

# 13. Elektriskt fält (sähkökenttä)

## Lärandemål:

- Kunna matematiskt relatera det elektriska fältet till kraften
- Kunna beräkna det elektriska fältet i 3D vid en given punkt från många punktladdningar
- Kunna härleda den approximativa formeln för dipolens elfält och kunna använda det på rätt sätt



För tillfället vet vi av bara fyra olika fundamentala krafter i universum:

- **Gravitationskraften**
- **Elektromagnetiska kraften**, detta kapitelns ämne
  - Orsaken till att elektronerna och atomkärnorna bildar neutrala atomer
  - Grundläggande växelverkan bakom det att atomerna binds till varandra
    - all materialfysik och kemi
- **Starka växelverkan**, orsak till att atomkärnorna hålls ihop
- **Svaga växelverkan**, spelar roll vid sönderfall av atomkärnor

Den starka och svaga växelverkningen kan man bara iaktta på mycket små avstånd.

De tre sistnämnda krafterna kombineras till en enda (mycket komplicerad) kraft i den så kallade standardmodellen för partikelfysiken.



# Kraften mellan laddningar: Coulombs lag

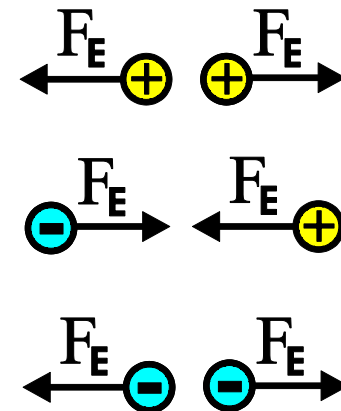
Från observationer från och med 1700-talet vet man följande:

- Både gravitations- och den elektriska kraften har *oändligt lång räckvidd*
- Gravitationskraften alltid *attraktiv*, men den elektriska kraften kan vara antingen *attraktiv eller repulsiv*
- Stabila partiklar kan ha en egenskap kallad *elektrisk laddning*
- Två olika sorts laddningar: Positiv eller Negativ
- **Lika** laddningar **repellerar** varandra och **Olika** laddningar **attraherar** varandra

Den elektriska kraften mellan två laddningar  $q_1$  och  $q_2$  på avståndet  $r$  från varandra ges av

**Coulombs lag:**

$$\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$



där  $\epsilon$  är mediets **permittivitet**.  
I vakuum har vi permittiviteten:

$$\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}/(\text{Nm}^2)$$



# Coulombs lag

Den mest fundamentala enhetsladdningen hittar man hos en elektron och en proton:

$$e \equiv 1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$$

C (coulomb) är enheten för laddning

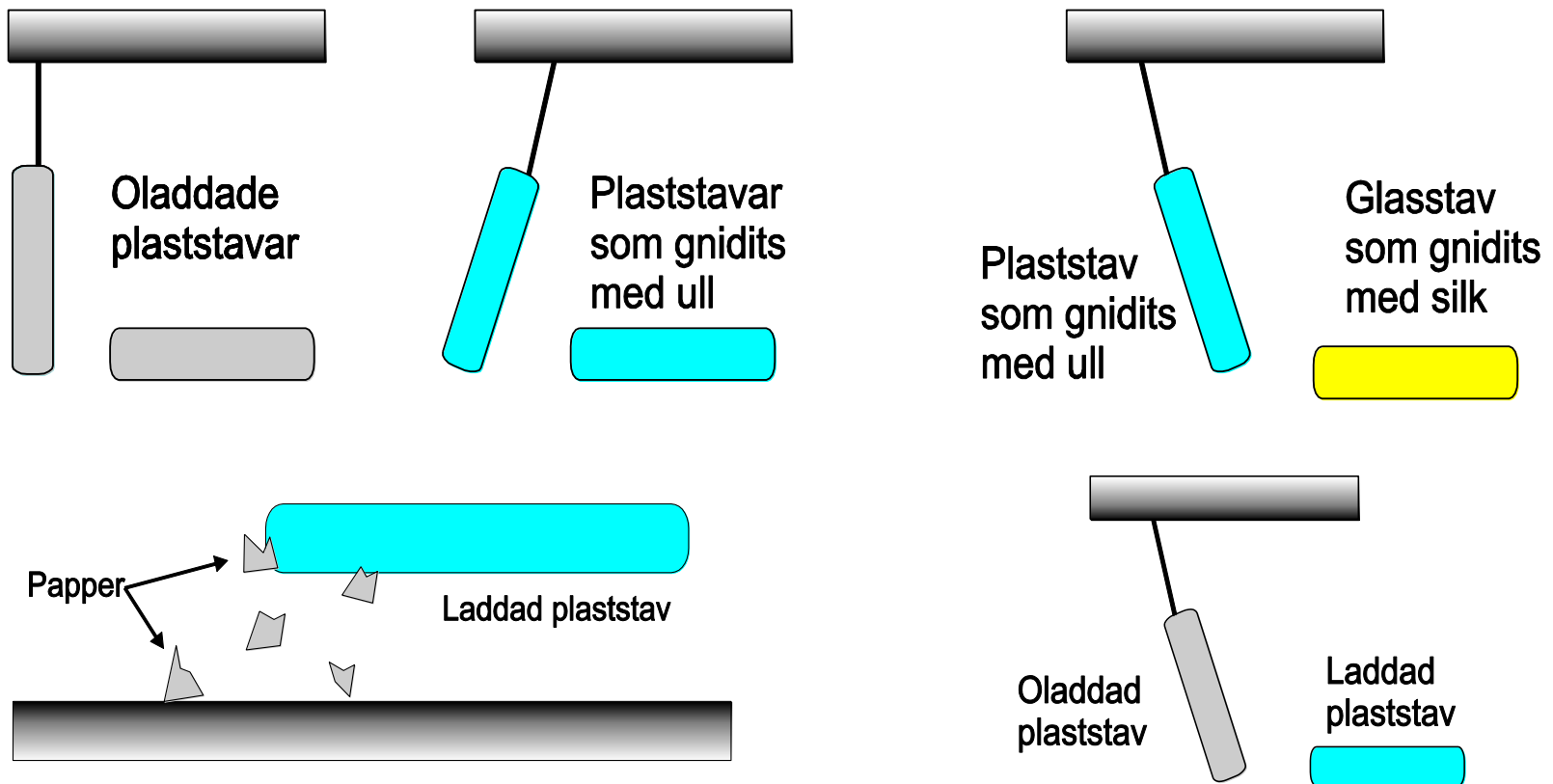
Partikel	Massa (kg)	Laddning (C)	Radie (m)
Elektron	$9 \times 10^{-31}$	- e	? (för liten)
Positron	$9 \times 10^{-31}$	+ e	?
Proton	$1.7 \times 10^{-27}$	+ e	$\sim 1 \times 10^{-15}$
Antiproton	$1.7 \times 10^{-27}$	- e	$\sim 1 \times 10^{-15}$
Myon	$1.9 \times 10^{-28}$	+e ( $\mu^+$ ) eller -e ( $\mu^-$ )	?
Pion	$2.5 \times 10^{-28}$	+e ( $\pi^+$ ) eller -e ( $\pi^-$ )	$\sim 1 \times 10^{-15}$



Ordet **elektrisk** härstammar från grekiskans ord för bärnsten (eng. amber).

Då man gnider bärnsten mot päls, så kan den attrahera andra objekt.

Bärnsten blir **statiskt laddad** då den gnids mot päls



# Elektriska fältet

$$\frac{d\bar{p}}{dt} \approx m \frac{d\bar{v}}{dt} = m\bar{a}$$



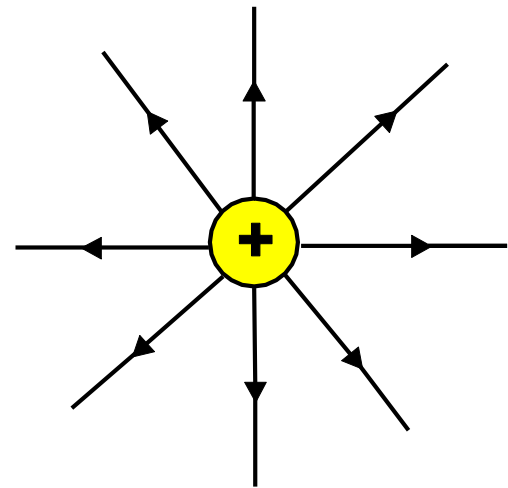
# Elektriska fältet

En laddning påverkar en annan laddning med en kraft ( $\propto 1/r^2$ )

Laddningen upptäcker en annan laddning på avstånd, mäter avståndet dit och sedan påverkar den andra laddningen?

Michael Faradays ide verkar vara mycket lättare att förstå:

Den första laddningen får till stånd **ett fält** omkring sig, som finns där fastän inga andra objekt finns

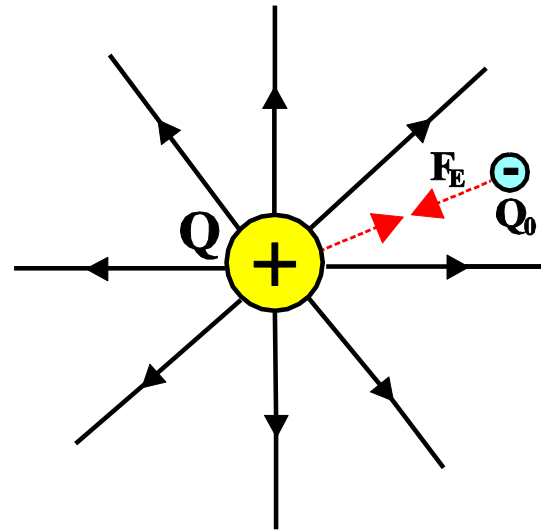


# Elektriska fältet

Man kan se effekten av det elektriska fältet då en testladdning placeras i fältet

Definitionen av det elektriska fältet

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$$



Jämför: Tidigare hade vi att gravitationskraften på jordytan kan skrivas som  $F_G = m g$ , vilket ger gravitationsfältet nära jordytan:

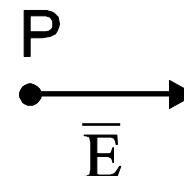
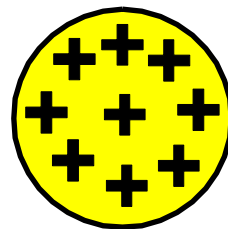
$$g = \frac{F_G}{m}$$



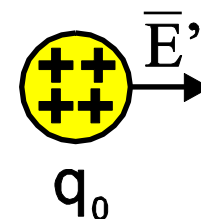
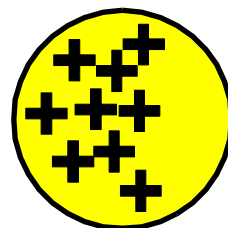


Det är viktigt att testladdningen  $q_0$  är mycket liten så att den inte påverkar elfältet

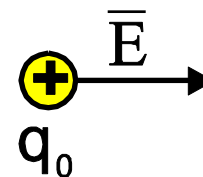
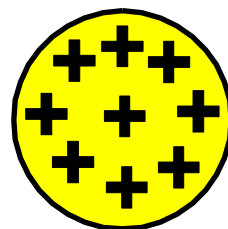
Elfältets är  $\bar{E}$  vid punkten P



Testladdningen  $q_0$  **påverkar** elfältet vid punkten P

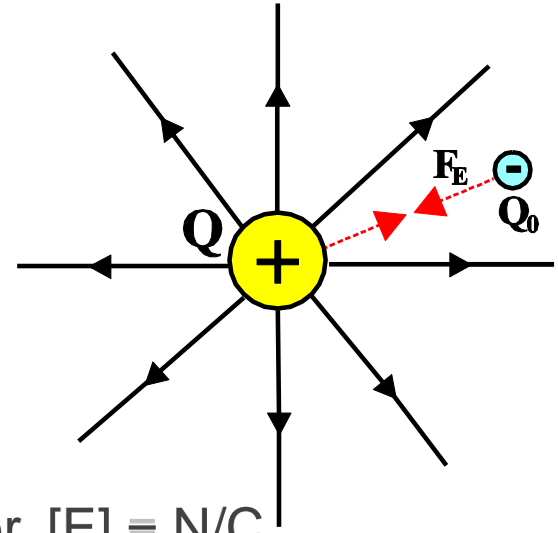


Testladdningen  $q_0$  **påverkar inte** elfältet vid punkten P



Bättre definitionen av elfältet

$$\bar{E} = \lim_{Q_0 \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{Q_0}$$



Märk att både elfältet och kraften är vektorer,  $[E] \equiv \text{N/C}$

$$\bar{F} = \frac{Q \cdot Q_0}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$

→ Elektriskt fält från en punktladdning:

$$\bar{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$



En elektron placeras i ett konstant elfält mellan två laddade skivor.  $m_e \sim 9.1 \times 10^{-31}$  kg,  $e \sim 1.6 \times 10^{-19}$  C.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$$

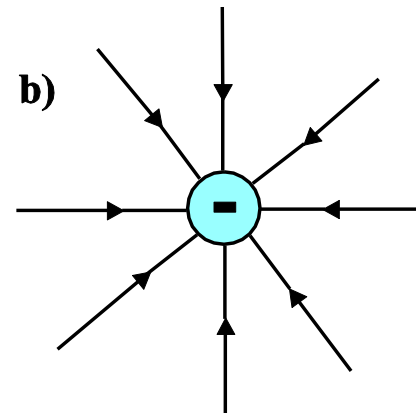
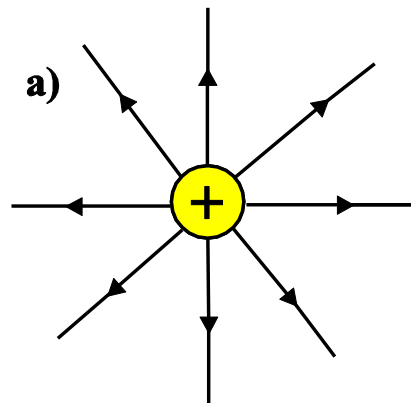
- A. Ifall magnituden för det konstanta elfältet är  $3.0 \times 10^4$  N/C, så vad är accelerationen för elektronen?
- B. Anta att elektronen är först i vila vid den negativa plattan, och sedan börjar accelereras mot den positiva. Avståndet mellan skivorna är 1.0 cm
  - a) Vad är sluthastigheten för elektronen just innan den träffar den positiva ytan?
  - b) Hur lång tid tar det innan den träffar den positiva ytan?



# Elektriska fältet

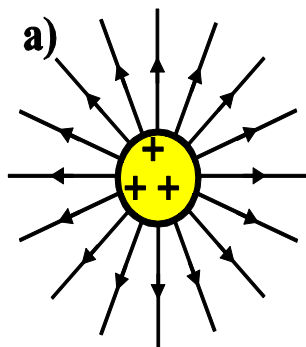
Elektriskt fält **utgår** från en **positiv** laddning **a)**

Elektriskt fält **går in** i en **negativ** laddning **b)**

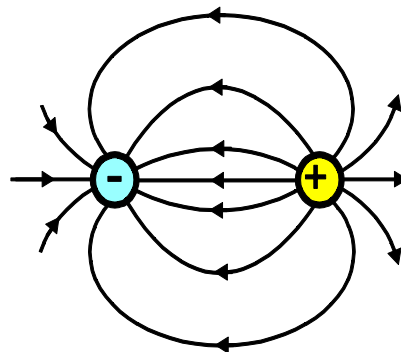


# Elektriskt fält från:

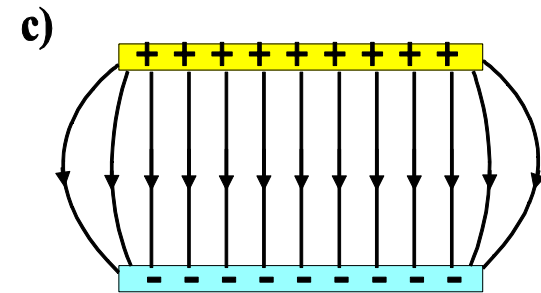
Punktladdning



Dipol



Motsatt laddade skivor



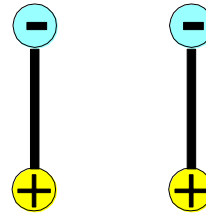
Nedan har vi tre olika situationer med två elektriska dipoler bredvid varandra.

Skissa de elektriska fältlinjerna för varje dipolpar

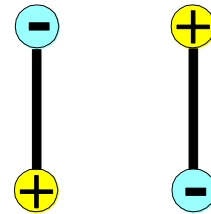
a)



b)



c)



- a) Rita de elektriska fältlinjerna från laddningarna  $+2Q$  och  $-Q$  då dessa laddningar inte är nära varandra
  
- b) Rita fältlinjerna då laddningarna befinner sig nära varandra och man betraktar fältlinjerna nära laddningarna
  
- c) Hur ser fältlinjerna ut långt ifrån tvåladdningssystemet?



En punktladdning,  $q = 10.0 \text{ nC}$ , befinner sig vid origo.

Beräkna det elektriska fältet vid punkten:

a)  $x = 1.0$  och  $y = 0.0$

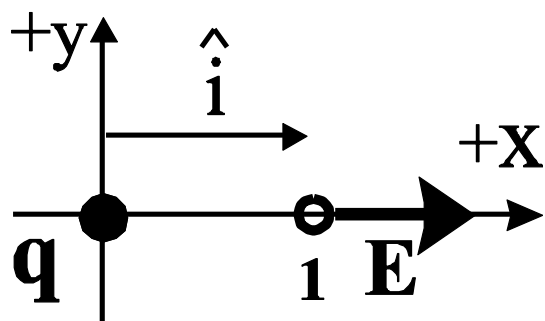
b)  $x = 3.0$  och  $y = 4.0$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$

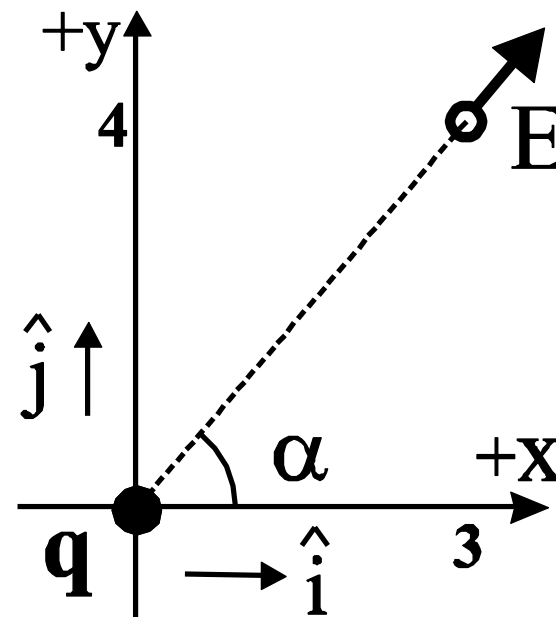
$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

a)



b)





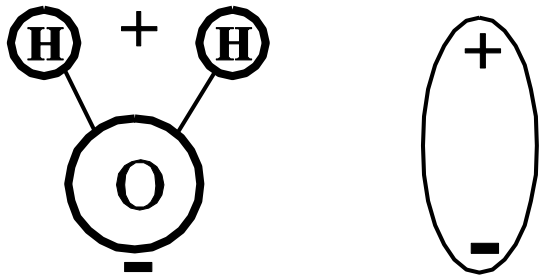
# Elektrisk dipol

Kombinationen av två lika stora, men motsatt laddade laddningar kallas för en **elektrisk dipol**.

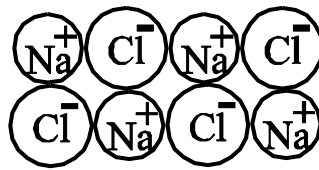
Vattenmolekylen kan approximeras att vara en dipol.

Vattnet är därför ett utmärkt lösningsmedel för joniska atomer.

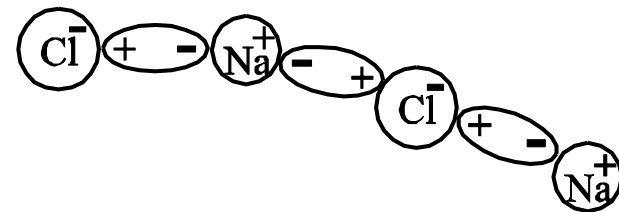
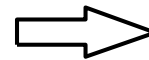
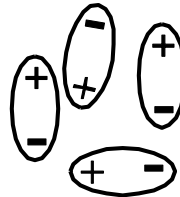
Salt NaCl, dissocieras till positiva  $\text{Na}^+$  och negativa  $\text{Cl}^-$  joner, vilka dras till vattenmolekylens negativa, respektive positiva del



Vattenmolekylen motsvarar en dipol



Vatten + Salt



## Elektriska fältet från många laddningar eller laddningsdistributioner

Det elektriska fältet från många laddningar får genom **superpositions principen**, d.v.s summa alla elfältsvektorer till en resultant vektor:

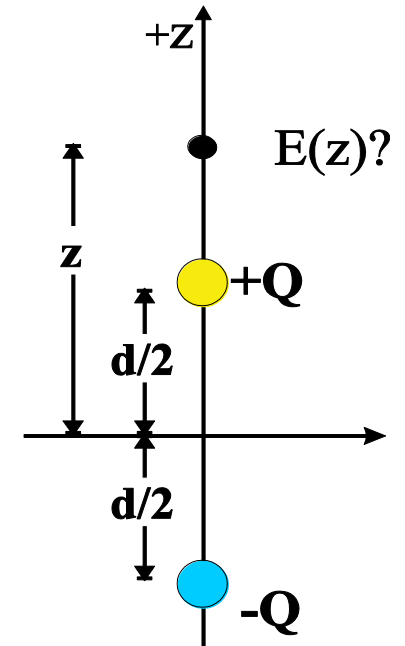
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$



Två lika stora laddningar, ena positiv  $+Q$  och den andra negativ  $-Q$ , befinner sig på avståndet  $d$  från varandra. Ge en ekvation för det elektriska fältet på en godtycklig punkt på  $z$ -axeln. Ifall  $z \gg d$ , hur kan man approximera  $E(z)$  från dipolen då?

$$\begin{aligned}\bar{E}(z) &= \frac{+Q}{4\pi\epsilon(z-d/2)^2} + \frac{-Q}{4\pi\epsilon(z+d/2)^2} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{(z-d/2)^2} - \frac{1}{(z+d/2)^2} \right) \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left( \frac{2dz}{(z-d/2)^2(z+d/2)^2} \right)\end{aligned}$$

$$z \gg d \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{E(z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{2d}{z^3}}}$$



$$\bar{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$

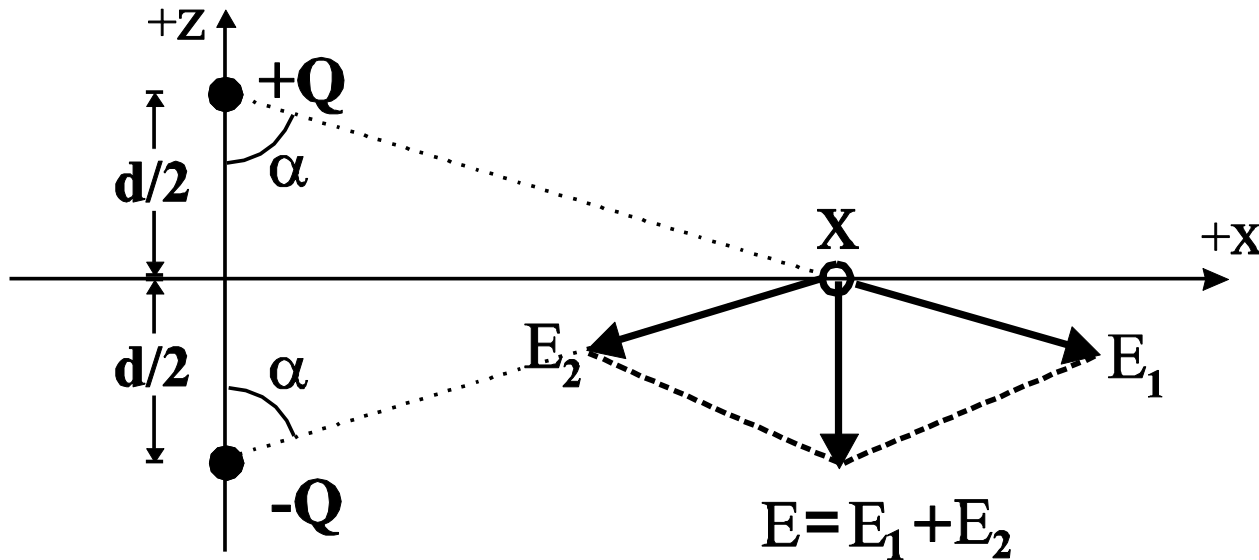


## Elfältet från en dipol vinkelrät mot dipolaxeln

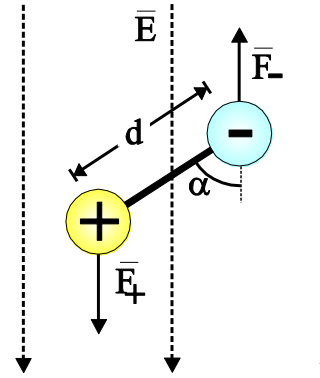
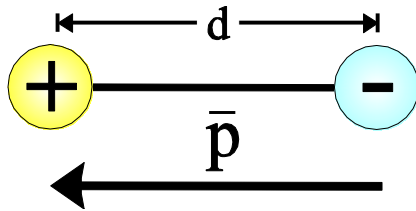
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$

Två lika stora laddningar (dipol), ena positiv  $+Q$  och den andra negativ  $-Q$ , befinner sig på avståndet  $d$  från varandra.

- Ge en ekvation för det elektriska fältet på en godtycklig punkt på x-axeln
- Vad blir elfältet då  $x=0$ ? Stämmer detta?
- Vad blir det ungefärliga elfältet då  $x \gg d/2$ ?

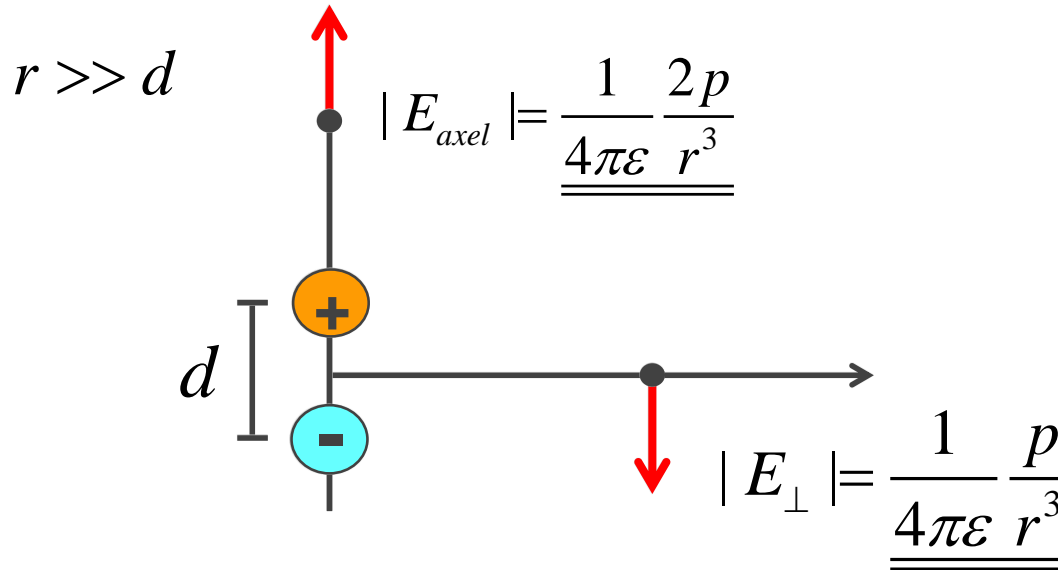


# Elektrisk dipol



Definition, **elektrisk dipolmoment**:

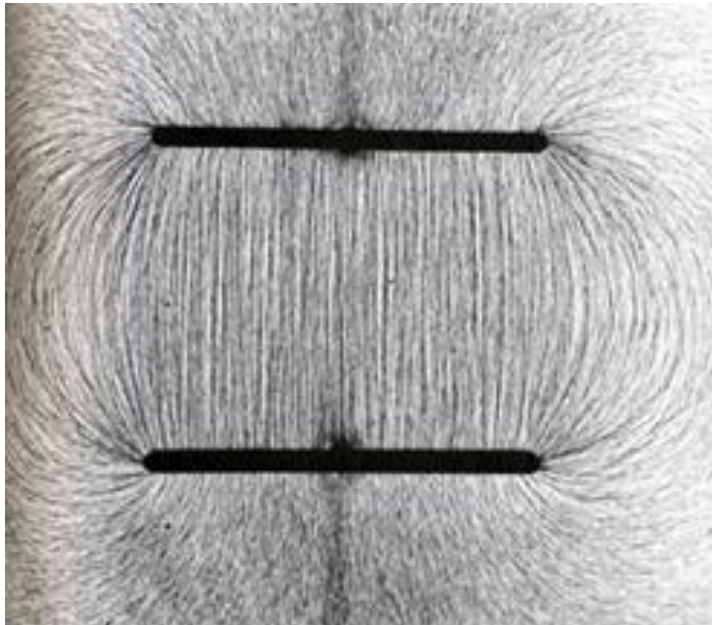
$$\bar{p} = q\bar{d}$$



# Elfältets egenskaper

Finns elfältet på riktigt?

$$\bar{E} = \lim_{Q_0 \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{Q_0}$$



# Elfältets egenskaper

$$\bar{E} = \lim_{Q_0 \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{Q_0}$$

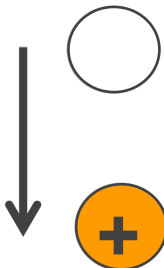
Finns elfältet på riktigt?

Speciella relativitetsteorin säger att ingen massa, energi eller information kan röra sig snabbare än ljuset i vakuum:  $c \sim 3 \times 10^8$  m/s (  $\sim 30$  cm på 1 ns )

9 meter, ca 30 ns



Tid: 0



# Elfältets egenskaper

$$\bar{E} = \lim_{Q_0 \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{Q_0}$$

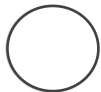
Finns elfältet på riktigt?

Speciella relativitetsteorin säger att ingen massa, energi eller information kan röra sig snabbare än ljuset in vakuum:  $c \sim 3 \times 10^8$  m/s (  $\sim 30$  cm på 1 ns )

9 meter, ca 30 ns



Tid: 10 ns





# Elfältets egenskaper

$$\bar{E} = \lim_{Q_0 \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{Q_0}$$

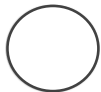
Finns elfältet på riktigt?

Speciella relativitetsteorin säger att ingen massa, energi eller information kan röra sig snabbare än ljuset in vakuum:  $c \sim 3 \times 10^8$  m/s (  $\sim 30$  cm på 1 ns )

9 meter, ca 30 ns



Tid: 20 ns



# Elfältets egenskaper

$$\bar{E} = \lim_{Q_0 \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{Q_0}$$

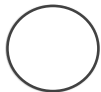
Finns elfältet på riktigt?

Speciella relativitetsteorin säger att ingen massa, energi eller information kan röra sig snabbare än ljuset in vakuum:  $c \sim 3 \times 10^8$  m/s (  $\sim 30$  cm på 1 ns )

9 meter, ca 30 ns



Tid: 30 ns

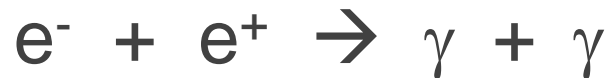


# Elfältets egenskaper

$$\bar{E} = \lim_{Q_0 \rightarrow 0} \frac{\bar{F}}{Q_0}$$

Finns elfältet på riktigt?

Speciella relativitetsteorin säger att ingen massa, energi eller information kan röra sig snabbare än ljuset i vakuum:  $c \sim 3 \times 10^8$  m/s (  $\sim 30$  cm på 1 ns )



# Relativistiska egenskaper

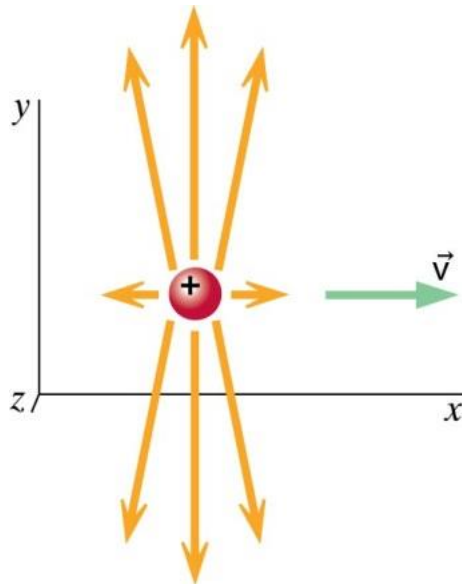
$$\vec{F} = \frac{Q \cdot Q_0}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$

Innehåller inte storheterna:

Tid:  $t$

Ljusets hastighet:  $c$



Elfältskomponenten

X-riktning  $E_X$  **Oförändrad**

Y-riktning  $E_Y \gamma$

Z-riktning  $E_Z \gamma$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$



## Lärandemål:

- Kunna matematiskt relatera det elektriska fältet till kraften
- Kunna beräkna det elektriska fältet i 3D vid en given punkt från många punktladdningar
- Kunna härleda den approximativa formeln för dipolens elfält och kunna använda det på rätt sätt

