

20 Magnetisk kraft

Lärandemål:

- Kunna beräkna den magnetiska kraften på en laddning i rörelse och på en strömbärande ledning
- Kunna bestämma vilken laddning, + eller – som laddningsbärarna i en ledare har med hjälp av Hall effekten
- Kunna förklara och beräkna den inducerade spänningen i en krets

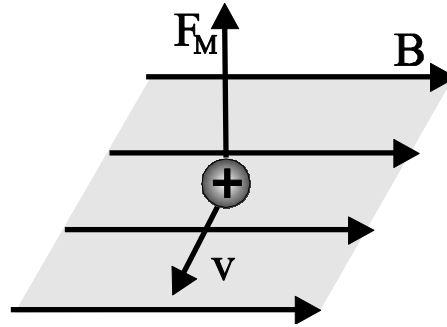


- Hur påverkas en strömbärande ledning i ett magnetfält
- Hur påverkas laddningarna inne i en ledare av magnetfält
- Hur fungerar en magnetisk spektrometer, en cyklotron
- Hur fungerar magnetkort, induktionsspis, metalldetektor, mikrofon ...



Ifall laddningen är en punktladdning q , blir **kraften** som en laddning med hastigheten \mathbf{v} känner i ett magnetfält:

$$\Delta \bar{\mathbf{F}} = q \bar{\mathbf{v}} \times \bar{\mathbf{B}}$$



$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \bar{\mathbf{v}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \bar{\Delta \mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



En elektron har hastigheten: $\bar{v} = (7\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ m/s}$

i ett magnetfält: $\bar{B} = 2.0\hat{k} \text{ T}$

Vad är kraften på elektronen?

$$\Delta\bar{F} = q\bar{v} \times \bar{B}$$

$$\bar{v} \times \bar{B} = (v_y B_z - v_z B_y)\hat{i} + (v_z B_x - v_x B_z)\hat{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\hat{k}$$

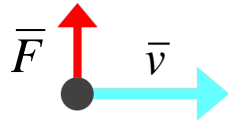


$$\bar{F} \approx -1.6 \times 10^{-19} \text{ C} (6\hat{i} - 14\hat{j}) \frac{\text{m}\cdot\text{N}\cdot\text{s}}{\text{s}\cdot\text{C}\cdot\text{m}} \approx \underline{\underline{(-9.6\hat{i} + 22.4\hat{j}) \times 10^{-19} \text{ N}}}$$



Kraften på en laddning i ett konstant magnetfält

Den magnetiska kraften är alltid vinkelrät till hastigheten: $\vec{F} \perp \vec{v}$



→ Arbetet på laddningen: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$

→ $|\vec{v}| = \text{konstant}$

En laddad partikel rör sig hela tiden med konstant fart i ett konstant magnetfält



Vi accelererar en partikel i ett elfält E , potentialen: $V \equiv Ed$

→ Kinetiska energin för laddningen: $E_k = Vq = \frac{1}{2}mv^2$ →

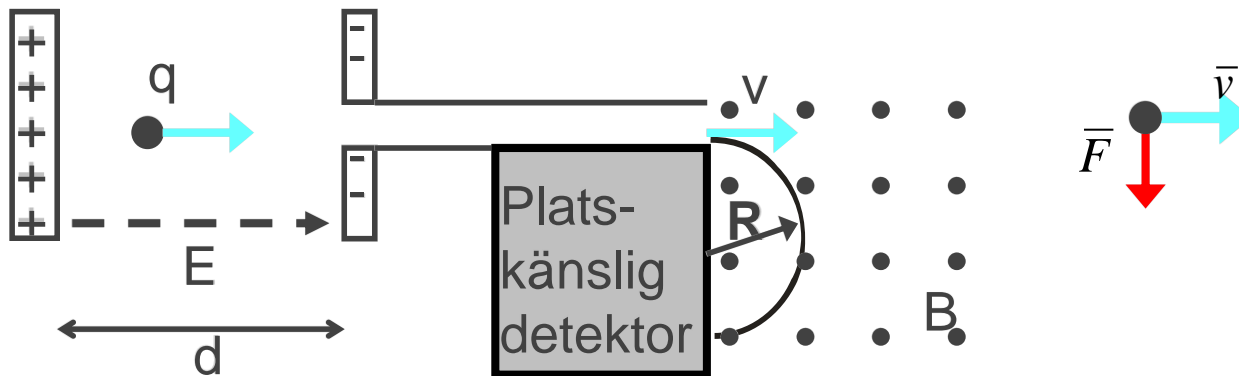
$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

Rörelsen i magnetfältet:

$$\Delta \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow |\Delta \vec{F}| = q|\vec{v}||\vec{B}| = m\frac{v^2}{R}$$

Magnetiska kraften är centripetalkraften

$$\rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{m\sqrt{2qV/m}}{qB} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mV}{q}}$$



Cyklotron

Radien för laddningen q med hastigheten v i ett magnetfält B

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Perioden (omloppstiden) är:

$$T_c = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Vinkelfrekvensen för laddningarna:

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} = \frac{qB}{m}$$

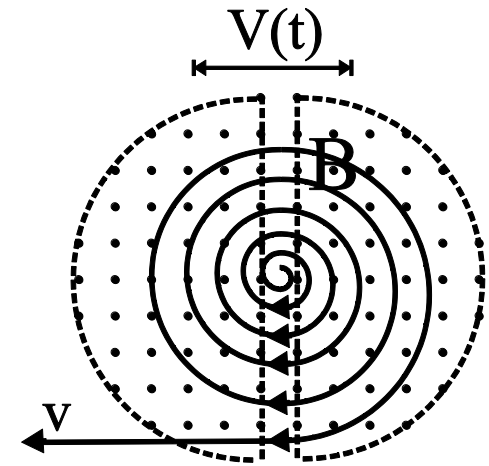
Oscillerande spänningskälla med samma frekvens accelererar laddningarna

$$V(t) = V_0 \sin(\omega_c t)$$

Då partikelns hastighet närmar sig ljusets, är rörelsemängden:

→ Både magnetfältets och potentialens vinkelfrekvens måste ändras: **synkrotroner**

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



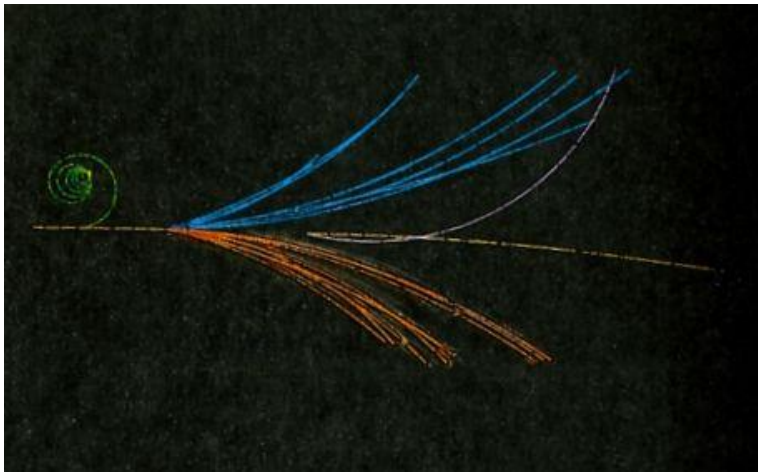
Oberoende av hastigheten !!



Rotationsperioden för en laddning i ett magnetfält blev: $T = \frac{2\pi m}{qB}$

Frekvensen för rotationen: $f \equiv 1/T$ är: $f = \frac{qB}{2\pi m}$

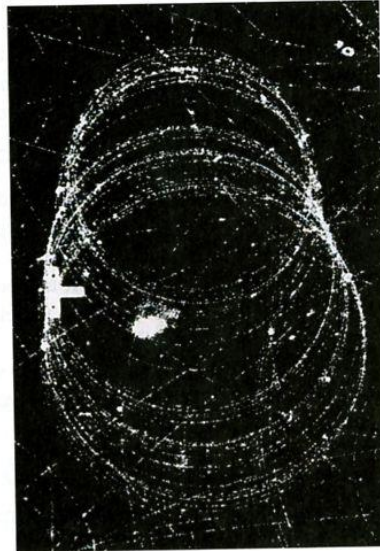
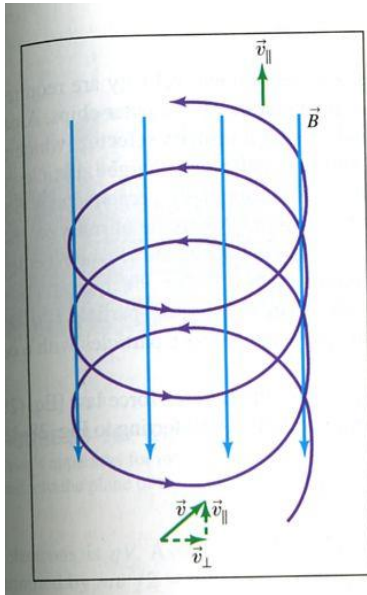
Denna frekvens är oberoende av laddningens hastighet, en långsam partikel rör sig in en cirkelbana med liten radie, snabb partikel i en cirkel med stor radie.



Högenergetiska
laddade partiklar i
en flytande väte
behållare:
bubbelkammare

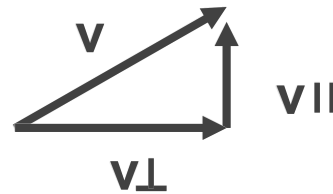


Kraften på en laddning i ett magnetfält



En högenergetisk elektrons cirkelbana i en bubbelkammare minskar från att i början ha varit ca 10 m. Varför?

En laddad partikel följer en cirkulär bana där magnetfältet är konstant



$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$



Lorentz kraft

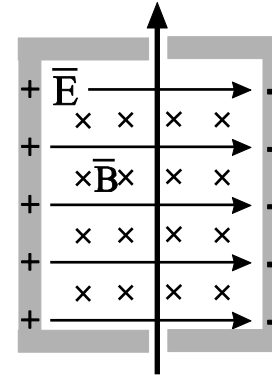
En laddad partikel som rör sig i ett elfält och magnetfält samtidigt, känner två krafter. Den totala kraften kallad **Lorentz kraften**

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

Detta kan användas som hastighetsfilter ifall hastigheten för partikeln är vinkelrät till både magnet och elfältet

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{|\vec{v}| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}}$$



Fungerar för både positiva och negativa laddningar





Rita alla krafterna på protonen och elektronen

Är systemets rörelsemängd konstant?

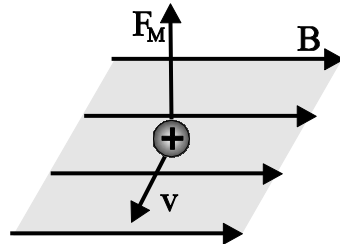
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Magnetiska kraften på en strömbärande elledning

$$\Delta \vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



$$\vec{v} = \frac{\Delta l}{\Delta t} \rightarrow \Delta \vec{F} = \frac{q}{\Delta t} \Delta \vec{l} \times \vec{B}$$

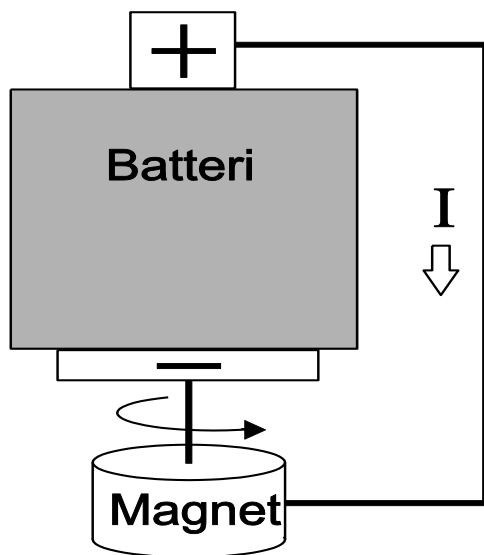
Strömmen är: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \rightarrow$

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B}$$

Kraften på ett längdelement Δl (strömmen I) i ett magnetfält \mathbf{B}



Bilden visar en så kallad homopolär motor, där strömmen går via en ledning från pluspolen till sidan av en permanent magnet. En annan ledning går nu från magnetens översida till batteriets minussida. Förklara varför magneten börjar snurra. Är magnetens nordpol på över- eller undersidan ifall magneten i figuren snurrar motsols? Vilka fördelar kunde en motor som fungerar med denna princip ha?



$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B}$$



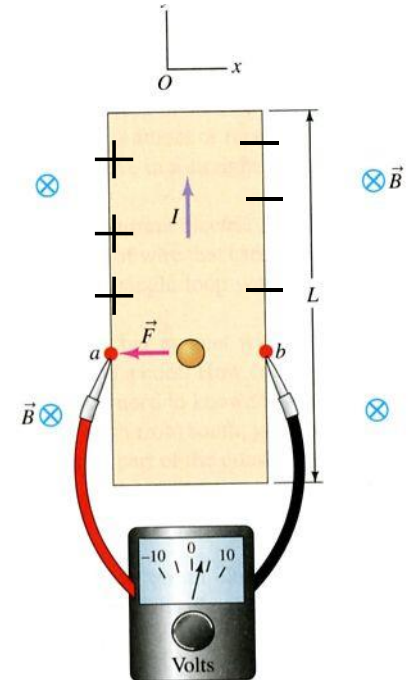
Hall effekt

Då en ström går i en ledare som är placerad i ett magnetfält, kommer det att bildas en potentialskillnad mellan ledarens sidor, kallad **Hall effekt**

Teknologisk användning av Hall effekten

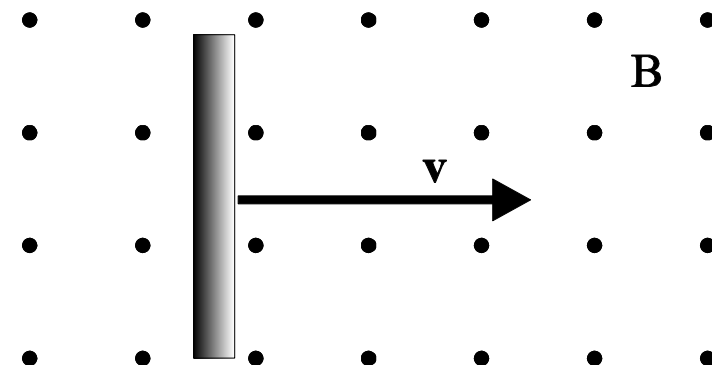
- Strömmätare
- Tangentbord
- Elektrisk piano
- Framdrivning av rymdfarkoster

$$\Delta \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Elektromagnetisk induktion

En ledare rör sig med konstant hastighet \mathbf{v} mot höger i ett magnetfält \mathbf{B} som är ut från tavlan

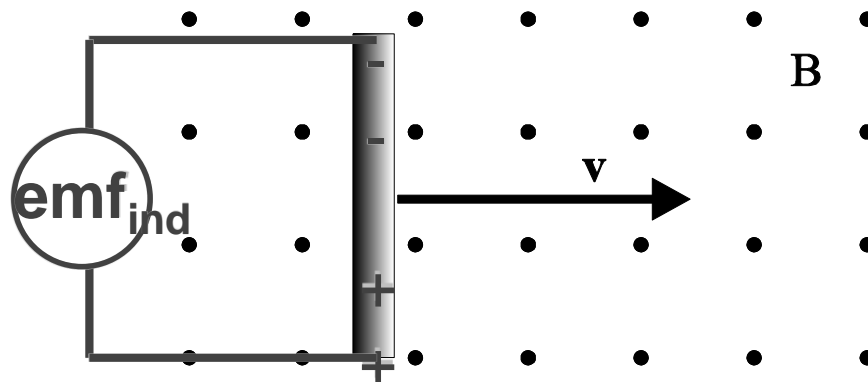


Varje laddning q i ledaren

påverkas av en magnetisk kraft: $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$

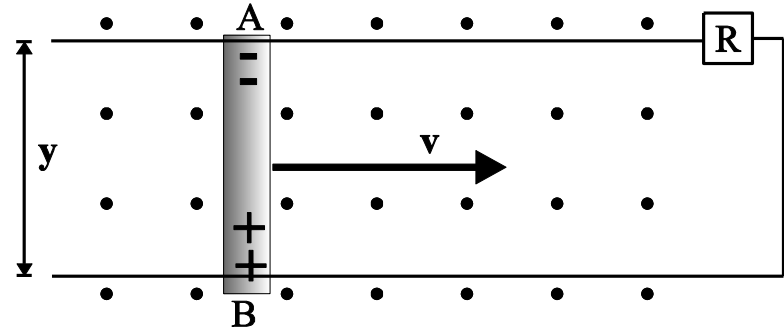
Positiva laddningar nedåt \downarrow , negativa laddningar uppåt \uparrow

→ En spänningsskillnad induceras i ledaren



Arbetet att flytta en laddning q från **A** till **B** längs ledaren

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_m \cdot d\vec{l} = |F_m|y = q|v||B|y$$



Den inducerade spänningen ($V \equiv W/q$) blir: $emf_{ind} = \frac{W_{AB}}{q} = |v||B|y$

$$\rightarrow emf_{ind} = By \frac{dx}{dt} = B \frac{y dx}{dt} = B \frac{dArea}{dt} = \frac{d(B \cdot Area)}{dt} = \frac{d\Phi_M}{dt}$$

Definition: Magnetiska flödet:

$$\Phi_M = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

En **spänning induceras** i en krets ifall det **magnetiska flödet** genom kretsen ändras. Riktningen på den inducerade spänningen är alltid så att den **motverkar flödesändringen** genom kretsen, kallad **Faradays induktionslag**

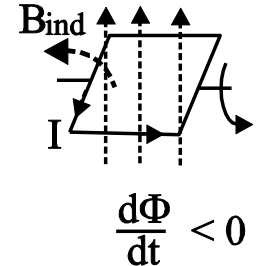
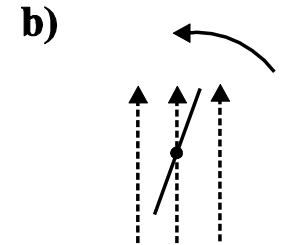
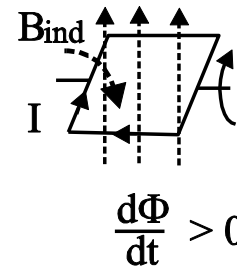
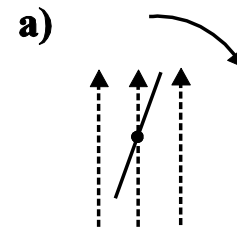
$$emf_{ind} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$



Elektromagnetisk induktion

Lenz lag ger riktningen på den inducerade spänningen

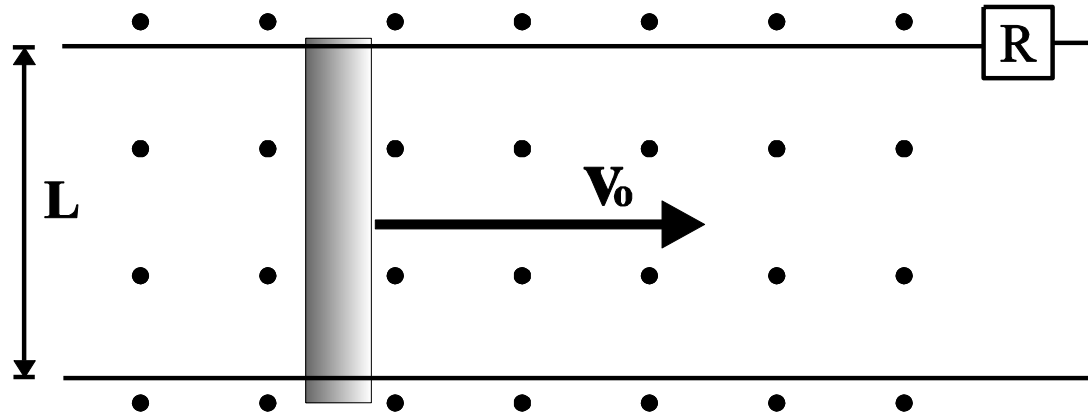
Den inducerade spänningen är sådan att magnetfältet som produceras av den inducerade strömmen motverkar förändringen av det magnetiska flödet genom kretsen



En ledande stav med längden L och massan m glider över en ledande krets med begynnelsehastigheten v_0 .

Ett konstant magnetiskt fält \mathbf{B} existerar normalt mot planet, och kretsens totala resistans är R

Bestäm kraften på staven som en funktion av B , L , R och v



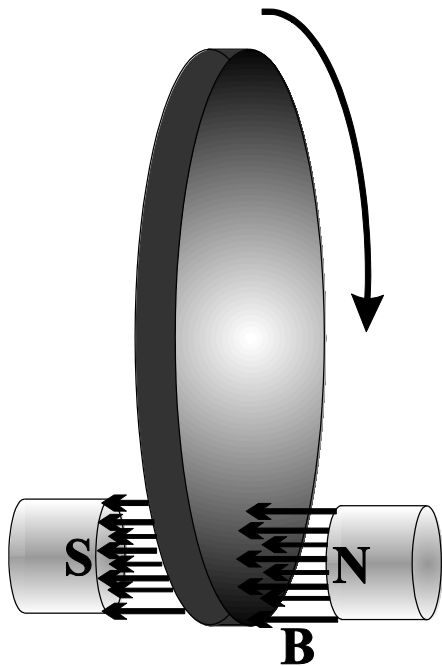
$$\Phi_M = \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{A}}$$

$$emf_{ind} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

$$\Delta\bar{\mathbf{F}} = I\Delta\bar{\mathbf{l}} \times \bar{\mathbf{B}}$$

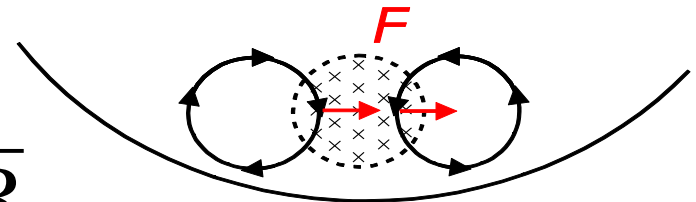
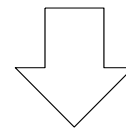
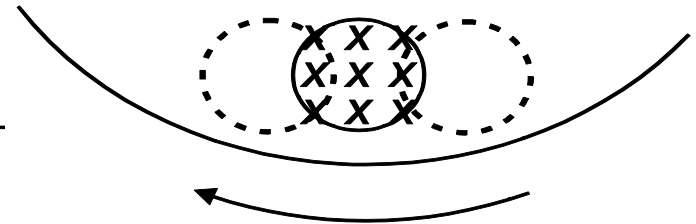
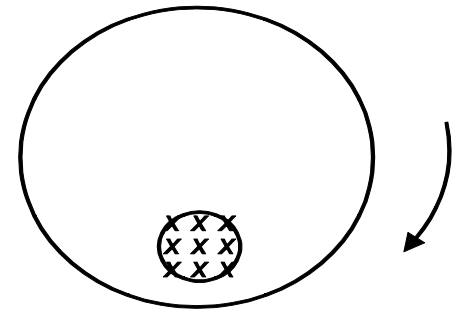


För att bromsa en roterande metallskiva, sätter man skivan mellan två magneter, se bilden. Förklara och rita varför metallskivan bromsas upp.



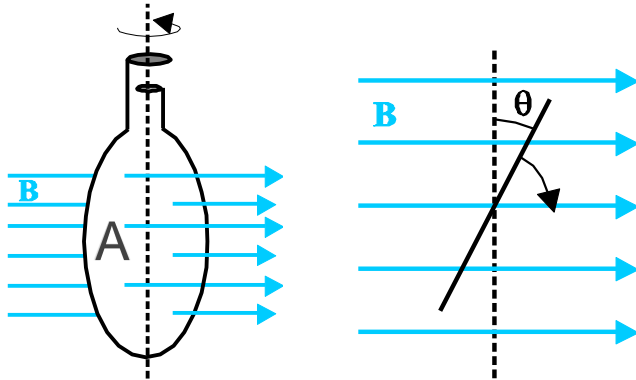
$$emf_{ind} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

$$\Delta \vec{F} = I \Delta \vec{l} \times \vec{B}$$



Elektrisk generator

En cirkulär krets roterar i ett magnetfält



Maximala magnetiska flödet genom kretsen

$$\Phi_{\max} = BA$$

Magnetiska flödet vid vinkeln θ : $\Phi = \Phi_{\max} \cos(\theta) = BA \cos(\theta)$

Kretsen roterar med konstant vinkelhastighet: ω ($\theta = \omega t$) $\rightarrow \Phi = BA \cos(\omega t)$

Inducerade spänningen: $emf_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega BA \sin(\omega t) = emf_{\max} \sin(\omega t)$

Spänning från en krets som roterar med konstant vinkelhastighet

$$emf = emf_0 \sin(\omega t)$$



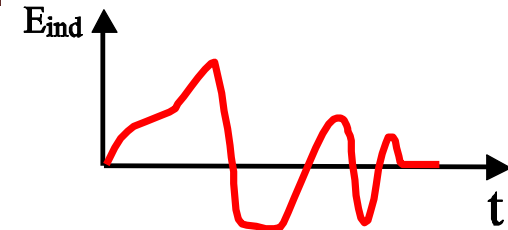
Elektromagnetisk induktion

Hur fungerar magnetkort?

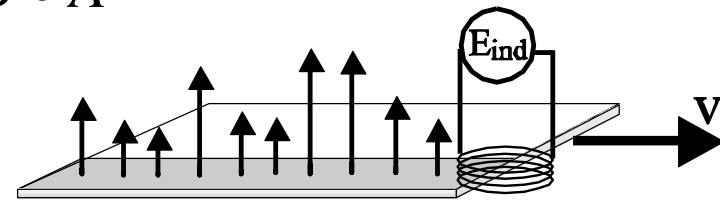


Då kortet dras genom kretsen induceras en spänning i den

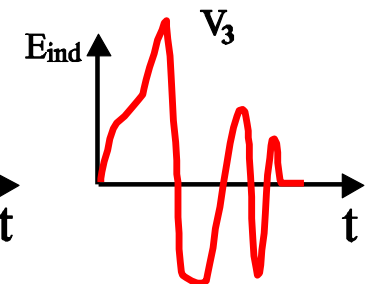
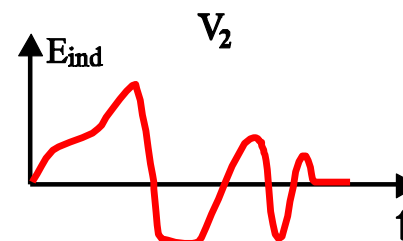
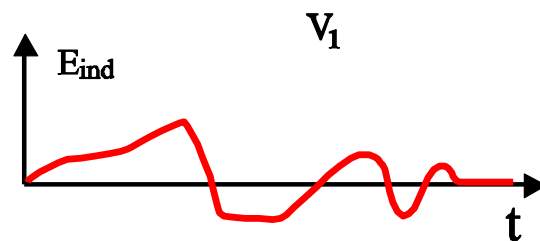
$$E_{ind} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$
$$\Phi_M = \bar{B} \cdot \bar{A}$$



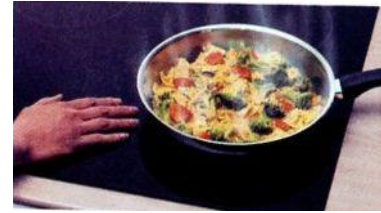
Den inducerade spänning är proportionellt till hastigheten med vilket kortet dras genom kretsen (Arean $E_{ind}t$ konstant)



$$v_1 \ll v_2 \ll v_3$$



Elektromagnetisk induktion



$$E_{ind} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

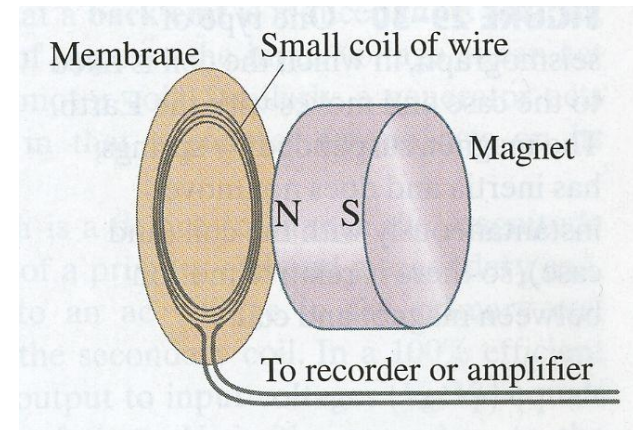
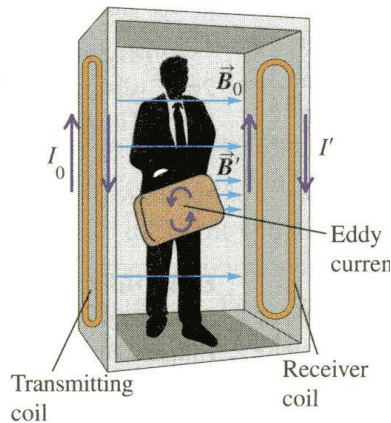
$$\Phi_M = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

Hur fungerar en induktionsspis?

I spisen får växelströmkretsen till stånd ett magnetfält som oscillerar. Detta magnetfält inducerar en spänning i föremål ovanför spisen.

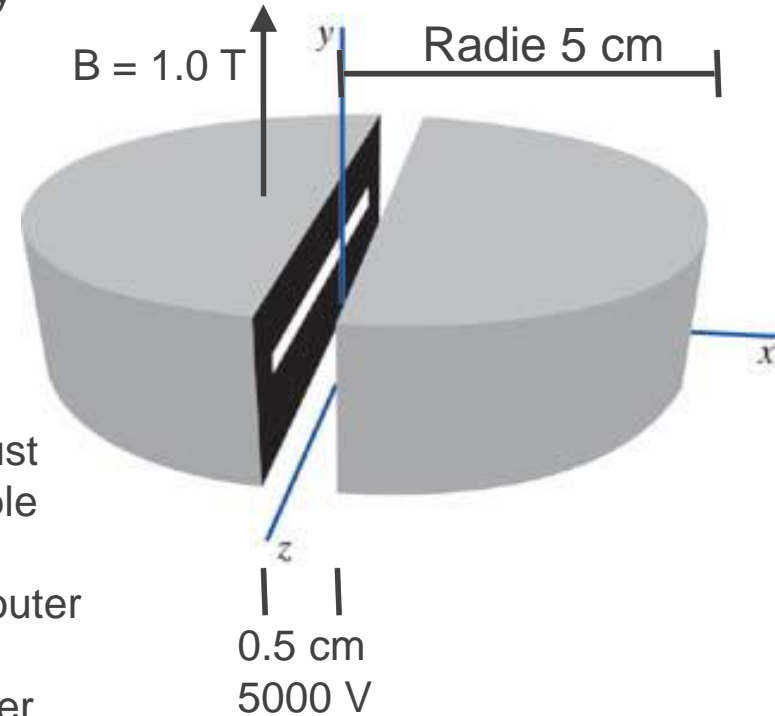
En inducerad ström produceras i föremålet: $I_{ind} \equiv E_{ind}/R$ och värmeeffekten blir: $P \equiv I_{ind}^2 \cdot R$

Hur fungerar en metalldetektor? Hur fungerar en mikrofon?



Datorbaserad uppgift: 21.P.105 s. 895 Cyklotron

- (a) What is the angular frequency ω of the sinusoidally oscillating potential difference?
- (b) Display the trajectory of a proton in the cyclotron;
- (c) Plot the proton's kinetic energy K (in eV) vs. time. Explain the shape of the graph you observe.
- (d) What happens if you use a different angular frequency for the potential difference? For example, try an angular frequency of 0.6ω .
- (e) If the proton gains a significant amount of kinetic energy while inside the dees, your dt is too large. Adjust your dt appropriately. What value of dt gives reasonable results?
- (f) How much time does the proton take to reach the outer edge of the cyclotron?
- (g) What is K (in eV) when the proton reaches the outer edge of the cyclotron?
- (h) Given your answer to (g), how many orbits must the proton have made before reaching the outer edge of the cyclotron?
- (i) What is the final speed of the proton? Were you justified in assuming that $v \ll c$?



Lärandemål:

- Kunna beräkna den magnetiska kraften på en laddning i rörelse och på en strömbärande ledning
- Kunna bestämma vilken laddning, + eller – som laddningsbärarna i en ledare har med hjälp av Hall effekten
- Kunna förklara och beräkna den inducerade spänningen i en krets

