

## FYSIIKAN VALINTAKOE HELSINGIN YLIOPISTOSSA 9.6.1983

### Tehtävät, ratkaisut tulokset ja arvostelu

#### TEHTÄVÄT

- Kappale A on levossa kitkattomalla alustalla. Siihen törmää massaltaan yhtä suuri kappale B nopeudella 50 m/s. Törmäyksen jälkeen B:n nopeus on 40 m/s ja B:n liikesuunta muodostaa 45°:n kulman alkuperäisen liikesuunnan kanssa. Mihin suuntaan ja millä nopeudella kappale A liikkuu törmäyksen jälkeen?
- Avonainen pullo painetaan alassuun veteen viiden metrin syvyyteen. Kuinka suuren osan sen tilavuudesta vesi täyttää? Ilmanpaine on 100 kPa.
- Valo, jonka aallonpituus on 450...650 nm, osuu kohtisuorasti optiseen hilaan. Mihin kulma-alueeseen eri kertalukujen spektrit osuvat, kun natriumin D-viiva havaitaan ensimmäisen kertaluvun spektrissä taipumiskulmalla 20,0°? D-viivan aallonpituus on 589 nm.
- Säätökondensaattorin kapasitanssia voidaan säätää jatkuvasti välillä 50...950 nF. Kondensaattori varataan 400 V:n pariston avulla säätimen ollessa maksimiasennossa. Paristo irrotetaan, ja säädin käännetään minimiasentoon. Mikä on lopputilassa a) varaus, b) jännite? c) Kuinka suuri työ tehtiin säädintä käännettäessä?
- Nuklidin  $^{137}_{55}\text{Cs}$   $\beta^-$ -hajoamisessa (bariumiksi, Ba) esiintyy kahdenlaisia elektroneja. Toisen elektroniryhmän maksimiliike-energia on 1,176 MeV ja toisen 0,514 MeV. Hajoamisen yhteydessä havaitaan myös gammasäteilyä, jonka energia on 661,6 keV. a) Kirjoita hajoamisen reaktioyhtälö. b) Piirrä hajoamiseen liittyvä energiatasokaavio. c) Mikä on neutraalien emo- ja tytärytimien massojen erotus?
- a) Mitä ovat säilymislait? b) Mitä on kvantittuminen?

-----  
Alkeisvaraus  $1,60219 \times 10^{-19}$  As, valon nopeus  $2,99792 \times 10^8$  m/s,

$1 \text{ u} = 1,660566 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931,5016 \text{ MeV}/c^2$

-----

Hyväksyttävään vastaukseen kuuluu käytettyjen yhtälöiden perusteleva, ts. on ilmaistava, mihin fysikaalisiin lakeihin käsittely perustuu ja miksi niitä voidaan käyttää.

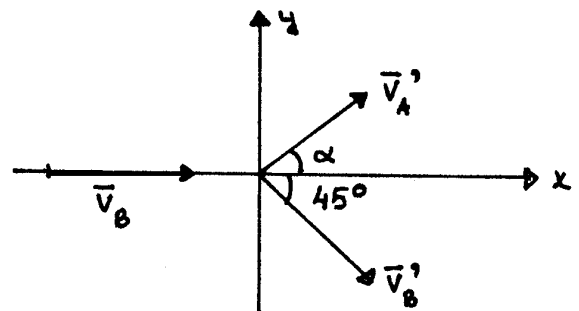
#### RATKAISUT

**Tehtävä 1.** Kappaleisiin vaikuttavat ulkoiset voimat (kappaleiden painot ja alustan tuki voimat) kumoavat toisensa. joten kokonaisliikemäärä säilyy:

$$p_A + p_B = p'_A + p'_B$$

$$\text{missä } p_A = m_A v_A \quad p_B = m_B v_B$$

$$\text{ja } p'_A = m_A v'_A \quad ; \quad p'_B = m_B v'_B$$



ovat kappaleiden liikemäärät ennen ja jälkeen törmäyksen. Tehtävän tilanteessa on  $v_A = 0$  ja  $m_A = m_B = m$ . Kuvan mukaisessa, liikkeen tasoon sijoitetussa  $(x, y)$ -koordinaatistossa on kuvan merkinnöin lisäksi

$$\mathbf{v}_B = (v_B, 0), \quad \mathbf{v}'_A = v'_A (\cos \alpha, \sin \alpha) \text{ ja } \mathbf{v}'_B = \frac{v'_B}{\sqrt{2}}(1, -1).$$

Liikemäärän säilymlaki saadaan näin komponenttimuotoon:

$$\begin{aligned} x: \quad mv_B &= mv'_A \cos \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} mv'_B \\ y: \quad 0 &= mv'_A \sin \alpha - \frac{1}{\sqrt{2}} mv'_B. \end{aligned}$$

Tehtävän lukuarvoilla  $v_B = 50 \text{ m/s}$  ja  $v'_B = 40 \text{ m/s}$ , näistä saadaan ratkaistuksi

$$\begin{aligned} \cot \alpha &= \sqrt{2} \frac{v_B}{v'_B} - 1 = \sqrt{2} \frac{50 \text{ m/s}}{40 \text{ m/s}} - 1 \approx 0,77 \Rightarrow \alpha = 53^\circ, \\ v'_A &= \frac{v'_B}{\sqrt{2} \sin \alpha} \approx 36 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Törmäyksen luonnetta tarkasteltaessa voidaan todeta, että liike-energia ennen törmäystä on

$$E_k = \frac{1}{2} mv_B^2 = \frac{1}{2} m \cdot (50 \text{ m/s})^2 = 1250m \text{ J/kg}$$

ja törmäyksen jälkeen

$$E'_k = \frac{1}{2} m(v_A'^2 + v_B'^2) \approx \frac{1}{2} m(36^2 + 40^2) \text{ J/kg} \approx 1450m \text{ J/kg}$$

Liike-energia on siis kasvanut, joten törmäykseen on liittynyt kappaleisiin sitoutuneen energian vapautuminen.

**Tehtävä 2.** Pullossa olevan ilman tilavuus on aluksi sama kuin pullon tilavuus  $V_1$  ja paine sama kuin ilmanpaine  $p_1 = 100 \text{ kPa}$ .

Kun pullo painetaan veteen paine kasvaa ja puristaa ilmaa kokoon. Paine pullossa on tällöin aina sama kuin veden paine pulloon työntyvän veden pinnan tasolla. Tämän pinnan ollessa syvyydellä  $h$  paine siis on

$$p_2 = p_1 + \rho gh,$$

missä  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  on veden tiheys ja  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  on painovoiman kiihtyvyyks.

Ilma noudattaa tarkastettavissa olosuhteissa hyvin ideaalikaasun tilanyhtälöä, joten sen alkutilan (1) ja lopputilan (2) välillä on yhtälö

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Tässä  $T_1$  on ilman lämpötila vedenpinnan yläpuolella ja  $T_2$  syvyydellä  $h = 5 \text{ m}$  vallitseva veden lämpötila, jonka pullossa oleva ilma nopeasti saavuttaa. Jos  $T_2 = T_1$ , ilman lopputilavuudeksi pullossa saadaan

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1.$$

Tällöin vesi täyttää pullon tilavuudesta osuuden

$$\frac{V_1 - V_2}{V_1} = \frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{\rho gh}{p_1 + \rho gh} = \frac{1}{\frac{p_1}{\rho gh} + 1} = 0,33 = 33 \%$$

Jos pullon upotussyvyys määritellään pullossa olevan veden pinnan avulla, pullon koolla ei ole merkitystä. Lämpötilasta aiheutuu muutaman prosentin epävarmuus, (Jos esim.  $T_1 = 15^\circ\text{C}$  ja  $T_2 = 5^\circ\text{C}$ , mikä on aivan mahdollista, tulos on 35 %).

**Tehtävä 3.** Huygensin periaatteen mukaan hilaan kohtisuorasti saapuva valo etenee hilan läpi ikään kuin hilan raot olisivat tasavälinen jono samassa vaiheessa olevia koherentteja valonlähteitä. Valo muodostaa tällöin interferoissaan terävät diffraktiomaksimit suuntiin, joissa peräkkäisistä raoista tulevat säteet ovat samassa vaiheessa. Aallonpituutta  $\lambda$  vastaava spektriviiva saadaan näin taipumiskulmille  $\theta_n$ , jotka toteuttavat hilayhtälön

$$d \sin \theta_n = n\lambda, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Arvo  $n = 0$  vastaa suoraan läpäisevää sädettä, jossa kaikki aallonpituudet ovat samalla kulmalla  $\theta_0 = 0^\circ$  eivätkä siis erotu spektriä.

Hilavakio  $d$  saadaan määritetyksi tunnetun spektriviivan avulla:

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \theta_0} = \frac{1 \cdot 589 \text{ nm}}{\sin 20,0^\circ} = 1722 \text{ nm}.$$

$\lambda$	450 nm		650 nm	
n	$\sin \theta_n$	$\theta_n$	$\sin \theta_n$	$\theta_n$
1	0,261	15,1°	0,377	22,2°
2	0,522	31,5°	0,755	49,0°
3	0,784	51,6°	>1	–
4	>1	–		

Kertaluvun  $n$  spektrissä aallonpituus  $\lambda$  saadaan siis kulmalle  $\theta_n$ ;  $\sin \theta_n = n\lambda/d$ . Näkyvän spektrin äärimmäisille aallonpituuksille saadaan näin taulukossa esitetyt taipumiskulmat.

1. ja 2. kertaluvun spektrit ovat siis alueissa  $15,1^\circ \dots 22,2^\circ$  ja  $31,5^\circ \dots 49,0^\circ$ . Kolmannen kertaluvun spektri on alueessa  $\theta_3 > 51,6^\circ$ , mutta siitä näkyy vain osa, jossa aallonpituudet ovat pienemmät kuin  $\lambda_{\max} = d/3 = 574 \text{ nm}$ , joka vastaa taipumiskulmaa  $90^\circ$ .

**Tehtävä 4.** Kapasitanssin  $C$  määritelmän mukaan jännitteellä  $U$  ladatun kondensaattorin varaus on  $Q = CU$ . Kondensaattori saa siten alussa (1) varauksen

$$Q_1 = C_{\max} U_1 = (950 \cdot 10^{-9} \text{ F}) \cdot (400 \text{ V}) = 380 \mu\text{C}.$$

a) Tämä varaus säilyy kondensaattorin eristetyillä levyillä, joten varaus lopputilassa (2) on

$$Q_2 = Q_1 = 380 \mu\text{C}.$$

b) Lopputilassa kondensaattorin jännite on siis

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_{\min}} = \frac{C_{\max}}{C_{\min}} U_1 = \frac{950}{50} \cdot 400 \text{ V} = 7,6 \text{ V}$$

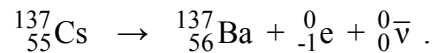
c) Kondensaattorin sähköstaattinen energia on  $E = \frac{1}{2} QU$ . Se siis kasvaa kondensaattoria säädettäessä määrällä

$$\Delta E = \frac{1}{2} Q_2 U_2 - \frac{1}{2} Q_1 U_1 = \frac{1}{2} Q_1 \Delta U = \frac{1}{2} \cdot (380 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (7200 \text{ V}) = 1,37 \text{ J}.$$

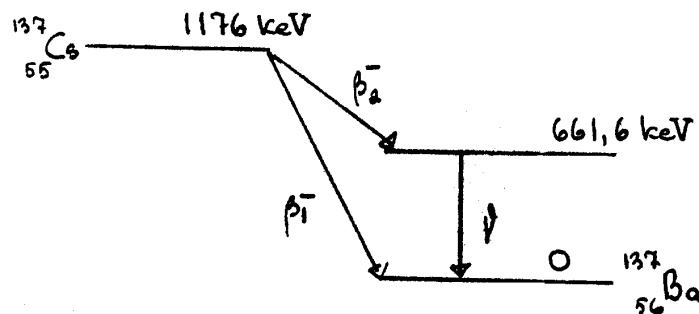
Yleisen energiaperiaatteen mukaan tämä on sama kuin työ, joka tehdään kondensaattoria säädettäessä.

Tilanteessa on ajateltu, ettei kondensaattorin läpilyöntikestävyyttä ylitetä. Jos kondensaattori "vuotaa", sen varaus pienenee. Jännite lopputilassa jää tällöin laskettua pienemmäksi, ja energian muutos on pienempi. (Toisaalta säädintä väännettäessä tehdään työtä myös kitkaa vastaan.)

**Tehtävä 5.** a) Ydin lähettää  $\beta^-$ -hajoamisessa elektronin ja antineutriinon. Nukleonien luku (baryoniluku) ja varaus (sekä leptoniluku) säilyvät prosessissa. Reaktiotulosten massalukujen ja varauslukujen summien on oltava yhtä suuret kuin emoytimen massaluku ja varausluku. Elektronilla ne ovat 0 ja  $-1$ , antineutriinolla 0 ja 0, joten reaktioyhtälöksi saadaan



b) Elektronien maksimienergiat  $E_{\beta 1}$  ja  $E_{\beta 2}$  ilmaisevat, että prosessilla on kaksi eri hajoamistietä. Havaittu gammaenergia on  $E_\gamma = E_{\beta 1} - E_{\beta 2}$ . Päättellään, että toinen prosessi johtaa suoraan tytärytimen perustilaan, toinen sen viritystilaan, joka purkautuessaan lähettää gammakvantin. Energiatasokaavio on siis oheisen kuvan mukainen.



c) Pelkkien ydinten massoja  $M_{\text{Cs}}$ , ja  $M_{\text{Ba}}$  käyttäen energian säilymlaki tarkasteltavassa prosessissa voidaan kirjoittaa

$$M_{\text{Cs}}c^2 = M_{\text{Ba}}c^2 + m_e c^2 + E_{\beta 1},$$

sillä antineutriinon lepomassa on  $\approx 0$  ja elektronin maksimienergia vastaa tilannetta, jossa antineutriinon osalle ei jää energiaa. Tytärytimen rekyylienergia on myös mitätön.

Neutraalilla Cs-atomilla on 55, Ba-atomilla 56 elektronia. Neutraalin Cs-atomien ytimen hajoessa syntyvä elektroni voidaan lukea Ba-atomien elektroniverhon tarvitsemaksi lisäelektroniksi, joten atomien massoja  $m_{\text{Cs}}$ , ja  $m_{\text{Ba}}$  käytettäessä energian säilymlaki saadaan muotoon

$$m_{\text{Cs}}c^2 = m_{\text{Ba}}c^2 + E_{\beta 1}.$$

Tästä saadaan atomien massojen erotukseksi

$$m_{\text{Cs}} - m_{\text{Ba}} = \frac{E_{\beta 1}}{c^2} = \frac{E_{\beta 1}}{(1 \text{ u}) \cdot c^2} \text{ u} = \frac{1,176 \text{ MeV}}{931,5 \text{ MeV}} \text{ u} = \underline{0,001262 \text{ u}}.$$

**Tehtävä 6.** Katso oppikirjat.

## TULOKSET JA ARVOSTELU

Matemaattisiin aineisiin pyrkivien kokonaismäärä oli 1760, joista 278 oli valinnut fysiikan ensisijaiseksi päämääräkseen. Fysiikan kokeeseen osallistui 486 pyrkijää. Fysiikan valintakokeen keskiarvo oli 12,9/36 ja valintarajaksi fysikaalisia tieteitä opiskelemaan pääsyyllä tuli 160/280 (tarkemmat tiedot valintaperusteista, ks. MAA 46 (1982) 113). Keskiarvoa lukuun ottamatta (v. 1982 12,5/36) kaikki luvut ovat alempia kuin milloinkaan nykyisten valintaperusteiden voimassaoloaikana. Tarkempi erittely nykytilanteesta nähdään taulukossa 1, jossa on tarkasteltu tilastoja matemaattisten aineiden osalta viiden viime vuoden ajalta.

**Taulukko 1.**

	1979	1980	1981	1982	1983
Matemaattisiin aineisiin pyrki	2447	2352	1978	2006	1760
Fysikaalisiin tieteisiin pyrki	552	550	414	379	278
Fysiikan valintakokeen keskiarvo/36	14,9	18,4	14,6	12,5	12,9
Valintaraja fysiikassa/280	216	252	224	216	160
Valintaraja kemiassa/280	216	236	216	188	160
Valintaraja matematiikassa/280	216	228	192	182	160
Valintaraja tietojenkäsittelyopissa/280	256	276	276	276	260
Matemaattisiin aineisiin valittiin	1628	1573	1581	1598	1514
Fysikaalisiin tieteisiin valittiin	443	364	392	378	325
Matemaattisiin aineisiin kirjoittautui	572	499	478	507	661
Fysikaalisiin tieteisiin kirjoittautui	182	126	100	122	144

Uudet tutkintovaatimukset astuivat voimaan syksyllä 1980, ja jostakin syystä tämä vuosi on ainoa ilahduttava poikkeus niin pyrkijöiden määrän kuin laadunkin suhteen matemaattisten aineiden muuten jatkuvasta alamäestä. Nykyistä vauhtia edeten ollaan hyvin pian tilanteessa, jossa halutun opiskelijamäärän saaminen edellyttää kaikkien pyrkijöiden hyväksymistä. Tämänvuotinen hälyttävän alhainen valintaraja merkitsi toisaalta sitä, että vaikka fysikaalisiin tieteisiin (kuten myös matemaattisiin aineisiin kaiken kaikkiaan) valittiin aikaisempaa vähemmän opiskelijoita, yliopistoon kirjoittautuneiden määrä kasvoi selvästi aikaisempia vuosia suuremmaksi. Pieniä pistemääriä saaneiden kirjoittautumisprosentti on paljon keskimääräistä suurempi. Negatiivinen valikoituminen matemaattisten tieteiden opintoihin – tullaan kun ei muualle päästä – korostuu sen tähden entisestään. Tietojenkäsittelyoppi on poikkeus.

Tehtäväkohtaiset pistejakautumat prosentteina on esitetty taulukossa 2. Viimeinen sarake kuvaa tehtävän vaikeusastetta v.a. = tehtävän pistemäärien keskiarvo/maksimipistemäärä.

**Taulukko 2.**

tehtävät	pisteet							
	0	1	2	3	4	5	6	v.a
1	17,9	23,3	20,4	16,5	14,8	4,9	3,3	0,35
2	43,3	13,3	6,2	5,6	2,8	15,4	13,5	0,35
3	19,0	4,0	4,0	9,5	23,0	17,5	23,0	0,59
4	39,5	12,0	1,5	9,0	15,5	17,2	5,4	0,37
5	42,9	19,0	14,3	11,1	7,1	4,8	0,8	0,23
6	23,7	33,3	12,3	6,6	10,9	10,5	2,7	0,32

Vaikkakin ensimmäinen tehtävä oli perustyypiltään suoraviivainen mekaniikan sovellutus, tulos oli sängen huono. Tämä johtunee siitä, että koulukurssin yhteydessä käsitellään pääasiassa 1-ulotteista maailmaa ja laiminlyödään vektorit. Niinpä noin puolet vastaajista kirjoitti liikemäärän säilymlain muotoon  $mv_B = mv'_B + mv'_A$ , jätti suunnat huomiotta tai ilmoitti törmäyksen symmetriseksi. Toinen lähes yhtä suuri väärin vastausten joukko lähti liikkeelle oletuksesta "törmäys on

täysin kimmoisen. liike-energia säilyy ... Tätä perusteltiin mm. sillä, että "kitkakerroin on nolla", "kappaleet eivät liiku törmäyksen jälkeen yhdessä" ja "törmäyksissä liike-energia säilyy". Törmäyksen luonnetta vaivautui vain muutama pohtimaan, useimmat tyytyivät ilmoitukseen "törmäys on kimmoisen/kimmoton" ilman mitään perusteluja. Ajattelemaan vaivautuneet toki hämmästelivät liike-energian kasvua.

Toisen tehtävän ratkaisusta oli yli puolet nollan tai yhden pisteen arvoisia. Tähän oli kaksi syytä: Ratkaisun ideaa ei ollut joko oivallettu lainkaan tai sitten käsittelyssä tarvittavat lait oli muistettu väärin. Esimerkiksi Boylen laki esiintyi joissakin papereissa muodossa  $p_1/V_1 = p_2/V_2$  ja veden alla vallitsevaa painetta laskettaessa ilmanpaineen osuus unohtui varsin usein. Virheellisiä veden tiheyden arvoja esiintyi välillä  $10^{-6} \text{ kg/m}^3 \dots 10^0 \text{ kg/m}^3$ . Paljonkohan asiaa auttaisi, jos ylenmääräisen SI-perusyksiköiden pingotuksen sijasta käytettäisiin vanhaa havainnollisempaa yksikköä  $1 \text{ g/cm}^3$ , joka sentään on laillinen SI-yksikkö sekin? Ratkaisujen olisi pitänyt olla perusteltuja, kuten tehtäväpaperissa oli mainittu, mutta useimmiten perustelut puuttuivat tai olivat väärin. Minimivaatimuksena täyteen pistemäärään edellytettiin kuitenkin, että Boylen lain soveltuvuutta tehtävän tilanteeseen oli jollakin asiallisella tavalla tarkasteltu. Esitetyistä perusteluista mainittakoon mm. "pullon sisällä on ilmaa, joten vesi ei täytä yhtään pullon tilavuudesta", "pullo täyttyy kokonaan vedellä, koska veden paine on suurempi kuin ilman" ja " $p_{\text{vesi}} = \rho gh = 50 \text{ kPa}$ , joten  $p_{\text{vesi}}/p_{\text{ilma}} = 50/100$  ja vesi täyttää puolet pullon tilavuudesta".

Kolmannessa tehtävässä suhteellisen moni selvisi vielä hilavakion määrittämisestä, mutta sen jälkeen alkoivat sekaannukset. Laskettiin natriumin D-viivan eri kertalukuja, ainoastaan ensimmäisen kertaluvun spektrin kulma-alueita ja jätettiin kolmannen kertaluvun spektri tarkastelun ulkopuolelle, koska se ei näy kokonaan. Tehtävän keskiarvo oli kuitenkin kokeen selvästi paras.

Varauksen säilymiseen perustuvan oikean ratkaisu periaatteen lisäksi neljännessä tehtävässä esiintyi yleisesti kaksi virheellistä ratkaisuperiaatetta. Toisessa näistä oletettiin kondensaattorin levyjen välisen jännitteen ja toisessa energian säilyvän kondensaattoria säädettäessä. Jälkimmäistä periaatetta käyttäneet eivät yleensä muistaneet pitää kiinni näkemyksestään loppuun asti, vaan onnistuivat c-kohdassa laskemaan nolosta eroavan työn mieleensä juolahtaneiden kaavojen avulla. Nollien suuri osuus pistejakautumassa johtuu mainittujen periaatevirheiden yleisyydestä. Usein esiintyvä virhe oli myös tekijän  $1/2$  puuttuminen kondensaattorin energian lausekkeesta. Ratkaisun perusteluiksi vaadittiin, että varauksen säilyminen ja yleisen energiaperiaatteen soveltuvuus oli tuotu selkeästi esiin.

Viides tehtävä liittyi ydinfysiikkaan. Kuten taulukosta 2 voidaan havaita, tämä tehtävä meni selvästi heikoimmin. Ilmeisesti kyseistä aihepiiriä ei monissa kouluissa ehditä käsitellä lainkaan. Tyypillisimpiä virheitä olivat järjestysluvun muuttuminen väärään suuntaan a-kohdassa, gammaäteilyn paikka b-kohdan hajoamiskaaviossa ja massaeron laskeminen elektronien liike-energioiden ja gammaenergian summan avulla c-kohdassa.

Kovin ilahduttavasti ei sujunut viimeinen esseetehtäväkään. Näyttää hieman siltä, että asiakokonaisuuksien hallinta koulukurssissa hautautuu irrallisten detaljitietojen alle. Tyypillinen vastaus oli "energia säilyy aina ja liikemäärä säilyy törmäyksissä" ja tyhjää b-kohdassa. Noin neljännes vastaajista yltyi tasolle, jossa tarkasteltiin esim. liikemäärän säilymisen edellytyksiä. Energian ja liikemäärän lisäksi useimmin mainittuja säilymlakeja olivat varausta ja liikemäärämomenttia koskevat, esiintyivät joissakin vastauksissa eksoottisempia, alkeishiikkasreaktioita koskevia tuloksia. Hieman hakoteillä olivat ne, jotka väittivät mm. painopisteen, suunnan, aineen, voimien tai kaasun säilyvän. Kvantittumiskysymykseen vastanneista useimmat toivat esiin fotonikäsitteen. Elektronien energian kvantittuminen atomissa oli toinen suosittu esimerkki. Pisteittä jäivät mm. vastaukset "fotonit ovat järjestäytyneet aallonpituuksille ominaisille radoille kvantteihin" ja "valokvantit etenevät tasoaaltorintamana muodostaen valaistuksen".