



HELSINKI  
INSTITUTE OF  
PHYSICS



# Fysiikkaa runoilijoille

## Osa 2

# Suppea suhteellisuusteoria

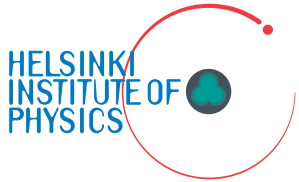
*Syksy Räsänen*

Helsingin yliopisto, fysiikan laitos  
ja fysiikan tutkimuslaitos



# Hiukkaset ja kentät

---



- **Klassisessa mekaniikassa** (eli Newtonin mekaniikassa) aine koostuu hiukkasista.
- Klassisessa fysiikassa on toinenkin perustavanlaatuinen osa, nimittäin **klassinen sähkömagnetismi**, sähkön ja magnetismin yhtenäisteoria.
- Siinä on uudenlaisia olioita, **kenttiä**.



# Kenttä

---



- Klassisen fysiikan hiukkanen on pistemäinen.
- Kenttä sen sijaan on olemassa kaikkialla avaruudessa.
- Esimerkki kentästä on ilman tiheys. Sillä on arvo kaikkialla (siellä, missä ei ole ilmaa, sen arvo on nolla).
- Toinen esimerkki on ilmavirran nopeus: sillä ei ole vain voimakkuutta, vaan myös suunta.
- Nämä eivät ole perustavanlaatuisia kenttiä, vaan emergenttejä. Niiden käytös palautuu hiukkasten vuorovaikutuksiin.



# Sähkömagnetismi

---

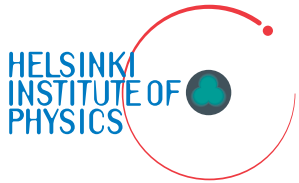


- Sähkömagnetismissä on kaksi uutta oliota: **sähkökenttä** ja **magneettikenttä**.
- Ne ovat perustavanlaatuisia.
- Lisäksi hiukkasilla on **sähkövaraus** (positiivinen, negatiivinen tai nolla).
- Sähkökenttä kiihdyttää hiukkasia ja magneettikenttä taittaa niiden ratoja.
  - Tämän yhteisen vaikutuksen nimi on **Lorentzin voima**.



# Maxwellin yhtälöt

---

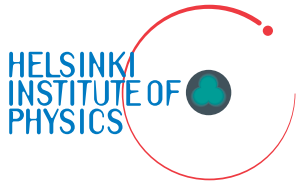


- Sähkö- ja magneettikentät noudattavat James Maxwellin (1831-79) muotoilemia **Maxwellin yhtälöitä** (1861-62).
- Sähkövaraukset synnyttävät sähkökentän.
- Muuttuva sähkökenttä synnyttää pyörteisen magneettikentän.
- Muuttuva magneettikenttä synnyttää pyörteisen sähkökentän.



# Selitys Coulombin laille

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}$$

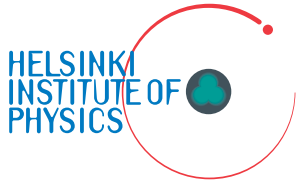


- Erimerkkiset sähkövaraukset vetävät puoleensa ja samanmerkkiset hylkivät.
- Tämä tunnetaan **Coulombin lakina** asiasta vuonna 1785 julkaiseen Charles-Augustin de Coulombin (1736-1806) mukaan.
- Kuten Newtonin gravitaatiovoima: sähkövaraukset  $q_1$  ja  $q_2$  korvaavat massat, ja vakio  $k$  Newtonin vakion.
- Maxwellin yhtälöt + Lorentzin voima: varattu hiukkanen saa aikaan sähkökentän, joka liikuttaa muita hiukkasia.
- Kentän muutos etenee äärellisellä nopeudella, Coulombin laki on approksimaatio.



# Sähkömagneettiset aallot

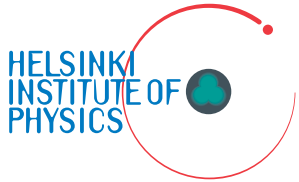
---



- Koska magneettikentän muutos synnyttää sähkökentän ja sähkökentän muutos synnyttää magneettikentän, ne voivat ylläpitää toisiaan ilman sähkövarauksia.
- Maxwellin yhtälöt ennustavat **sähkömagneettiset aallot**.
- Yhtälöiden mukaan aaltojen nopeus tyhjiössä on  $c = 299\,792\,458$  m/s.



# Näkymätöntä valoa



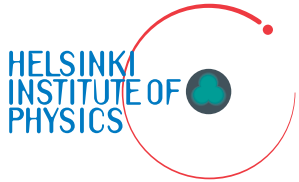
- Sähkön ja magnetismin yhtenäisteoria selittää yllättäen myös valon.
- Lisäksi se ennustaa radioaallot (tuotettu laboratoriossa 1887, käytetty viestintään 1890-luvulta), mikroaallot, röntgensäteet ja muut ilmiöt sähkömagneettisina aaltoina.
- Eri aallonpituus vastaa eri energiaa, ja siten erilaista käyttäytymistä.
- Näemme vain ne aallonpituudet, jotka sopivat silmiemme näkösolujen etäisyyteen.
- Näkyvä maailma on vain osa havaittavaa todellisuutta.





# Eetteri

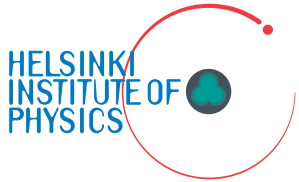
---



- Minkä aaltoilusta valossa on kyse?
- Laineissa aaltoilee vesi, äänessä ilma: molemmat palautuvat hiukkasiin.
- Valoaaltojen väliaineeksi esitettiin **eetteri**. (Eli ajateltiin, että valo on emergenttiä.)
- Valoaaltojen nopeus on  $c$  eetterin suhteen.
- Eetteriä ei näe, sitä ei tunne, se ei gravitoi.



# Eetterituulta etsimässä



- Jos valon nopeus eetterin suhteen on  $\bar{c}$ , niin klassisen mekaniikan mukaan sen nopeus meidän suhteemme on  $\bar{c} + \bar{v}$ , missä  $\bar{v}$  on nopeutemme eetterin suhteen.
- Vuonna 1887 Albert A. Michelson (1852-1931) ja Edward W. Morley (1838-1923) mittasivat valon nopeuden eri suunnissa. Eroa ei ollut.
- Johtopäätös: eetteri on levossa Maan kanssa.
- Kokeella ei ollut juuri vaikutusta ongelman ratkaisuun, päättely eteni muita ratoja.
- Mutta eetteriselityksen ongelmat tekivät tutkijat vastaanottavaisiksi suppealle suhteellisuusteorialle.



# Maxwell vs. suhteellisuus



- Jos ei halua rakentaa monimutkaisempia eetterimalleja, niin mitä tehdä?
- Ongelma on seuraava:
  - Maxwellin yhtälöiden mukaan valon nopeus on  $c$ .
  - Suhteellisuusperiaatteen mukaan luonnonlait ovat samat kaikille vakionopeudella liikkuville havaitsijoille, eli valon nopeus on kaikille  $c$ .
  - Tämä on ristiriidassa nopeuden suhteellisuuden kanssa.
- Kummasta luopua, Maxwellista vai suhteellisuudesta?
- Albert Einsteinin (1879-1955) ratkaisu (1905): pidetään molemmat, mutta muutetaan tapaa, jolla suhteellisuusperiaate toteutuu.



# Maxwell ja suhteellisuus



- Einstein löysi suppean suhteellisuusteorian vaatimalla seuraavia:
  - Suhteellisuusperiaate: liike vakionopeudella on suhteellista.
  - Valon nopeus on sama kaikille. (Eli Maxwellin yhtälöt pätevät: valo on fundamentaalia.)
- Tästä seuraa, että valonnopeutta ei voi ylittää.
- Newtonin lakien ja Maxwellin yhtälöiden ristiriidan ytimessä on se, että niiden symmetriat ovat erilaiset.



# Galilei-muunnoksesta Lorentz-muunnokseen



- Newtonin lait ovat symmetrisiä Galilei-muunnoksessa ja kierroissa:

$$\bar{v} \rightarrow \bar{v} + \bar{v}_0$$

$$(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \quad \text{on vakio} \quad \Delta x = x_1 - x_2$$

- Suppea suhteellisuusteoria yhdistää Galilei-muunnoksen yleistyksen ja kierrot **Lorentz-muunnokseksi**. Sen symmetria on seuraava:

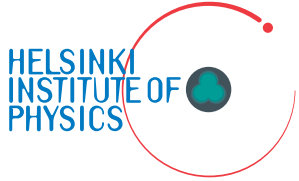
$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \quad \text{on vakio}$$

- Kaikki suppea suhteellisuusteoria seuraa tästä. (Valon voi unohtaa.)



# Aika-avaruuden varjot

---



- Einstein johti Lorentz-muunnokset vaatimalla valon nopeuden absoluuttisuutta.
- Hermann Minkowski (1864-1909) ymmärsi 1908 että ne voi ymmärtää **aika-avaruuden** rakenteen kautta:
  - *”Tästä lähin avaruus itsessään, ja aika itsessään, ovat tuomittuja haalistumaan pelkiksi varjoiksi, ja ainoastaan niiden kahden eräänlainen liitto säilyy riippumattoman todellisena.”*



# Euklidisestä avaruudesta epäeuklidiseen aika-avaruuteen



- Klassisen mekaniikan avaruus on **euklidinen**, koska etäisyyden neliö (joka säilyy kierroissa) on

$$L^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 \qquad \Delta x = x_1 - x_2$$

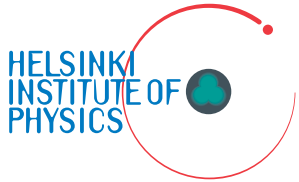
- **Minkowskin (aika-)avaruudessa** ”etäisyyden neliö” (joka säilyy Lorentz-muunnoksessa) on

$$M^2 = -c^2 (\Delta t)^2 + (\Delta x)^2$$

- Minkowskin aika-avaruus on **epäeuklidinen**.



# Ajan ja avaruuden suhteellisuus



- Kierroissa  $\Delta x$  kasvaa joten  $\Delta y$  pienenee.

$$L^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 \text{ on vakio}$$

- Lorentz-muunnoksissa (niissä, jotka eivät ole kiertoja)  $\Delta t$  ja  $\Delta x$  kasvavat tai pienevät yhdessä.

$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 = -c^2(\Delta t)^2 + L^2 \text{ on vakio}$$

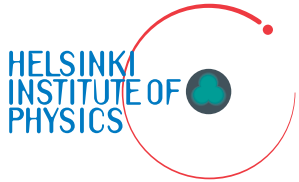
- Euklidisessa avaruudessa  $\Delta x$  ja  $\Delta y$  ovat suhteellisia, vain paikkaväli  $L$  on absoluuttinen.
- Minkowskin avaruudessa aikaväli  $\Delta t$  ja paikkaväli  $L$  ovat suhteellisia, vain aika-avaruusväli on absoluuttinen.





# Aikadilataatio

---



- Liikkuvan havaitsijan aikavälit ovat lyhyempiä, eli liikkuva kello kulkee hitaammin.
- **Aikadilataatio** on arkinopeuksilla mitätön (äänen nopeudella kuljettaessa  $10^{-12}$ ). Se on merkittävä vain kun nopeudet ovat lähellä  $c$ :tä.
- Vakionopeuden tapauksessa aikadilataatio on suhteellinen: kumpikin havaitsija on oikeassa, että toisen kello kulkee hitaammin.



# Lorentz-kontraktio

---

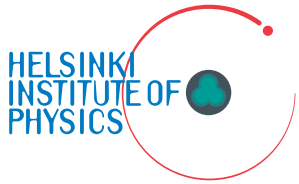


- Aikadilataation etäisyysversio on **Lorentz-kontraktio**: liikkuva havaitsija on lyhyempi (nopeuden suunnassa).
- Lorentz-kontraktio on vakionopeuden tapauksessa suhteellinen: kumpikin havaitsija on oikeassa, että toinen kutistuu.
- Aikadilataatio ja Lorentz-kontraktio ovat todellisia.



# Suhteellisuuden merkitys: myonin näkökulma

---

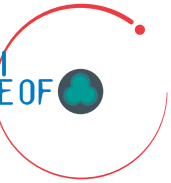


- Myoni on **alkeishiukkanen**, joka elää kaksi mikrosekuntia.
- Myoneja syntyy kosmisten säteiden törmätessä ilmakehään. Lähellä nopeutta  $c$  kulkeva myoni ehtii matkata vain 600 m.
- Kuitenkin myoneja havaitaan maan päällä.
- Myonin näkökulmasta etäisyys maanpinnalle on alle 600 m.
- Maanpinnalla olevan havaitsijan mukaan myoni elää yli 2 mikrosekuntia.
- Aika- ja paikkavälit ovat suhteellisia, vain väli aika-avaruudessa on absoluuttinen.



# Junavaunujen jälkeinen aika

HELSINKI  
INSTITUTE OF  
PHYSICS

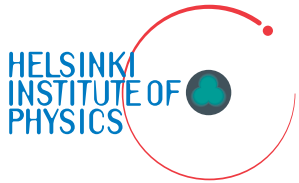


HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI



# Suhteellisuuden merkitys: protoni vs. protoni

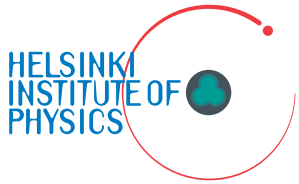
---



- CERNin Large Hadron Colliderissa protonien nopeus on 99.999999% valon nopeudesta.
- Protoni on pallomainen säkki kvarkkeja ja gluoneja.
- LHC:ssä pallo litistyy tekijällä 6900.
- Molemmat protonit litistyvät: havaitaan levyjen törmäyksiä, ei pallojen.



# Maailman kuuluisin yhtälö



- Suhteellisuusteoria tunnetaan yhtälöstä  $E = mc^2$ .
- Yhtälö pätee vapaalle, massalliselle hiukkaselle levossa.
- Se kertoo, että massaan liittyy energiaa, kuten liikkeeseen ja vuorovaikutukseen.
- Energia ja massa ovat eri käsitteitä. (Energia on suhteellista, massa ei.)
- Suppea suhteellisuusteoria paljasti valtavat energiavarannot, joihin on kuitenkin vaikea päästä käsiksi. (Palaamme ydinenergiaan sekä **antiaineeseen** ja **annihilaatioon** vielä!)



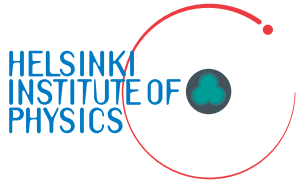
# Valon nopeus vs. valonnopeus



- Suhteellisuusteoriassa aika-avaruuden ominaisuus on se, että on olemassa maksiminopeus  $c$ , **valonnopeus**.
- Suppean suhteellisuusteorian mukaan massattomat hiukkaset kulkevat nopeudella  $c$ .
- Valo koostuu massattomista hiukkasista, eli **valon nopeus** on  $c$ .
- Väliaineessa valo liikkuu hitaammin. Jos valolla olisi massa, se liikkuisi aina hitaammin. Tämä ei vaikuttaisi suhteellisuusteoriaan mitenkään.



# Sylet vs. merimailit

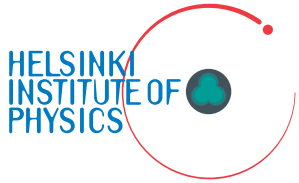


- Suppean suhteellisuusteorian näkökulmasta valonnopeus  $c$  on vain muunnoskerroin ajan ja paikan yksiköiden välillä.

$$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$$

- Vrt. etäisyys maan keskustaa kohti vs. maanpintaa pitkin.
- Suhteellisuusteoriassa käytetään yleensä yksiköitä, joissa  $c=1$ , eli  $1 \text{ s} = 299\,792\,458 \text{ m}$ .
- SI-yksiköissä  $c=299\,792\,458 \text{ m/s}$  määrittelee metrin.





# Samanaikaisuus on suhteellista

---

- Asiat tapahtuvat samaan aikaan, jos niiden aikaväli on nolla.
- Tämä on suhteellista.
- Jos tapahtumien välillä ei ehdi kulkea signaalia, myös niiden aikajärjestys on suhteellinen.
- Esimerkki: Curiosityn laskeutuminen Marsiin 2012, kun Mars oli 14 valominuutin päässä.
- Katsotaan kellosta laskeutumisaika ja juodaan maljat Maassa silloin.
- Riippuu havaitsijasta, juotiinko maljat samaan aikaan laskeutumisen kanssa, sitä ennen vai sen jälkeen.



# Kausaliteetti on absoluuttista

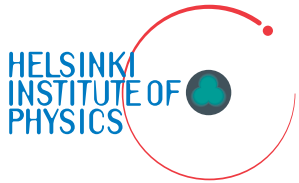
---



- Jos maljat juodaan vasta kun on saatu viesti, että Curiosity on laskeutunut, kaikki havaitsijat ovat yhtä mieltä siitä, että ne juodaan laskeutumisen jälkeen.
- Jos tapahtumien välillä ehtii kulkea signaali, niiden aikajärjestys on absoluuttinen.
- Syy tulee aina ennen seurausta.



# Klassinen mekaniikka vs. suppea suhteellisuusteoria



	Klassinen mekaniikka	Suppea ST
Paikka	Suhteellinen	Suhteellinen
Paikkaetäisyys	<b>Absoluuttinen</b>	<b>Suhteellinen</b>
Ajanhetki	Suhteellinen	Suhteellinen
Aikaväli	<b>Absoluuttinen</b>	<b>Suhteellinen</b>
Nopeus	Suhteellinen	Suhteellinen
Valon nopeus	<b>Suhteellinen</b>	<b>Absoluuttinen</b>
Massa	Absoluuttinen	Absoluuttinen
Energia	Suhteellinen	Suhteellinen
$-c^2(\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$	<b>Suhteellinen</b>	<b>Absoluuttinen</b>
Aika ja avaruus	<b>Absoluuttinen</b>	<b>Suhteellinen</b>
Aika-avaruus	-	<b>Absoluuttinen</b>



# Aika-avaruus tapahtumien kehystenä

---

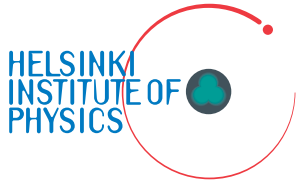


- Suppea suhteellisuusteoria on yhtenäisteoria ajasta ja avaruudesta.
- Suhteellisuusteoriaa voisi yhtä hyvin kutsua absoluuttisuusteoriaksi.
- Tai tarkemmin: teoriaksi absoluuttisesta aika-avaruudesta.
- Aika-avaruus on passiivinen: se ei reagoi aineeseen.
- Aika-avaruus on muuttumaton ja tasainen: se on samanlainen aina ja kaikkialla. (Eli **laakea**.)
- Aika-avaruus on kehys, johon tapahtumat sijoittuvat.



# Kaksosparadoksittomuus

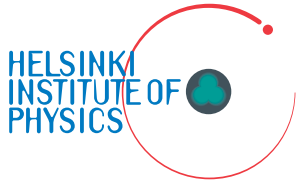
---



- Suhteellisuusteorian yhteydessä puhutaan joskus paradokseista.
- Ne ovat ristiriitoja teorian ja arkijärjen välillä, ei teorian sisällä.
- Esimerkki: **kaksosparadoksi**. Kaksosista Anne lähtee avaruuteen ja ja Bertta jää Maapallolle.
- A:n mukaan aika kuluu hitaammin Maapallolla, B:n mukaan aika kuluu hitaammin raketissa.
- Molemmat ovat oikeassa, kun liike on tasaista. Absoluuttista aikaa ei ole.
- Entä jos A palaa Maahan? Kumpikin ei voi olla nuorempi.



# Kiihtyvyys on absoluuttista

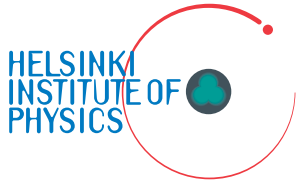


- Vastaus: avaruudessa kulkenut A on nuorempi, koska kiihtyvyys ei ole suhteellista.
- Kääntyäkseen takaisin A:n täytyy kiihdyttää, ja siksi hänen aikavälinsä on lyhyempi.
- Ainoastaan tasaiseen nopeuteen liittyvä aikadilataatio on suhteellinen.
- Suppea suhteellisuusteoria kattaa kiihtyvän liikkeen, mutta fysiikan lait ovat samoja vain tasaisella nopeudella liikkuville havaitsijoille. (Vrt. Coriolis-voima.)
- Suppea suhteellisuusteoria muuttaa Newtonin lakeja. (Esim. kiihtyvyys avaruudessa ei ole samansuuntainen kuin voima.)



# Epäilyn tuolla puolen

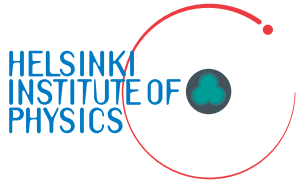
---



- Kaksosparadoksiin liittyvää aikadilataatiota on testattu lennättämällä kelloja, ensimmäisen kerran vuonna 1971.
- Suppea suhteellisuusteoria on hiukkaskiihdyttimien toiminnan edellytys.
- Siihen perustuva kvanttikenttäteoria on lukemattomien arkisten sovellusten taustalla.
- Suppea suhteellisuusteoria on järkevän epäilyn ulkopuolella.



# Epäilystä



- *”On aivan varma, että autoja ei kasva maasta. – Meistä tuntuu, että jos joku voisi uskoa päinvastaista, hän voisi uskoa kaiken, minkä me leimaamme mahdottomaksi ja kiistää kaiken, mitä me pidämme varmana.*

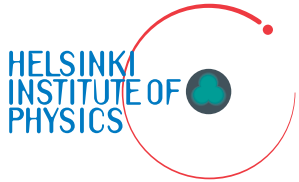
*Mutta miten tämä yksi usko on yhteydessä kaikkiin muihin? Tekisi mieleemme sanoa, että se, joka voi uskoa tuon, ei hyväksy koko todentamisjärjestelmäämme.”*

- Ludwig Wittgenstein (1889-1951): *Varmuudesta* (1949-51).





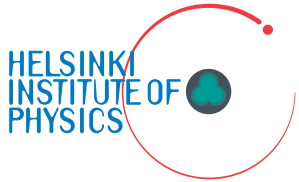
# Pätevyysalue



- Suppea suhteellisuusteoria osoittaa, että klassisen mekaniikan kuva maailmasta on perusteiltaan virheellinen.
- Klassinen mekaniikka on kuitenkin ennusteiltaan hyvä approksimaatio omalla pätevyysalueellaan, eli pienillä nopeuksilla. (Silloin Lorentz-muunnos surkastuu Galilei-muunnokseksi.)
- Kaikilla teorioilla on pätevyysalue. (Kaiken teoria?)
- Vain teorian yleistys tai havainnot voivat kertoa sen pätevyysalueen kaikki rajat.



# Arkijärjen tuolla puolen



- Suppean suhteellisuusteorian ilmiöt ovat arkijärjen vastaisia.
- Arkiajattelu on kehittynyt kuvaamaan tilanteita, jotka ovat rajoittuneita nopeudessa, koossa ja energiassa.
- Suhteellisuusteoria paljastaa todellisuuden olevan tyystin erilainen kuin arkikäsityksemme, mitä aikaan ja avaruuteen tulee.
- Yleinen suhteellisuusteoria rajaa suppean suhteellisuusteorian pätevyysaluetta, ja menee vielä kauemmas arkikokemuksesta.