

Sisko Eskola, Björn Fant, Martti Kalliomäki,
Kaarle Kurki-Suonio

Fysiikan valintakoe Helsingin yliopistossa v. 1985

Matemaattisiin aineisiin pyrkivien lukumäärä on jälleen kasvussa. Luku on nyt 2112, kun se viime vuonna oli 2065 ja sitä edellisenä 1760, mikä olikin pitkäaikainen pohjanoteeraus. Vuosina 1979 ja 1980 pyrkivien lukumäärä oli selvästi nykyistä suurempi, 2459 ja 2461. Fysiikan valintakokeeseen osallistui 485 pyrkijää. Kokeen keskiarvo 15,2/36, nollasuoritukset poisluettuina, vastaa melko hyvin perinteistä keskiarvoa tämän tyyppisestä kokeesta. Valintarajat matemaattisiin aineisiin muodostuivat seuraaviksi (suluissa vuoden 1984 rajat): fysiikka 200 (188), kemia 200 (188), matematiikka 203 (196) ja tietojenkäsittelyoppi 260 (260). Valintaperusteet on selitetty aikaisemmin,

MAA 46 (1982) 133 ja

MAA 49 (1985) 85.

Vuoden 1985 valintakokeeseen saatiin ensimmäistä kertaa uuden, kurssimuotoisen lukion käyneitä ylioppilaita. Sen takia haluttiin heti testata, miten uuden oppimääräsuunnitelman uusia kohtia hallitaan. Tehtävät 1, lämpöopin toinen pääsääntö, 5, pyörimisliike ja 6b, aineaallot, edustavat uutta aineistoa, kun taas tehtävät 2,3,4 ja 6a edustavat perinteistä sähkö- ja magnetisiooppia, mekaniikkaa ja atomifysiikkaa.

Tehtävät

1. Selitä lyhyesti lämpöopin toinen pääsääntö. Mainitse viisi ilmiötä, joissa tämä sääntö ilmenee, ja selitä, miten se ilmenee niissä.
2. Pitkässä suorassa johtimessa kulkee virta 2,5A. Minkä suuntainen johtimen tulee olla, jotta magneettikenttä voisi hävitä jossakin kohdassa johtimen läheisyydessä? Missä kohdassa tämä toteutuu, kun maan magneettikentän magneettivuon tiheys on $50 \mu\text{T}$?
3. Kolme kondensaattoria on kytketty sarjaan. Näiden kapasitanssit ovat 1,0 nF, 2,0 nF ja 3,0 nF, ja niillä on sama läpilyöntikestävyys 4,0 kV. Määritä kunkin kondensaattorin varaus ja jännite, kun kondensaattorisysteemin napojen välillä on kytketty jännite a) 4,4 kV, b) 11,0 kV.
4. Nelipyörävetoinen kuorma-auto A lähtee liikkeelle vaakasuoralla tiellä kiihtyvyydellä $1,50 \text{ m/s}^2$ kaikki pyörät kiljuen. Auton lavalla on laatikko L, joka ei lähde liukumaan. Nimeä ja esitä piirroksin kaikki autoon vaikuttavat voimat. (Laatikkoa ei lueta autoon kuuluvaksi, sen sijaan kuljettaja ja muu mahdollinen autossa oleva irtain luetaan.) Mitä voit päätellä kitkakertoimista auton ja tien sekä auton lavan ja laatikon välillä?
5. Äänilevy pyörii levysoittimessa kierrostaajuudella 33,3 1/min. Levyn säde on 15,0 cm. Kun virta katkaistaan, levy pysähtyy tasaisesti hidastuen 10,5 sekunnissa. Laske levyn reunapisteen nopeus ja kiihtyvyys 3,0 s ennen levyn pysähtymistä
6. a) Vety atomin perustilan energia on $-13,607 \text{ eV}$. Mikä on sellaisen säteilyn aallonpituus, joka pystyy ionisoimaan ensimmäiselle viritystilalle viritetyn vetyatomin? b) Mikä on sellaisen elektronin liike-energia, johon liittyvä aallonpituus on sama kuin a-kohdassa mainitun fotonin?

Tarvittavat vakiot oli annettu.

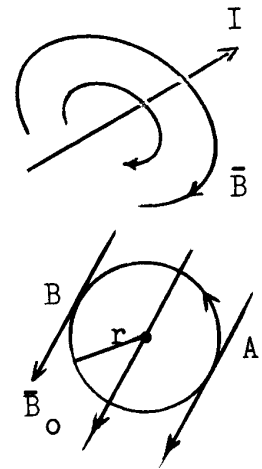
Ratkaisut

1. Ks. oppikirjat.

2. Biot'n ja Savartin lain mukaan pitkä suora virtajohdin aiheuttaa magneettikentän, jonka kenttäviivat ovat johdinkeskisiä ympyröitä johtimen normaalitasossa ja jossa magneettivuon tiheys etäisyydellä r johtimesta on $B = \mu_0 I / 2\pi r$. I on johtimessa kulkeva virta. SI-järjestelmässä sähkövirran yksikkö on määritelty siten, että magneettivakiolla on arvo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

Kenttä häviää pisteessä, jossa Maan ja johtimen magneettivuon tiheyksien summa on nolla; $\mathbf{B}_0 + \mathbf{B} = 0$. Tämä on mahdollista vain, kun johdin on kohtisuorassa Maan magneettikenttää vastaan. Tällöin sen pisteen etäisyys, jossa kenttä häviää, saadaan ehdosta $B = B_0$:

$$r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_0} = \frac{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2) \cdot (2,5 \text{ A})}{2\pi \cdot (50 \cdot 10^{-6} \text{ T})} = 10 \text{ cm}.$$



Kuvan tilanteessa virta on katsojaan päin, jolloin kenttä häviää pisteessä A. Jos virran suunta vaihdetaan, kenttä häviää pisteessä B.

3. Tavallisen kondensaattorin varaus Q on verrannollinen sen napojen (levyjen) väliseen jännitteeseen U . Suhde $Q/U = C$ on kondensaattorin kapasitanssi.

Sarjaan kytketyillä kondensaattoreilla on yhtä suuri varaus, joka on sama kuin systeemin varaus

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q.$$

Systeemin napojen välinen jännite on kondensaattoreiden jännitteiden summa

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad U_i = Q/C_i.$$

Jännite U siis jakautuu eri kondensaattoreihin suhteessa

$$U_1 : U_2 : U_3 = 1/C_1 : 1/C_2 : 1/C_3 = 1,0 : 1/2,0 : 1/3,0 = 6,0 : 3,0 : 2,0, \text{ josta}$$

$$U_1 = 6U/11, \quad U_2 = 3U/11, \quad U_3 = 2U/11$$

Näin saadaan kondensaattorien jännitteiksi ja varauksiksi

a) $U_1 = 2,4 \text{ kV}, \quad U_2 = 1,2 \text{ kV}, \quad U_3 = 0,8 \text{ kV}, \quad Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = 2,4 \mu\text{C}.$

b) Näin saatu jännite $U_1 = 6,0 \text{ kV}$ ylittää ensimmäisen kondensaattorin läpilyöntikestävyyden, joten systeemi rikkoutuu.

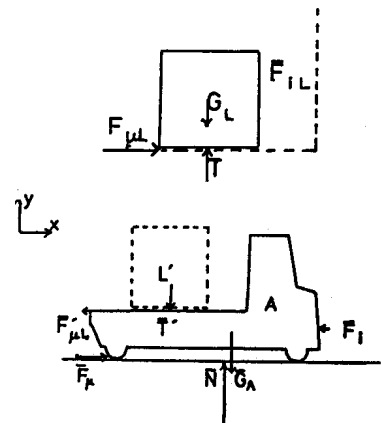
4. Autoon (ja laatikkoon) vaikuttavat voimat:

– Maan painovoima aiheuttaa auton painon $\mathbf{G}_A = m_A \mathbf{g}$ (ja laatikon painon $\mathbf{G}_L = m_L \mathbf{g}$).

– Auton vuorovaikutus tien kanssa aiheuttaa autoon tukivoiman N ja kitkavoiman \mathbf{F}_{μ} .

– Auton ja laatikon välinen kosketusvuorovaikutus aiheuttaa tukivoimat, \mathbf{T} laatikkoon ja \mathbf{T}' autoon, sekä kitkavoimat, $\mathbf{F}_{\mu L}$ laatikkoon ja $\mathbf{F}'_{\mu L}$ autoon. Nämä ovat voiman ja vastavoiman lain mukaisesti toistensa vastavoimia: $\mathbf{T}' = -\mathbf{T}$ ja $\mathbf{F}'_{\mu L} = -\mathbf{F}_{\mu L}$.

– Lisäksi vuorovaikutukset ympäröivän ilman kanssa aiheuttavat auton liikkuessa autoon (ja laatikkoon) ilmanvastusvoiman \mathbf{F}_i , joka on ainakin likimäärin nopeuden vastainen ja joka voidaan erityisesti auton liikkeel-



leläähtöä tarkasteltaessa jättää huomioon ottamatta.

Auton ja laatikon, dynamiikan peruslain $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ mukaiset liikeyhtälöt voidaan siis kirjoittaa muotoon

$$\begin{cases} m_A \mathbf{a}_A = \mathbf{G}_A + \mathbf{N} + \mathbf{T}' + \mathbf{F}'_{\mu} + \mathbf{F}'_{\mu L} \\ m_L \mathbf{a}_L = \mathbf{G}_L + \mathbf{T} + \mathbf{F}_{\mu L} \end{cases}$$

Kuvan mukaisessa koordinaatistossa yhtälöiden komponentit ovat

$$x: \begin{cases} m_A a_A = F'_{\mu} - F_{\mu L} \\ m_L a_L = F_{\mu L} \end{cases} \quad y: \begin{cases} 0 = -m_A g + N - T \\ 0 = -m_L g + T \end{cases}$$

Tällöin on otettu huomioon voiman ja vastavoiman lain mukaiset ehdot sekä kiihtyvyyksien samuus, kun laatikko ei liu'u $\mathbf{a}_L = \mathbf{a}_A = \mathbf{a}$. Yhtälöiden x-komponentit voidaan laskea yhteen koko systeemin liikeyhtälöksi

$$(m_A + m_L)a = F_{\mu}.$$

Laatikkoa siis kiihdyttää kitkavoima $F_{\mu L}$ ja koko systeemiä kitka F_{μ} . Tehtävänasettelun mukaisesti edellinen on lepokitkaa, jälkimmäinen liukukitkaa, joten niille voidaan kirjoittaa (auton ja laatikon kitkavuorovaikutusta luonnehtivaa) lepokitkakerrointa μ_0 ja (auton ja tien kitkavuorovaikutusta kuvaavaa) liukukitkakerrointa μ käyttäen ehdot

$$F_{\mu L} \leq \mu_0 T; \quad F_{\mu} = \mu N.$$

Sijoittamalla kitkavoimille ja tukivoimille liikeyhtälöiden x- ja y-komponenteista saadut arvot ehdot saadaan muotoon

$$m_L a \leq \mu_0 m_L g \quad \text{ja} \quad (m_A + m_L)a = \mu(m_A + m_L)g \quad \text{eli} \quad \mu_0 \geq \mu = a/g \approx 0,15.$$

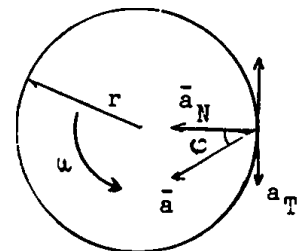
5. Levyn pyöriminen virran katkaisusta pysähtymiseen on tasaisesti hidastuvaa. Sen kulmanopeutta voidaan siis esittää yhtälöllä $\omega = \omega_0 + \alpha t$, missä

$$\omega_0 = \omega(0 \text{ s}) = 2\pi n_0 = 2\pi \cdot 33,3 \text{ rad/min} = 3,49 \text{ rad/s}$$

on kulmanopeus virran katkaisuhetkellä $t = 0 \text{ s}$.

Pysähtymishetkellä $t_1 = 10,5 \text{ s}$ on $\omega(t_1) = \omega_0 + \alpha t_1 = 0 \text{ rad/s}$.

Tästä saadaan levyn kulmakiihtyvyys $\alpha = -\omega_0/t_1 \approx -0,332 \text{ rad/s}^2$.



Tarkasteluhetkellä $t = t_1 - 3,0 \text{ s} = 7,5 \text{ s}$ on

reunapisteen nopeus $v = \omega(t_1) \cdot r = \omega_0 r + \alpha r t \approx 0,15 \text{ m/s}$

reunaympyrän tangentin suuntaan, ja kiihtyvyys $\mathbf{a} = \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_N$,

missä tangentialkiihtyvyys on $a_T = \alpha r \approx -0,050 \text{ m/s}^2$

normaali kiihtyvyys $a_N = v^2/r \approx 0,15 \text{ m/s}^2$

kiihtyvyyden itseisarvo $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} \approx 0,16 \text{ m/s}^2$

ja suuntakulma φ ; $\tan \varphi = |a_T/a_N| \Rightarrow \varphi \approx 18,4^\circ$.

6. a) Vetyatomin stationaarisilla tiloilla on energiat $E_n = -E_s/n^2$, $n = 1, 2, \dots$, missä $E_s = 13,607 \text{ eV}$ on vetyatomin sidosenergia perustilassa. Säteily voi irrottaa elektronin (ionisoida atomin) ensimmäiseltä viritystilalta, jos sen fotonien energia $hf = hc/\lambda$ on yhtä suuri kuin elektronin sidosenergia tässä tilassa $E = -E_2 = E_s/4$. Aallonpituuden λ määrittämiseksi saadaan näin yhtälö

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{E_s}{4} \quad \text{eli} \quad \lambda = \frac{4hc}{E_s} \approx 364,5 \text{ nm.}$$

b) De Broglie'n yhtälöt ovat aaltohiukkasdualismin perusyhtälöt. Niistä ensimmäinen ilmaisee hiukkasen liikemäärän $p = mv$ ja hiukkasiin liittyvän aallonpituuden λ välisen yhteyden

$$p = \frac{h}{\lambda}.$$

Kun elektroneihin liittyvä aallonpituus tunnetaan, saadaan elektronin liike-energiaksi siis

$$E_k = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e\lambda^2} = 1,13 \cdot 10^{-5} \text{ eV} (= 1,812 \cdot 10^{-24} \text{ J}).$$

Koska energia on näin pieni ($E_k \ll m_e c^2 \approx 0,5 \text{ MeV}$), on oikeutettua käyttää liike-energian epärelativistista lauseketta. (Planckin vakio h , valon nopeus c , elektronin massa m_e ja alkeisvaraus e oli annettu tehtäväpaperissa.)

Huom: b-kohdan laskut yksinkertaistuvat, jos kirjoitetaan

$$E_k = \frac{1}{2m_e c^2} \cdot \left(\frac{hc}{\lambda} \right)^2 = \frac{E_s}{32m_e c^2}$$

Käytettäessä elektronin lepoenergiaa $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$ voidaan myös ionisaatioenergia sijoittaa elektronivolteina ja tuloskin on suoraan yksiköissä 1 eV.

Arvostelu

Ensimmäinen tehtävä käsittelee entropiaa ja lämpöopin toista pääsääntöä. Tämä lämpöopin osa on tullut uutena aineksena mukaan fysiikan laajaan oppimäärään. Tuloksesta ilmenee (taulukko), että ne tunnetaan huonosti. Tyypillinen virhe oli niiden sekoittaminen lämpöopin ensimmäiseen pääsääntöön ja energiaan. Tehtävän b-kohdassa annettiin yleensä esimerkkejä ainoastaan lämmön siirtymisestä lämpimästä kylmemmän paikkaan; entropian yleinen merkitys on jäänyt epäselväksi.

Toinen tehtävä osoittautui vaikeimmaksi. Valtaosa vastauksista oli tyhjiä tai sisälsi parin sanan arvauksen johtimen suunnasta. Vain kourallinen vastaajia onnistui kaivamaan muistilokeroistaan Biot'n ja Savartin lain. Täysi pistesaalis edellytti johtimen suunnan perusteltua selittämistä ja etäisyyden laskemista oikein.

Sarjaan kytketyt kondensaattorit osoittautuivat monille ongelmallisiksi. Systemin kapasitanssin, jännitteen ja varauksen riippuvuutta komponenttien ominaisuuksista ei ymmärretty (tai edes muistettu). Yleisin virhe oli, ettei oivallettu varauksien olevan sama kaikissa kondensaattoreissa. Yllättävän monet eivät ymmärtäneet, mitä läpilyöntikestävyys tarkoittaa. Kun havaittiin, että jännite ylittää kondensaattorin läpilyöntikestävyuden, saatettiin esim. olettaa, että ylimääräinen jännite yksinkertaisesti siirtyy seuraavalle kondensaattorille.

Arvostelu a) 4 p, b) 2 p.

Neljännessä tehtävässä annettiin voimien nimeämisestä ja esittämisestä piirroksin 0–4 p ja kitkakertoimien tarkastelusta 0–2 p. Kustakin oikein merkitystä ja nimetystä voimasta annettiin 1 p. Pelkästä painovoimasta tai ilmanvastuksesta ei kuitenkaan herunut pistettä, ellei mitään muuta ollut edes osittain oikein. Lisäksi ratkaisussa esiintyvistä ylimääräisistä "autoa vetävistä" voimista vähennettiin 1 p. Kitkakertoimien tarkastelussa annettiin 1 p kummastakin kitkakertoimesta. Sellaistakin perusvirhettä kuin erisuuruusmerkin puuttumista lepokitkan laista katsottiin läpi sormien, jos päättely muuten oli oikein.

Yleisimmät virheet olivat:

- kitka F_{μ} oli merkitty väärään suuntaan,
- kitka F_{μ} oli piirretty auton perään osoittamaan taaksepäin
- väitettiin, että "kiihtyvyyden aiheuttama voima (!!!) $F = ma$ vie autoa eteenpäin"
- laatikon auton lavaan kohdistama kitka puuttui tai oli väärän suuntainen, tai esiteltiin vain laatikkoon kohdistuva kitka mutta ei sen Newtonin III lain mukaista, autoon vaikuttavaa vastavoimaa
- oli merkitty vain auton lavan laatikkoon kohdistama tukivoima mutta ei sen vastavoimaa, joka vaikuttaa autoon
- esiintyy sekä G_{L+A} että G_L , ts. laatikon paino on mukana kahteen kertaan
- alustan autoon kohdistama tukivoima puuttui
- kitkakertoimien tarkastelu puuttui kokonaan
- väitettiin enemmittä tarkasteluitta, että kitkakertoimet ovat "hyvin suuria" tai että toinen on "hyvin suuri" ja toinen "hyvin pieni".

Kaikkiaan tehtävän 4 tarkastelu antoi lohduttoman kuvan fysiikan ensimmäisten peruslakien ja peruskäsitteiden hallinnasta kouluopetuksen perusteella. Kansanomaiset uskomukset ja harhakäsitykset näyttävät olevan ylivoimaisia Newtonin yksinkertaisten ajatusten voitettaviksi, ja ovi fysiikkaan pysyy lukossa.

Viidennen tehtävän yleisimmät virheet:

- laskettiin vain kiihtyvyyden toinen komponentti, tavallisimmin vain tangenttikiihtyvyys (tästä veloitettiin 2 p)
- tangenti- tai normaalikiihtyvyyden suunta oli merkitty kuvioon väärin
- tangenttikiihtyvyyden etumerkki puuttui
- käytettiin kulmanopeuden sijasta kierrostaajuutta
- annettiin vastauksina kulmanopeus ja kulmakiihtyvyys.

Kuudennen tehtävän a-kohtaan vastattiin yleensä hyvin. Ainoa ongelma oli, ettei tiedetty, mitä ionisoiminen merkitsee. Tehtävän b-kohtaa ei osattu. Aaltohiukkasdualismin perusyhtälöitä, de Broglien ehtoja ei tunnettu. Sen lisäksi kuviteltiin yleisesti, että elektronin liike-energia on sama kuin fotonin energia tai että elektroneilla on sama aallonpituus kuin säteilyllä. Elektronivoltti energian yksikkönä sentään tunnettiin.

Taulukko. Tehtävien pistejakaumat prosentteina ja keskiarvot.

| Tehtävät | Pisteet | | | | | | | |
|----------|---------|------|------|------|------|-----|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ka |
| 1 | 45,5 | 16,7 | 9,0 | 14,1 | 7,7 | 3,8 | 3,2 | 1,46 |
| 2 | 69,2 | 12,8 | 9,0 | 2,6 | 0 | 3,2 | 3,2 | 0,74 |
| 3 | 36,5 | 31,4 | 5,1 | 0,6 | 10,9 | 4,5 | 10,9 | 1,75 |
| 4 | 31,4 | 26,3 | 23,7 | 11,5 | 6,4 | 0,6 | 0 | 1,35 |
| 5 | 32,0 | 9,0 | 10,9 | 21,8 | 20,5 | 2,6 | 3,2 | 2,10 |
| 6 | 45,5 | 13,5 | 17,3 | 11,5 | 4,5 | 6,4 | 1,3 | 1,40 |