Professori *Kaarle Kurki-Suonio*
Helsingin yliopisto
Fysiikan laitos

KAAVATAUTI – OIREET, HOITO JA EHKÄISY[1]

Fysiikan opetuksen päätavoitteena on aina **luonnonilmiöiden ymmärtäminen perusluonnonlakien avulla.** Tähän liittyy monia erilaisia sivu-, osa-, apu- ja seuraustavoitteita, kuten ilmiöiden, teorioiden ja niiden sovellutusten tunteminen, kaavojen ja välineiden käyttöön sekä mittausmenetelmiin harjaantuminen. Fysiikkaan kyllä kuuluvat olennaisesti 1: **ilmiöt** ja niiden tutkiminen mittaamalla ja 2: **teoriat** kaikkine kaavoineen, mutta kumpikaan yksin ei ole fysiikkaa. Fysiikka merkitsee näiden kahden osapuolen välistä vastaavuutta. Tämän tuntemisesta seuraa 3: **sovellutusten** mahdollisuus ja niiden hallinta.

Fysiikka on **luonnontied***e*, jonka kieli on **matematiikka.** Siksi kaavat ovat fysiikassa välttämättömiä, mutta eivät pääasia. Kaikista opetuksen virheistä yleisin ja turmiollisin on KAAVATAUTI, joka on saastuttanut kaikki fysiikan opetusahjot alimmasta ylimpään kaikkialla maailmassa. Aina, kun fysiikkaa opetetaan, opitaan, puhutaan tai kirjoitetaan pelkkinä kaavoina irrallaan mitattavista suureista ja havaittavista luonnonlaeista, on kysymyksessä kaavatauti.

Esimerkki, jossa lukijaa pyydetään katsomaan mielikuvituksensa silmin opettajaa liitu kädessä taulun ääressä:

Johdamme tällä tunnilla liikemäärän säilymislain.

Newtonin kolmannen lain mukaan	$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$.
Kerrotaan tämä Δt:llä, saadaan	$\boldsymbol{F}_1\Delta t = -\boldsymbol{F}_2\Delta t$.
Newtonin toisen lain mukaan	$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, jossa $\boldsymbol{a} = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta \mathrm{t}$
niin että voimmekin kirjoittaa	$\boldsymbol{F}\Delta t = m\Delta\boldsymbol{v}$.
Sijoittamalla tämä edelliseen saadaan	$m_1\Delta\boldsymbol{v}_1 = -m_2\Delta\boldsymbol{v}_2$,
siirtämällä termit samalle puolelle	$m_1\Delta\boldsymbol{v}_1 + m_2\Delta\boldsymbol{v}_2 = 0$
yhdistämällä	$\Delta(m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2) = 0$
ja määrittelemällä kokonaisliikemäärä	$\boldsymbol{p} = m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2$
saadaan liikemäärän säilymislaki	$\Delta\boldsymbol{p} = 0$.

Kun olen näin puhuen ja kirjoittaen esittänyt tämän esimerkin, on minulle jälkeenpäin huomautettu, että on viisainta sanoa selvästi tämä parodia parodiaksi – muuten kuulijat eivät ehkä huomaa mitään erityistä. Tuossa esityksessä ei kuitenkaan ollut hiventäkään fysiikkaa, sillä **pelkkä kaava on tyhjä**, eikä sen nimen mainitseminen paranna asiaa.

Kaavatauti on salakavalasti hiipivä sairaus. Sen yleisenä oireena on viattomalta tuntuva KAAVAKÖHÄ. Nopeuttaaksemme esitystä puhumme symboleilla ja kaavoilla suureiden ja luonnonlakien sijaan. Asiansa tuntevien ammatti-ihmisten kesken tällainen ilmaisu on normaalia eikä aiheuta vahinkoa, jos sen puutteellisuus tiedostetaan. Opetuksessa sen sijaan tällainen pienikin jatkuva huoli-

[1] Matemaattisten Aineiden Aikakauskirja **44**, **3**/1980, 147-153. Artikkeli on myos kirjan "Fysiikan merkitykset ja Rakenteet" lukuna 1.1.5.

mattomuus on turmiollista, koska oppilas ei vielä tunne fysiikkaa. Kaavaköhäisen opettajan puheesta hän ei siten saa ensimmäistäkään kosketusta siihen, vaan alkaa luulla kaavoja fysiikaksi ja fysiikkaa kaavoiksi.

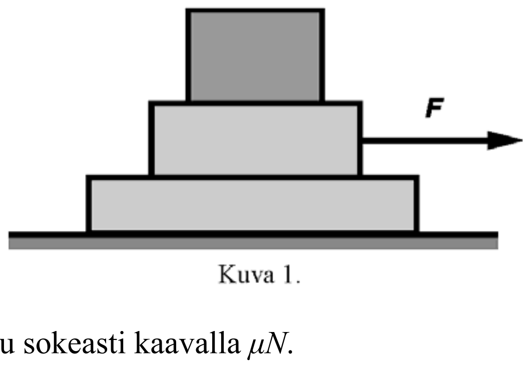
On perusteellisesti väärin opettaa, että Newtonin II laki on $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ tai että Coulombin laki on $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_1Q_2}{r^2}$. Eiväthän luonnonlait ole merkkijonoja, vaan kokeellisesti todettavia säännönmukaisuuksia, jotka koskevat tiettyjä luonnonobjekteja, havaittavia ilmiöitä ja mitattavia suureita tietyissä olosuhteissa, tietyin edellytyksin ja tietyllä rajallisella tarkkuudella.

Kysymykseen "Mikä on liike-energia?" annettu vastaus $\frac{1}{2}mv^2$ oikein arvosteltuna ansaitsee 0 pistettä. Ensinnäkin liike-energia ei ole merkkiyhdistelmä, vaan aina johonkin fysikaaliseen systeemiin liittyvä suure. Toiseksi, liike-energiaa ei ylimalkaan voi määritellä tiettyjen perussuureiden lausekkeena, johdettuna suureena. Kolmanneksi, tämä nimenomainen lauseke silloinkin, kun sen symbolit asianmukaisesti määritellään, on käyttökelpoinen vain tietyissä erityistapauksissa. Se saadaan massapisteen liike-energiaksi tai esimerkiksi jäykän kappaleen etenemisliikkeen energiaksi, kun m on kappaleen massa ja v sen massakeskipisteen nopeus, klassiseksi mekaniikaksi kutsutussa teoriassa, jolla on tietty rajallinen pätevyysalueensa.

Kaavatauti pahenee nopeasti. Erityisen herkästi se leviää silmiin. Siellä se aiheuttaa KAAVAKAIHIN, pelkistä kaavoista koostuvan kasvaimen, joka johtaa täyteen fysikaaliseen sokeuteen. Fysikaalinen todellisuus peittyy kaavojen taakse, kokonaan pois näkyvistä. Niinpä sen olemassaolokin vähitellen unohtuu ja alamme luulla katsovamme fysiikkaa nähdessämme vain kaavaröykkiön, joka kaavakaihina peittää fysiikan näkyvistä. Alamme opettaa ja oppia pelkkiä kaavoja huomaamatta enää edes tarvetta kytkeä niitä ilmiöihin. Emme havaitse enää mitään outoa, parodisuudesta puhumattakaan, edellä olevan esimerkin tapaisessa esityksessä.

Jossakin määrin fysikaalisten probleemien ratkaiseminen voi silti vielä onnistua oppilaalta. Koulutettu opettaja toki laatii tehtävät opetusta vastaavasti. Jos opetetaan kaavoja, kysytään kaavoja. Kyllä niitä oppii. Mutta fysiikka on aivan olennaisesti muuta kuin alkeisalgebran harjoitustehtävien lähde. Mitä pidemmälle edetään, sitä vaikeammaksi tilanne kuitenkin kehittyy. Irrallisten sisällyksettömien kaavojen kasvavasta valikoimasta on yhä vaikeampaa löytää sitä oikeaa, jonka kirjaimet vastaavat tehtävän suureita. Tai paremminkin valintamahdollisuuksia on liikaa, sillä symbolien ja suureiden vastaavuus ei ole kääntäen yksikäsitteinen. Koepaperissa voi lukea esimerkiksi: "kvantin energia on mgh, missä h on Planckin vakio", kuten joskus Helsingin yliopiston valintakokeissa, tai voidaan toiveikkaasti laskea nestemäisen veden ominaisuuksia ideaalikaasun tilanyhtälön avulla, kuten Tampereen teknillisestä korkeakoulusta on valitettu.

Toisaalta kaavakaihi voi tehdä mahdottomaksi aivan yksinkertaisenkin kaavan järkevän käytön. Muistetaan esimerkiksi, että kitkan yhteydessä esiintyy lauseke μN, kitkakerroin kertaa normaalituki. Tätä sitten käytetään suruttomasti kitkavoiman lausekkeena myös systeemin lepotilassa:



Kuva 1.

Mekaniikan laudaturkurssilla oli koetehtävänä probleema, jossa oli vaakasuoralla alustalla päällekkäin kolme kappaletta levossa. Keskimmäistä alettiin vetää vaakasuoralla vakiovoimalla eteenpäin. Tehtävässä eri kosketuspintojen kitkavoimia kuvattiin yksinkertaisesti kitkakertoimilla. Tilanne oli siten valittu, että kitka riitti pitämään alimman kappaleen levossa. Tilastollisesti merkittävä osa osanottajista ilmoitti vastauksena sen kiihtyvyydelle negatiivisen arvon – se siis lähtisi liikkeelle **taaksepäin** – vain koska lepokitkan arvo oli laskettu sokeasti kaavalla μN.

Kaavakaihi estää myös näkemästä saatujen tulosten älyttömyyttä. Mainittuun laudaturkurssin koetehtävään tarjottiin vastauksia, jossa tehtävän kolmella päällekkäisellä kappaleella oli **erisuuria pystysuoria** kiihtyvyyksiä.

Erityisen hämäävää kaavakaihipotilaalle on, että täsmälleen sama kaava voi merkitä olennaisesti eri asioita. Tällainen on esimerkiksi kaava $v = \omega r$ eli nopeus = kulmanopeus × säde. Se voi esittää kulmanopeudella ω pyörivän kappaleen pisteen ratanopeutta etäisyydellä r akselista, tai se voi olla r-säteisen kappaleen keskipisteen nopeutta ja kulmanopeutta sitova vierimisehto tasaisella alustalla.

Kaavataudin erilaisia ja eriasteisia oireita voisi luetella loputtomiin. Tauti etenee yleensä varsin nopeasti KAAVAHALVAUKSEN asteelle. Tällöin potilas on menettänyt jo täysin kyvyn ajatella kaavojen merkitystä ja sisältöä. Taudin kuvaan kuuluvat tässä vaiheessa kohtaukset, joita esiintyy tyypillisesti koe- tai tenttitilanteissa. Potilaalla esiintyy hikoilua ja vapinaa. Hän käyttäytyy kuumeisen hermostuneesti ja tuhrii paperin täyteen erilaisia kaavoja, joista joillakin saattaa olla näennäinen yhteys asetettuun tehtävään.

Tässä taudin vaiheessa potilaan tila on jo yleensä toivoton. Erityisen traagista on, jos asianomainen kehittyneestä taudistaan huolimatta on ajautumassa fysiikan opettajan uralle. Tauti on nimittäin kuolemaksi, se johtaa väistämättä fysiikan harrastuksen ja fysiikan KAAVAKUOLEMAAN asianomaisen elämässä. Silloin hän joutuu, niin sanoaksemme, elävänä ruumina tekemään työtä, jota hän ei voi tuntea omakseen, eläen jatkuvasti pelossa, että oppilaat ja kanssaopettajat huomaavat hänen tilansa.

On myös osoittautunut mahdolliseksi, että formaalisesti lahjakkaat yksilöt kaavataudistaan huolimatta edistyvät opinnoissaan jopa tutkija-asteelle. Taudin viimeisenä vaiheena heillä on krooninen KAAVARIPULI, jonka kohtauksia opiskelijat ja tutkijatoverit joutuvat seuraamaan erilaisissa seminaareissa ja kollokvioissa.

Kaavatautiepidemian leviäminen kaikkialle on ymmärrettävää siksi, että tauti on erittäin tarttuva: "Opetan kuten minua on opetettu." Sen kaikki vaiheet ovat tarttuvia. Erityisesti opettajat ovat **taudinkantajia**, vaikka eivät itse potisikaan mitään akuutteja vaiheita. Yksinkertaisesti, **laskeminen on helppoa, fysiikka vaikeaa**. Väsyneenäkin on helppoa kirjoittaa kaava, johtaa siitä parilla laskutoimituksella toinen kaava ja antaa tämä uudeksi läksyksi. Opetus tuntuu tällä tavalla sujuvan kevyesti, vähällä vaivalla ja pienellä energiankulutuksella, vaikka oikeastaan on kysymyksessä opetustehtävän laiminlyönti elegantilla, ulospäin näkymättömällä tavalla. Opetettava fysikaalinen ajatus tuntuu työläältä tai vaikealta. Niinpä sitä ei jakseta, viitsitä tai uskalleta edes sivuta, vaan kätketään se piiloon kaavan taakse.

$\boxed{E > V_0}$ Kaikki laskut kuten kuopalle. Ainoa ero $V_0 \to -V_0$

$$x < -a \qquad | \ |x| < a \ | \ x > a \Rightarrow q < k \ .$$

$$\Psi_+ = \{ Ae^{ikx} + B_+e^{-ikx} \ ; \ 2C_+\cos qx \ ; \ B_+e^{ikx} + Ae^{-ikx} \}$$

$$\underline{\Psi_- = \{ Ae^{ikx} + B_-e^{-ikx} \ ; \ 2C_-\sin qx \ ; \ -B_-e^{ikx} - Ae^{-ikx} \}}$$

$$\Rightarrow \Psi_+ = \{ 2Ae^{ikx} + (B_+ + B_-)e^{-ikx} \ ; \ 2[C_+\cos qx + C_-\sin qx] \ ; \ (B_+ - B_-)e^{ikx} \}$$

$$B_+ + B_- = 2Ae^{-2ika}\frac{(k^2-q^2)\sin 2qa}{[(q^2+k^2)\sin 2qa + 2iqk\cos 2qa]} \ ; \quad B_+ - B_- = 2Ae^{-2ika}\frac{2ikq}{[\quad]}$$

$$R = \frac{|B_+ + B_-|^2}{4|A|^2} = \frac{(k^2-q^2)^2\sin^2 2qa}{\{(q^2+k^2)^2\sin^2 2qa + 4q^2k^2\}} \ ; \ T = \frac{|B_+ - B_-|^2}{4|A|^2} = \frac{4k^2q^2}{\{\quad\}} = 1 - R$$

YHÄ TRANSMISSIORESONANSSI, KUN $E - V_0 = E_n = \dfrac{\hbar^2 k_n^2}{2m}$; $k_n = n \cdot \dfrac{\pi}{2a}$

$\boxed{0 < E < V_0}$ Tulokset saadaan edellisistä sijoittamalla $q = i\kappa$

$$\Rightarrow \cos qx = \cosh \kappa x \ ; \ \sin qx = i \sinh \kappa x$$

$$\Rightarrow B_+ + B_- = 2Ae^{-2ika}\frac{(k^2+\kappa^2)i\sinh 2\kappa a}{[i(q^2-\kappa^2)\sinh 2\kappa a - 2k\kappa\cosh 2\kappa a]} \ ; \quad B_+ - B_- = 2Ae^{-2ika}\frac{-2k\kappa}{[\quad]}$$

Kuva 2

Laiskuus, väsymys tai itseluottamuksen puute eivät ole ainoa syy kaavataudin levittämiseen. Opettaja voi olla taudin kantaja, vaikkei hänellä itsellään sen oireita olisikaan selvästi näkyvissä, ellei hän erityisesti näe vaivaa sen ehkäisemiseksi. Käy vain niin, että esityksestä taulun tai piirtoheittimen äärellä jäävät helposti vain kaavat näkyviin. Ilman opettajan vaivannäköä ja ponnistusta opiskelijan muistiinpanot näyttävät tunnin jälkeen parhaimmillaankin täsmälleen samanlaisilta kuin opettajan liitutaulu tai piirtoheitinkalvo, esimerkkinä ote omista kvanttimekaniikan laudaturluennoistani (kuva 1.2). Vaikka enkelten kielillä puhuisi, sanaakaan selityksistä, tulkinnoista ja huomautuksista ei hevin kirjoiteta muistiin.

TYÖN TEORIA

$v = \frac{ds}{dt} \qquad dt = \frac{1}{v}ds$

v on suoran kulmakertoimen käänteisluku

$\lambda = \frac{v}{f}$

teoreettinen äänen nopeus:

n = 1,4

R = 8,31 J/Kmol

M = 28,96 g/mol

$v = \sqrt{\frac{nRT}{M}}$

Kuva 3

Oppilaalla on siis luonnostaan huono kaavataudin vastustuskyky. Kaava on helppo muistaa ja lyhyt kirjoittaa. Aina ei ehdi, viitsi tai jaksa ja lopulta ei osaa kiinnittää huomiota sen sisältöön, pätevyysalueeseen ja sensellaiseen. Ohessa on tyylipuhdas näyte, sivu approbaturopiskelijan työselostuksesta. (kuva 3.)

Toisena esimerkkinä on tyypillinen valintakoetehtävän ratkaisu, jäljennös vastaajan paperista (kuva 1.4). Kysymyksessä on kesän 1979 kokeiden lämpöopin tehtävä[2], (vrt. [76]). Kalorimetrissä olevaan veteen tuotiin jäätä, ja kysyttiin lopputilaa. Tehtävä oli siten asetettu, ettei veden lämpö riittänyt sulattamaan kaikkea jäätä. Kaavataudin oireet näkyvät kahdella tavalla: Esitys koostuu pelkistä kaavoista (kaavaköhä) ilmaisematta millään tavoin, miten ne liittyvät tehtävän fysikaaliseen tilanteeseen. Ratkaisun periaatetta ei ole mainittu sanallakaan, eikä yhdenkään kaavan tai symbolin merkitystä ole todettu. Toiseksi vastaus on järjetön, mutta kun vain kaavat ja algebralliset suoritukset ovat olleet mielessä, ei tätä ole nähty (kaavakaihi). Kaavat ovat kuitenkin oikeita, joten armon on annettu käydä oikeudesta ja suoritus on palkittu kahdella pisteellä kuudesta.

m_1 = 76 g $\qquad$ m_2 = 24 g $\qquad$ c = 4,2 J/gK

t_1 = 295 K = 22°C $\qquad$ t_2 = 273 K = 0°C $\qquad$ s = 334 J/g

t_3 = ? $\qquad$ C_{kal} pieni

$Q_1 = m_1c(t_1 - t_3)$ $\qquad$ (ei tarv huomi.)

$Q_2 = m_2s + m_2c(t_3 - t_2)$

$Q_1 = Q_2$

$m_1c(t_1 - t_3) = m_2s + m_2c(t_3 - t_2)$

$m_1ct_1 - m_1ct_3 = m_2s + m_2ct_3 - m_2ct_2$

$$t_3 = \frac{m_1ct_1 - m_2s + m_2ct_2}{m_1c + m_2c}$$

$$= \frac{76\text{ g}\cdot 4{,}2\text{ J/gK}\cdot 295\text{ K}\cdot 24\text{ g}\cdot 334\text{ J/g} + 24.4\cdot 2.273}{76\text{ g}\cdot 4{,}2\text{ J/gK} + 24\text{ g}\cdot 4{,}2\text{ J/gK}}$$

= 270,6 K .

V: kalorimetrissä oleva seos on lämpötilassa 270 K

Kuva 4

Kaavataudin tarttuvuudesta johtuu, että sen ehkäisy ja hoito vaativat äärimmäistä huolellisuutta ja jatkuvaa varuillaan oloa. Tärkeintä on muistaa, että kaavan tarkoitus on selventää ja täsmentää

[2] Kalorimetriin, jossa on 76 g vettä lämpötilassa 295 K, tuodaan 24 g sulamispisteessä olevaa jäätä. Veden ominaislämpökapasiteetti on 4,2 J/gK ja jään sulamislämpö 334 J/g. Määritä lopputilanne kalorimetrissa. Kalorimetrin lämpökapasiteetti on hyvin pieni.

todettuja lainmukaisuuksia, ei kätkeä niitä. Tätä yleistä periaatetta voidaan täydentää monillakin yksityiskohtaisilla hoito- ja ehkäisyohjeilla:

Älä kaavaköhi! Puhu laeilla ja suureilla, älä kaavoilla ja symboleilla. Ankkuroi alusta lähtien jokainen kaava, jokainen lauseke ja symboli huolellisesti fysikaaliseen taustaansa. Sido se reaaliseen systeemiin ja mitattaviin suureisiin, ja kiinnitä huomio sen pätevyysalueeseen ja käytön edellytyksiin. Malta ja uskalla ajatella, ja pyri esittämään kaavaan sisältyvä fysikaalinen ajatus. Älä harhaudu kuvittelemaan, että fysikaalinen täsmällisyys edellyttää esityksen lyhyyttä ja matemaattisuutta. Päin vastoin, lyhyys merkitsee useimmiten olennaisen unohtamista.

Älä anna oppilaitten kaavaköhiä! Vaadi heiltäkin luonnonlakeihin ja fysikaalisiin suureisiin perustuvaa esitystä. Tehtävien käsittelyssä on periaatteen esittäminen ja sen käytön perustelu selvästi arvosteltava tärkeimmäksi. Algebran taitojen puutteesta voi kannella matematiikan opettajalle, mutta se ei välttämättä ole raskauttavaa fysiikan ymmärtämisen kannalta. Myös symbolien määrittelyt on aina vaadittava, ettei niiden välttämättömyys unohtuisi.

Älä herkistä oppilaita kaavataudille! Varo symbolien käyttöä tehtävän asettelussa. Ne vetoavat väärään opiskelutekniikkaan. Ne houkuttelevat muistelemaan kaavoja, joissa samat symbolit sattuisivat esiintymään, kun pitäisi ryhtyä tarkastelemaan esitettyä fysikaalista tilannetta ja ajattelemaan siihen liittyviä lainalaisuuksia. Kaukainen esimerkki ajalta, jolloin voiman symbolina esiintyi *K* niin kuin Kraft: Olipa kerran tehtävä, jonka yksi ainut oppilas oli ratkaissut oikein. Voitonriemuinen selitys: "Emmä siitä mitään ymmärtänyt, mut sit mä muistin, että kotitalous = maanviljelys, ja se sopi."

Ehkäise kaavataudin kehittymistä! Pyri asettamaan fysikaalisia probleemoja, ja jätä laskutehtävien antaminen matematiikan tunneille. Fysiikan tehtävissä ei laskemista voi välttää, mutta tarpeetonta algebrallista temppuilua voi. Ymmärtämiskomponentin voi liittää tehtäviin eri tavoin. Mainittu kalorimetritehtävä on yksi tyyppiesimerkki: koneellinen kaavojen käyttö antaa mahdottoman tuloksen. Samoissa valintakokeissa oli myös tehtävä, jossa piti tuntea valosähköinen ilmiö[3]. Näennäisesti myös sen c-kohta oli laskutehtävä, mutta jos oli ymmärtänyt ilmiön selityksen periaatteen, oli vain kaksi mahdollista vastausta valittavaksi ilman laskuja.

Tällaisten ymmärtämisansoja kätkevien erityisten tehtävätyyppien keksiminen on kuitenkin sinänsä tarpeetonta. Oveluutta ei tehtävien suunnittelussa kaivata. Riittää harkita, minkä periaatteen ymmärtämistä haluaa testata, ja antaa yksinkertainen suoraviivainen ja todellista tilannetta mahdollisimman hyvin vastaava probleema. Mutta **ymmärtämistä voidaan tällöin testata vain, jos pelkkien kaavojen esittämistä ei hyväksytä vastaukseksi!** Opettajan itsesäilytysvaiston pitäisi herätä. Ei koesuorituksen arvostelijan tehtävänä ole yrittää tulkita kirjoitettuja kaavoja ja etsiä niiden taakse kätkettyjä mahdollisia oikeita tai vääriä periaatteita. Ilmaisematon periaate on käyttämätön periaate. Arvostelustani on joskus tässä suhteessa valitettu puolustautuen: "Kyllähän professori tietää, mitä nämä kaavat merkitsevät ja mitä periaatetta ne esittävät." Tällöin on kokeen tarkoitus ymmärretty väärin. Se ei ole tilaisuus, jossa opiskelija opettaa opettajaansa, vaan koe, jossa opettaja testaa, **tunteeko oppilas** fysikaaliset periaatteet.

Esitä ilmiön, luonnonlain tai suureen luonne aina (ensin) ilman kaavoja. Se on vaikeampaa, mutta vain siten voit tuoda esille sen varsinaisen sisällön. Kaava, kun (jos) se esitetään, saa tällöin oikean tehtävänsä esityksen täsmentäjänä. Voit harjoitella vaikkapa Maxwellin yhtälöillä.

Pidä mielessä ja **tuo esiin kaavan pätevyysalue**. Selvitä, millaisille systeemeille ja ilmiöille se on voimassa, mitä olosuhteita se edellyttää ja minkä teorian tai mallin yhteyteen se kuuluu. Tällöin tulee näkyviin kaavojen hierarkia, niiden keskinäinen tärkeysjärjestys.

Kiinnitä erityistä huomiota **suureiden asianmukaiseen määrittelyyn.** Suure saa fysikaalisen merkityksensä vain, kun on ilmaistu systeemi tai ilmiö, johon se liittyy. Usein myös liittymistapa on olennainen. "Voima" ei riitä. Tarvitaan ainakin kappale, mahdollisesti piste, johon se vaikuttaa. Sitä paitsi voima voi olla nk. kokonaisvoima tai aiheutua tietystä vuorovaikutuksesta, se voi olla sys-

---

[3] Yksivärinen homogeeninen valo osuu kohtisuorasti metallipintaan, jonka pinta-ala on 10 cm^2. Valon aallonpituus on 590 nm ja intensiteetti 1,5 kW/m^2. Kuinka - a) paljon energiaa voi levyyn korkeintaan absorboitua, b) monta fotonia osuu levyn pintaan, c) monta fotoelektronia säteily voi enintään irrottaa metallipinnasta - 5 s:n aikana, kun elektronien irrotustyö metallista on 2,5 eV?

teemin sisäinen tai ulkoinen voima jne. Hitausmomentti on aina tietyn kappaleen ominaisuus tietyn akselin suhteen. Momentti on tiettyyn kappaleeseen vaikuttava ja tietyn pisteen suhteen määritelty. Työ on aina tietyn voiman tekemä tai tiettyä voimaa vastaan tehty työ sen kappaleen liikkuessa, johon voima vaikuttaa. Matin tai Pekan tekemä työ ei sellaisenaan merkitse mitään. Jos tarkoitetaan esimerkiksi painovoimaa vastaan tehtyä työtä, se on sanottava. Huolellisuus määrittelyissä muistuttaa siitä, että suure on jotakin fysikaalista eikä pelkkä symboli tai lukuarvo ja yksikkö. Riittämätön määrittely on kaavataudin itiö.

Tottumus tietyllä tavalla yksinkertaistettuihin erikoistapauksiin on myös kaavataudin akuutti oire ja tarttuva. Usein on tapana jättää **tehtävän fysikaalinen tilanne** määrittelemättä vain olettaen, että tehtävän olosuhteet ovat jotakin totunnaista tyyppiä. Tästä aiheutuu hankaluuksia ensin sen tähden, ettei oppilaalla ole vielä opettajan tyyppitottumuksia. Sen varsinainen vaara on kuitenkin periaatteellinen. Riittämätön määrittely merkitsee, että pyydetään käyttämään kaavoja antamatta edes mahdollisuutta ajatella niiden merkitystä ja pätevyysaluetta. (Määrittelyn tarkkuusasteessa on luonnollisesti noudatettava myös tervettä harkintaa.) Asian luonteesta voi saada kuvan miettimällä esimerkkinä tehtävätyyppiä: "Sylinteri liikkuu alustalla..." Mitkä sylinterin, liikkeen, alustan täsmennykset ovat tarpeen?

Lopuksi kiinnitän huomiota **kaavojen erilaisiin tehtäviin.** Voidaan erottaa ainakin neljä eri lajia!

Kaava voi esittää johdetun suureen **määritelmää.** Esimerkkinä hiukkasen nopeus $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t$, voiman momentti origon suhteen $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$, kappaleen tiheys $\rho = m/V$ ja liikemäärä $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$.

Kaavalla voidaan ilmaista suureen **lauseke** tai **arvo** tarkasteltavassa tilanteessa tai tietyssä teoriassa. Esimerkiksi $F = 2$ N, $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{r}$, $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$.

Kaava voi esittää luonnonlakia, aitoa **teoreettista relaatiota**, jonka perusteella voidaan laskea ennusteita. Esimerkkeinä liikeyhtälöt: Newtonin II laki, Maxwellin yhtälöt, Schrödingerin yhtälö jne., tai vaikka jonkin termodynaamisen systeemin tilanyhtälön malli. Niilläkin on tietysti rajallinen pätevyysalueensa.

Näiden kolmen kategorian rajat ovat jossain määrin tulkinnanvaraiset.

Neljännen, periaatteessa hyvin mielenkiintoisen kaavaluokan muodostavat saman ilmiön eri **mallien väliset yhteydet.** Selvimmän esimerkin tarjoavat de Broglien ehdot. Kaavat $\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}$ ja $E = \hbar\omega$ esittävät hiukkas- ja aaltomallin välistä yhteyttä, joka aiheutuu siitä, että näillä malleilla esitetään samaa ilmiötä.

Fysiikan opetusta moititaan useimmiten liiasta teoreettisuudesta. Syytöksellä on väärä osoite, sillä **ymmärtäminen = teoria**. Moitteen oikea kohde on KAAVATAUTI, joka surkastaa teorian pelkiksi kaavoiksi, riistää siltä sisällön, estää ymmärtämisen ja tuhoaa mielenkiinnon. Fysiikan opetuksen kehittämisen ensimmäinen ja tärkein päämäärä on tehokkaan rokotteen kehittäminen kaavatautia vastaan. Vasta sen jälkeen fysiikka oppiaineena voi saavuttaa ansaitsemansa yleisen mielenkiinnon.