Funktio 3/1987, 10–13.

Fysiikan valintakoe Helsingin yliopistossa v. 1986

Sisko Eskola, Björn Fant, Mikko Hautala ja Kaarle Kurki-Suonio
Helsingin yliopiston fysiikan laitos
Siltavuorenpenger 20 D, 00170 Helsinki

Fysiikan suosio näyttää ohittaneen miniminsä. Ainakin niiden ylioppilaiden lukumäärä, jotka pyrkivät lukemaan ensisijaisesti fysiikkaa, on kääntynyt loivaan nousuun. Tänä vuonna heitä oli 358 kaikkiaan 2121 matemaattisiin aineisiin pyrkineestä opiskelijasta, kun vastaavat luvut vuosina 1985, 1984, 1983 ja 1982 olivat 320/2112, 286/2065, 278/1760 ja 379/2006. Fysiikan valintakokeeseen osallistui kuitenkin nyt vain 368 opiskelijaa, kun heitä oli vuosina 1985 ja 1984 485 ja 445. Valintojen pisterajat kiinnittyivät viimevuotiselle tasolle. Ne olivat fysiikassa ja kemiassa 200/280 (200), matematiikassa 200 (203) ja tietojenkäsittelyopissa 264 (260), viime vuoden rajat suluissa.

Vuoden 1986 valintakoe noudatti perinteisiä linjoja. Tehtävät olivat lukion fysiikan oppimäärän keskeisiltä aloilta. Niillä testattiin tärkeiden peruskäsitteiden ja -lakien tuntemusta sekä kykyä käyttää ja soveltaa niitä mahdollisimman yksinkertaisissa tilanteissa. Tehtävien käsittely ei tälläkään kertaa edellyttänyt mainittavaa laskutaitoa. Päähuomio voitiin tällöin kiinnittää tehtävän tilanteen, sitä kuvaavien suureiden ja tarkasteltavan ilmiön lakien selvittämiseen.

Näitä tehtävän fysikaalisen käsittelyn pääkohtia painotettiin luonnollisesti myös arvostelussa. Viimeistään yliopistoon tullessaan fysiikan opiskelijan on opittava, etteivät kirjaimet ole suureita eivätkä kaavat lakeja. Koetilanteessa hänen on osoitettava, että hän ymmärtää mitä lakeja tilanteeseen voidaan soveltaa ja miksi. Kokeen tarkoitus ei ole testata korjaajan kykyä arvata kaavojen taakse kätkeytyviä oppilaan aivoituksia. Jos ajatusta ei ole ilmaistu, arvostelijan ainoa oikeutettu oletus on, ettei ajatusta ole ollut.

Tehtävien suhteelliset vaikeudet ilmenevät oheisesta taulukosta. Sitä tarkasteltaessa on otettava huomioon, että kokeeseen ovat osallistuneet vain ne, jotka eivät olleet saaneet riittävästi pisteitä ylioppilastutkinnon reaalikokeen fysiikan ja kemian vastauksistaan. Kokeen keskiarvo oli 12,7, kun se vuosina 1985, 1984, 1983 ja 1982 oli 15,2, 12,3, 12,9 ja 12,5/36.

TAULUKKO. Tehtävien prosenttiset arvosanajakaumat ja keskiarvot.

No/*p*	0	1	2	3	4	5	6	<*p*>
1	35	18	14	14	11	7	1	1,71
2	28	4	4	2	2	3	57	3,81
3	17	12	9	29	28	4	1	2,55
4	69	3	5	3	1	16	3	1,25
5	53	25	9	4	5	3	1	0,97
6	50	19	12	10	2	3	4	1,21

Tehtävät

Tehtäviä ei löydy!

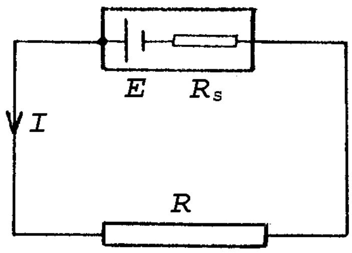
Funktio 3/1987, 10–13.

Tehtävien käsittely

Seuraavassa on esitetty tehtävien käsittely muodossa, johon vastaajien tulisi pyrkiä, sekä eräitä arvostelijoiden huomioita. Suluissa esitetyt täydentävät tiedot selventävät käsittelyn perusteita, mutta niiden tuntemista ei edellytetä tavalliselta abiturientilta.

Tehtävä 1. Tätä yksinkertaista käsitteellistä peruskysymystä on tarkasteltu selvästi ja havainnollisesti lukion oppikirjoissa. Jokaisen olisi luullut tietävän siitä jotakin, mutta hämmästyttävän huonosti siihen vastattiin. Puutteita oli paitsi tiedoissa myös tavassa ilmaista tietoja. Useimmat vastaukset olivat vain kaavoja ilman viittaustakaan tunnusten merkityksiin, puhumattakaan vastaavuuksien selittämisestä. Monet luettelivat tasaisen ja tasaisesti kiihtyvän etenemis- ja pyörimisliikkeen kaavoja mainitsematta, millaista liikettä ne esittivät. Hyvin yleinen vastaus oli pelkkä sekava kirjain- tai kaavarykelmä vailla sanaakaan selväkielistä tekstiä, joka olisi viitannut aivojen toimintaan.

Tehtävä 2. Tehtävässä tarkastellaan yksinkertaisinta mahdollista tasavirtapiiriä. Energian säilymislaista seuraavan Kirchhoffin toisen säännön mukaan jännitehäviö U piirissä on yhtä suuri kuin lähdejännite E.



Jännitehäviötä muodostuu sekä piiriin kytketyssä vastuksessa että virtalähteessä. Kumpikin noudattaa Ohmin lakia, joten jännitehäviötä koko piirissä voidaan esittää lausekkeella $U = RI + R_sI$, missä R ja R_s ovat vastuksen resistanssi ja virtalähteen sisäinen resistanssi ja I sähkövirta piirissä. Yhtälö $U = E$ saadaan näin muotoon $(R + R_s)I = E$.

Kun tähän sijoitetaan tehtävässä annetut suureiden arvot, saadaan yhtälöpari

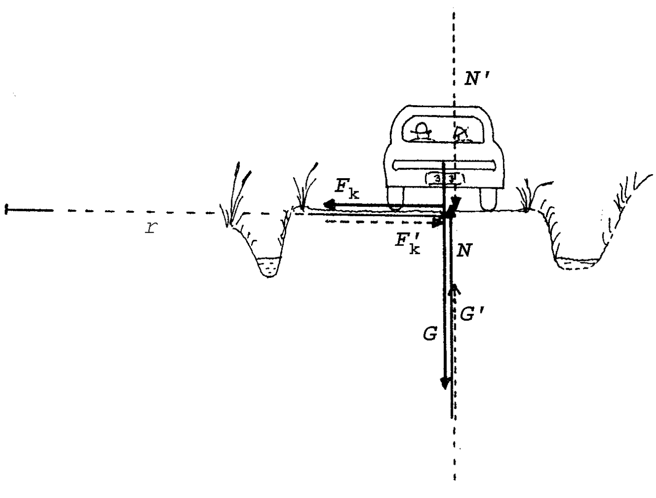
$$(20\ \Omega + R_s)\cdot(0{,}240\ \text{A}) = E$$

$$(80\ \Omega + R_s)\cdot(0{,}100\ \text{A}) = E\ ,$$

josta voidaan ratkaista <u>virtalähteen lähdejännite $E = 10$ V ja sisäinen resistanssi $R_s = 23\ \Omega$.</u>

Tämä oli helppo tehtävä. Jos tasavirtapiirien ensimmäiset perusteet tunnettiin, tämä yleensä myös osattiin käsitellä. Monet muistelivat kuitenkin tässäkin ulkoa erilaisia sähköopin yhteydessä näkemiään kaavoja. Jotkut jopa pystyivät kehittämään niistä yhtälöitä, joiden laskuopin sääntöjen mukainen käsittely antoi tulokseksi kaksi merkityksetöntä lukua.

Tehtävä 3. a) Gravitaatiovuorovaikutus Maan kanssa aiheuttaa auton painon $\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$, missä m on auton massa ja $\boldsymbol{g}$ painovoiman kiihtyvyys. Sen vastavoima $\boldsymbol{G}' = -\boldsymbol{G}$ on painovoima, jolla auto vaikuttaa Maahan.



Kosketusvuorovaikutus tien kanssa aiheuttaa autoon tukivoiman $\boldsymbol{N}$ ja kitkan $\boldsymbol{F}_k$, joiden vastavoimat ovat auton tiehen aiheuttamat tukivoima $\boldsymbol{N}' = -\boldsymbol{N}$ ja kitka $\boldsymbol{F}'_k = -\boldsymbol{F}_k$.

Kosketusvuorovaikutus ilman kanssa aiheuttaa autoon vaikuttavan ilmanvastuksen $\boldsymbol{F}_v$. Sen vastavoima $\boldsymbol{F}'_v = -\boldsymbol{F}_v$ on voima, jolla auto työntää ilmaa pois tieltään. Se voidaan olettaa tehtävän tilanteessa merkityksettömän pieneksi, $\boldsymbol{F}_v \approx 0$.

Funktio 3/1987, 10–13.

b) Auton Newtonin II lain mukainen liikeyhtälö on $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$, missä $\boldsymbol{a}$ on auton kiihtyvyys ja $\boldsymbol{F}$ yllä mainittujen autoon vaikuttavien voimien vektorisumma $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{G} + \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F}_\mathrm{k}$.

Auto liikkuu vaakasuoraa ympyrärataa, jonka säde on r, tasaisella vauhdilla v. Sen kiihtyvyys on sen tähden pelkkää suunnanmuutoskiihtyvyyttä, joka suuntautuu rataympyrän keskipistettä kohti ja on itseisarvoltaan $a = v^2/r$.

Liikeyhtälön pystysuora komponentti on $0 = G + N$, joka ilmaisee tukivoiman suuruuden $N = -G = -mg$.

Liikeyhtälön vaakasuora, radan normaalin suuntainen komponentti on $mv^2/r = F_\mathrm{k}$. Auto pysyy tiellä, ellei se liu'u. Sen pyöriin vaikuttavan kitkan on siis oltava lepokitkaa, joka toteuttaa lain $F_\mathrm{k} < N$ eli $F_\mathrm{k} < \mu mg$, missä μ on kitkakerroin. Tämän perusteella seuraa liikeyhtälöstä auton tiellä pysymisen ehto

$$\frac{mv^2}{r} < \mu mg \quad \text{eli} \quad v < \sqrt{\mu rg} \ .$$

Tehtävän lukuarvoilla on $v = 60 \text{ km/h} = 16{,}7 \text{ m/s}$ ja

$$\sqrt{\mu rg} = \sqrt{\{0{,}55 \cdot (50 \text{ m}) \cdot (9{,}81 \text{ m/s}^2)\}} \approx 16{,}4 \text{ m/s}.$$

Ehto ei siis toteudu, joten auto liukuu ja suistuu ojaan. (Ilmanvastuksen merkitys näkyy liikeyhtälön radan suuntaisesta komponentista. Sen mukaan pyöriin vaikuttavalla kitkavoimalla on oltava radan suuntainen eteenpäin työntävä komponentti, joka kumoaa ilmanvastuksen ja ylläpitää näin auton tasaista rataliikettä. Auton liukumista estävä kitkavoima $\boldsymbol{F}_\mathrm{k}$ on sen tähden itseisarvoltaan hieman suurempi kuin mv^2/r, joka ilmaisee sen radan normaalin suuntaisen komponentin suuruuden. Ilmanvastus siis vain voimistaa ehdon rikkoutumista.)

Arvostelussa tehtävän kummankin kohdan arvo oli 3 p. Yleisin virhe a-kohdassa oli keskipakovoiman tarjoaminen todellisena voimana. Toinen hyvin tavallinen virhe oli painon ja tukivoiman ehdottaminen toistensa vastavoimiksi. Voimat $\boldsymbol{G}'$ ja $\boldsymbol{N}'$ puuttuivat tällöin luonnollisesti kokonaan. Monissa vastauksissa oli unohdettu tien pintaan vaikuttava kitkavoima $\boldsymbol{F}'_\mathrm{k}$, ja autoon vaikuttavan kitkavoiman suunta oli väärä.

Jos a-kohdan kompurointi ei estänyt päätymistä oikeaan liikeyhtälöön, b-kohdasta yleensä jo selvittiin. Erisuuruusmerkin käyttö lepokitkan laissa tuotti tosin hankaluuksia, eivätkä läheskään kaikki oivaltaneet, että auton tiellä pysyminen edellyttää nimenomaan lepokitkaa.

Tehtävä 4. Nopeudenvalitsimessa ionit joutuvat ristikkäisiin sähkö- ja magneettikenttään. Niiden alkunopeus $\boldsymbol{v}$, sähkökentän voimakkuus $\boldsymbol{E}$ ja magneettivuon tiheys $\boldsymbol{B}$ ovat kaikki kohtisuorassa toisiaan vastaan ja muodostavat tässä järjestyksessä oikeakätisen vektorikolmikon. Saapuvaan ioniin vaikuttavat sähköinen ja magneettinen voima $\boldsymbol{F}_E$ ja $\boldsymbol{F}_B$ ovat tällöin alkutilanteessa vastakkaissuuntaiset. Sähköisten ja magneettisten voimien ja kenttäsuureiden määritelmien mukaan nämä voimat ovat itseisarvoiltaan $F_E = qE$ ja $F_B = qvB$. (Vektorimuodossa on yleisesti $\boldsymbol{F}_E = q\boldsymbol{E}$ ja $\boldsymbol{F}_B = q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$). Jos ionin nopeus on $v = E/B$, ne ovat myös yhtä suuret, $qE = qvB$.

Kaikki tällä nopeudella liikkuvat ionit kulkevat suoraan kenttien läpi Newtonin toisen lain $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}_E + \boldsymbol{F}_B = 0$ mukaisesti ionin massasta ja varauksesta riippumatta. Hitaammat poikkeavat sähkökentän, nopeammat magneettikentän määräämään suuntaan ja joutuvat näin pois suihkusta.

Hiukkaseen vaikuttava magneettinen voima on aina kohtisuorassa hiukkasen nopeutta vastaan. Sen aiheuttama kiihtyvyys on sen tähden puhdasta suunnanmuutoskiihtyvyyttä, joka ei muuta hiukkasen vauhtia. Sitä esittää lauseke v^2/r, missä v on hiukkasen nopeus ja r sen radan kaarevuussäde. Erityisesti hiukkanen, joka saapuu homogeeniseen magneettikenttään kohtisuorasti, joutuu tasaiseen ympyräliikkeeseen. Sen liikeyhtälön normaalikomponentti on $mv^2/r = qvB_0$, missä B_0 on ken-

Funktio 3/1987, 10–13.
tän magneettivuon tiheys ja r rataympyrän säde.

Nopeudenvalitsimesta tulevan hiukkasen radan säde massaspektrometrissa on siten

$$r = \frac{mv}{qB_0} = \frac{mE}{qBB_0}.$$

Puoliympyrän kulkeneiden hiukkasten 1 ja 2 jälkien välimatka valokuvauslevyllä on niiden ratojen halkaisijoiden erotus eli, jos niillä on sama varaus

$$d_{21} = 2(r_2 - r_1) = \frac{2(m_2 - m_1)E}{qBB_0}.$$

Kun hiukkaset ovat uraani-isotooppien ^{235}U ja ^{238}U kerran ionisoituneita atomeja, on

$$m_2 - m_1 = 3\text{ u} = 3\cdot(1{,}66\cdot 10^{-27}\text{ kg}) \quad\text{ja}\quad q = e = 1{,}60\cdot 10^{-19}\text{ C}.$$

Tehtävän arvoilla $E = 6{,}0$ kV/m ja $B = B_0 = 0{,}30$ T tästä saadaan tulos $\underline{d = 4{,}2\text{ mm.}}$

Tehtävä osoittautui varsin vaikeaksi. Useimmat eivät tienneet, mikä on nopeudenvalitsin, vaikka tehtävä melkein kertoi sen. Muuten yleisin vika vastauksissa oli kaavatauti: kaavoja ilman perusteluja. Joidenkuiden kaavat olisi kyllä voinut hyvällä tahdolla tulkita tehtävän tilanteeseen liittyvien fysikaalisten lakien esitysmuodoiksi. Jotkut purkivat muististaan kaikenlaisia oppikirjoissa esiintyviä sähkö- ja magnetismiopin kaavoja. Eräät esimerkiksi halusivat osoittaa tarkistajalle, että he ovat pystyneet oppimaan ulkoa kaavan, joka esittää magneettivuon tiheyttä suoran virtajohtimen kentässä, paljastamatta kuitenkaan tiesivätkö he, mitä se esittää.

Tehtävä 5. a) Aaltomekaanisen mallin mukaan elektroniin liittyy aaltoliike, jonka aallonpituuden määrää elektronin liikemäärä p de Broglien ehdon $p = h/\lambda$ mukaisesti, missä h on Planckin vakio. Elektronin rata on pysyvä silloin, kun tämä aaltoliike muodostaa seisovan aallon.

Ympyräradalla elektronin liikemäärä on vakio, joten sillä on myös kiinteä aallonpituus. Seisova aalto muodostuu, jos rataympyrän kehälle sopii täsmälleen kokonainen lukumäärä aaltoja eli jos ehto $2\pi r = n\lambda$ pätee jollakin kokonaislukuarvolla n. Kun tähän sijoitetaan de Broglien aaltojen aallonpituuden lauseke, nähdään, että seisovan aallon ehto vastaa arvoilla $n = 1, 2, ...$ Bohrin kvanttiehtoa, joka määrää Bohrin mallissa stationaariset ympyräradat. Arvo $n = 1$ vastaa Bohrin vetyatomin perustilaa, $n = 2$ ensimmäistä viritystilaa, jolla olevan elektronin de Broglien aallonpituudeksi saadaan siis

$$\lambda = \pi r = 3{,}14\cdot(0{,}21\text{ nm}) = \underline{0{,}66\text{ nm}}.$$

(Aaltomekaanisessa mallissa arvoa $n = 0$ vastaa seisova aalto, joka on koko radalla samassa vaiheessa. Tätä tilannetta vastaavaa rataa ei Bohrin mallissa esiinny.)

b) De Broglien ehdon mukaan elektronin liikemäärä on tällöin

$$p = h/\lambda = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\text{ Js}}{0{,}66\text{ nm}} = \underline{1{,}00\cdot 10^{-24}\text{ kgm/s}}.$$

c) Elektronin liike-energia on tämän perusteella

Funktio 3/1987, 10–13.

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1{,}00 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s})^2}{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}\ p^2/2m \approx \underline{5{,}50 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \approx 3{,}43\ \text{eV}\}}\ .$$

(Liikemäärän perusteella elektronin nopeus on

$$v = \frac{p}{m} = \frac{1{,}00 \cdot 10^{-24}\ \text{kgm/s}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 1{,}10\ \text{Mm/s},$$

joka on paljon pienempi kuin valonnopeus c = 300 Mm/s. Liike-energian epärelativistisen lausekkeen käyttäminen on sen tähden oikeutettua.

Arvostelussa a-, b- ja c-kohta olivat saman arvoiset. Useimmat tunsivat seisovan aallon merkityksen periaatteena, joka aaltomekaanisessa mallissa määrää pysyvät radat. Moni kuitenkin erehtyi – huolimattomuuttako – ensimmäisen viritystilan kvanttiluvusta. Myös liikemäärän ja aallonpituuden välinen de Broglien ehto tunnettiin melko hyvin.

Nykyaikaisen fysiikan perusperiaatteiden tuntemuksessa on ilmeisesti edistytty aikaisempien vuosien tasosta. Yllättävä pettymys oli sen sijaan, että liike-energian ja liikemäärän välinen yhteys tuotti niin paljon hankaluuksia. Selvästikin klassinen alkeislauseke $mv^2/2$ on opittu ulkoa liiankin tehokkaasti, eikä siirtyminen siitä perusmuotoon $p^2/(2m)$ sen tähden ota sujuakseen.

Tehtävä 6. Aktiivisuus on näytteen radioaktiivisuuden voimakkuutta kuvaava suure. Määritelmän mukaan se on $A = -\mathrm{d}N/\mathrm{d}t$, missä $-\mathrm{d}N$ on näytteessä hyvin lyhyenä aikana $\mathrm{d}t$ tapahtuvien radioaktiivisten hajoamisten lukumäärä (oikeastaan sen kokeellisesti määritettävän lain mukainen odotusarvo). Radioaktiivisten ydinten lukumäärän muutos $\mathrm{d}N$ tänä aikana on nimittäin negatiivinen.

Yksinkertaisen näytteen aktiivisten nuklidien lukumäärä ja aktiivisuus noudattavat ajan t funktiona eksponentiaalista hajoamislakia, joka voidaan kirjoittaa näytteen puoliintumisajan T ja aktiivisuuden määritelmien perusteella muotoon

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T} \quad \text{ja} \quad A = A_0 \cdot 2^{-t/T} = [N_0 \cdot (\ln 2)/T] \cdot 2^{-t/T}.$$

Tässä $N_0 = N(0)$ ja $A_0 = A(0) = N_0 \cdot (\ln 2)/T$ ovat näytteen aktiivisten nuklidien lukumäärä ja aktiivisuus nollahetkellä.

(Nuklidit ^{131}I ja ^{137}Cs ovat kumpikin oman hajoamisketjunsa pitkäikäisimpiä välituotteita. Sen tähden voidaan katsoa, että tarkasteltavassa lähtötilanteessa näyte on kummankin osalta erikseen yksinkertainen. Tämä merkitsee, ettei kumpaakaan enää merkittävässä määrin muodostu hajoamisketjun aikaisemmista jäsenistä, eivätkä kummankaan ketjun myöhemmät, lyhytikäiset jäsenet viivytä hajoamista ketjun pysyvään päätenuklidiin.)

a,b) Näytteen kummankin tarkasteltavan hajoamisen aktiivisuus noudattaa erikseen hajoamislakia, joten niiden suhde ajan funktiona on

$$R(t) = \frac{A_\mathrm{I}}{A_\mathrm{Cs}} = \frac{A_\mathrm{I}(0)}{A_\mathrm{Cs}(0)} \cdot 2^{[t(b_\mathrm{Cs} - b_\mathrm{I})]} = \frac{N_\mathrm{I}(0)}{N_\mathrm{Cs}(0)} \cdot \frac{T_\mathrm{Cs}}{T_\mathrm{I}} \cdot 2^{[t(b_\mathrm{Cs} - b_\mathrm{I})]},$$

missä puoliintumisajan käänteisarvoa on merkitty $1/T = b$. Tämän suhteen arvot

$$\underline{R(0\ \text{s})} = \frac{T_\mathrm{Cs}}{T_\mathrm{I}} = \frac{30{,}2\ \text{a}}{8{,}0\ \text{d}} = \underline{1390}$$

Funktio 3/1987, 10–13.

$$\underline{R(50\ \mathrm{d})} = R(0\ \mathrm{s}) \cdot 2^{\left(\frac{50\ \mathrm{d}}{30{,}2\ \mathrm{a}} - \frac{50\ \mathrm{d}}{8{,}0\ \mathrm{d}}\right)} = 1390 \cdot 2^{-6{,}245} = \underline{18{,}3\ .}$$

ilmaisevat, että jodin osuus kokonaisaktiivisuudesta on aluksi noin 1400 ja 50 vuorokauden kulut-tua vielä noin 18 kertaa niin suuri kuin cesiumin osuus.

c) Näytteessä tapahtuneiden hajoamisten lukumäärä ajan funktiona on $N_0 - N(t)$. Jos jodin ja cesiumin aiheuttamat annokset yhtä hajoamista kohden ovat yhtä suuret, niiden suhde ajan funktiona on siis hajoamislain mukaan

$$R(t) = \frac{N_\mathrm{I}(0) - N_\mathrm{I}(t)}{N_\mathrm{Cs}(0) - N_\mathrm{Cs}(t)} = \frac{1 - 2^{-t/T_\mathrm{I}}}{1 - 2^{-t/T_\mathrm{Cs}}}\ .$$

Hetkellä $t = 50$ d tämä on $R(50\ \mathrm{d}) = \underline{330}$.

Arvostelussa tehtävän eri kohdilla oli yhtä suuret painot. Hajoamislaki ja siihen liittyvä puoliintumisajan määritelmä tunnettiin varsin hyvin. Aktiivisuus, joka on ensisijainen radioaktiivisuutta kuvaava mitattava suure, tunnettiin kuitenkin yllättävän huonosti. Hajoamislakikin osattiin ilmaista vain aktiivisten ydinten lukumäärän avulla, jonka määrittäminen mitatuista aktiivisuuksista perustuu teoreettiseen päättelyyn.

Tämä viittaa siihen, että kouluopetuksessa ilmiön kokeelliset lähtökohdat on sivuutettu ja on hypätty suoraan teoreettisiin tarkasteluihin. Valitettavasti tässäkin pätee se yleinen fysiikan opetuksen totuus, että tällaisella lähestymistavalla käsitteet jäävät mystisiksi.

Hyvin harva pystyi enää c-kohdan loogiseen ponnistukseen, jota olisi tarvittu tapahtuneitten hajoamisten lukumäärän päättelemiseen, kun hajoamatta olevien ydinten lukumäärä ajan funktiona tunnettiin.