

Fysiikkaa runoilijoille

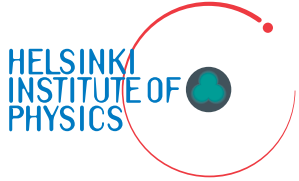
Osa 2

Suppea suhteellisuusteoria

Syksy Räsänen

Helsingin yliopisto

fysiikan osasto ja fysiikan tutkimuslaitos

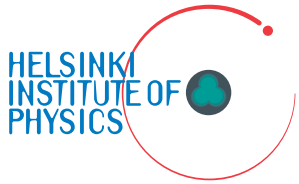


Hiukkaset ja kentät

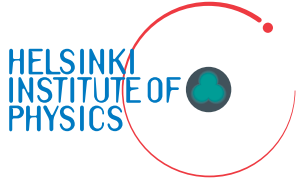
- **Klassisessa mekaniikassa** (eli Newtonin mekaniikassa) aine koostuu hiukkasista.
- Klassisessa fysiikassa on toinenkin perustavanlaatuinen osa, nimittäin **klassinen sähkömagnetismi**, sähköön ja magnetismin yhtenäisteoria.
- Siinä on uudenlaisia olioita, **kenttiä**.



Kenttä



- Klassisen fysiikan hiukkanen on pistemäinen.
- Kenttä sen sijaan on olemassa kaikkialla avaruudessa.
- Esimerkki kentästä on ilman lämpötila. Sillä on arvo kaikkialla (siellä missä ei ole ilmaa, sen arvo on nolla).
- Toinen esimerkki on ilmavirran nopeus: sillä ei ole vain voimakkuutta, vaan myös suunta.
- Nämä eivät ole perustavanlaatuisia kenttiä, vaan emergenttejä. Niiden käytös palautuu hiukkasten vuorovaikutuksiin.

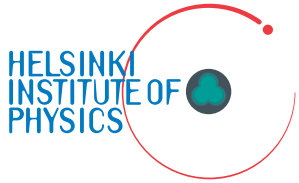


Sähkömagnetismi

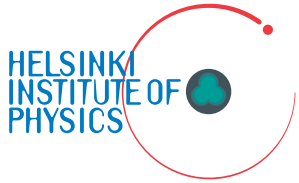
- Sähkömagnetismissä on kaksi uutta oliota: **sähkökenttä** ja **magneettikenttä**.
- Ne ovat perustavanlaatuisia.
- Lisäksi hiukkasilla on **sähkövaraus** (positiivinen, negatiivinen tai nolla).
- Sähkökenttä kiihdyttää hiukkasia ja magneettikenttä taittaa niiden ratoja.
 - Niiden yhteisen vaikutuksen nimi on **Lorentzin voima**.



Maxwellin yhtälöt



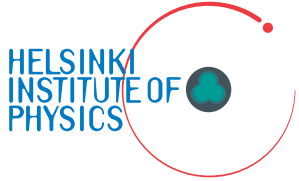
- Sähkö- ja magneettikentät noudattavat James Maxwellin (1831-79) muotoilemia **Maxwellin yhtälöitä** (1861-62).
- Sähkövaraukset synnyttävät sähkökentän.
- Muuttuva sähkökenttä synnyttää pyörteisen magneettikentän.
- Muuttuva magneettikenttä synnyttää pyörteisen sähkökentän.



Selitys Coulombin laille

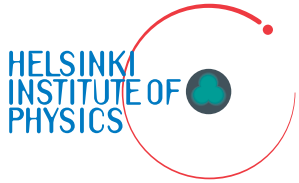
$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}$$

- Erimerkkiset sähkövaraukset vetävät puoleensa, samanmerkkiset hylkivät.
- Tämä tunnetaan **Coulombin lakina** asiasta 1785 julkaisseen Charles-Augustin de Coulombin (1736-1806) mukaan.
- Kuten Newtonin gravitaatiovoima: sähkövaraukset q_1 ja q_2 korvaavat massat, ja vakio k Newtonin vakion.
- Maxwellin yhtälöt + Lorentzin voima: varattu hiukkanen saa aikaan sähkökentän, joka liikuttaa muita hiukkasia.
- Kentän muutos etenee äärellisellä nopeudella, Coulombin laki on approksimaatio.



Sähkömagneettiset aallot

- Koska magneettikentän muutos synnyttää sähkökentän ja sähkökentän muutos synnyttää magneettikentän, ne voivat ylläpitää toisiaan ilman sähkövarauksia.
- Maxwellin yhtälöt ennustavat **sähkömagneettiset aallot.**
- Yhtälöiden mukaan aaltojen nopeus tyhjiössä on $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$.

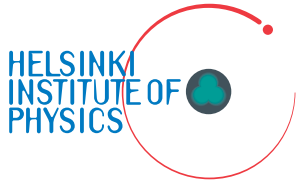


Näkymätöntä valoa

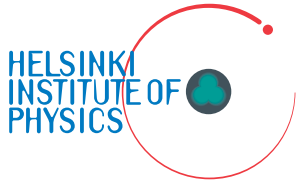
- Sähkön ja magnetismin yhtenäisteoria selittää yllättäen myös valon.
- Lisäksi se ennustaa radioaallot (tuotettu laboratoriossa 1887, käytetty viestintään 1890-luvulta), mikroaallot, röntgensäteet ja muut ilmiöt sähkömagneettisina aaltoina.
- Eri aallonpituus vastaa eri energiaa, ja siten erilaista käyttäytymistä.
- Näemme vain ne aallonpituudet, jotka sopivat silmiemme näkösolujen etäisyyteen.
- Näkyvä maailma on vain osa havaittavaa todellisuutta.



Eetteri

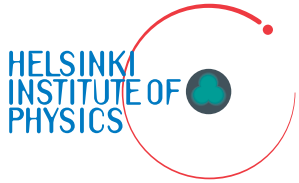


- Minkä aaltoilusta valossa on kyse?
- Laineissa aaltoilee vesi, äänessä ilma: molemmat palautuvat hiukkasiin.
- Valoaaltojen väliaineeksi esitettiin **eetteri**. (Eli ajateltiin, että valo on emergenttiä.)
- Valoaaltojen nopeus on c eetterin suhteen.
- Eetteriä ei näe, sitä ei tunne, se ei gravitoi.



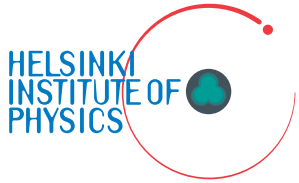
Eetterituulta etsimässä

- Jos valon nopeus eetterin suhteen on $\bar{c}$, niin klassisen mekaniikan mukaan sen nopeus meidän suhteemme on $\bar{c} + \bar{v}$, missä $\bar{v}$ on nopeutemme eetterin suhteen.
- Vuonna 1887 Albert A. Michelson (1852-1931) ja Edward W. Morley (1838-1923) mittasivat valon nopeuden eri suunnissa. Eroa ei ollut.
- Johtopäätös: eetteri on levossa Maan kanssa.
- Kokeella ei ollut juuri vaikutusta ongelman ratkaisuun, päättely eteni muita ratoja.
- Mutta eetterin ongelmat tekivät tutkijat vastaanottavaisiksi suppealle suhteellisuusteorialle.



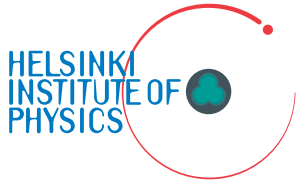
Maxwell vs. suhteellisuus

- Jos ei halua rakentaa monimutkaisempia eetterimalleja, niin mitä tehdä?
- Ongelma on seuraava:
 - Maxwellin yhtälöiden mukaan valon nopeus on c .
 - Suhteellisuusperiaatteen mukaan luonnonlait ovat samat kaikille vakionopeudella liikkuville havaitsijoille, eli valon nopeus on kaikille c .
 - Tämä on ristiriidassa nopeuden suhteellisuuden kanssa.
- Kummasta luopua, Maxwellista vai suhteellisuudesta?
- Albert Einsteinin (1879-1955) ratkaisu (1905): pidetään molemmat, mutta muutetaan tapaa, jolla suhteellisuusperiaate toteutuu.



Maxwell ja suhteellisuus

- Einstein löysi suppean suhteellisuusteorian vaatimalla seuraavia:
 - Suhteellisuusperiaate: liike vakionopeudella on suhteellista, paitsi liike valon nopeudella.
 - Valon nopeus on sama kaikille. (Eli Maxwellin yhtälöt pätevät: valo on fundamentaalia.)
- Tästä seuraa, että valonnopeutta ei voi ylittää.
- Newtonin lakien ja Maxwellin yhtälöiden ristiriidan ytimessä on se, että niiden symmetriat ovat erilaiset.



Galilei-muunnoksesta Lorentz-muunnokseen

- Newtonin lait ovat symmetrisiä Galilei-muunnoksessa ja kierroissa:

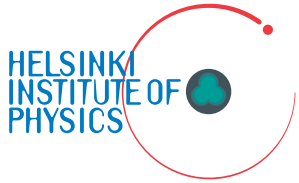
$$\bar{\mathbf{v}} \rightarrow \bar{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{v}}_0$$

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \quad \text{on vakio} \quad \Delta x = x_1 - x_2$$

- Suppea suhteellisuusteoria yhdistää Galilei-muunnoksen yleistyksen ja kierrot **Lorentz-muunnokseksi**. Sen symmetria on seuraava:

$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \quad \text{on vakio}$$

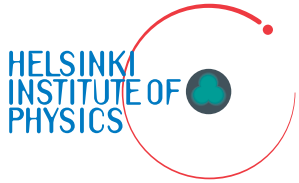
- Kaikki suppea suhteellisuusteoria seuraa tästä. (Valon voi unohtaa.)



Aika-avaruuden varjot

- Einstein johti Lorentz-muunnokset vaatimalla valon nopeuden absoluuttisuutta.
- Hermann Minkowski (1864-1909) hahmotti 1908 että ne voi ymmärtää **aika-avaruuden** rakenteen kautta:

”Tästä lähin avaruus itsessään, ja aika itsessään, ovat tuomittuja haalistumaan pelkiksi varjoiksi, ja ainoastaan näiden kahden eräänlainen liitto säilyy riippumattoman todellisena.”



Euklidisesta avaruudesta epäeuklidiseen aika-avaruuteen

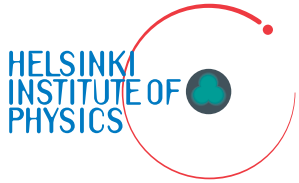
- Klassisen mekaniikan avaruus on **euklidinen**, koska etäisyyden neliö (joka säilyy kierroissa) on

$$L^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \qquad \Delta x = x_1 - x_2$$

- Minkowskin (aika-)avaruudessa** ”etäisyyden neliö” (joka säilyy Lorentz-muunnoksessa) on

$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

- Minkowskin aika-avaruus on **epäeuklidinen**.



Ajan ja avaruuden suhteellisuus

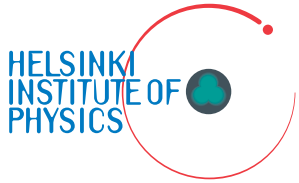
- Kierroissa Δx kasvaa joten Δy pienenee.

$$L^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \text{ on vakio}$$

- Lorentz-muunnoksissa (niissä, jotka eivät ole kiertoja) Δt ja Δx kasvavat tai pienenevät yhdessä.

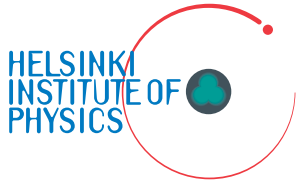
$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 = -c^2(\Delta t)^2 + L^2 \text{ on vakio}$$

- Euklidisessa avaruudessa Δx ja Δy ovat suhteellisia, vain paikkaväli L on absoluuttinen.
- Minkowskin avaruudessa aikaväli Δt ja paikkaväli L ovat suhteellisia, vain aika-avaruusväli on absoluuttinen.



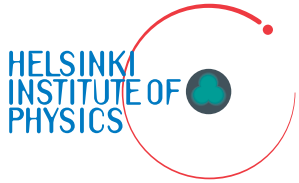
Aikadilataatio

- Liikkuvan havaitsijan aikavälit ovat lyhyempiä, eli liikkuva kello kulkee hitaammin.
- **Aikadilataatio** on arkinopeuksilla mitätön (äänen nopeudella kuljettaessa 10^{-12}). Se on merkittävä vain kun nopeudet ovat lähellä c :tä.
- Vakionopeuden tapauksessa aikadilataatio on suhteellinen: kumpikin havaitsija on oikeassa, että toisen kello kulkee hitaammin.



Lorentz-kontraktio

- Aikadilataation etäisyysversio on **Lorentz-kontraktio**: liikkuva havaitsija on lyhyempi (nopeuden suunnassa).
- Lorentz-kontraktio on vakionopeuden tapauksessa suhteellinen: kumpikin havaitsija on oikeassa, että toinen kutistuu.
- Aikadilataatio ja Lorentz-kontraktio ovat todellisia.



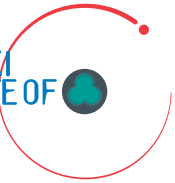
Suhteellisuuden merkitys: myonin näkökulma

- Myoni on **alkeishiukkanen**, joka elää kaksi mikrosekuntia.
- Myoneja syntyy kosmisten säteiden törmätessä ilmakehään. Lähellä nopeutta c kulkeva myoni ehtii matkata vain 600 m.
- Kuitenkin myoneja havaitaan maan päällä.
- Myonin näkökulmasta etäisyys maanpinnalle on alle 600 m.
- Maanpinnalla olevan havaitsijan mukaan myoni elää yli 2 mikrosekuntia.
- Aika- ja paikkavälit ovat suhteellisia, vain väli aika-avaruudessa on absoluuttinen.

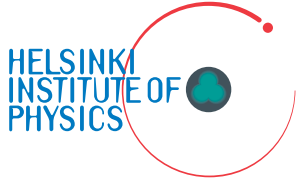


Junavaunujen jälkeinen aika

HELSINKI
INSTITUTE OF
PHYSICS

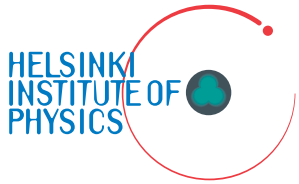


HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI



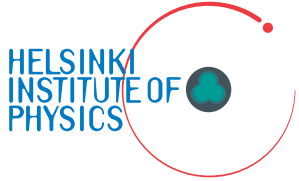
Suhteellisuuden merkitys: protoni vs. protoni

- CERNin Large Hadron Colliderissa protonien nopeus on 99.999999% valon nopeudesta.
- Protoni on pallomainen säkki kvarkkeja ja gluoneja.
- LHC:ssä pallo litistyy tekijällä 6 900.
- Molemmat protonit litistyvät: havaitaan levyjen törmäyksiä, ei pallojen.



Maailman kuuluisin yhtälö

- Suhteellisuusteoria tunnetaan yhtälöstä $E = mc^2$.
- Yhtälö pätee vapaalle, massalliselle hiukkaselle levossa.
- Se kertoo, että massaan liittyy energiaa, kuten liikkeeseen ja vuorovaikutukseen.
- Energia ja massa ovat eri käsitteitä. (Energia on suhteellista, massa ei.)
- Suppea suhteellisuusteoria paljasti valtavat energiavarannot, joihin on kuitenkin vaikea päästä käsiksi. (Palaamme vielä ydinenergiaan sekä **antiaineeseen** ja **annihilaatioon!**)

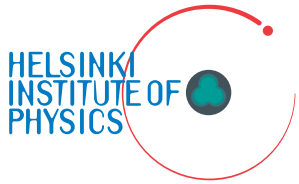


Valon nopeus vs. valonnopeus

- Suhteellisuusteoriassa aika-avaruuden ominaisuus on se, että on olemassa maksiminopeus c , **valonnopeus**.
- Suppean suhteellisuusteorian mukaan massattomat hiukkaset kulkevat nopeudella c .
- Valo koostuu massattomista hiukkasista, eli **valon nopeus** on c .
- Väliaineessa valo liikkuu hitaammin. Jos valolla olisi massa, se liikkuisi aina hitaammin. Tämä ei vaikuttaisi suhteellisuusteoriaan mitenkään.



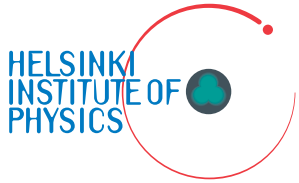
Sylet vs. merimailit



- Suppean suhteellisuusteorian näkökulmasta valonnopeus c on vain muunnoskerroin ajan ja paikan yksiköiden välillä.

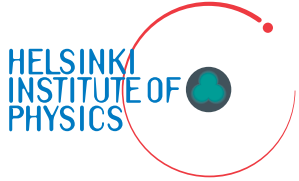
$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

- Vrt. etäisyys maan keskustaa kohti vs. maanpinnan suuntaan.
- Suhteellisuusteoriassa käytetään yleensä yksiköitä, joissa $c=1$, eli $1 \text{ s} = 299\,792\,458 \text{ m}$.
- SI-yksiköissä $c=299\,792\,458 \text{ m/s}$ määrittelee metrin.



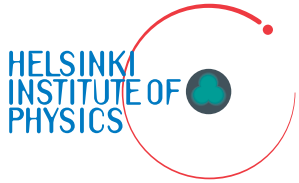
Samanaikaisuus on suhteellista

- Asiat tapahtuvat samaan aikaan, jos niiden aikaväli on nolla.
- Samanaikaisuus on suhteellista.
- Jos tapahtumien välillä ei ehdi kulkea signaalia, myös niiden aikajärjestys on suhteellinen.
- Esimerkki: Perseverancen laskeutuminen Marsiin 2021, kun Mars oli 11 valominuutin päässä.



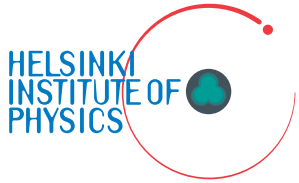
Kausaliteetti on absoluuttista

- Katsotaan kellosta laskeutumisaika ja juodaan maljat Maassa silloin.
- Riippuu havaitsijasta, juotiinko maljat samaan aikaan laskeutumisen kanssa, sitä ennen vai sen jälkeen.
- Jos maljat juodaan vasta kun on saatu viesti, että Curiosity on laskeutunut, kaikki havaitsijat ovat yhtä mieltä siitä, että ne juodaan laskeutumisen jälkeen.
- Jos tapahtumien välillä ehtii kulkea signaali, niiden aikajärjestys on absoluuttinen.
- Syy tulee aina ennen seurausta.



Klassinen mekaniikka vs. suppea suhteellisuusteoria

	Klassinen mekaniikka	Suppea ST
Paikka	Suhteellinen	Suhteellinen
Paikkaetäisyys	Absoluuttinen	Suhteellinen
Ajanhetki	Suhteellinen	Suhteellinen
Aikaväli	Absoluuttinen	Suhteellinen
Nopeus	Suhteellinen	Suhteellinen
Valon nopeus	Suhteellinen	Absoluuttinen
Massa	Absoluuttinen	Absoluuttinen
Energia	Suhteellinen	Suhteellinen
$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$	Suhteellinen	Absoluuttinen
Aika ja avaruus	Absoluuttinen	Suhteellinen
Aika-avaruus	-	Absoluuttinen

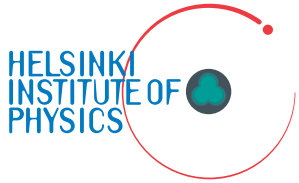


Aika-avaruus tapahtumien kehystenä

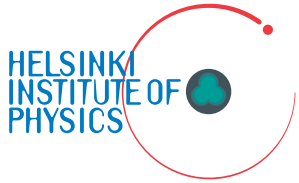
- Suppea suhteellisuusteoria on yhtenäisteoria ajasta ja avaruudesta.
- Suhteellisuusteoriaa voisi yhtä hyvin kutsua absoluuttisuusteoriaksi.
- Tai tarkemmin: teoriaksi absoluuttisesta aika-avaruudesta.
- Aika-avaruus on passiivinen: se ei reagoi aineeseen.
- Aika-avaruus on muuttumaton ja tasainen: se on samanlainen aina ja kaikkialla. (Eli **laakea**.)
- Aika-avaruus on kehys, johon tapahtumat sijoittuvat.



Paradoksit ja arkijärki

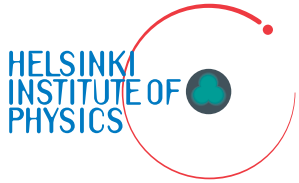


- Suhteellisuusteorian yhteydessä puhutaan joskus paradokseista.
- Ne ovat ristiriitoja teorian ja arkijärjen välillä, ei teorian sisällä.



Kaksosparadoksittomuus

- Esimerkki: **kaksosparadoksi**. Kaksosista Anne lähtee avaruuteen ja Bertta jää Maapallolle.
- A:n mukaan aika kuluu hitaammin Maapallolla, B:n mukaan aika kuluu hitaammin raketissa.
- Molemmat ovat oikeassa, kun liike on tasaista. Absoluuttista aikaa ei ole.
- Entä jos A palaa Maahan? Kumpikin ei voi olla nuorempi.

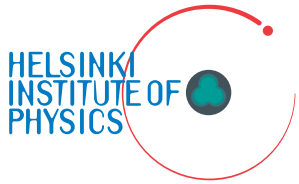


Kiihtyvyys on absoluuttista

- Vastaus: avaruudessa kulkenut A on nuorempi, koska kiihtyvyys ei ole suhteellista.
- Kääntyäkseen takaisin A:n täytyy kiihdyttää, ja siksi hänen aikavälinsä on lyhyempi.
- Ainoastaan tasaiseen nopeuteen liittyvä aikadilataatio on suhteellinen.
- Suppea suhteellisuusteoria kattaa kiihtyvän liikkeen, mutta fysiikan lait ovat samoja vain tasaisella nopeudella liikkuville havaitsijoille. (Vrt. Coriolis-voima.)
- Suppea suhteellisuusteoria muuttaa Newtonin lakeja. (Esim. kiihtyvyys avaruudessa ei ole samansuuntainen kuin voima.)



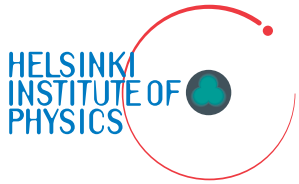
Epäilyn tuolla puolen



- Kaksosparadoksiin liittyvää aikadilataatiota on testattu lennättämällä kelloja, ensimmäisen kerran vuonna 1971.
- Suppea suhteellisuusteoria on hiukkaskiihdyttimien toiminnan edellytys.
- Siihen perustuva kvanttikenttäteoria on lukemattomien arkisten sovellusten taustalla.
- Suppea suhteellisuusteoria on järkevän epäilyn ulkopuolella.



Epäilystä



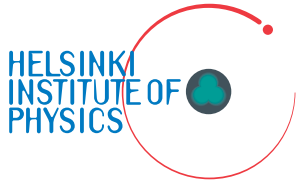
*"On aivan varma, että autoja ei kasva maasta. – Meistä tuntuu, että jos joku voisi uskoa päinvastaista, hän voisi uskoa **kaiken**, minkä me leimaamme mahdottomaksi ja kiistää kaiken, mitä me pidämme varmana.*

*Mutta miten tämä **yksi** usko on yhteydessä kaikkiin muihin? Tekisi mieleemme sanoa, että se, joka voi uskoa tuon, ei hyväksy koko todentamisjärjestelmäämme."*

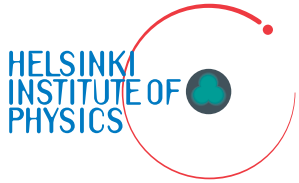
- Ludwig Wittgenstein (1889-1951): *Varmuudesta* (1949-51)



Pätevyysalue



- Suppea suhteellisuusteoria osoittaa, että klassisen mekaniikan kuva maailmasta on perusteiltaan virheellinen.
- Klassinen mekaniikka on kuitenkin ennusteiltaan hyvä approksimaatio omalla pätevyysalueellaan, eli pienillä nopeuksilla. (Silloin Lorentz-muunnos surkastuu Galilei-muunnokseksi.)
- Kaikilla teorioilla on pätevyysalue. (Kaiken teoria?)
- Vain teorian yleistys tai havainnot voivat kertoa pätevyysalueen kaikki rajat.



Arkijärjen tuolla puolen

- Suppean suhteellisuusteorian ilmiöt ovat arkijärjen vastaisia.
- Arkiajattelu on kehittynyt kuvaamaan tilanteita, jotka ovat rajoittuneita nopeudessa, koossa ja energiassa.
- Suhteellisuusteoria paljastaa todellisuuden olevan tyystin erilainen kuin arkikäsityksemme, mitä aikaan ja avaruuteen tulee.
- Yleinen suhteellisuusteoria rajaa suppean suhteellisuusteorian pätevyysaluetta, ja menee vielä kauemmas arkikokemuksesta.