

FYSIIKAN VALINTAKOKEET HELSINGIN YLIOPISTOSSA SYKSYLLÄ 1971.¹

Helsingin yliopiston matemaattis-luonnontieteellisen osaston eksaktien luonnontieteitten opintosuunnalle otetaan uusia opiskelijoita vuosittain vahvistettava määrä, joka v. 1971 oli 700. Hakemuksia jätettiin 2 158. Suoraan hyväksyttiin ne 435, joilla oli ylioppilastutkinnoissa sekä yleisarvosana laudatur että matematiikan laudatur. Muiden piti osallistua ainakin kahteen valintakokeeseen kolmesta järjestetystä: matematiikka, fysiikka ja kemia.

Fysiikan kokeeseen oli ilmoittautunut 1 693 hakijaa, joista 955 ilmaantui paikalle. Tehtäviä oli neljä sarjaa, jotka poikkesivat toisistaan vain lukuarvojen ja tehtävien järjestyksen puolesta. A-sarjan tehtävät olivat seuraavat:

1. Eräs EM-kisojen kilpailija työnsi harjoituksissa kuulaa 18,0 m. Kuulan lähtökulma oli 45° ja lähtökorkeus maanpinnasta 2,0 m. a) Kuinka suuri oli kuulan lähtönopeus? b) Millä nopeudella kuula osui maahan? ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

2. Kuun säde on $0,273 \cdot R$ ja painovoiman kiihtyvyys sen pinnalla $0,165 \cdot g$, missä R on Maan säde ja g painovoiman kiihtyvyys Maan pinnalla. Mikä on Kuun ja Maan keskimääräisten tiheyksien suhde?

3. a) Vetyatomien virittämiseen alimmalle viritystilalle tarvitaan energiaa 10,2 elektronivoltia (eV). Mikä on tämän virityksen purkautuessa syntyvän säteilyn aallonpituus? b) Berylliumydin ${}^8_4\text{Be}$ hajoaa kahdeksi α -hiukkaseksi. Laske tässä ydinreaktiossa saatujen yksityisten α -hiukkasten energia, kun isotooppien ${}^8\text{Be}$ ja ${}^4\text{He}$ atomimassat ovat 8,005308 ja 4,002604 massayksikköä (u). (sivu 2, alaosa)

4. a) Mittaritauluun on asetettu sähköliettä varten sulake, jossa on merkintä: 20 A 220 V. Kuinka suuritehoisen lieden enintään voi talouteen hankkia, b) 1,0 kW:n sähkölevyllä litra 10-asteista vettä kiehuu 11 minuutissa (normaalipaineessa). Laske hyötysuhde. c) Kuinka kauan vielä kesti ennen kuin edellisen kohdan kahvipannu kiehui kuiviin edellyttäen, että "hyöty"-suhde pysyi samana?

d) Paljonko kahvin keittäjän unohdus maksoi taloudelle, kun 1 kWh:n hinta on 10 p (eikä muuta vahinkoa tapahtunut)?

5. Kameran objektiivin polttoväli on 9,0 cm. a) Kuinka suuri pitää objektiivin säätövaran (liikkumavälin) olla, jotta kameralla voitaisiin kuvata kaikkia yli 1,2 m:n etäisyydellä olevia kohteita? b) Kuinka voimakas etulinssi tarvitaan, jotta voitaisiin ottaa kuvia 0,5 m:n etäisyydeltä? Vastaus dioptreissa. Linssit oletetaan ohuiksi. (sivu 4)

veden ominaislämpö 4,19 J/g

veden höyrystymislämpö 2,25 kJ/g

Planckin vakio $6,63 \cdot 10^{-34}$ Js

1 eV = $1,60 \cdot 10^{-19}$ J

1 u = $1,66 \cdot 10^{-24}$ g

valon nopeus 300 Mm/s

¹ Matemaattisten Aineiden Aikakauskirja **36**, 2/1972, 115-120. Ratkaisuja stilisoitu.

RATKAISUISTA:

1. tehtävä on vinon heittoliikkeen tyypillinen rutiiniesimerkki, joka ratkaistaan luontevimmin jakamalla liike tasaiseen vaakasuoraan x -komponenttiin ja tasaisesti kiihtyvään pystysuoraan y -komponenttiin:

Valitaan kuulan lähtöpiste $x = y = 0$ ja lähtöhetki $t = 0$. Merkitään alkunopeus v_0 ja sen komponentit v_{0x} , v_{0y} .

$$\text{Lähtökulma } 45^\circ \Rightarrow v_{0x} = v_{0y} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

a) Tasaisen ja tasaisesti kiihtyvän liikkeen matkan lausekkeista saadaan kuulan koordinaateiksi hetkellä t

$$(1) x = \frac{v_0 t}{\sqrt{2}}, \quad (2) y = \frac{v_0 t}{\sqrt{2}} - \frac{gt^2}{2} = x - \frac{gt^2}{2}.$$

Kuula osuu maahan pisteessä $x = 18,0$ m, $y = -2,0$ m, jolloin yhtälöstä (2) saadaan lentoaika $t = \sqrt{\frac{2(x-y)}{g}}$ ja yhtälöstä (1) edelleen lähtönopeus

$$v_0 = \sqrt{2} \frac{x}{t} = x \sqrt{\frac{g}{x-y}} \approx \underline{12,7 \text{ m/s}}.$$

b) Energiaperiaatteen mukaan kuulan liike-energia korkeudella y on $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - mgy$, josta saadaan loppunopeus,

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gy} = \sqrt{(12,7 \text{ m/s})^2 - 2 \cdot (9,81 \text{ m/s}^2) \cdot (-2,0 \text{ m})} \approx \underline{14,2 \text{ m/s}}.$$

2. tehtävä on gravitaatiolain sovellutus ja tarjoaa tilaisuuden yksinkertaiseen verrannollisuuksien hyväksikäyttöön.

Gravitaatiolain mukaan putoamiskiihtyvyys R -säteisen pallon kentässä etäisyydellä $r \geq R$ sen keskipisteestä on verrannollinen pallon massa m ja kääntäen verrannollinen etäisyyteen pallon keskipisteestä, $g \sim m r^{-2}$. Homogeenisen pallon massa taas on verrannollinen pallon tiheyden ρ ja säteen kuutioon, $m \sim \rho R^3$. Putoamiskiihtyvyydelle pallon pinnalla saadaan siten kaikkiaan verrannollisuudet $g \sim \rho R$. Putoamiskiihtyvyyksien suhde Maan ja Kuun pinnalla on siten

$$\frac{g_M}{g_K} = \frac{\rho_M R_M}{\rho_K R_K}, \text{ josta tiheyksien suhteeksi saadaan } \frac{\rho_K}{\rho_M} = \frac{g_K R_M}{g_M R_K} = \frac{0,165}{0,273} \approx \underline{0,605}.$$

3. tehtävässä tarvitaan atomi- ja ydinfysiikan peruskäsitteitä:

a) Atomin virityksen energia E purkautuessa syntyy säteilykvantti, jonka energia on Planckin lain mukaan $hf = hc/\lambda$, missä h , c , f ja λ ovat Planckin vakio, valonnopeus, säteilyn taajuus ja aallonpituus. Yhtälöstä $hc/\lambda = E$ saadaan säteilyn aallonpituudeksi

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}) \cdot (300 \cdot 10^6 \text{ m/s})}{(10,2 \text{ eV}) \cdot (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})} \approx 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx \underline{1220 \text{ \AA}}.$$

b) Einsteinin relaation mukaan massan pieneneminen ilmaisee reaktiossa vapautuvan energian. Reaktiossa ${}^8_4\text{Be} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He}$ vapautuva energia jakautuu (liikemäärän säilymlain perusteella

tasan α -hiukkasten kesken, jotka siis saavat liike-energian

$$E_{\alpha} = \frac{1}{2}(M_{\text{Be}} - 2M_{\text{He}})c^2 = \frac{1}{2}[(8,005308 \text{ u} - 2 \cdot 4,002604 \text{ u}) \cdot (1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u})] \cdot (3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = \\ \approx \underline{7,46 \cdot 10^{-15} \text{ J}} \approx \underline{46,6 \text{ keV}}.$$

4. tehtävässä on ymmärrettävä sähköenergian käyttöön ja lämpöoppiin liittyvät peruskäsitteet:

a) Merkinnät ilmaisevat, että sulake kestää enintään tehon

$$P = UI = (220 \text{ V}) \cdot (20 \text{ A}) = \underline{4,4 \text{ kW}},$$

joka on samalla hankittavan liedon tehon ehdoton yläraja.

b) Merkitään:

– sähkölevyn kuluttama teho P

– kuumennuksen hyötysuhde η ja kesto t_1

– veden massa m , ominaislämpökapasiteetti c ja lämpötilan nousu ΔT .

Kuumennukseen (= hyödyksi) käytetty osa sähköenergiaa on sama kuin veden kuumentamiseen tarvittava lämpöenergia eli tehon, hyötysuhteen ja ominaislämpökapasiteetin määritelmien mukaan $\eta Pt_1 = cm\Delta T$, josta hyötysuhteeksi saadaan

$$\eta = \frac{cm\Delta t}{Pt_1} = \frac{(4,19 \text{ kJ/kgK}) \cdot (1 \text{ kg}) \cdot (90 \text{ K})}{(1000 \text{ W}) \cdot 11 \cdot (60 \text{ s})} \approx \underline{0,57}.$$

c) Merkitään kiehumisen kesto t_2 ja veden ominaishöyrystymislämpö h .

Veden kiehattamiseen käytetty energia on sama höyrystymisen vaatima energia eli

$\eta Pt_2 = hm$, JOSTA kuiviin kiehumisen ajaksi saadaan

$$t_2 = \frac{hm}{\eta P} \approx \frac{(2250 \text{ kJ/kg}) \cdot (1 \text{ kg})}{0,57 \cdot (1000 \text{ J/s})} \approx \underline{3940 \text{ s}}.$$

d) Kaikkiaan hukkaan kulutettu sähköenergia on

$$E = P(t_1 + t_2) \approx (1,0 \text{ kW}) \cdot \frac{(11 \cdot 60 + 3940) \text{ s}}{3600 \text{ s/h}} \approx 1,278 \text{ kWh}, \text{ josta unohduksen hinnaksi tulee}$$

$$(1,278 \text{ kWh}) \cdot (10 \text{ p/kWh}) \approx \underline{13 \text{ penniä}}.$$

5. tehtävä on geometrisen optiikan piiriin kuuluva voimakkaasti idealisoitu käytännön ongelma.

Käytetään Gaussin linssiyhtälöä muodossa $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, jolloin suoraan mitattavat todellisen esi-
neen ja todellisen kuvan etäisyydet ovat fysikaalisen luonteensa mukaisesti positiiviset.

a) Kuvattava esine kaukana: $a_1 = \infty$, $b_1 = f = 9,0 \text{ cm}$.

$$\text{Esine mahdollisimman lähellä: } a_2 = 120 \text{ cm}, b_2 = \frac{a_2 f}{a_2 - f} = \frac{(120 \text{ cm}) \cdot (9,0 \text{ cm})}{120 \text{ cm} - 9,0 \text{ cm}} \approx 9,73 \text{ cm}$$

Objektiivin säätövaran pitää siis olla $b_1 \leftrightarrow b_2$, $\Delta b = \underline{0,73 \text{ cm}}$.

b) Dioptria (1 D) on linssin taittokyvyn (dioptrialuvun) $D = f^{-1}$ yksikkö $1 \text{ D} = 1 \text{ m}^{-1}$.

Lähekkäisten ohuiden linssien yhdistelmässä taittokyky on additiivinen: $D = D_1 + D_2$.

Esitetyn vaatimuksen mukaan objektiivin (1) ja lisälinssin (2) yhdistelmän polttovälin on oltava sellainen, että etäisyydellä $a = 0,50 \text{ m}$ oleva esine kuvautuu välille $b_1 \leq b \leq b_2$.

Kuvan etäisyyden ylärajalla on yhdistelmän taittovoimakkuus pienin mahdollinen

$$D_{\min} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b_2} \Rightarrow D_{2\min} = D_{\min} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b_2} - \frac{1}{f_1} = \left(\frac{1}{0,50} + \frac{1}{0,0973} - \frac{1}{0,09} \right) \text{ m}^{-1} = \underline{1,17 \text{ D}}.$$

Kuvan etäisyyden alarajalla vastaavasti pienin mahdollinen

$$D_{\max} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b_1} \Rightarrow D_{2\max} = D_{\max} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} = \frac{1}{0,50 \text{ m}} = \underline{2,0 \text{ D}}.$$

(Tehtävä on katsottu täysin oikein käsitellyksi, jos on laskettu $D_{2\min}$, vaikka sananmuoto oikeastaan edellyttäisi molempien rajojen laskemista.)

* * *

Kokeen antama tilannekuva fysiikan asemasta ja arvostuksesta kouluissamme ei ole kovin valoisa. Useiden vuosien valintakokeiden perusteella näyttää jopa siltä kuin tietämisen ja osaamisen taso olisi keskimäärin laskemassa. Tässä kokeessa ei ollut kymmentäkään osanottajaa, joiden osaamista olisi vilpittömästi voinut pitää kiitettävänä. Täysin tyhjiä papereita sen sijaan jätettiin 148. Lisäksi oli lähes saman verran niitä, joiden ainoa merkintä oli tehtävän 4a vastaus.

Muodollinen suhtautuminen on huolestuttavan yleistä. Tehtäviä käsitellään ikään kuin fysiikka olisi matematiikan alempiarvoinen haara. Tämä ilmenee monin tavoin. Käsitelytapaa ei perustella. Kaavoja ja lukuarvoja käytetään ilman mitään yhteyttä tarkasteltaviin ilmiöihin. Symbolien merkityksiä ei vaivauduta ilmoittamaan, eikä siten tulla kiinnittäneeksi huomiota siihen, mitä suuretta, tilannetta tai ilmiötä käytetyt kaavat koskevat. Esimerkiksi tehtävässä 1 käytetään nousuajan, symmetrisen heiton lentoajan ym. ajan lausekkeita sekaisin erottamatta niitä toisistaan. Tehtävässä 4 moni soveltaa Carnot'n koneen hyötysuhteen lauseketta. Gravitaatiotehtävää 2 lasketaan Coulombin lain tai atomaarisia ilmiöitä koskevien kaavojen avulla ja onnistutaan siten kytkemään vastauksiin mm. dielektrisyysvakio ja Planckin vakio.

Pelkästä formaalisesta asenteesta ei tietenkään voida veloittaa, jos tehtävä siitä huolimatta saadaan oikein ratkaistuksi. Jopa tiettyä laskennallista eleganssia voidaan ajatella liittyvän käsitteeseen, jossa heittoliikkeen radalle kirjoitetaan yleinen paraabelin yhtälö ja ratkaistaan vakiot annettujen tietojen perusteella. Tämä on kuitenkin aivan irti fysikaalisesta ajattelutavasta.

Eräissä oppikirjoissa esiintyvä miinusmerkillä varustettu linssiyhtälön muoto on myös matemaattisformaalisesti ajatteluun vetoava. Tässä kokeessa se osoittautui pedagogisesti epäonnistuneeksi. Suuri osa pyrkijöistä oli yrittänyt käyttää tätä muotoa, mutta aivan paria poikkeusta lukuun ottamatta lukuarvot sijoitettiin siihen väärin etumerkein. Alttius vastaavaan virheeseen oli sen sijaan hyvin vähäistä sovellettaessa yhtälön yllä käytettyä muotoa.

Toinen silmiinpistävä formaalisuuden osoitus on, että vastaukseksi ilmoitetaan ilman kommentteja täysin järjettömiä tuloksia. Kuula saattaa jopa ylittää äänen nopeuden tai leijailla vain pari cm/s. Joku panee urheilijaparan työntämään kuulaa 45° :n kulmassa alaspäin (oma kokemus?) ja piirtää sitten lentoradan, joka vähitellen loivenee maanpinnan suuntaiseksi. Ajankohtainen keskustelu kuu-kivistä ei ole paljon jälkeä jättänyt, kun kuuta ehdotetaan kymmeniä kertoja, jopa satatuhatta kertaa,

maata tiheämmäksi tai harvemmaksi. On syytä korostaa, etteivät kysymyksessä ole poikkeustapaukset – niihin tuskin kannattaisi kiinnittää huomiota –, vaan tällainen vieraantuminen todellisuudesta oli tässä kokeessa leimaa-antava piirre.

Numeerisiin virheisiin ei arvostelussa kiinnitetty huomiota, ellei tulos niiden johdosta muodostunut mielettömäksi. Vain tehtävän 4a kertolasku vaadittiin oikein suoritetuksi. Vähänkin mielekkäisiin likimääräistyksiin suhtauduttiin suopeasti, esimerkkinä vaikkapa useilla esiintynyt yritys yksinkertaistaa laskuja korvaamalla symmetrisen liikkeen ylittävä kuulun lentoradan osa suoralla, joka ymmärrettävästikään ei vaikuta paljon lopputuloksiin.

Vuoden 1972 valintakokeen kautta on jälleen päätetty ottaa 700 uutta opiskelijaa matematiikan, fysiikan ja kemian opintosuunnalle. Päätöksen mukaan tähän lukuun eivät sisälly suoraan hyväksyttävät, joten tänä vuonna pääsy on otaksuttavasti viimevuotista helpompaa. Pyrkijöiden saattaisi kuitenkin olla hyvä harkita, millainen valmistautuminen on tarkoituksenmukaista. Fysiikka ja kemia antavat yhtä arvokkaita pisteitä kuin matematiikkakin, huolimatta siitä että ne ovat koulussa aivan toisarvoisessa asemassa. Ja ainakin nyt esitellyssä kokeessa olisi pieni fysiikan ennakkoharrastus tehnyt helpoksi selvänkin piste-eron saavuttamisen keskimääräiseen tasoon verrattuna.

* * *