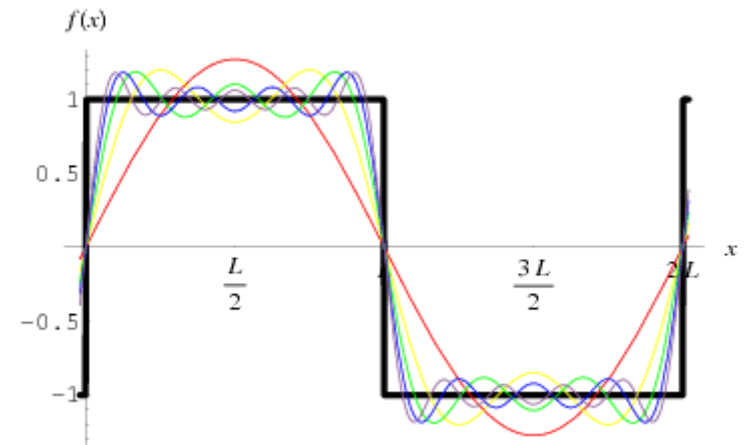
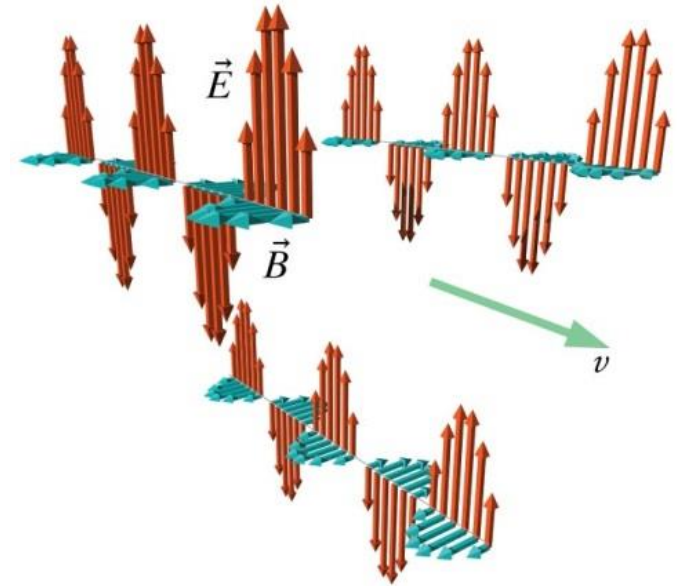
Magnetfältets storlek är alltså
elfältet dividerat med ljusets
hastighet c

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$



Andra lösningar till vågfunktionen

- ▶ De trigonometriska funktionerna utgör inte den enda möjliga lösningen till vågfunktionen
- ▶ Vilken som helst vågform som består av korta pulser av varierande magnitud skulle också uppfylla ekvationerna
 - ▶ T.ex. en fyrkantsvåg



Det Elektromagnetiska spektret

Energi (eV)	1.8	2.1	2.5	3.1
Våglängd i vakuum (nm)	700	600	500	400



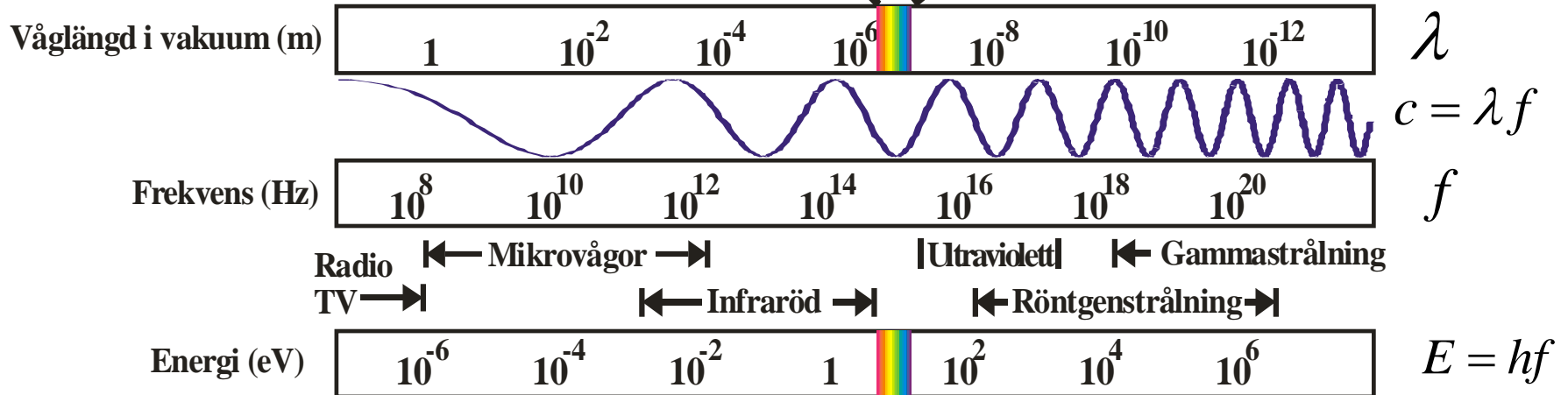
Synligt ljus

Faradays lag, Amperes lag

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \nabla \times \vec{B} = \epsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon\mu} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon\mu} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$

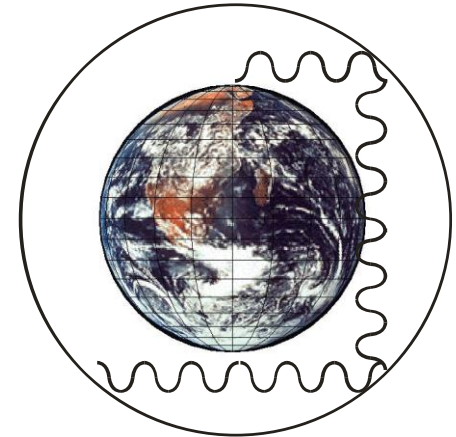


Radiovågor:

$$f = \text{kHz} - 1 \text{ GHz}, \quad \lambda = 1 \text{ km} - 1 \text{ m}$$

VLF (very low frequency) Navigation, långa till korta
radiovågor VHF och UHF radio

TV, mm.

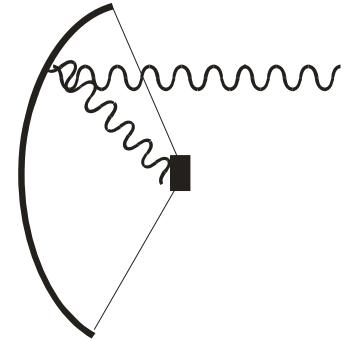


- Kräver långa antenner
- Information kan inte skickas riktigt snabbt
- Lång räckvidd, försvagas inte nämnvärt av luft
- Kan gå runt jorden genom att spridas i jonosfären (50-300 km) som är en del av övre atmosfären som utgörs av plasma, och har alltså hög elektrondensitet



Mikrovågor:

$$f = 1 \text{ GHz} - 100 \text{ GHz}, \quad \lambda = 1 \text{ m} - 1 \text{ mm}$$



Dessa vågor fås från vakuumrör eller halvledarantennerna. Mottagning sker via metallantennerna eller fokuserande konkava sfäriska ytor (satellitantenn) som reflekterar och fokuserar mikrovågor till en mottagare (kan också skickas på detta sätt)

Används vid satellitkommunikation, radar, TV och telekommunikation

En viss mikrovåglängd (12 cm) får speciellt vattenmolekylerna som är elektriska dipoler att vibrera kraftigt, vilket används för att värma livsmedel



5G

5G is divided into three frequency bands (low, mid, and high). Each band has different capabilities: the low band (less than 1GHz) has greater coverage but lower speeds, the mid band (1GHz–6GHz) offers a balance of both, and the high band (24GHz–40GHz) offers higher speeds but a smaller coverage radius.

5G Range. The trade-off for speed at mmWave frequencies is limited range. Testing of 5G service range in mmWave has produced results **approximately 500 meters** from the tower, meaning a huge propagation of MIMO-enabled antenna arrays would be required for pure standalone 5G deployment.



Infraröd- eller värmestrålning:

$$f = \sim (10^{12} - 4 \times 10^{14}) \text{ Hz}, \quad \lambda = 1 \text{ mm} - 800 \text{ nm}$$

Infraröd strålning utges bl.a. av oscillerande och kolliderande atomer och molekyler (atomernas oscillationsfrekvens $\sim 10^{13}$ Hz).

Denna strålning kallas också för värmestrålning, eftersom ju varmare ett ämne är, desto mera infraröd strålning avger den.

Människan upplever den långvågiga infraröda strålningen som 'värme'



Synligt ljus:

$$f = \sim (4 \times 10^{14} - 8 \times 10^{14}) \text{ Hz}, \quad \lambda = (800 - 400) \text{ nm}$$

Människan har känsliga 'detektorer' (ögon) för att uppfatta elektromagnetiska vågor i detta mycket smala frekvensområde. Solens yttemperatur ca. 6000 K gör att den avger maximi strålningsintensitet (svartkroppsstrålning) vid ~ gult ljus.

Människan har två olika ljusdetekterande celltyper i ögonen:

- Tappar: känsliga för färg (våglängd)
- Stavar: känsliga för intensitet (mörkerseende)

Människan kan urskilja grön färg bäst (varför?)

Ögonen är inte väldigt känsliga för blå färg.



Ultraviolet:

$$f = \sim (8 \times 10^{14} - 10^{17}) \text{ Hz}, \quad \lambda = (400 - 1) \text{ nm}, \quad E > 3 \text{ eV}$$

Osynligt för människan, men vissa insekter kan se ultraviolet ljus (reflekteras från vissa blommor)

Ultraviolettfotonens energi $> 3 \text{ eV}$, är i det energiområde som dissocierar molekyler, \rightarrow för mycket solande 'bränner' huden.

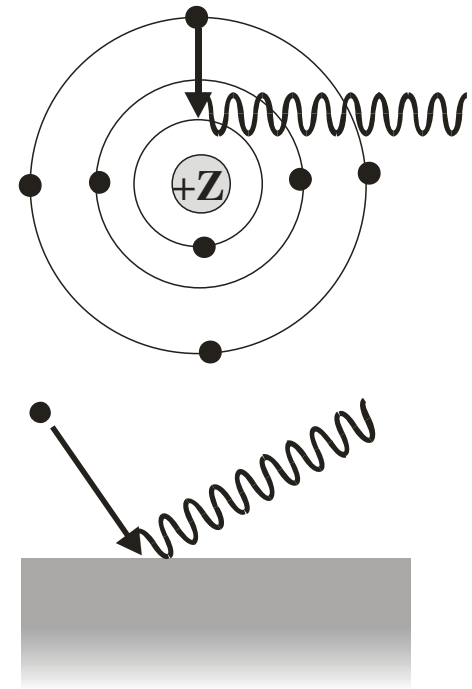


Röntgenstrålning:

$$f = \sim (10^{17} - 10^{19}) \text{ Hz}, \quad \lambda = (10^{-9} - 10^{-11}) \text{ m}$$

Produceras av excitation av atomers
Inre elektronskal, eller då elektroner
retarderas då de kolliderar med
materia: 'Bremsstrahlung'

Energi \sim keV



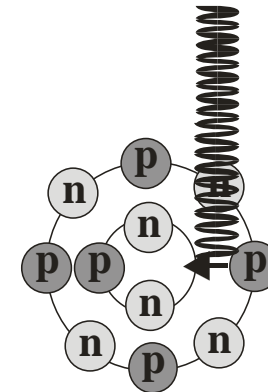
Gammastrålning:

$$f = \sim (10^{18} -) \text{ Hz}, \quad \lambda = (10^{-10} -) \text{ m}$$

Produceras av excitation av atomkärnor eller vid kollision av energetiska partiklar

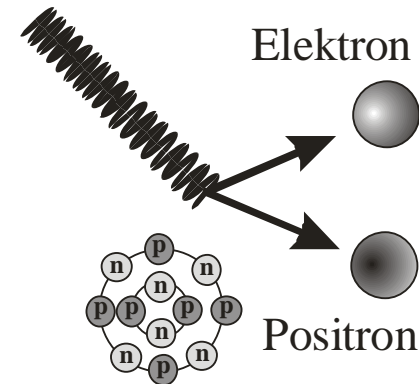
Energi \sim MeV

Man har observerat mycket starka gamma-strålnings skurar i rymden. Dessa antar man komma från då En neutronstjärna kollapsar till ett svart hål.



n Neutron

p Proton



Elektron

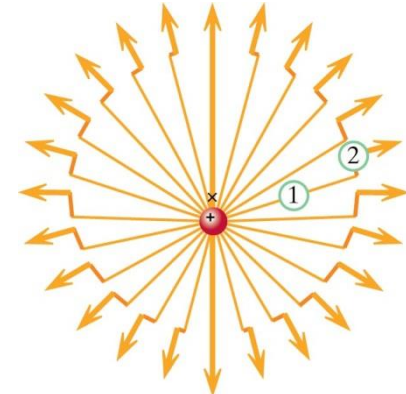
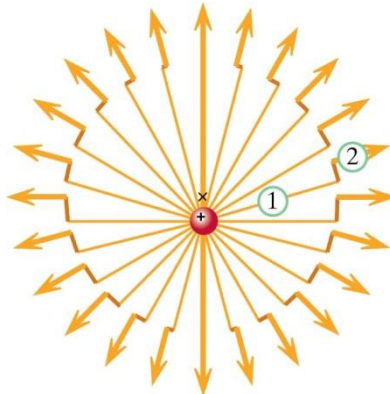
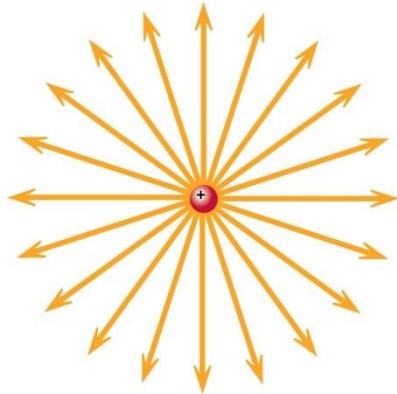
Positron

Parbildning;
 $E_\gamma > 2(511 \text{ keV})$



Accelererande laddningar

- ▶ Elektromagnetisk strålning produceras av accelererande laddningar
 - ▶ Betrakta en stationär laddning $+q$, som får en liten spark neråt och fortsätter sedan med konstant hastighet

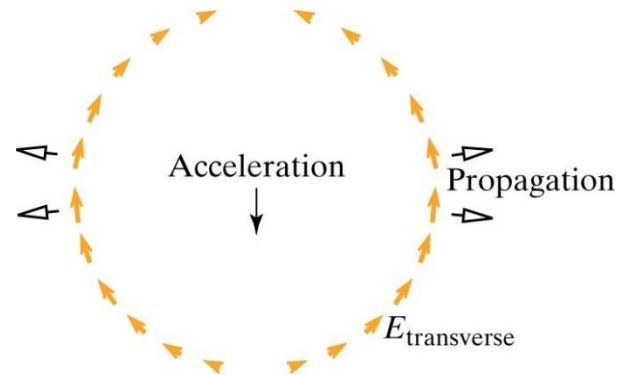
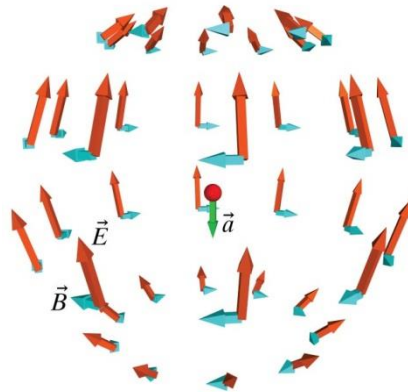


- ▶ En observatör i punkt 2 ser till en början fältet från den stationära laddningen, eftersom störningen framskrider med ändlig fart
- ▶ Först efter en tid $t = r/c$ ser observatören på avståndet r från laddningen ett transversellt fält



Strålningens och fältens riktning

- ▶ Det transversella elfältet \vec{E} åtföljs av ett transversellt magnetfält \vec{B}
 - ▶ Magnetfältet pekar utåt från pappret till höger om laddningen och inåt till vänster (för retarderad rörelse skulle det peka åt andra hållet).
 - ▶ (Då laddningen fortsätter med konstant hastighet finns dessutom det vanliga Biot-Savart fältet innanför den expanderande ringen av strålning.)

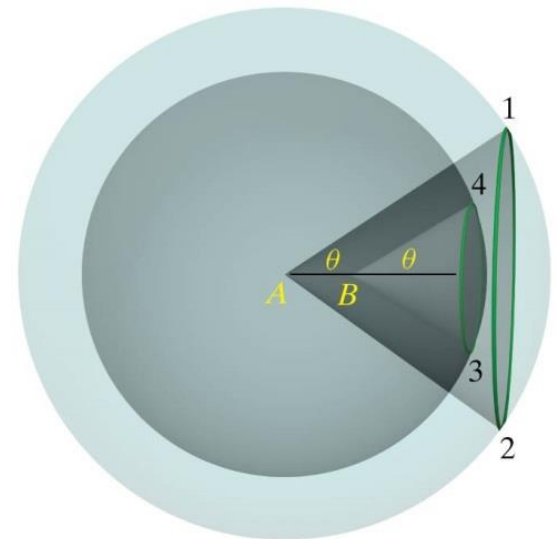
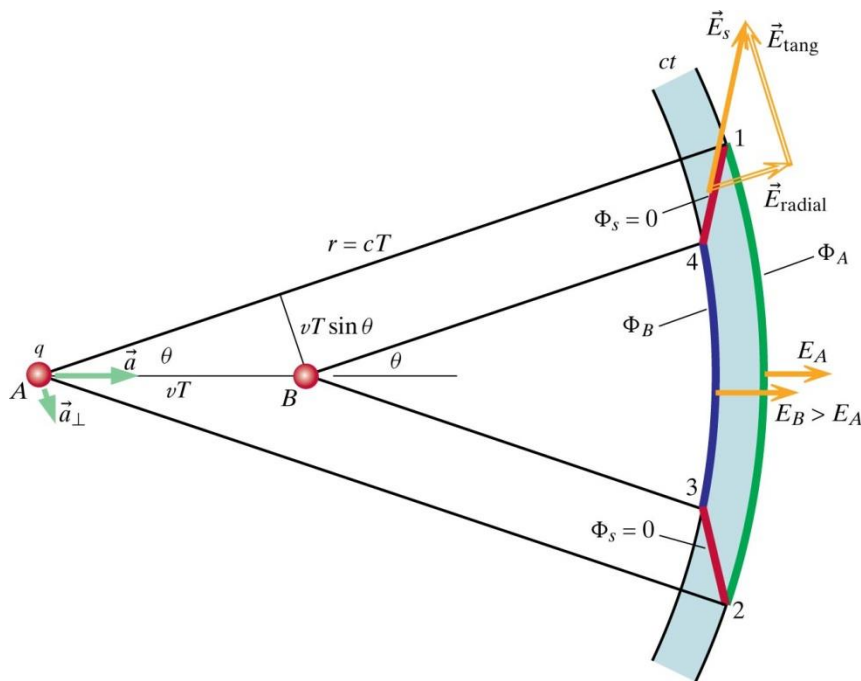


- ▶ Den *elektromagnetiska strålningens riktning* ges av $\vec{E} \times \vec{B}$

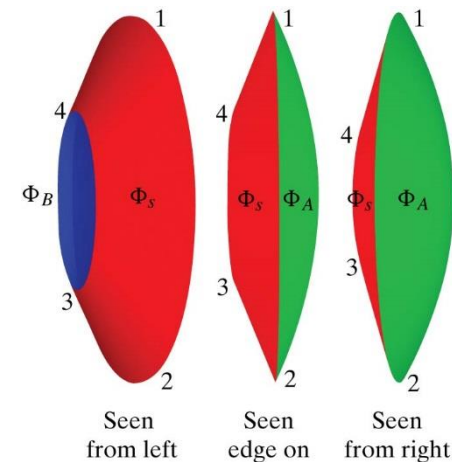
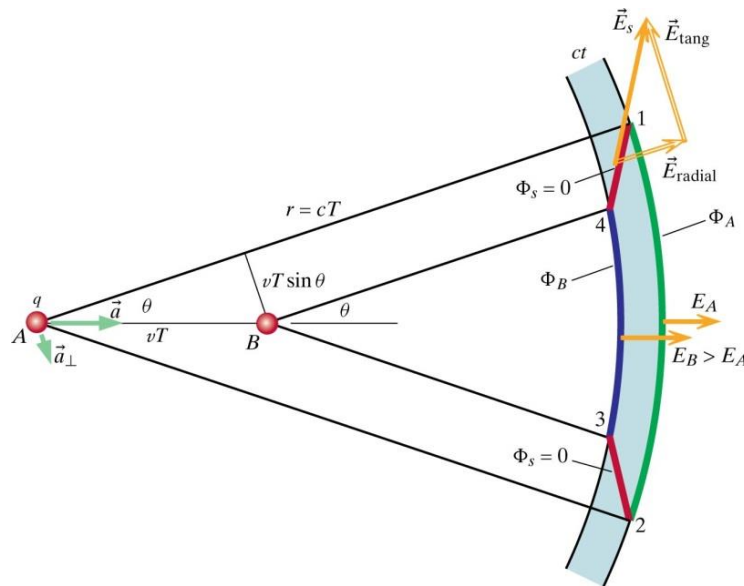


Bestämning av elfältet (Inte till tenten)

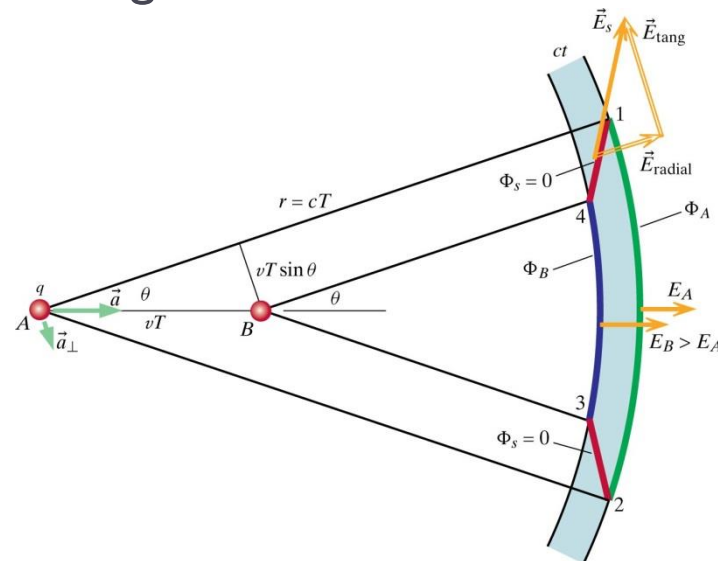
- ▶ Vi använder Gauss lag för att bestämma elfältets styrka och riktning
- ▶ Vi tänker oss en laddad partikel i punkt A, som accelereras under en kort stund t , och rör sej sedan framåt med konstant hastighet $v \ll c$, så att den passerar punkt B efter en tid T



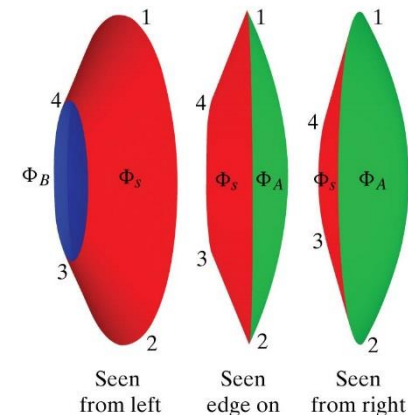
- ▶ Vi väljer en integrationsvolym som har ritats av de röda, blå och gröna sträckan
- ▶ Fältet E_A på utanför skalet (längre bort än sträckan cT) ser ut som det då partikeln ännu var vid punkt A
- ▶ Fältet E_B på innanför skalet är större, eftersom det är fältet orsakat av partikeln då den är i punkt B, som ligger närmare



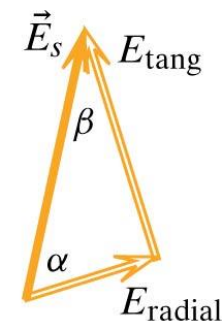
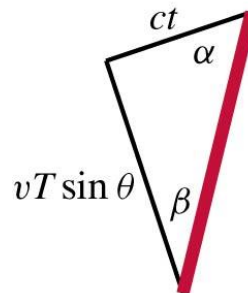
- ▶ Vi antar nu att vinkeln θ är så stor att det gröna området utgör en tiondel av hela arean på sfären
- ▶ då är flödet $\Phi_A = 0.1 q/\epsilon_0$
- ▶ vinkeln vid punkt B är densamma, så flödet genom blåa delen är densamma, men motsatt riktad (innåt i integrationsvolymen)
- ▶ (fälten har olika magnitud, men arean är också olika, och dessa tar ut varandra)



- ▶ Eftersom integrationsvolymen inte innehåller laddningar, och $\Phi_A + \Phi_B = 0$, måste flödet Φ_S genom röda delen vara lika med noll
- ▶ Från symmetrin ser vi att elfältet därför måste vara parallellt med dessa ytor.
 - ▶ Hur än vi roterar bilden kring symmetriaxeln måste det se likadant ut
- ▶ Vi delar upp fältet i komponenter som på bilden. Detta ger



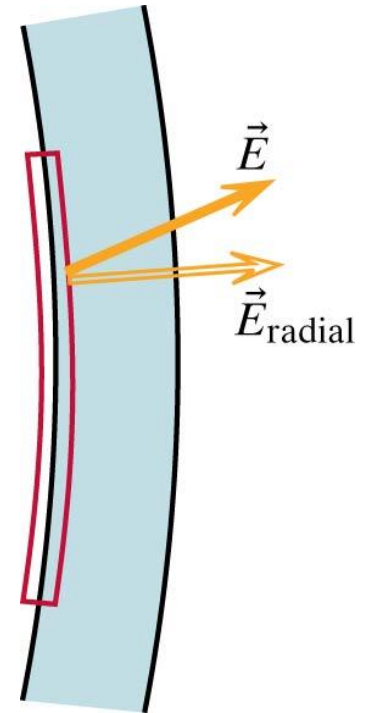
$$\tan \alpha = \frac{E_{tang}}{E_{radiell}} = \frac{vT \sin \theta}{ct}$$



Radiella fältet

- ▶ Vi kan bestämma $E_{radiell}$ genom att betrakta en liten del av sfären
- ▶ Vi väljer en Gauss yta som på bilden, och gör approximationen att avståndet från laddningen till sfären är r
- ▶ Övre och nedre ytorna är så små att flödet genom dem kan försummas
- ▶ Då måste flödet genom vänstra och högra ytorna vara samma
- ▶ Mao. är fältet på vänstra och högra sidan samma, och lika med fältet från laddningen som finns i punkt B

$$E_{radiell} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$



Transversella fältet

- ▶ Detta ger (då $\frac{v}{t} = a$ och $T = r/c$):

$$\frac{E_{tang}}{E_{radiell}} = \frac{vT \sin \theta}{ct}$$

$$\Rightarrow E_{tang} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{vT \sin \theta}{ct} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qa \sin \theta}{c^2 r}$$

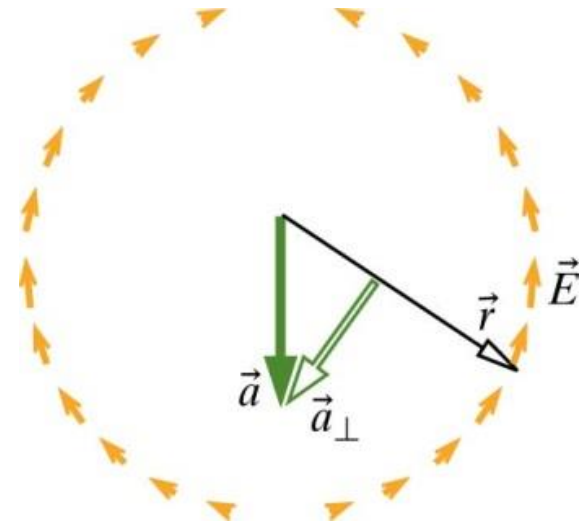
- ▶ Radiella fältet är det vanliga Coulomb fältet orsakat av laddningen, medan det transversella fältet är radiativa fältet som uppkom pga laddningens acceleration.
 - ▶ Vi kan beteckna $a \sin \theta \equiv \vec{a}_\perp$ (den vinkelräta komponenten av accelerationen)



Magnituden av det transversella elfältet

- ▶ Transversella elfältets storlek och riktning ges av

$$\vec{E}_{rad} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q\vec{a}_\perp}{c^2 r}$$



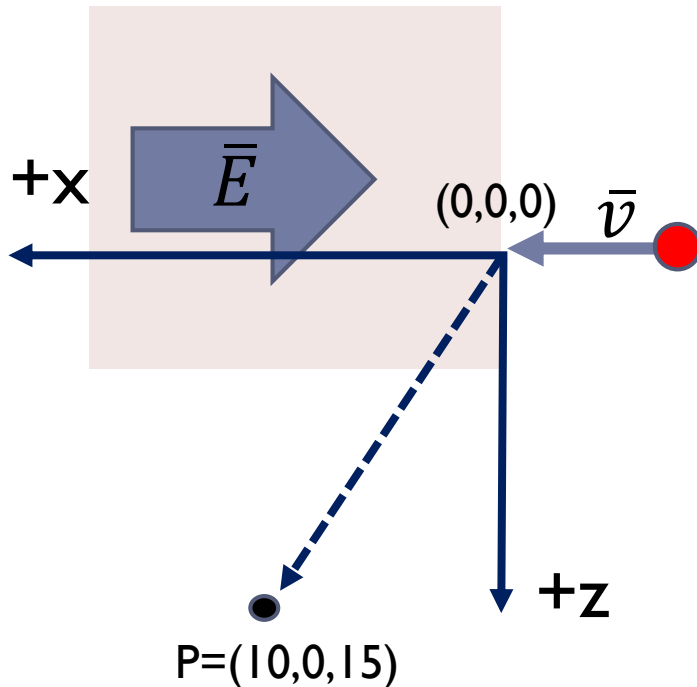
- ▶ $|E|$ avtar som $1/r$ vilket är mycket långsammare än det vanliga fältet från stationära laddningar, som avtar enligt $1/r^2$
- ▶ Märk att om laddningen är negativ pekar alla fält i dessa bilder åt andra hållet, men strålningsriktningen är densamma



En proton med hastigheten v i $+x$ riktning kommer vid tiden $t=0$ till punkten $(0,0,0)$ där ett konstant elfält finns i $-x$ riktning (inget elfält finns för $x < 0$)

$$\vec{E}_{rad} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q\vec{a}_\perp}{c^2 r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$



- Vid vilken tid T ser man ett transversellt elfält vid punkten $P=(10,0,15)$ m ?
- Vad är det transversella elfältets storlek och riktning vid tidpunkten T och platsen P ? Vad är storleken och riktningen för B ?

Är detta en EM-våg?

Har vi ett Biot-Savart magnetfält? I vilken riktning är den?



Varför är atomer stabila?

- ▶ Som vi just sett producerar en accelererad laddning elektromagnetisk strålning (laddningen förlorar energi)
- ▶ Elektronerna som är i accelererad rörelse kring atomkärnan borde alltså utstråla energi, och därmed förlora rörelseenergi
- ▶ Hur kommer det sej att atomer då är stabila?!

→ Lösningen till paradoxen ges av kvantmekaniken:

Endast vissa energinivåer är tillåtna, och det finns en lägsta energinivå under vilken en partikel inte kan gå.

En partikel i lägsta energinivån kan inte stråla, medan en partikel i en högre nivå kan emittera strålning, och gör det också, samtidigt som den hoppar till en lägre energinivå



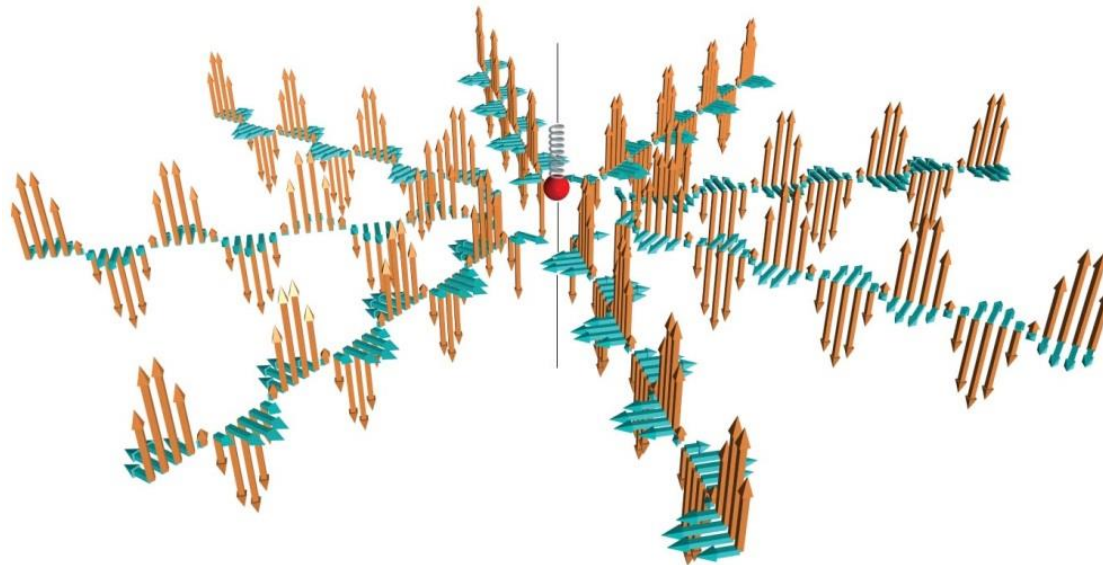
Sammanfattning

- ▶ En stationär laddning ger upphov till ett $1/r^2$ elfält men inget magnetfält.
- ▶ En laddning i konstant rörelse ger upphov till ett $1/r^2$ elfält och ett $1/r^2$ magnetfält.
- ▶ En accelererad laddning ger förutom dessa också upphov till elektromagnetisk strålning med ett $1/r$ elfältskomponenten och ett $1/r$ magnetfältskomponent



Kontinuerlig strålning

- ▶ En laddning som får en spark ger upphov till en strålningspuls
- ▶ En laddning i svängningsrörelse (t.ex. sinusvåg) ger upphov till kontinuerlig strålning



Strålning från materia

- ▶ Växelverknningen i en atom mellan elektroner i elektronmolnet och atomkärnan kan approximeras som kraften från en fjäder
- ▶ Detta ger upphov till sinus oscillationer
- ▶ Laddningens position ges alltså av

$$y = y_{max} \sin(\omega t)$$

- ▶ Då kan vi räkna ut accelerationen:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \omega y_{max} \cos(\omega t)$$
$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\omega^2 y_{max} \sin(\omega t)$$

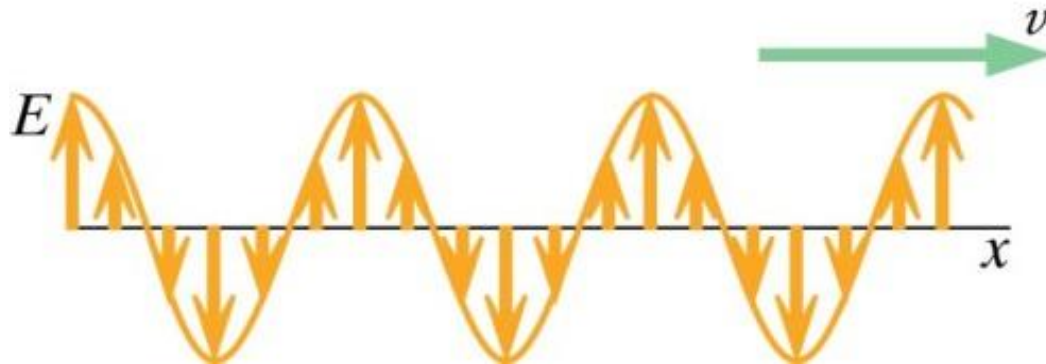


Sinusvågen

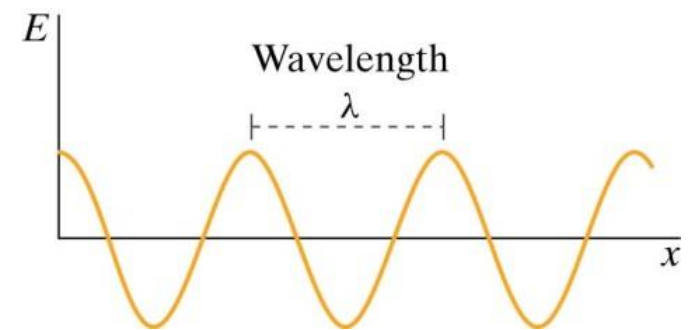
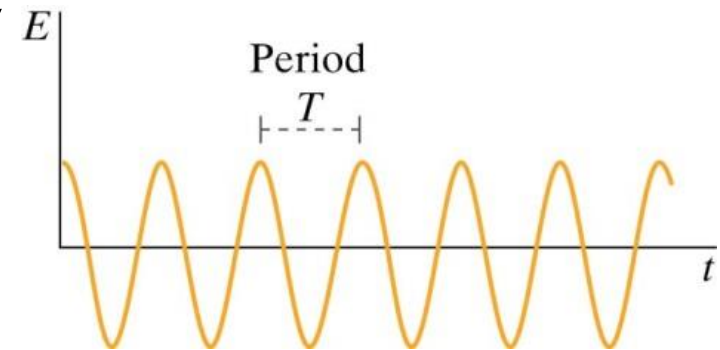
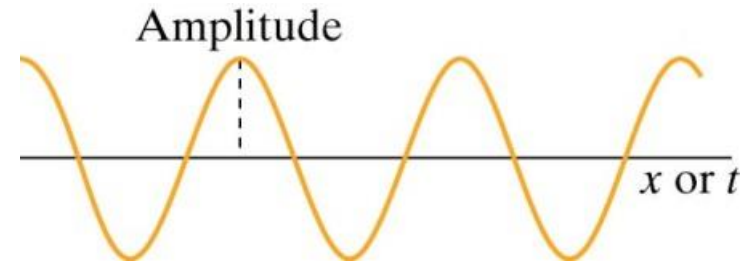
- ▶ Den elektromagnetiska strålningen från accelerationen a_y blir

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-qa_y}{c^2 r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\omega^2 y_{max}}{c^2 r} \sin(\omega t)$$

- ▶ I ett visst ögonblick ser fältet ut så här:



- ▶ *Amplituden* ger höjden på vågen
- ▶ *Perioden* T är tiden det tar för en svängning
- ▶ *Frekvensen* är antalet vågkrön som passerar per tid, eller m.a.o. inversen av perioden $f = 1/T$
- ▶ *Våglängden* är avståndet mellan två vågkrön $\lambda = cT = c/f$
- ▶ *Hastigheten* kan ses som hastigheten av ett vågkrön $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$



Energi och rörelsemängd i strålning

- ▶ Elektromagnetisk strålning innehar både energi och rörelsemängd, och kan överföra dessa till materia
- ▶ Betrakta en stationär laddning fast i en fjäder, som utsätts för en puls av elektromagnetisk strålning

$d = 30\text{cm}$ Laddningen upplever en kraft

$F = qE$ under den korta tiden $\Delta t = d/c$

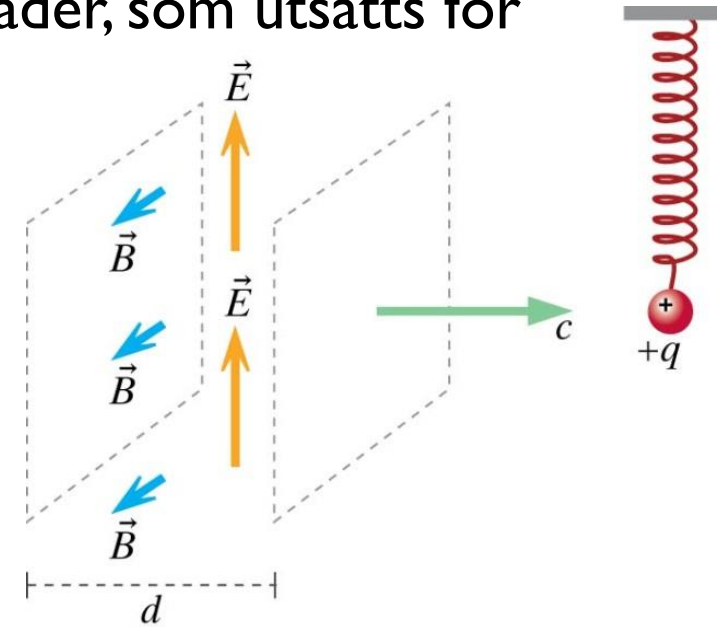
Under den tiden får den rörelsemängden Δp

$$\Delta p = p - 0 = F\Delta t = (qE)(d/c)$$

Den tillförda kinetiska energin blir då

$$\Delta K = K - 0 \approx \frac{p^2}{2m} = \left(qE \frac{d}{c}\right)^2 \left(\frac{1}{2m}\right)$$

- ▶ Alltså $\propto E^2$



Energidensitet

- ▶ Vi hade tidigare att energidensiteten i elektriska och magnetiska fält ges av

$$\frac{\text{Energi}}{\text{Volym}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2$$

- ▶ För elektromagnetisk strålning är $E = cB$

$$\frac{\text{Energi}}{\text{Volym}} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{E}{c} \right)^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \left(1 + \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0 c^2} \right) = \varepsilon_0 E^2$$

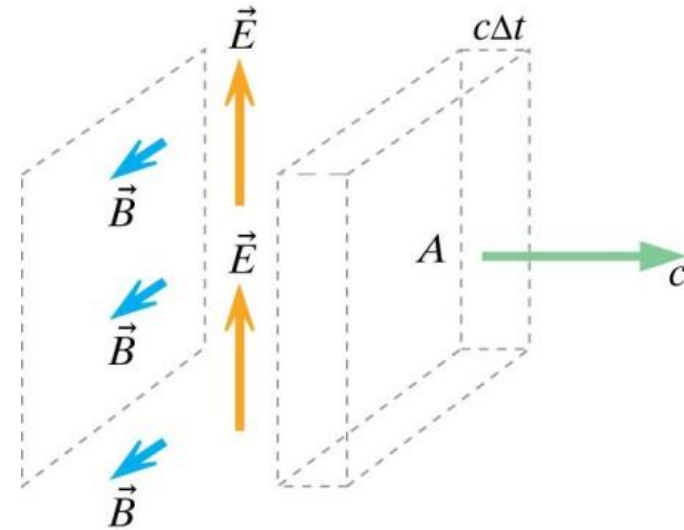
- ▶ Elektriska och magnetiska energidensiteten är alltså lika stora (totala energidensiteten är dubbla den elektriska...)



Poynting vektorn

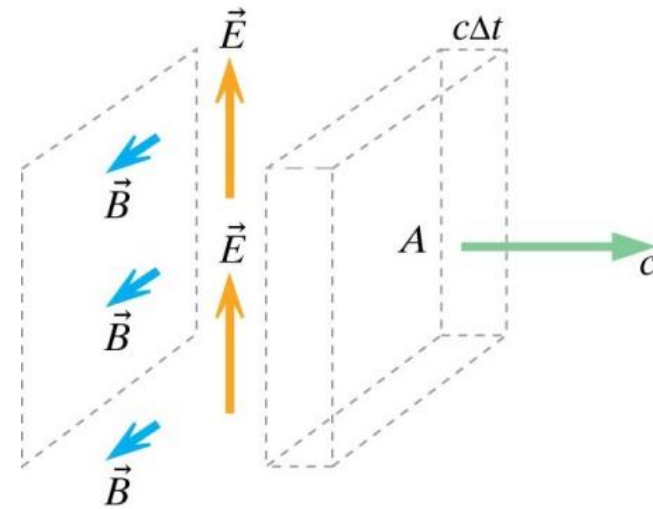
- ▶ Energi densitet är relaterat till energi "flöde", dvs. hur mycket energi som flödar genom en yta
 - ▶ Enheten är J/sm^2 eller W/m^2
- ▶ På tiden Δt kommer en volym $A(c\Delta t)$ att passera ytan A
- ▶ Mängden energi som passerar denna yta i samma tid är då $\epsilon_0 E^2 (Ac\Delta t)$ och energiflödet är $\epsilon_0 E^2 c$
- ▶ Eftersom $E = cB$ och $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$, kan vi skriva

$$\text{energi flödet} = \epsilon_0 E B c^2 = \frac{1}{\mu_0} E B$$

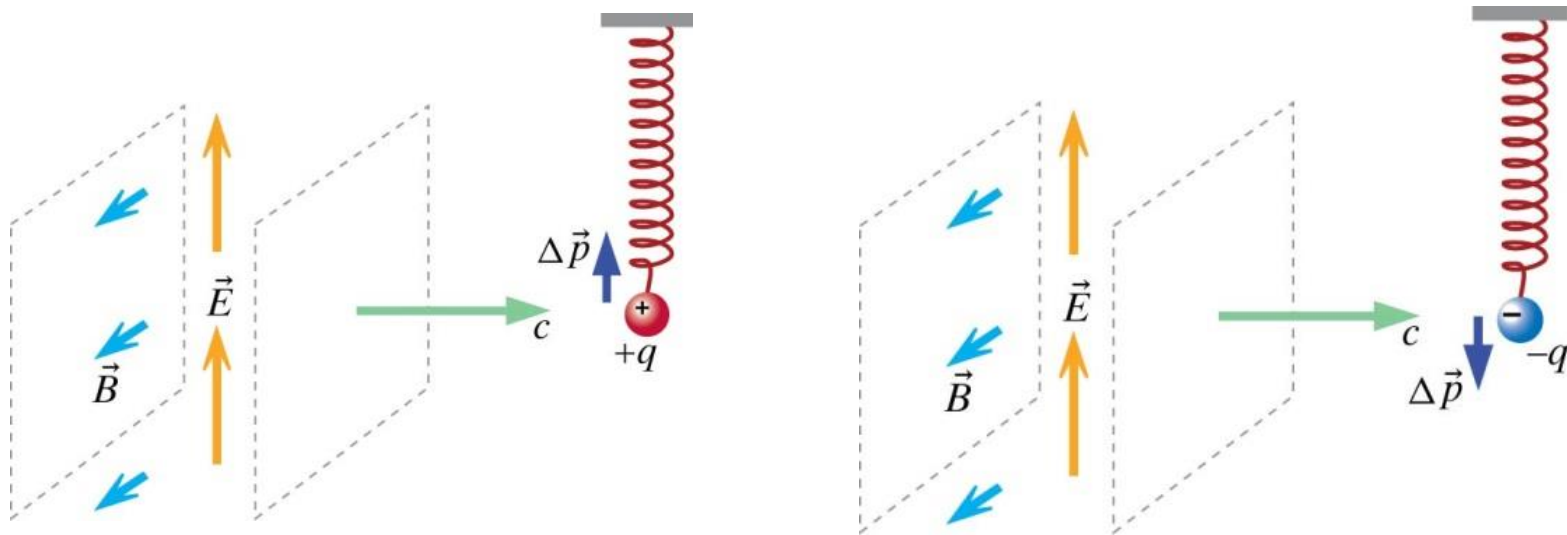


- ▶ Energiflödet ligger i riktningen av strålningen, dvs i riktning av $\vec{E} \times \vec{B}$
- ▶ \vec{E} och \vec{B} är vinkelräta mot varandra så $|\vec{E} \times \vec{B}| = EB$
- ▶ Vi kan nu definiera *Poynting* vektorn \vec{S} som ger energiflödet i elektromagnetisk strålning

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$



- ▶ En laddning påverkas av en kraft från elfältet i elektromagnetiska strålningen
- ▶ **Blir det kraft på laddningen från magnetfältet?**



- ▶ Så fort laddningen sätts i rörelse påverkas den också av en kraft från magnetfältet enligt $q\vec{v} \times \vec{B}$
- ▶ Oberoende av laddningens tecken kommer denna kraft att vara riktad till höger, och kallas *strålningstrycket*



Strålningstrycket

- ▶ Strålningstrycket påverkar all materia, också neutral materia, eftersom den består av laddade elektroner och atomkärnor
- ▶ Effekten är dock mycket liten
- ▶ Vi kan estimerera magnituden enligt följande:

- ▶ En laddning q får en hastighet v från en strålningspuls
- ▶ Medelhastigheten är då $v/2$
- ▶ Medelkraften från magnetfältet blir då

$$|q\vec{v} \times \vec{B}| = q \left(\frac{v}{2}\right) B \sin(90^\circ) = q(v/2)(E/c)$$

- ▶ Förhållandet mellan kraften från elfältet och kraften från magnetfältet blir

$$\frac{\overline{F_m}}{F_e} = \frac{q(v/2)(E/c)}{qE} = \frac{1}{2} v/c$$

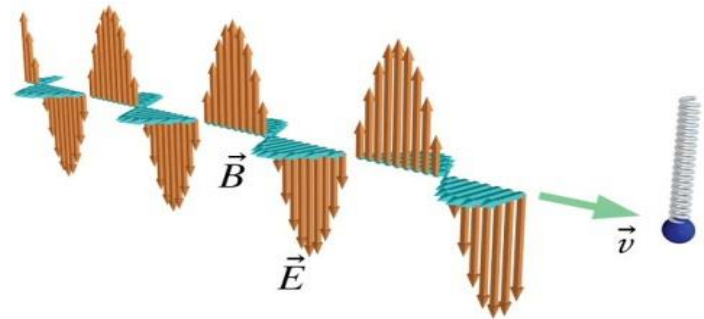
- ▶ Oftast är hastigheten v mycket liten jämfört med c



Rörelsemängden i strålningen

- ▶ En laddad partikel som utsätts för EM strålning kommer inte att få en nettorörelsemängd vinkelrät mot strålningen, eftersom elfältet kommer att omväxlande accelerera partikeln i motstående riktningar
- ▶ Däremot kommer rörelsemängden i strålningens riktning, orsakat av magnetfältet, att öka
- ▶ Eftersom energi och rörelsemängd för fotonen (och alltså strålningen) är relaterade till varandra enligt den relativistiska formeln $E = pc$, ges rörelsemängdsflödet ($[\Delta p/\Delta t]/m^2 = N/m^2$) eller trycket som

$$\frac{\vec{S}}{c} = \frac{1}{\mu_0 c} \vec{E} \times \vec{B}$$



En liten dammpartikel i rymden skuffas ut ur solsystemet om solens strålningstryck överskrider solens gravitationskraft. Vilken diameter måste dammkornet ha för att solens strålningstryck och gravitationskraft skall balansera varandra om dammkornets täthet är 1500 kg/m^3 ? Solen massa är $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ dess totala strålningseffekt är $4 \times 10^{26} \text{ W}$. Gravitationskonstanten $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ och anta att all strålning som träffar dammkornet reflekteras.

Vad betyder detta för små och stora dammpartiklar i vårt solsystem?

dammpartikel = pölyhiukkanen, skuffa = työntää, överskrider = ylittää

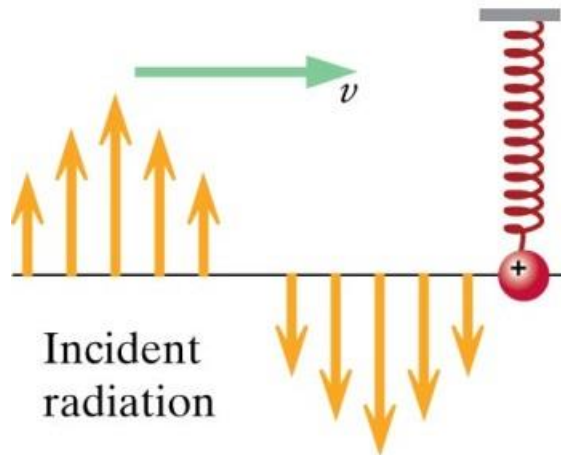
Rörelsemängdsflödet ($[\Delta p / \Delta t] / \text{m}^2 = \text{N} / \text{m}^2$)

$$\frac{\vec{S}}{c} = \frac{1}{\mu_0 c} \vec{E} \times \vec{B}$$

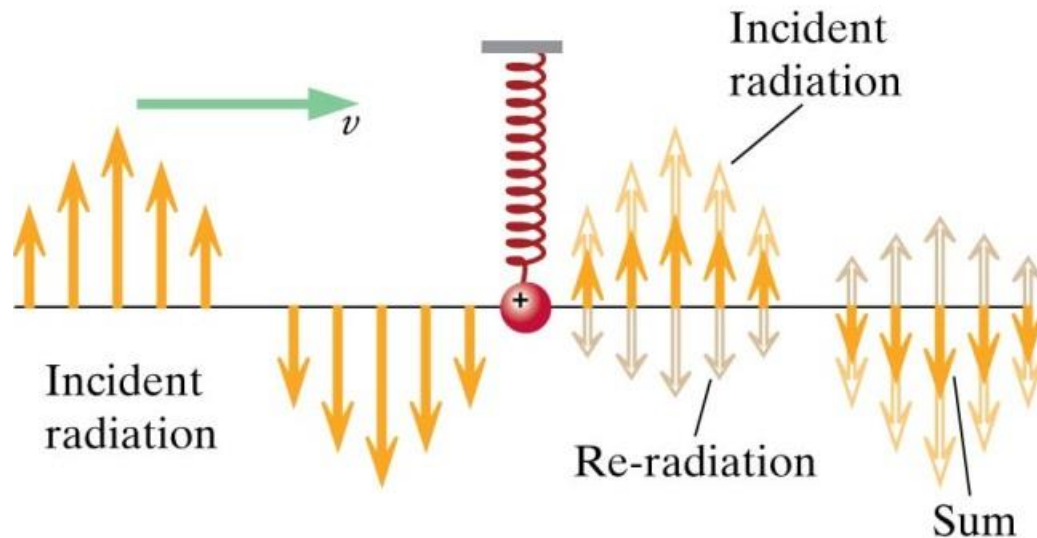
Svar: Diameter $\sim 1.6 \text{ } \mu\text{m}$



- ▶ Strålning överför energi och rörelsemängd till materia.
Hur kan den totala energin och rörelsemängden bevaras?



- ▶ Strålning överför energi och rörelsemängd till materia. Hur kan den totala energin och rörelsemängden bevaras?



- ▶ Den oscillerande laddningen ger själv upphov till strålning (i nästan alla riktningar), och slutresultatet är minskad strålning i ursprungliga riktningen



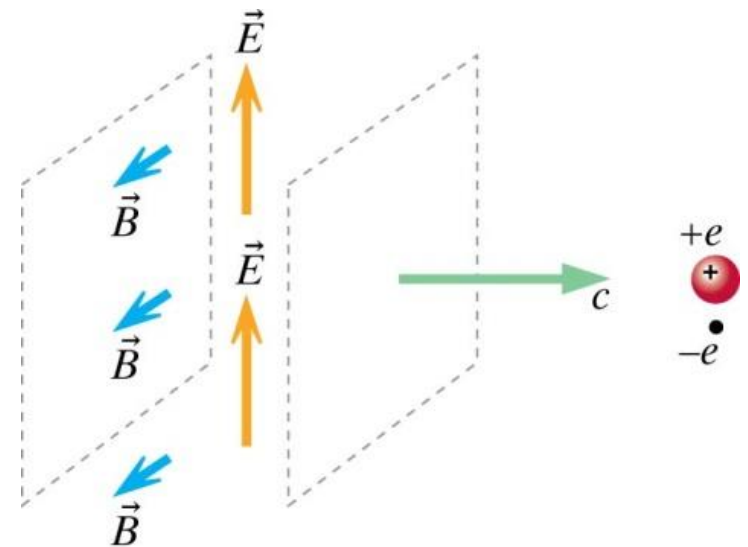
Strålningens effekt på materia

- ▶ Strålningstrycket, som orsakas av magnetiska fältet, är en mycket liten effekt
- ▶ Största effekten av strålning på materia kommer av elektriska fältets inverkan på de laddade partiklarna i atomerna
- ▶ I det följande kommer vi att fokusera på elektriska fältets inverkan på materia, och försumma magnetiska fältets effekter



Effekten på en neutral atom

- ▶ En neutral atom består av en positivt laddad kärna och negativt laddade elektroner
- ▶ Elektriska fältet i en strålningspuls ger en spark åt sidan åt dessa laddade delar
- ▶ De negativa elektronerna får en spark åt motsatt håll från den positivt laddade kärnan
- ▶ Resultatet är att atomen blir *polariserad*

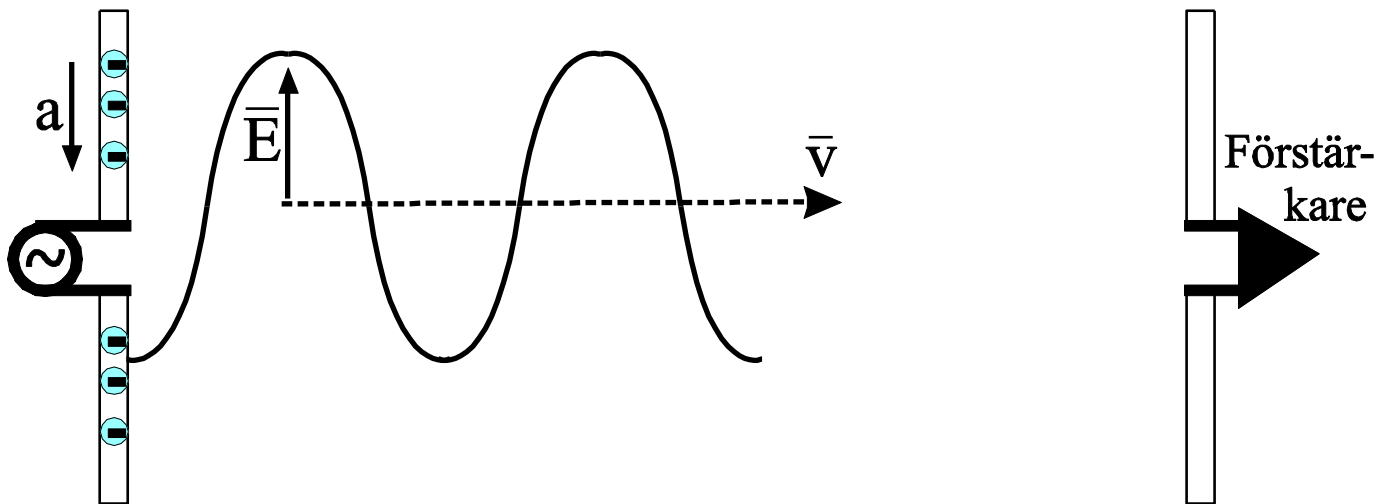


Diskussion

- 1) När elektromagnetisk strålning träffar materia, talar man om hur EM-strålningen påverkar elektronerna. Kärnan är också laddad, varför talar man inte om EM-strålningens påverkan på kärnan?
- 2) Varför är en metall ogenomskinligt och glas vanligen genomskinligt?

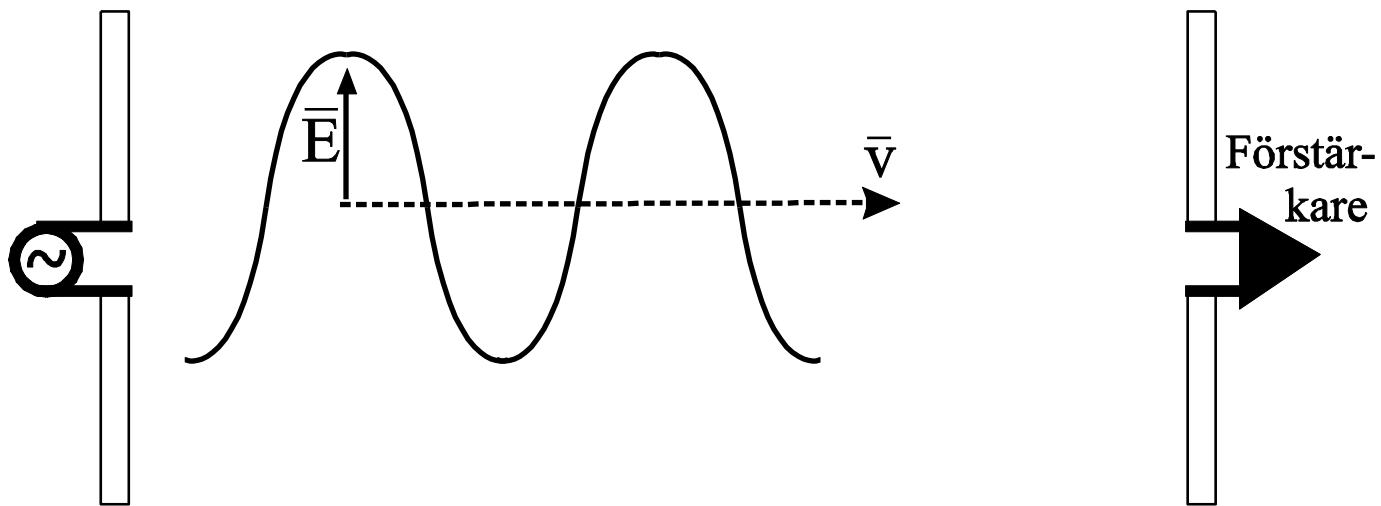


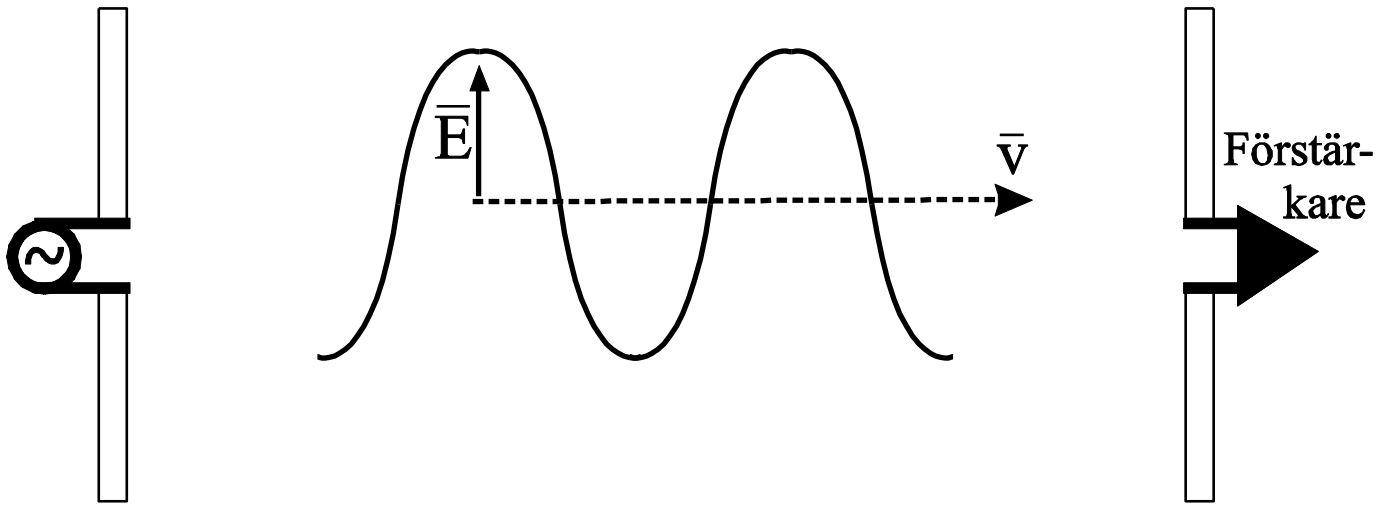
En **spänningskälla** kopplas till vänstra antennen

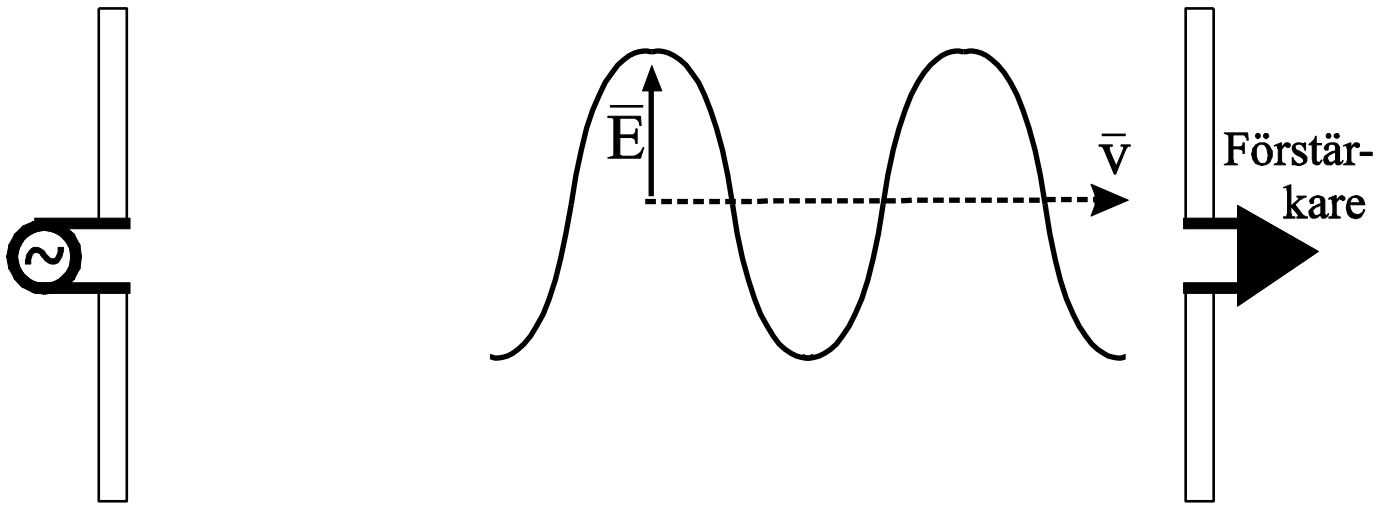


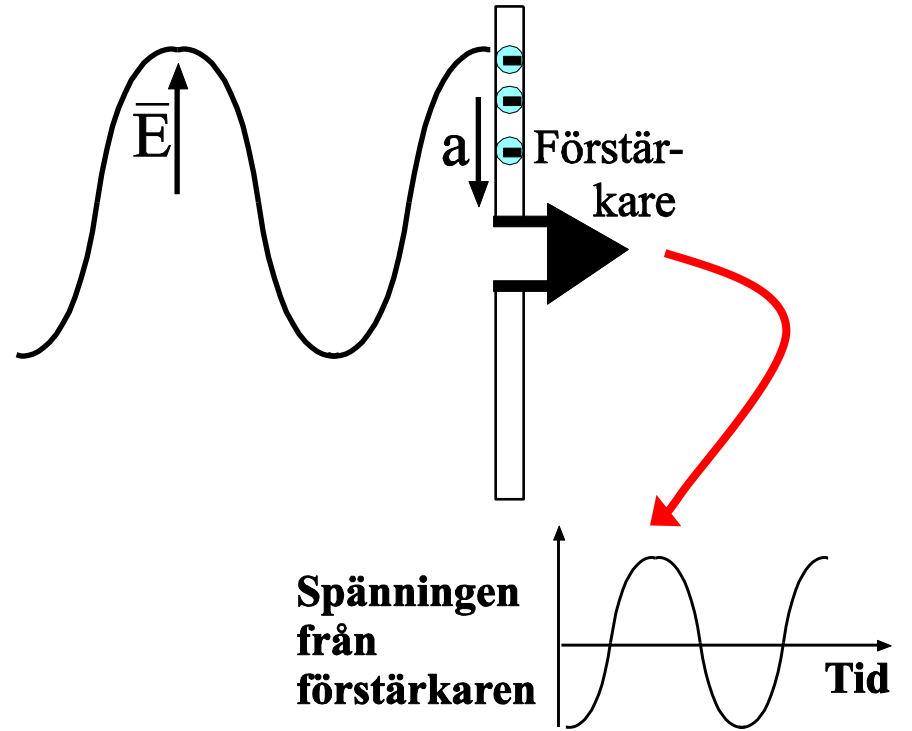
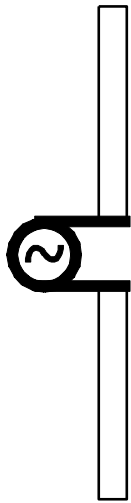
Laddningarna i antennen oscillerar (**accelererar**) i takt med spänningskällan
Då en **laddning accelererar eller retarderar**, ger den upphov till **EM-vågor**
EM-vågorna fortplantas i alla riktningar med **elfältskomponenten lodrät**











Anta att du vill motta AM radiovågor med frekvensen $f = 700 \text{ kHz}$ hur lång antenn behöver du?

$$\lambda = c / f \approx 3 \times 10^8 / 7 \times 10^5 \approx 429 \text{ m}$$

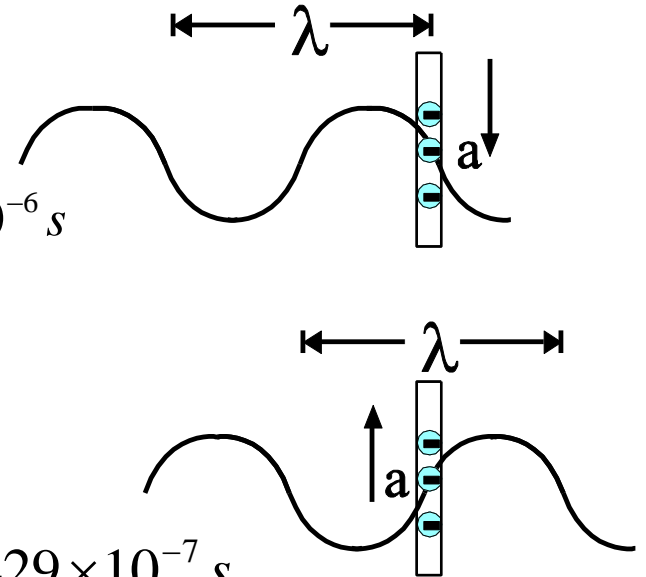
En period för EM-vågen: $T = 1 / f \approx 1.4286 \times 10^{-6} \text{ s}$

Under denna tid accelererar elfältet elektronerna en gång fram och tillbaka

→ Tiden för en acceleration $T / 2 = \frac{1}{2f} \approx 7.1429 \times 10^{-7} \text{ s}$

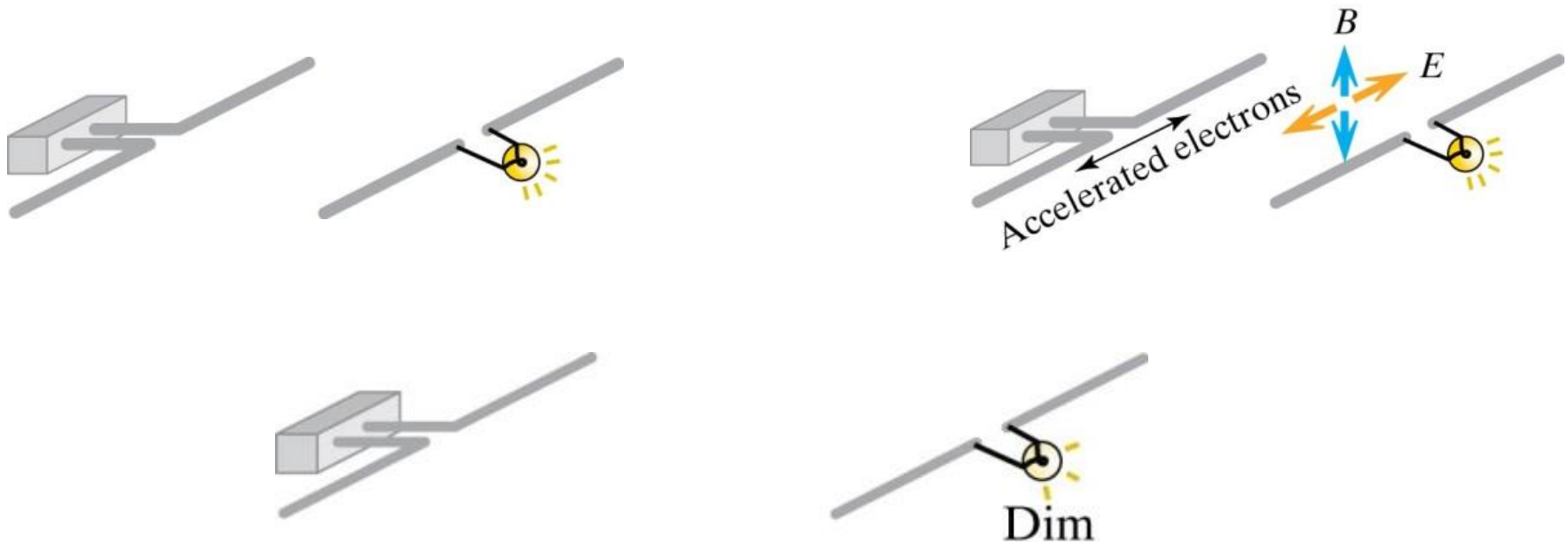
Ifall elektronernas hastighet $\sim c$, rör de sig en sträcka $cT/2 \sim 214 \text{ m}$ under accelerationen i en riktning

→ **Antennens längd borde vara ca. halva våglängden**



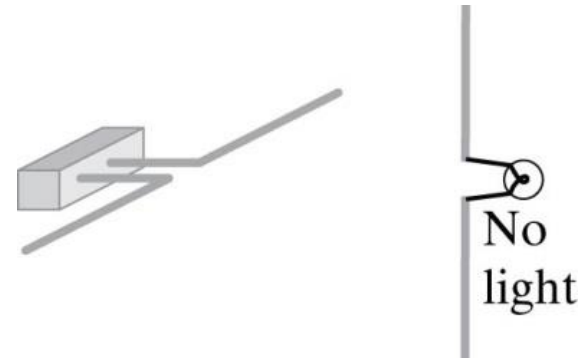
Radiosändare

- ▶ En radiosändare fungerar med ett oscillerande elektriskt fält, som sätter elektronerna i antennen i rörelse
- ▶ Dessa oscillerande laddningar producerar elektromagnetisk strålning, som kan plockas upp av en antenn, då elektronerna i antennen försätts i rörelse



Mottagarens riktning

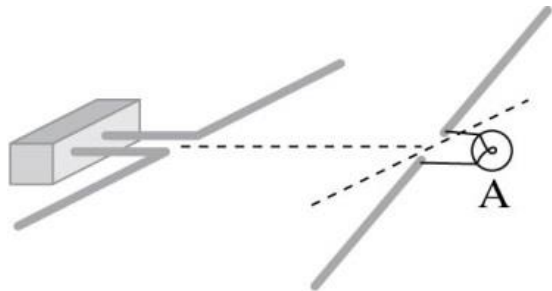
- ▶ Om mottagaren ligger vinkelrätt till sändaren oscillerar atomerna av och an längs med antennens bredd, inte dess längd
 - ▶ ingen ström går då i ledningen



Exempel

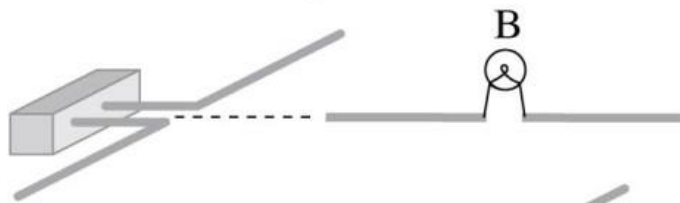
- ▶ Hur starkt lyser lampan i de olika uppsättningarna, och varför?

- ▶ a)



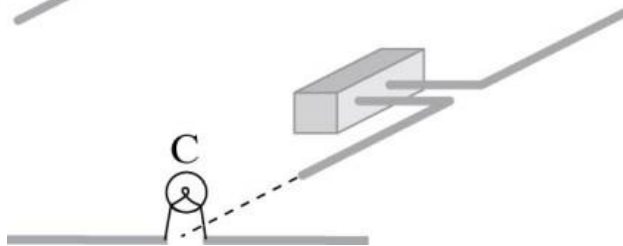
Medelstarkt, då en komponent av strålningen är längs med mottagaren

- ▶ b)



Inte alls, för ingen komponent av strålningen är i riktning av mottagaren

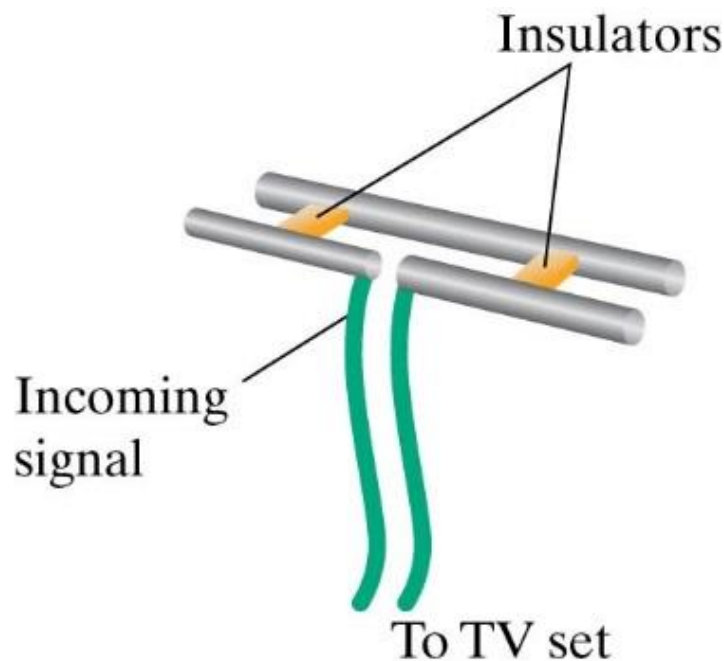
- ▶ c)



Inte alls, för ingen strålning utsänds i riktningen av de accelererande laddningarna i sändaren

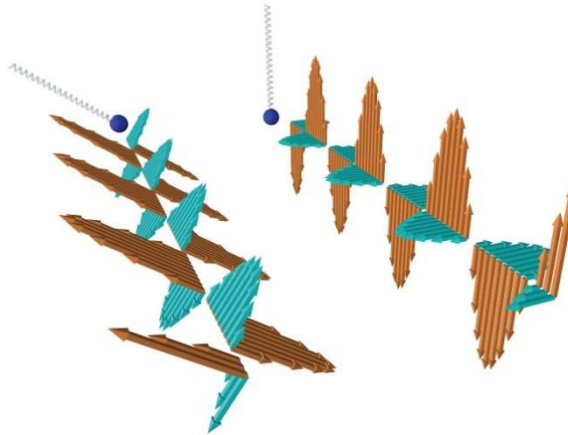


TV-antennen kan ha en eller flera antenner efter varandra som på figuren.
Ge orsak till varför en adderad antenn kan göra TV-signalen starkare eller svagare som funktion av avståndet mellan antennerna?



Polariserad strålning

- ▶ I *polariserad* strålning är det oscillerande elektriska fältet (och därmed också magnetfältet) riktad åt endast ett håll



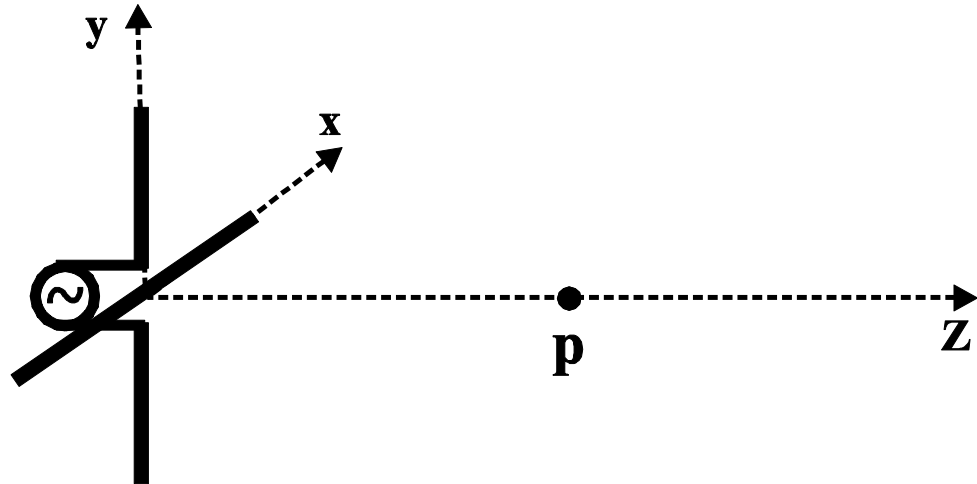
- ▶ Vanligt solljus, eller ljuset från en vanlig glödlampa, är opolariserat, för det uppkommer från en mängd oscillerande laddningar som oscillerar åt olika håll.



Polarisation av EM-vågor

EM-vågor från simpel lineär antenn är lineärpolariserade (EM-vågens elfältsvektor hålls i samma plan)

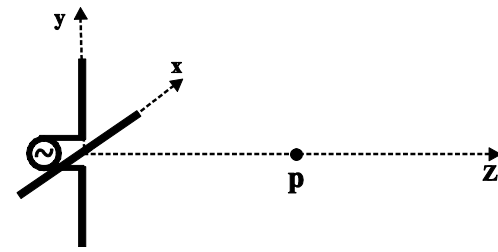
Två antenner med identisk sändningsfrekvens ω (men olika fas ϕ)



Totala elfältet för EM-vågen superposition av de enskilda elfältena från antennerna

$$\bar{E} = E_1 \sin(kz - \omega t) \hat{i} + E_2 \sin(kz - \omega t + \phi) \hat{j}$$





Variabelbyte:

$$kz - \omega t = \theta \quad E_1 = a \quad E_2 = b$$

$$\bar{E} = E_1 \sin(kz - \omega t) \hat{i} + E_2 \sin(kz - \omega t + \phi) \hat{j} = a \sin(\theta) \hat{i} + b \sin(\theta + \phi) \hat{j}$$

Elfältskomponenten i x-y-planet

$$x = a \sin(\theta)$$

$$\sin(\theta) = x/a$$

$$\cos(\theta) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta)}$$

$$y = b \sin(\theta + \phi) = b \sin(\theta) \cos(\phi) + b \cos(\theta) \sin(\phi)$$

$$\rightarrow y - \frac{bx}{a} \cos(\phi) = b \sin(\phi) \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad \Bigg| \quad ^2$$

$$\rightarrow y^2 - \frac{2ybx}{a} \cos(\phi) + \frac{b^2 x^2}{a^2} \cos^2(\phi) = b^2 \sin^2(\phi) - \frac{b^2 x^2 \sin^2(\phi)}{a^2} \quad \Bigg| \quad \frac{1}{b^2}$$

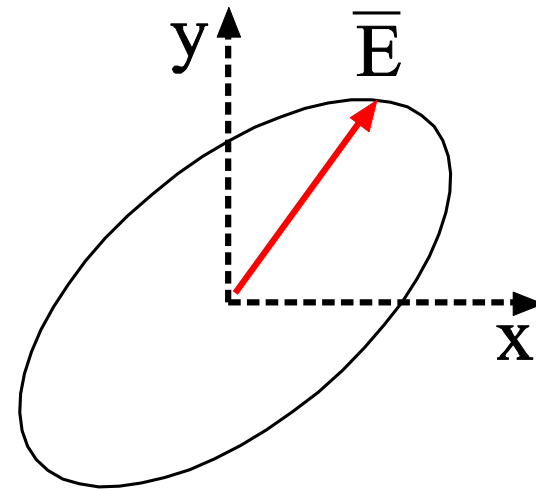
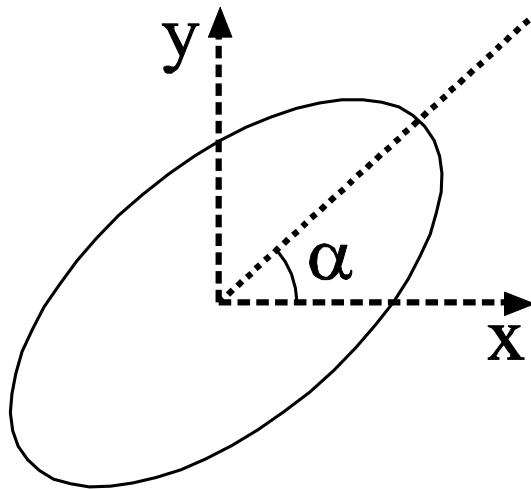
$$\rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{2yx}{ab} \cos(\phi) + \frac{x^2}{a^2} = \sin^2(\phi)$$



$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2yx}{ab} \cos(\phi) + \frac{x^2}{a^2} = \sin^2(\phi)$$

Ifall källorna är koherenta d.v.s. fasskillnaden är konstant ($\phi = \text{konstant}$)

➔ Elfältet ritar ut en ellips i x-y-planet



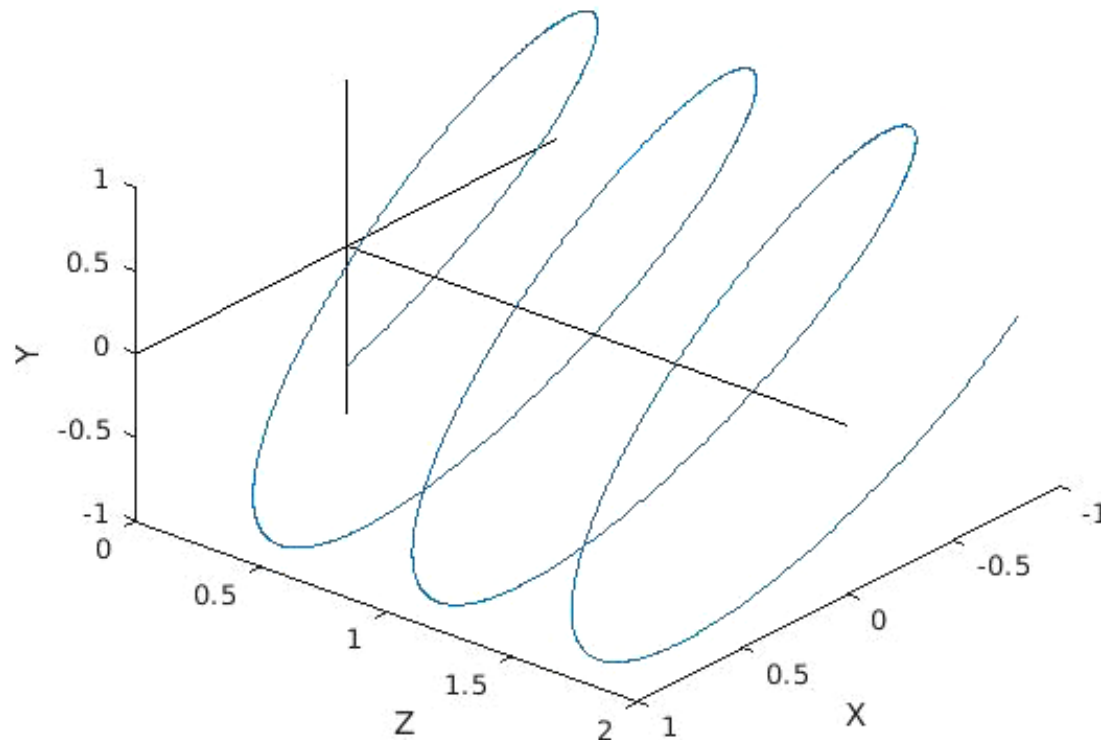
$$\alpha = \tan^{-1}(b/a) = \tan^{-1}(E_2/E_1)$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2yx}{ab} \cos(\phi) + \frac{x^2}{a^2} = \sin^2(\phi)$$

$$E_1 = a$$

$$E_2 = b$$

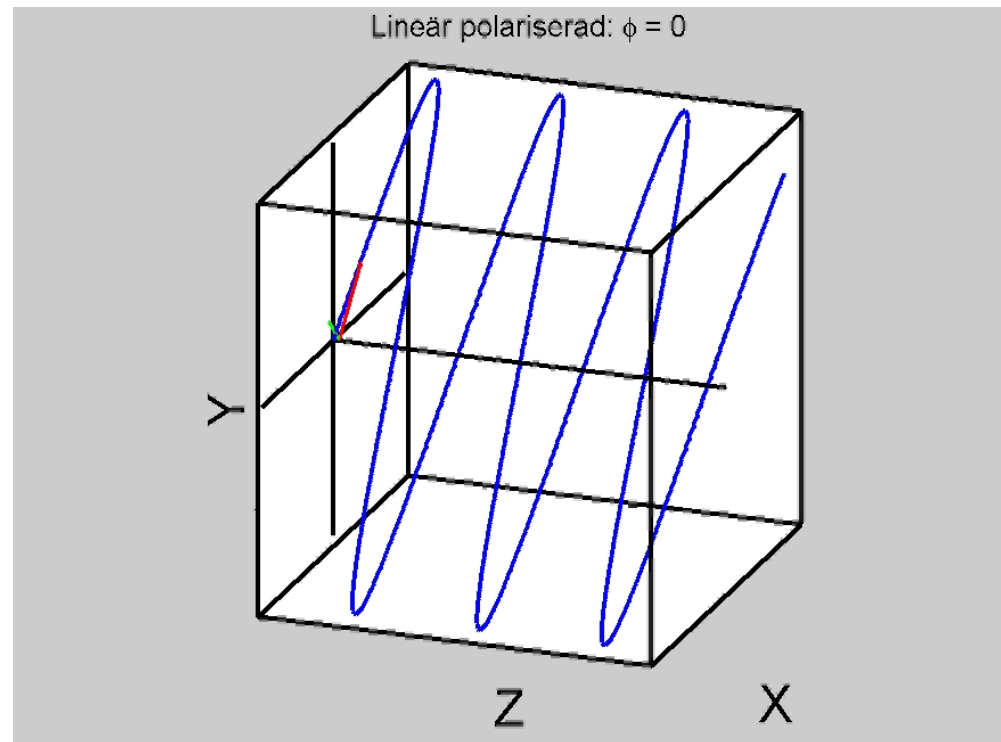
Elliptiskt polariserad: $\phi = 0.8$



2) Lineär polariserat ($\phi = 0$)

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2yx}{ab} \cos(\phi) + \frac{x^2}{a^2} = \sin^2(\phi) \rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{2yx}{ab} + \frac{x^2}{a^2} = 0 \rightarrow \left(\frac{y}{b} - \frac{x}{a} \right)^2 = 0$$

→
$$y = \frac{E_2}{E_1} x$$



3) Cirkulär polariserat ($\phi \pm \pi/2$) $E_1 = E_2 = E$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{2yx}{ab} \cos(\phi) + \frac{x^2}{a^2} = \sin^2(\phi)$$

$$\rightarrow \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} = 1 \rightarrow \boxed{y^2 + x^2 = E^2}$$

- Elfältskomponenten (också magnetfältskomponenten) **roterar med- eller motsols**
- Då EM-vågen träffar materia åstadkommer den vridmoment

EM-vågor kan ha rörelsemängdsmoment



4) Opolariserade EM-vågor

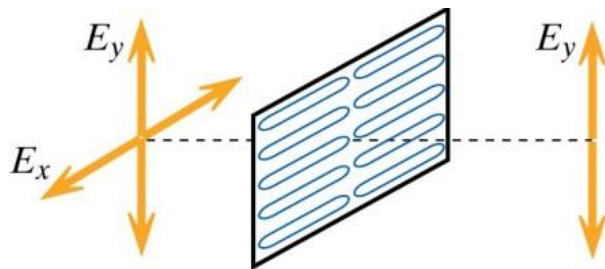
Ifall fasvinkeln ϕ mellan källorna varierar kontinuerligt, vilket sker då exempelvis 'antennerna' består av ett stort antal oscillerande atomer eller molekyler

→ EM-vågorna är opolariserade

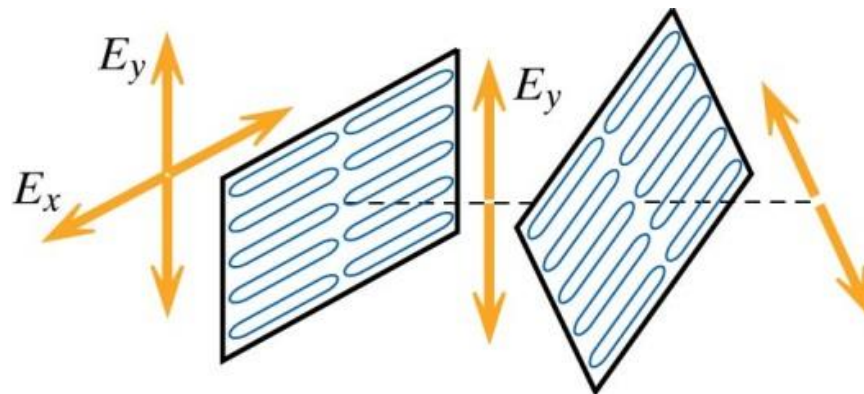


Polariserare

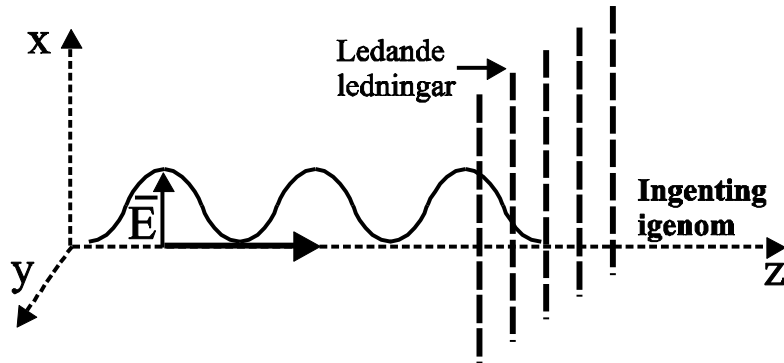
- ▶ Man kan polarisera ljus t.ex. med en skiva speciell plast, som används i polaroid solglasögon
- ▶ Långa molekyler ligger radade åt samma håll, och elektroner är fria att röra sej längs med en molekyl
- ▶ Ljus som är polariserat i riktning av molekylerna blir försvagad av återstrålningen från elektronoscillationerna som sätts igång längs molekylerna
- ▶ Ljus som är polariserat vinkelrätt mot molekylerna blir inte försvagad och passerar därför skivan



- ▶ Ljus som är polariserat i mindre än rät vinkel till en polarisator kommer att passera delvis
- ▶ Den komponenten av ljuset som är vinkelrät mot polarisatorn passerar, den parallella komponenten passerar inte
- ▶ På detta sätt kan man svänga på polariseringen med en andra polarisator

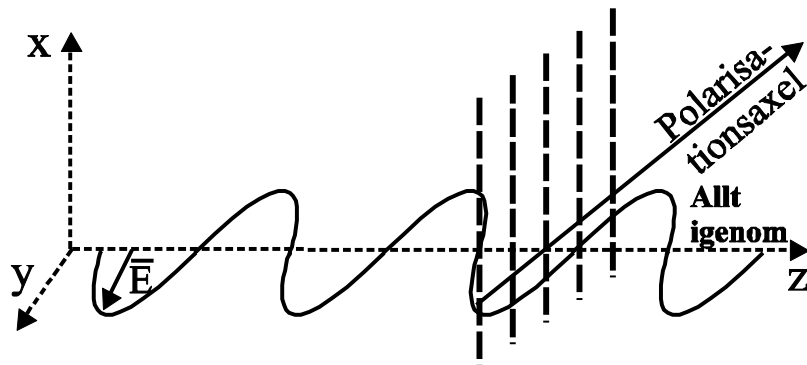
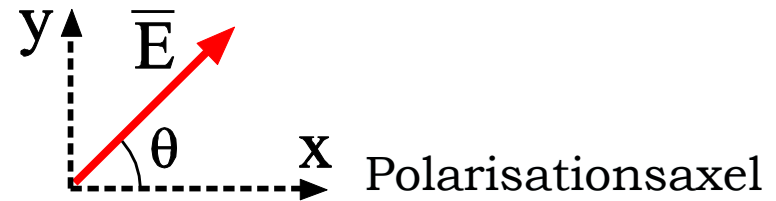


En opolariserad EM-våg kan lineärpolariseras med en **polarisator**



Före polarisatorn Intensitet

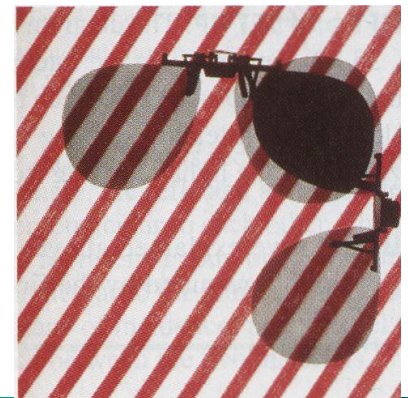
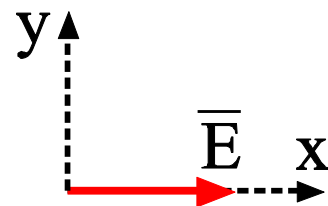
$$\bar{E} = |E_0| \cos(\theta) \hat{i} + |E_0| \sin(\theta) \hat{j} \quad I_0$$



Efter polarisatorn

$$\bar{E} = |E_0| \cos(\theta) \hat{i}$$

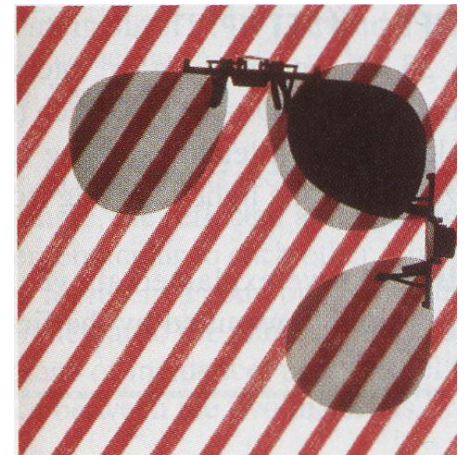
$$I_0 \cos^2(\theta)$$



Då opolariserat solljus reflekteras från marken eller havet, blir det polariserat?

Det opolariserade solljuset polariseras då det reflekteras från havet, med elfältet i horisontell riktning.

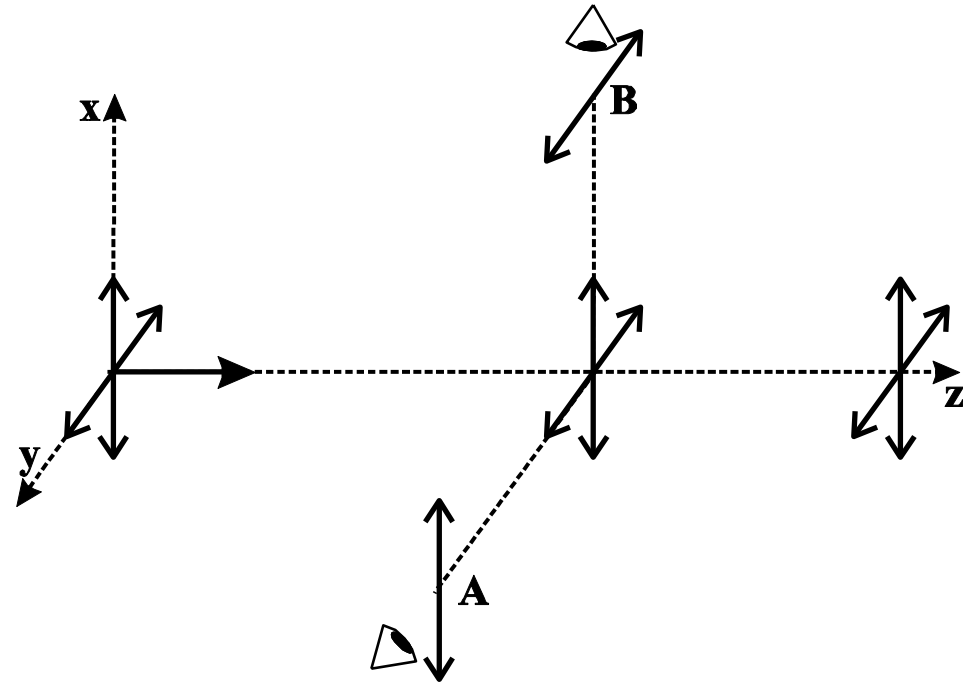
För att blockera denna oskarpa reflekterade delen av ljuset som kommer till ögat, borde de långa molekylerna i plastlinsen vara i horisontell eller vertikal riktning?



I dimma eller rök kan man bra se en ljusstråle från sidan

→ Små vattendroppar eller rökpartiklar sprider ljuset

EM-vågens elfält gör att laddningarna i de små partiklarna börjar oscillera, och fungera som små antenner genom att sedan stråla ut EM-vågor till sidorna

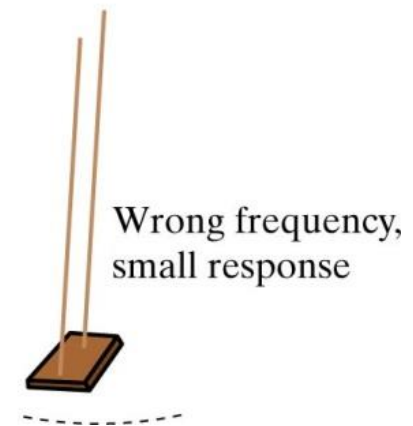
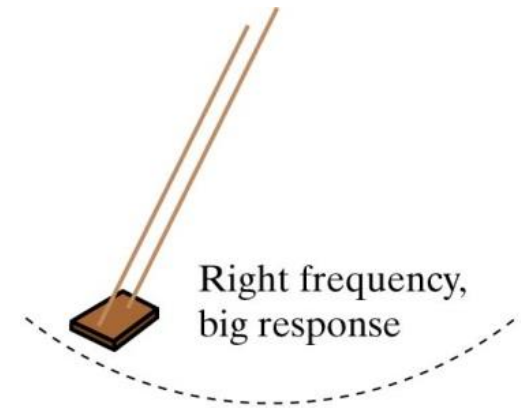


Eftersom en oscillerande laddning inte kan stråla ut vågor i oscillationsriktningen, kommer de spridda strålarna att vara delvis polariserade



Resonans

- ▶ Vi tänker oss igen en laddad partikel fäst på en fjäder
- ▶ Då strålning passerar partikeln försätts den i rörelse med kraften $qE_{max} \sin(\omega t)$, som tvingar den att oscillera med samma frekvens
- ▶ Hur stor oscillationen blir beror på hur nära denna frekvens är till partikel-fjäder systemets fria oscillationsfrekvens, dvs hur systemet skulle oscillera i fri rörelse
- ▶ Som analogi kan man tänka sej hur man ger fart åt en gunga

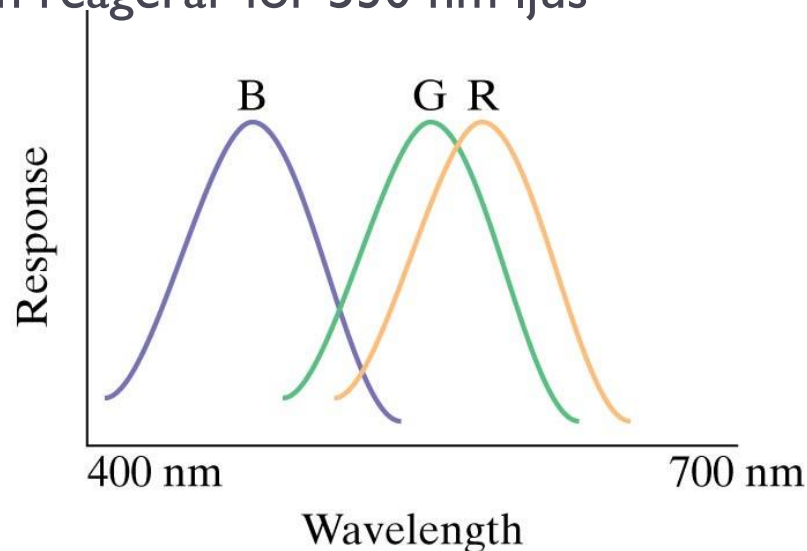


- ▶ Fenomenet heter *resonans*, och har många viktiga följder
 - ▶ Elektromagnetisk strålning med mycket hög frekvens, $f = \omega/2\pi$ ungefär 1×10^{15} hertz, påverkar starkt molekylerna i ögats näthinna, och man ser ljus. Däremot har synligt ljus inte stor effekt på en radio
 - ▶ Strålning med en frekvens kring 1×10^6 hertz påverkar starkt elektronerna i metallen i en radioantenn, som därmed kan plocka upp radiovågor. Dessa däremot påverkar inte dina ögon (eller din hjärna där bredvid mottagaren). Genom att ställa in mottagaren att resonera till en viss frekvens kan man plocka upp en radiokanal i sänder
 - ▶ Mycket hög frekvens röntgen strålning påverkar endast svagt kroppens celler, och passerar därför utan större effekt på kroppen



Färgseende

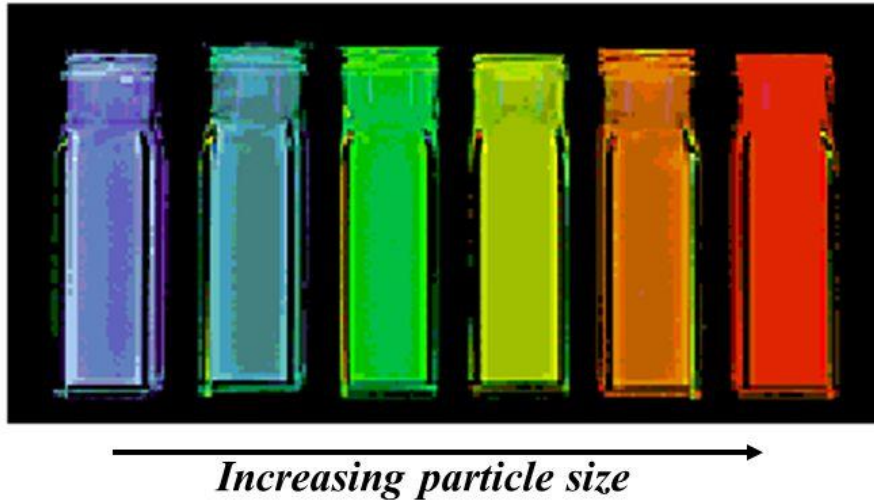
- ▶ Människoögat har tre olika färgtappar, som resonerar till olika våglängder i det synliga ljuset.
 - ▶ "R" tappen reagerar starkast för ungefär 560 nm ljus
 - ▶ "B" tappen är känslig för 420 nm ljus
 - ▶ "G" tappen reagerar för 530 nm ljus



- ▶ Hjärnan tolkar olika kombinationer av dessa till alla färger vi uppfattar



**Same chemical composition
but colour changes with size !**



Quantum dots, nanoparticles of semiconductors, of different sizes, illuminated by a single light source, emit intense fluorescence of different colours (Felice Frankel, MIT)

<https://slideplayer.com/slide/6820448/23/images/42/Same+chemical+composition+but+colour+changes+with+size+%21.jpg>



Diskussion

- 1) Varför är himlen blå? Är det blåa ljuset polariserat?
- 2) Varför är kvällssolen röd?
Är det röda ljuset polariserat?
- 3) Varför är molnen vita?

- ▶ Elektronernas acceleration av ett elfält med vinkelfrekvensen ω ges av

$$a = \frac{d}{dt^2} x = \frac{d}{dt^2} (A \cos(\omega t)) = -\omega^2 A \cos(\omega t)$$



Varför är himlen blå?

- ▶ Elektroner i atmosfärens atomer accelereras av solljuset, och sprider det genom återstrålning (re-radiation)
- ▶ Solljuset innehåller strålning i alla våglängder (det ser vi som färglöst, eller vitt)
- ▶ Elektronernas acceleration ges av

$$a = \frac{d}{dt^2} x = \frac{d}{dt^2} (A \cos(\omega t)) = -\omega^2 A \cos(\omega t)$$

- ▶ Magnituden av elektriska fältet E var proportionellt till a , och energiflödet proportionellt till $EB \propto EE \propto a^2 \propto \omega^4$
- ▶ Det leder till att det blåa ljuset, med högre frekvens än röda ljuset, återstrålas med större effekt, så totalt ser ljuset blått ut

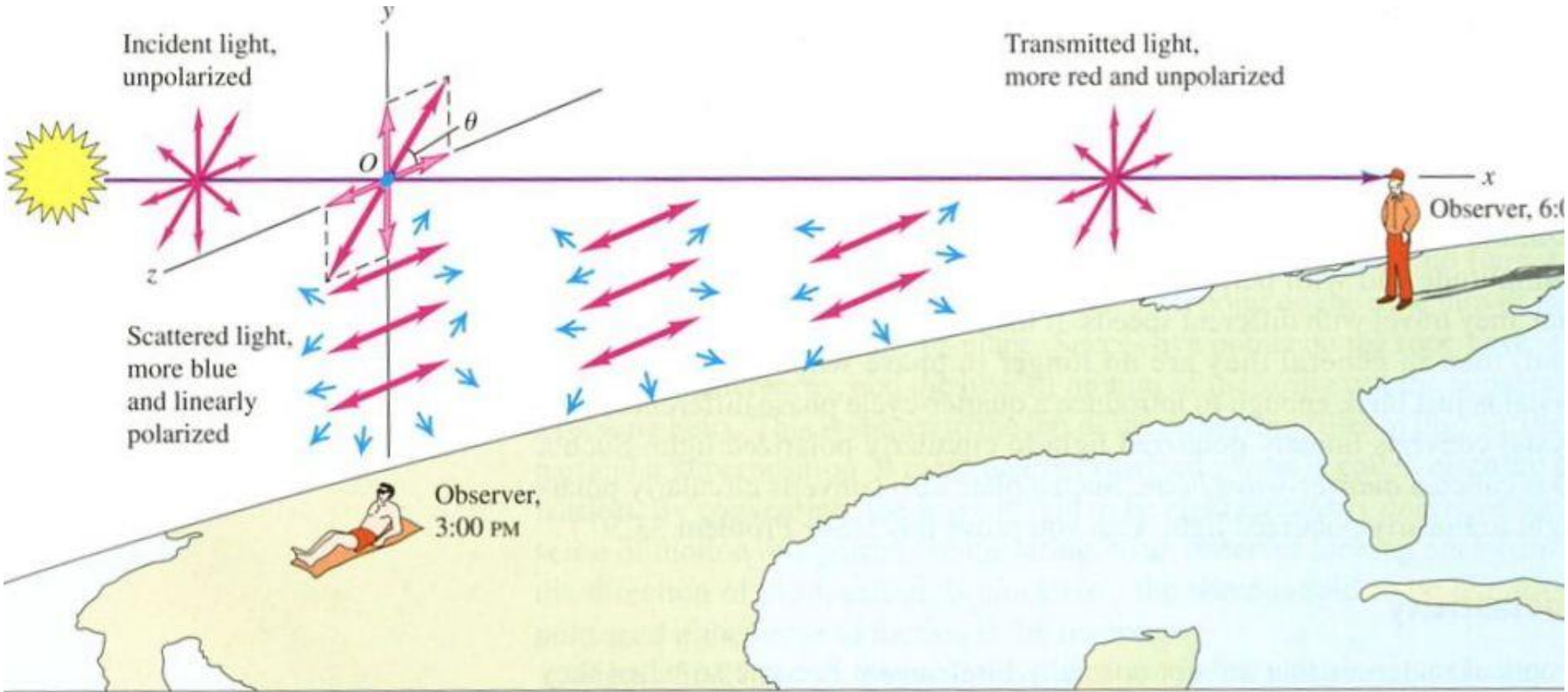


$$I_s \propto \omega^4 \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

Ljus med större frekvens, kortare våglängd sprids effektivare än ljus med längre våglängd



→ Himlen ser blå ut



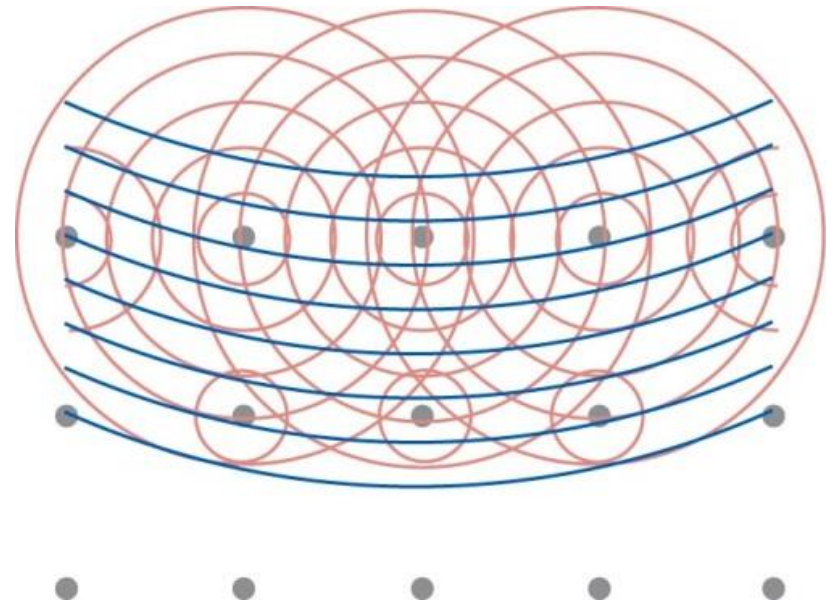
Ljus genom ett medium

- ▶ Då ljus färdas genom ett medium är situationen mera komplicerad än genom ett vakuum
- ▶ Elektriska och magnetiska fälten i strålningen växelverkar med de laddade partiklarna i materialet, som kan bli accelererade och i sin tur utskicka strålning
- ▶ Den slutliga strålningen vi mäter utgörs av superpositionen av all strålning, både den ursprungliga och den som orsakas av de accelererade partiklarna



Superposition

- ▶ Då de laddade partiklarna i ett material accelereras utskickar de egen strålning, och summan, dvs. superpositionen, av all den strålning kan vara mycket komplex
- ▶ Bilden illustrerar strålning genom ett fast ämne. De grå prickarna representerar atomer, de blåa kurvorna illustrerar vågfronterna i den inkommande strålningen, och de röda kurvorna illustrerar strålningen från atomerna
- ▶ Totala fältet i en godtycklig punkt utgörs av summan av alla de enskilda fälten i den punkten



Ogenomskinliga material (*eng. opaque*)

- ▶ En möjlig följd av superpositionen är att den totala amplituden blir noll, då vågkrön och vågdalar i olika vågor ligger precis på varandra
- ▶ I detta fall kommer ingen strålning att komma ut från andra sidan materialet
- ▶ Detta kallas *destruktiv interferens*, och i det fallet är materialet *ogenomskinligt*
- ▶ Denna egenskap beror på strålningens våglängd
 - ▶ t.ex en paffskiva är ogenomskinlig för synligt ljus, men penetreras nog av mikrovågor (orsaken till varför man kan värma fryst mat i mikron direkt i paffkartongen)



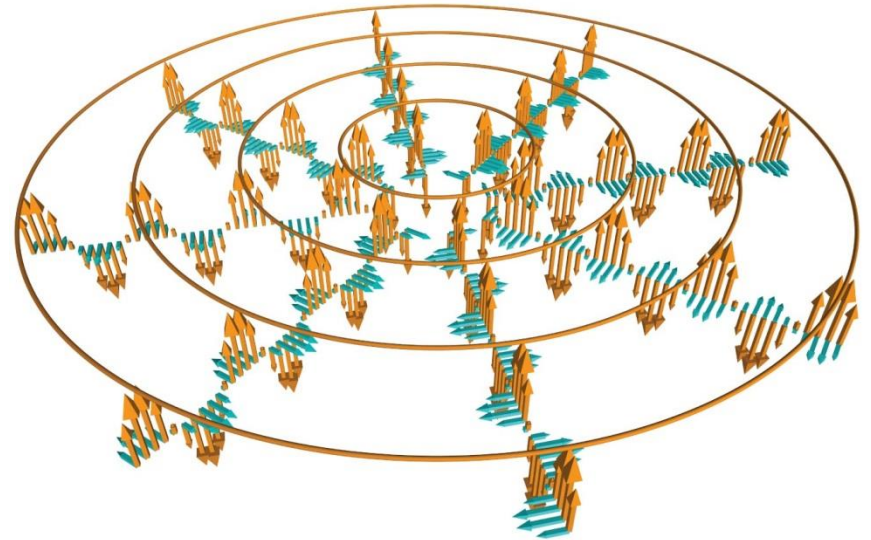
Genomskinligt (transparent) material

- ▶ I genomskinliga material kommer den inkommande strålningen och re-emitterade strålningen att förstärka varandra
- ▶ Detta kallas *konstruktiv interferens*
- ▶ Konstruktiv interferens kan leda till förändringar i våglängden och hastigheten med vilken strålningen färdas genom materialet



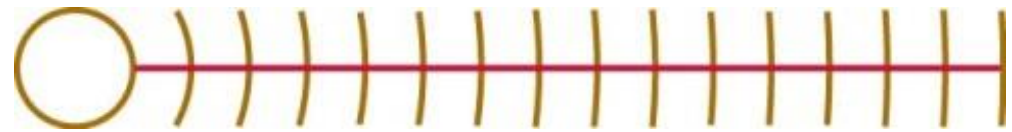
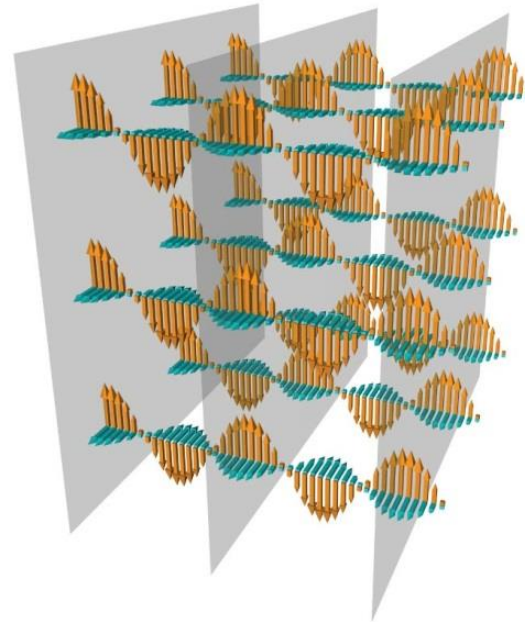
Vågfront

- ▶ Med en *vågfront* menas en uppsättning vågkrön som alla emitterats samtidigt. Cirklarna på bilden markerar vågfronter
- ▶ För att förenkla bilden ritar man oftast endast ut vågfronterna, som i nedre bilden



Planvåg

- ▶ Vågfronterna från en oscillerande laddning är sfäriska, men långt ifrån källan ser de planära ut, och kan approximeras med en *planvåg*
- ▶ Med plan i detta fall avses det plan som beskrivs av \vec{E} och \vec{B} vektorerna. Planet ligger vinkelrätt mot färdriktningen
- ▶ Strålning som färdas i en viss riktning beskrivs ofta enklast som en *stråle*, och ritas som en linje i färdriktningen

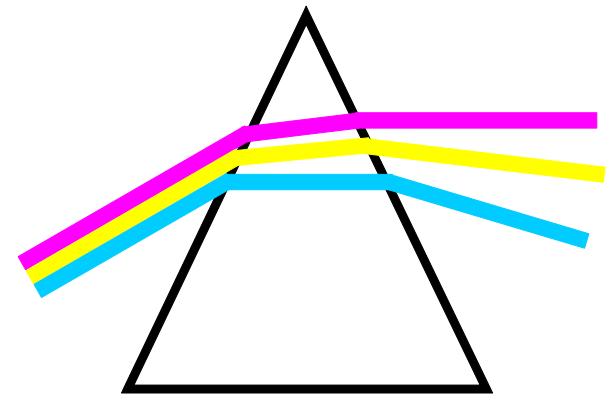
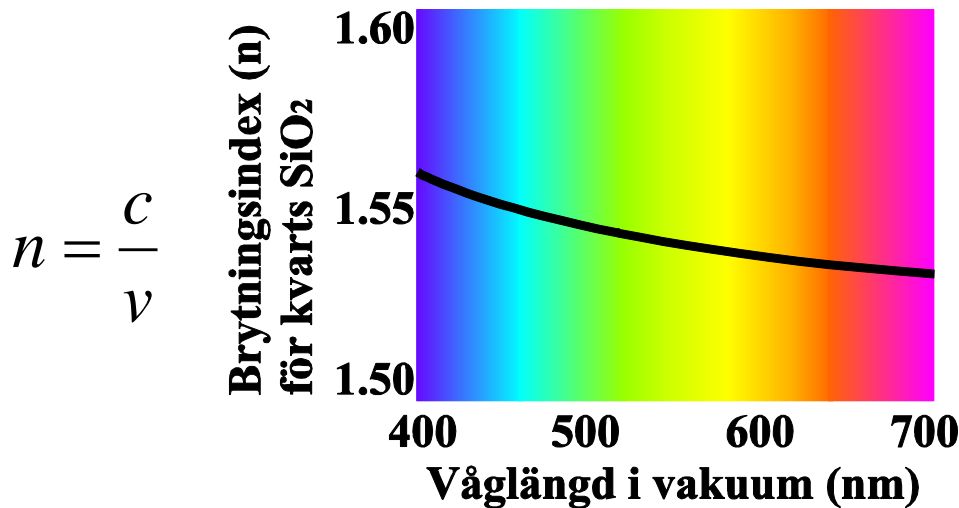


Hastigheten för ljus i vakuum är samma för alla våglängder.

I optiskt genomskinliga material är ljusets hastighet oftast våglängdsberoende, vilket kallas för **dispersion**

$$\lambda_n = \frac{v}{f_n} = \frac{c}{nf_n} = \frac{c}{nf_{vak}} = \frac{\lambda_{vak}}{n}$$

Färg	Våglängd i vakuum (nm)
Röd	700
Orange	620
Gul	550
Grön	500
Blå	450
Violett	400



Brytningsindex

- ▶ I vanliga genomskinliga material kommer superpositionen att leda till strålning som färdas långsammare genom materialet.
- ▶ Strålningens frekvens $f = v/\lambda$ förblir oförändrad, vilket betyder att våglängden måste bli kortare inne i materialet.
- ▶ *Brytningsindex*, eller *refraktionsindex*, n definieras som förhållandet mellan vågfrontens hastighet i vakuum c och vågfrontens hastighet i materialet v .

$$n = \frac{c}{v}$$

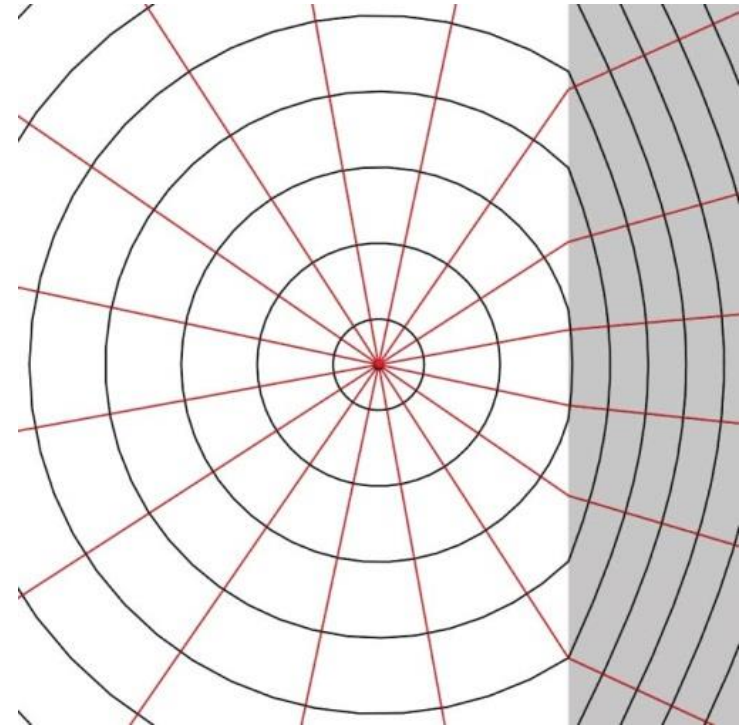
Vakuüm	1 (exakt)
Syrgas	1,00027
Luft	1,00029
Kvävgas	1,00030
Vatten	1,33
Etanol	1,36
Terpentin	1,47
Kronglas	1,51
Bergkristall	1,54
Flintglas	1,75
Guanin	1,83
Diamant	2,47
Titandioxidkristall	3

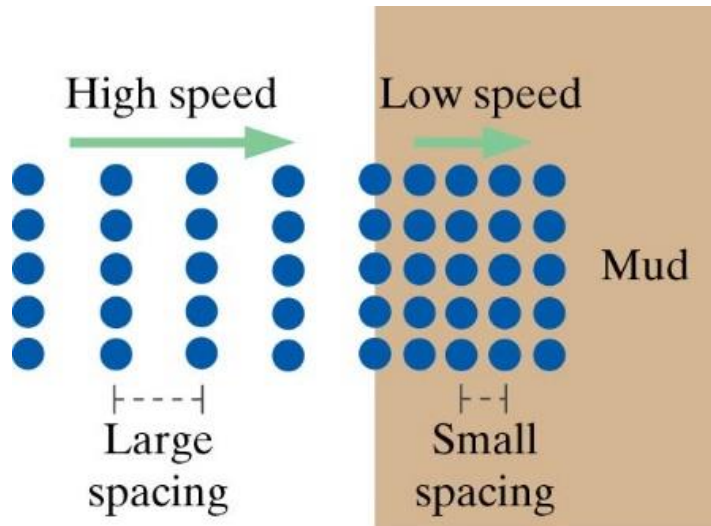
Brytningsindex för några vanliga material (Wikipedia)



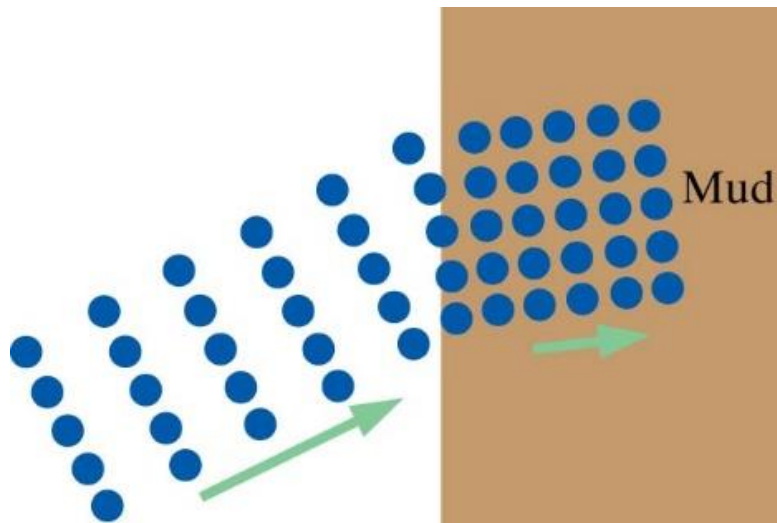
Refraktion (brytning)

- ▶ *Refraktion* är ljusstrålars brytning vid övergången mellan två ämnen med olika brytningsindex.
- ▶ Då strålning träffar ett material med högre brytningsindex, kommer vågfronterna att bli närmare varandra.
- ▶ Om strålen träffar i en vinkel kommer detta att resultera i en förändring i riktningen, dvs. ljuset bryts.
- ▶ Dessutom kan en del av strålningen *reflekteras*, eftersom atomerna i materialet strålar i alla riktningar.





Avståndet mellan marscherande människor i rader minskar då den kommer till gyttja där steglängden och därmed farten minskar



När de marscherande raderna kommer till gyttja i en vinkel, kommer riktningen att ändras i gyttjan



Snells lag

- ▶ Man kan härleda ett förhållande mellan strålens brytning vid ytan av två material och vågens hastighet i de två materialen.

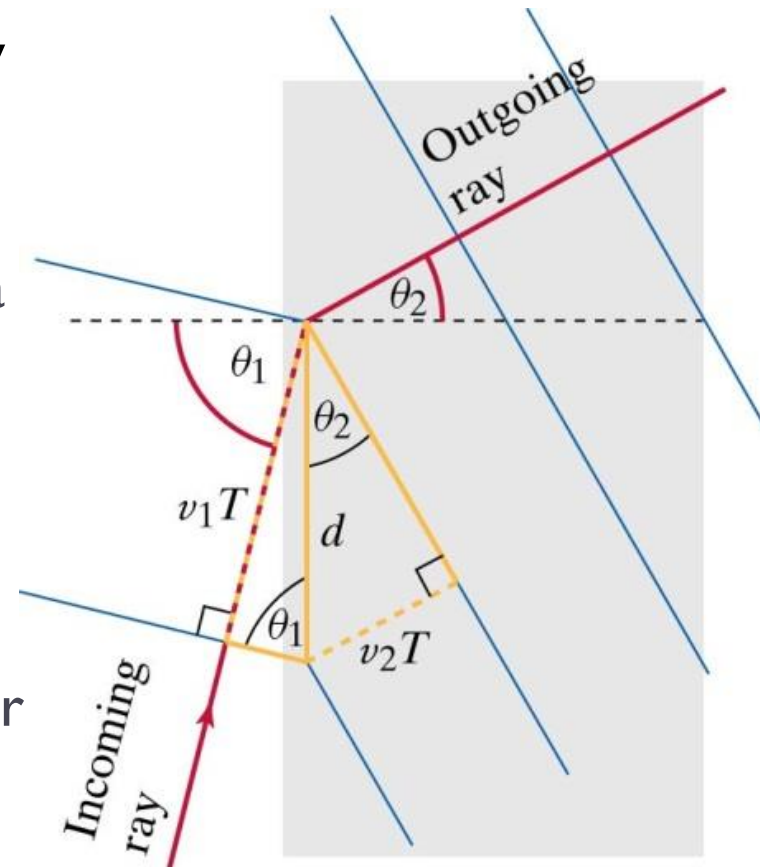
- ▶ Från de två orangefärgade trianglarna på bilden ser vi att

$$\sin \theta_1 = \frac{v_1 T}{d}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{v_2 T}{d}$$

- ▶ Då T/d är samma (T är perioden) för båda trianglar får vi

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$$



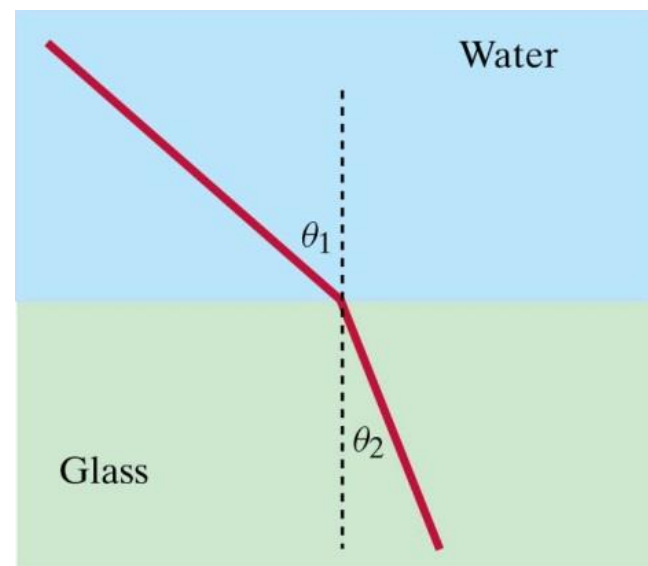
- ▶ Vi kan skriva det tidigare förhållandet med hjälp av brytningsindexet n

$$\frac{\sin \theta_1}{c/n_1} = \frac{\sin \theta_2}{c/n_2}$$

- ▶ Vi kommer då till *Snells lag*:

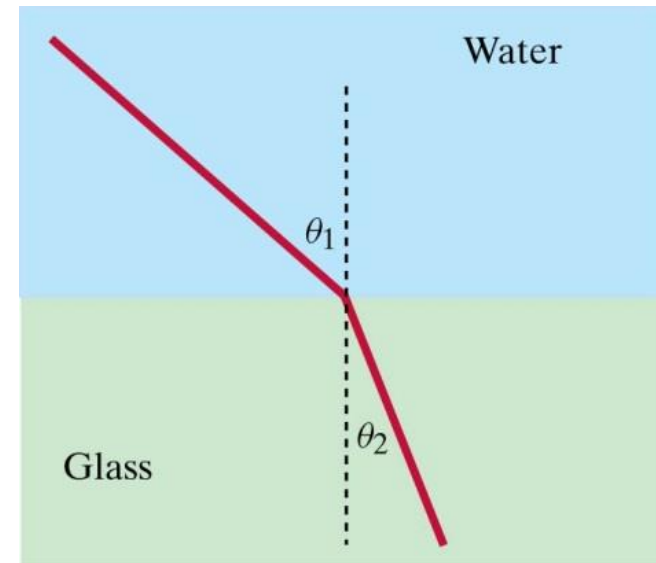
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

- ▶ Här är n_1 och n_2 brytningsindexet för de två materialen, och θ_1 och θ_2 är vinkeln mellan *normalen* till ytan och den inkommande respektive utgående strålen.



Exempel

- ▶ Antag att en ljusstråle färdas genom vatten, och träffar en glasskiva. Vinkeln mellan strålen i vattnet och normalen till glasytan är $\theta_1 = 23^\circ$. Vattnets brytningsindex är 1.33, och glaset har brytningsindex 1.65. Hur stor är vinkeln θ_2 ?



- ▶ Vi använder Snells lag:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}$$

$$\theta_2 = \arcsin \frac{1.33 \sin 23^\circ}{1.65} = 18.4^\circ$$

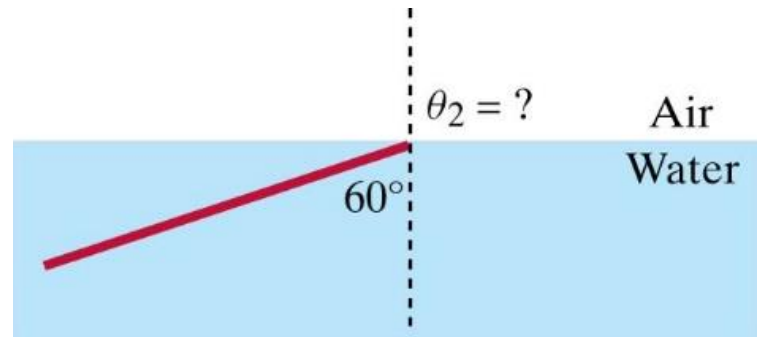


- ▶ Antag att en stråle i vatten träffar vattenytan i en 60° vinkel. Vad blir vinkeln för strålen i luften?

- ▶ Vi använder Snells lag:

$$1.33 \sin 60^\circ = 1.0 \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_2 = 1.33 \sin 60^\circ = 1.15$$

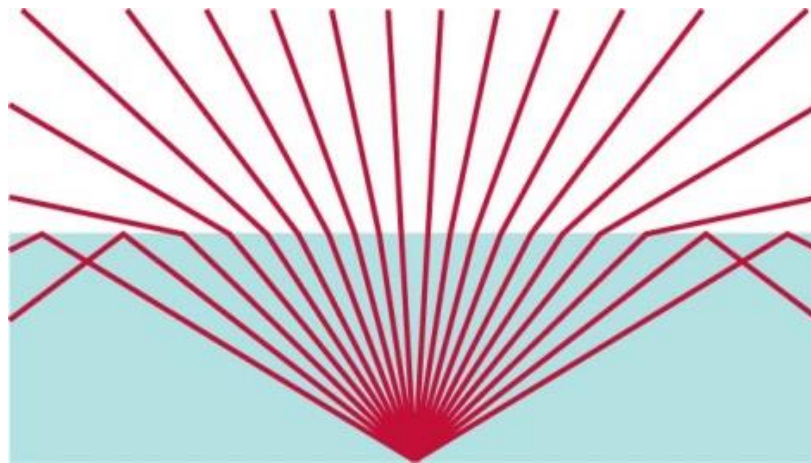


- ▶ Om ni nu försöker ta arcussinus av 1.15, vad händer?
- ▶ Eftersom sinus kan ha högst värdet 1, är detta omöjligt!
- ▶ Det finns alltså ingen vinkel som uppfyller ekvationen
- ▶ Snells lag visar att det är omöjligt för strålen att fortsätta i luften
- ▶ Istället sker det totalreflektion



Totalreflektion

- ▶ *Totalreflektion* är ett fenomen, då ljusstrålar reflekteras i en gränssyta mellan två optiska medier med olika optisk täthet, dvs. olika brytningsindex
- ▶ Om en stråle kommer från ett optiskt tätare material, finns vid tillräckligt stor infallsvinkel inget utrymme för en bruten stråle i det optiskt tunnare materialet, och allt ljus reflekteras tillbaka från ytan

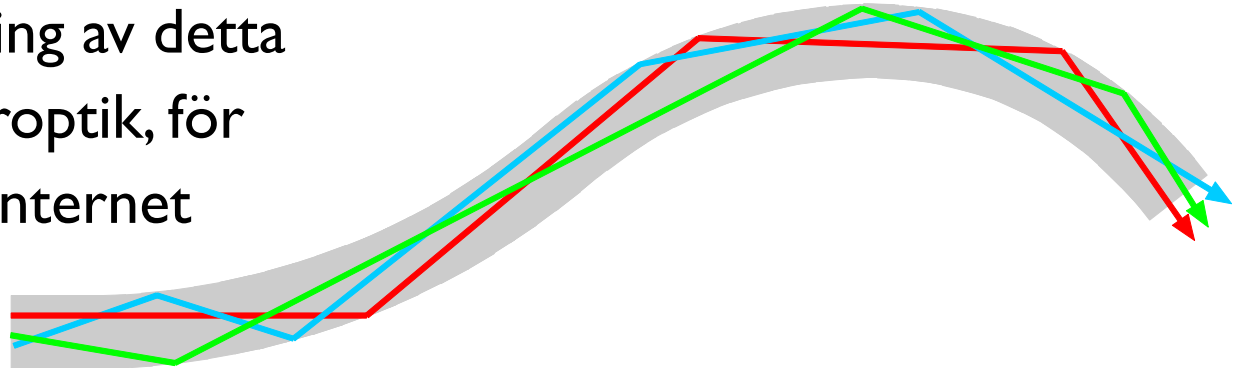


Fiberoptik

- ▶ Då en stråle färdas från ett optiskt tätare material till ett optiskt tunnare, bryts strålen så att vinkeln till normalen blir större
- ▶ Denna vinkel kan dock högst bli 90 grader, och från Snells lag kan vi då räkna ut *gränsvinkeln* θ_c för totalreflektion:

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ \Leftrightarrow \theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

- ▶ En viktig tillämpning av detta fenomen är i fiberoptik, för t.ex. lång distans internet anslutningar



- Kunna beräkna 3D elektriska och magnetiska strålningsfält som produceras av en accelererad laddning
- Matematiskt relatera perioden, våglängden och hastigheten för en elektromagnetisk våg av sinustyp, och relatera energiflödet med amplituden
- Förklara fysikaliska fenomen där återstrålning sker
- Matematiskt relatera brytningsindex, frekvens, hastighet och brytning av ljus i material

