

Kaarevuudesta fysiikanopetuksen periaatteisiin *

Olen kovin imarreltu siitä, että Hannu Korhonen, suuresti arvostamani kokenut matematiikan (ja fysiikan) opettaja, kokee didaktisen ajattelumme juoksevan samaan suuntaan. Hänen vastineensa (eDimensio 12.04.2012) kaarevuutta koskevaan lyhyeen kirjoitukseeni (Dimensio 3/2012) viittaa kuitenkin ehkä merkittäviinkin eroihin ajatustavoissamme. Ainakaan *en missään olosuhteissa pidä väärin opettamista didaktisesti oikeutettuna*, kuten HK näyttää esittävän. Vedotessaan fysiikanopetuksen suuriin periaatteisiin hän antaa aiheen epäillä, että meillä on vähän erilaisia käsityksiä myös

- arkikielen ja terminologian rooleista opetuksessa,
- fysiikan käsitteenmuodostuksen luonteesta
- siitä, mikä on abstraktia ja mikä konkreettista, sekä
- matematiikan ja fysiikan suhteesta.

Nämä ovat olleet noin neljännesvuosisadan ajan didaktisen fysiikan opetukseni keskeisiä läpäiseviä teemoja, joihin ei tällaisen keskustelun puitteissa ole mahdollista paneutua syvemmin. Joitakin reunahuomautuksia haluan kuitenkin esittää lähtökohtana olleen suppean aiheen valossa.

Keskeis- ja normaalikiikkyvyys. HK liioittelee. Näiden käsitteiden sekoittaminen ei ole "fysiikan oppijärjestelmän näkökulmasta" "paha virhe". Onpahan vain huolimattomuus kieltä, jossa arkiajattelu pääsee hämärtämään fysiikan käsitteiden merkityksiä. Hän selittää käyttävänsä termiä "keskeiskiihtyvyys" jonkinlaisessa arkimerkityksessä. Esimerkit, joihin hän sen liittää, ovat tilanteita, jotka muodostavat keskipakovoimankin arkimielikuvan havaintoperustan. Kuten olen joskus selvittänyt (*Neljä keskipakovoimaa*. Dimensio 60 1/96), "keskipakovoima" on fysikaalinen termi, kuten keskeisvoima ja keskeiskiihtyvyydenkin. Näiden sanojen käyttö fysiikan opetuksessa muissa kuin oikeissa merkityksissä aiheuttaa helposti sekaannuksia ja ymmärtämisvaikeuksia.

Kuten HK huomauttaa, arkiajattelu ja arkikieli ovat väistämättä opetuksen lähtökohta. Tämä ei kuitenkaan saa merkitä niiden siirtämistä fysiikkaan. Opettajan on niistä lähtien ja niitä käyttämällä rakennettava fysiikan käsitteiden oikeita merkityksiä. Oppilasta on opastettava jäsentämään hahmotusperustaansa, tekemään sitä koskevia täsmentäviä kysymyksiä ja tulkitsemaan uudelleen arkisia mielikuviaan. Häntä on autettava hahmottamaan keskipakovoimakin kappaleen hitauden ilmenemismuodoksi, johon vuorovaikutuksen voimakkuutta esittävä voiman käsite ei sovellu. Keskeiskiihtyvyys puolestaan ei ole arkikielen sana lainkaan. Miksi opettaja istuttaisi sanan oppilaiden tajuntaan ensin jossakin arkimerkityksessä, josta sitten pitäisi taistella irti?

Mekaniikan ilmiömaailman perushahmotuksessa voimien tunnistaminen perustuu vuorovaikutusten erilaisten luonteiden hahmottamiseen. Siihen voimien terminologisen nimeämisenkin tulisi nojata. (*Voimat, vuorovaikutukset ja työ*. Dimensio 58, 2/2000.)

Jako etä- ja kosketusvoimiin on tärkeä perusluokitus. *Keskeisvoiman käsite on mahdollinen vain etävuorovaikutuksista puhuttaessa*. Se tarkoittaa voimaa, joka vuorovaikutuksen luonteen (lain) perusteella suuntautuu aina samaan pisteeseen, "voimakeskukseen".

Voimat, jotka rajoittavat kappaleen liikkeen tietylle ratakäyrälle (tai pinnalle), perustuvat kappaleen kosketusvuorovaikutukseen ratakäyrää (tai pintaa) määrittävän aineellisen osapuolen kanssa. *Kosketus on kosketusta yhdessä kohdassa*. Radan muodolla kokonaisuutena ei ole mitään merkitystä kosketusvuorovaikutuksen muodostumistavassa. Ei kosketukseen liity mitään "voimakeskusta", jonka perusteella keskeisvoiman ja keskeiskiihtyvyyden käsitteitä voitaisiin perustellusti käyttää. Kosketusvuorovaikutuksen kannalta ympyrä on satunnainen erityistapaus. "Keskeiskiihtyvyyden" käyttäminen tässä yhteydessä on, ellei nyt "oppijärjestelmän kannalta paha virhe" niin ainakin huolimattomuus arkiajattelua.

Langan päässä pyöritettävä kappale sopii kyllä jossakin suhteessa keskeisliikkeen havainnollistamiseen, mutta se testaa opettajan kykyä auttaa rakentamaan fysiikkaa arkihahmotuksen pohjalta. Vuorovaikutusta ja sen aiheuttamaa "keskeisvoimaa" vastaa jännittynyt lanka, joka pakottaa kappaleen "pysymään radallaan". Voimakeskusta vastaa pyörittäjän käsi, "vuorovaikutuksen" toisena osapuolena. "Vuorovaikutuksen" kuitenkin välittää kosketusvuorovaikutusten "ketju". Geometrinen kokonaisuus muistuttaa keskeisvuorovaikutusta tarjoamatta mitään etävuorovaikutuksen lakia, joka oikeuttaisi liittämään siihen termin "keskeisvoima".

Tukivoima ja kitka. Kosketusvuorovaikutukset ovat kirjava vyyhti erilaisia ilmiöitä, eikä niiden lähestyminen opetuksessa ole yksinkertaista. Pidän hyvänä lähtökohtana kahden kappaleen (tässä auton ja tien) välisten

* eDimensio 11.06.2012

kosketusvuorovaikutusten jakoa kosketuspintojen suuntaiseen ja niitä vastaan kohtisuoraan osuuteen, jolloin vaikutukset kumpaankin osapuoleen nimetään kitkaksi ja tukivoimaksi.

Nimitys "tukivoima" viittaa siihen, että toisen kappaleen (tien) pinta "tukee" tarkasteltavaa kappaletta (autoa) estäen sitä tunkeutumasta pinnan läpi. Samalla se viittaa tukivuorovaikutuksen repulsiivisuuteen. Täsmällisessä tarkastelussa on välttämätöntä huomata myös pintojen välinen attraktiivinen vuorovaikutus, jota voidaan yksinkertaisesti kutsua *adheesioksi*.

Termiä "normaalivoima" (normal force) käytetään valitettavan yleisesti tukivoiman nimityksenä. Se on huono kahdesta syystä. Ensimmäinen se ei viittaa vuorovaikutuksen luonteeseen, vaan pelkästään sen esitykselliseen geometriseen jakoon komponenteiksi. Näin se hämärtää kohtisuoran vuorovaikutuksen erilaisten, repulsiivisten ja attraktiivisten mekanismien erottamista eri vuorovaikutuksiksi. Toiseksi, oikeassa terminologisessa merkityksessään se tarkoittaa dynamiikan peruslain toisena osapuolena olevan, kappaleeseen vaikuttavan "kokonaisvoiman" nopeutta vastaan kohtisuoraa komponenttia eikä jonkin tietyn lajin vuorovaikutuksesta aiheutuvaa voimaa. Esimerkiksi juuri kaarreajoa tarkasteltaessa sanalle tulee siten yhtäaikaa kaksi eri merkitystä, toisaalta autoon vaikuttavan kokonaisvoiman komponenttina tien kaarevuussäteen suunnassa, toisaalta tien pinnan normaalin suuntaisena (tuki)voimana. On vaikeata välttää sekaannuksia.

Kitka taas on kosketusvuorovaikutuksesta aiheutuvien pinnan suuntaisten voimien yleinen nimitys – ilman sarvia ja hampaita. Sen luonne liukumista tai hankaamista estävänä tai haittaavana tekijänä liittyy luontevasti sanan arkimerkitykseen.

Fysiikan käsitteenmuodostus alkaa pyrkimyksestä hahmottaa "*puhtaita ilmiöitä*", havaittavien ilmiöiden ideaalimalleja, joita voidaan olosuhteita manipuloimalla lähestyä riittävän tarkasti näiden ilmiöiden lakien tutkimiseksi. "Heittoliikekin" on heitetyn kappaleen liikettä eikä "kappaleen liikettä homogeenisessa painovoimakentässä ilmatomassa tilassa", mikä vastaisi HK:n tarjoamaa "tribologista" kitkan määritelmää. *Jos ilmiö "määritellään" ideaalimallina, se määritellään jonakin, jota ei ole.*

Kitkakerroinmalli. HK:n esittämä "kitkan" kritiikki liittyy "kitkakerroinmalliin". Laskennallisesti painottuvassa opetuksessa se jää helposti mieleen "kitkan määritelmänä". Tällainen kaavalähtöinen ilmiön määrittely on selvästi myös tuon "tribologisen määritelmän" taka-ajatuksena, koska se pyrkii määrittelemään kitkan tämän mallin parhaiten hallitun pätevyysalueen ehdoilla.

Mallin ihmettelyni oli ilmeisesti epäselvästi muotoiltu, kun ajatustapojani hyvin tunteva HK:kin erehtyy luulemaan, että olisin esittänyt sen muka argumenttina mittaustuloksia vastaan. En tarkoittanut epäillä mitattuja normaalikiihtyvyyksiä, ainoastaan ihmetellä niitä ja herättää niiden valossa ajattelemaan, millaisia aineksia formula-ajot tarjoaisivat kosketusvuorovaikutusten perushahmotukseen ja erityisesti kitkakerroinmallin kriittiseen pohdintaan. Tämän tarkoituksen kommenttini näköjään saavutti, vaikka en esittänytäkään sitä "valmiiksi naurettuna".

Mika Parviaisen huomautus dfcl-listalla oli hyvä täydennys. Ilman dynaamisesta paineesta johtuva "down force", "auton painautuminen tietä vasten", on suurissa nopeuksissa merkittävä ylimääräinen voima, joka tien tukivoiman on kumottava. Sillä ei ole vahvistettua suomenkielistä standardinimitystä. Nimeän sen tässä *aerodynaamiseksi lisäpainoksi*, joka tuntuu fyysikaalisesti tarkoituksenmukaiselta. Suurissa nopeuksissa, joissa tämä lisäpaino ylittää kaksinkertaisen auton painon, malli antaa vielä (vaakatasoisessa kaarteessa) kitkakertoimen määräämäksi normaalikiihtyvyyden ylärajaksi $3\mu_0g$. HK:n vastineessaan mainitsevat huippuarvot $5g..6g$ vastaisivat tällöin kitkakerrointa $1,7...2$. Kun lisätään tukivoimalla kumottaviin voimiin adheesio, renkaiden "liimautuminen" tai "imeytyminen" tiehen, aletaan lähestyä ymmärrettäviä arvoja, mutta vielä silloinkin on esitettävä kunnioittava ihmettely renkaiden valmistajien saavutuksia kohtaan.

Pidän tällaisia muodollisia kitkakerroinlaskelmia perusteltuina tilanteen luonteen hahmottamisen kannalta. Eivät ne sinänsä kerro mitään mallin pätevydestä, sillä mallin ydin on kitkan verrannollisuus tukivoimaan, joka voi olla likimäärin tosi muulloinkin kuin "tribologisen määritelmän" ideaalitulanteessa. Tämän tutkiminen taas on melko ongelmallinen haaste, erityisesti adheesio vuoksi, jonka mittaamiseen erikseen ei ole helppo löytää keinoja.

Yksi mittaesarvoja koskeva kysymys kuitenkin askarruttaa. Nähtyäni lukemattomia kertoja, millaiseksi mateluksi ajo muodostuu kaikkein jyrkimmissä kaarteissa, uskallan epäillä, etteivät normaalikiihtyvyydet sittenkään ole suurimmillaan jyrkimmissä kaarteissa, joissa aerodynaaminen lisäpaino ei enää ole kovin merkittävä. Varmaan löytyy jonkinlainen optimaalinen radan kaarevuus, joka tekee mahdolliseksi maksimaalisen normaalikiihtyvyyden.

"Jos ollaan tarkkoja", ei sovi sanoa "auton paino on vain osa normaalivoimasta". Sanonnan takana on liikeyhtälön yhtäläisyysmerkin (matemaattinen) tulkinta yhtälön puolten samastukseksi (ekvivalenssiksi), kun se merkitsee yhtäsuuruutta. Paino ja tukivoima, jota HK tarkoittaa, ovat eri voimia, kuten aerodynaaminen lisäpaino ja adheesio. Ne aiheutuvat eri vuorovaikutuksista. Eivät ne ole toistensa osia. Tien pinnan normaalin suunnassa tukivoima vain tasapainottaa nuo muut.

Kaarevuusympyrä ja normaalikiihtyvyys. Ratakäyrän kuhunkin pisteeseen kuviteltavaa kaarevuusympyrää ja tasaista ympyräliikettä sitä pitkin HK pitää tutuna konkreettisena mielikuvana. Tuttuja ne voivat olla riippuen

siitä, mitä opetuksessa on aiemmin käsitelty. Mutta vahvoja abstraktioita ne ovat, matemaattisia ideaaleja, joita reaali maailmassa ei ole.

Normaalikiihtyvyyttä hän sen sijaan pitää abstraktina. Kaarteessa liikuttaessa ei kuitenkaan ole helppoa hahmottaa kaarevuusympyrää, jonka keskipiste pitäisi kuvitella jonnekin viereisen pellon tai pusikon keskelle. Sen sijaan liikesuunnan muuttaminen tai muuttuminen on hyvin konkreettinen ja omakohtainen kokemus. Se on myös helppo mieltää autossa havaittavien "keskipakoilmiöiden" syyksi.

Osallistuminen ilmiöön on konkreettisin mahdollinen tapa ilmiön ominaisuuksien hahmottamiseen. Suunnan muuttumiseen liittyvien havaintojen käsitteistämässä opettajan on vain autettava oivaltamaan, että nopeuden suunnan muuttuminen on kiihtyvyyttä siinä kuin vauhdin muuttuminen. Sitähän normaalikihtyvyys terminä merkitsee, ei sen kummempaa. Sen kvantifiointi lausekkeeksi v^2/r onnistuu tietenkin parhaiten tasaisen ympyräliikkeen kautta. Mutta ainahan ominaisuuden kvantifiointi vaatii idealisointeja. Vasta tätä kautta välittyy luontevasti yhteys kaarevuusvektoriin. Lausekkeen nimeäminen keskeiskiihtyvyydeksi kvantifioinnissa tarvittuun abstraktion perusteella on erehdys, joka varmasti haittaa sekä normaalivoiman että keskeisvoiman käsitteiden ymmärtämistä.

Yksiköt aidanseipäinä. HK sanoo minun puhuvan aidanseipäistä, kun tarkastelen käyrän kaarevuutta ja kaarevuussädettä mitattavina suureina, joilla on yksikkö. Itse hän selittää puhuvansa aidasta, matemaattisesta kaarevuudesta, joka on pelkkä kaavan tuottama luku. Tämä on erinomainen luonnehdinta, kiitos! Seipäät pitävät aita pystyssä ja antavat sille näin aidan merkityksen.

HK:n pyrkimykset näyttävät ristiriitaisilta. Vetoaminen fysiikan ja matematiikan erilaisiin viitekehyksiin viittaa ajatukseen "puhtaasta matematiikasta" empiirisistä merkityksistä "puhdistettuna" käsite rakenteiden tieteenä. Tämän mukaisesti hän tahtoo nähdä kaarevuudenkin "puhtaan matematiikan" abstraktina käsitteenä, jolla on vain tietyn lausekkeen mukainen lukuarvo ilman havainnollista merkitystä. Kokiessaan lausekkeen vaikeaksi hän päätyy kuitenkin etsimään kaarevuudelle konkreettista empiiristä merkitystä. Kun tämä empiirinen merkitys on mitattava suure, jolla on yksikkö, niin kuin suureilla aina on, hän päättääkin kieltää sen oikeutuksen vetoamalla matematiikan itsenäisyyteen tieteenä.

HK:n moderni tietotekninen mittaväline kaarevuuden mittaamiseksi ei valitettavasti avaudu millään keinoin minun "höyrykoneellani". En siksi ole voinut perehtyä siihen, miten se ratkaisee tämän ongelman, annetun käyrän kaarevuuden mittaamisen ilman yksikköä.

Rolf Nevanlinnan kirjoituksista olen löytänyt vahvan tuen sille käsitykselleni, että matematiikka on saanut alkunsa empiiristen merkitysten kvantifioinnista. Hän on paikoin hyvinkin voimakkaasti korostanut fysiikan ja matematiikan erottamattomuutta niiden yhteisessä syntyprosessissa ja kehityksessä. Prosessin suunta empiirisistä merkityksistä abstraktioihin on hyvä didaktinen ohjenuora sekä fysiikan että matematiikan opetuksessa.

Myönnän matemaatikoiden oikeuden etsiä "puhdasta matematiikkaa", jota voitaisiin pitää merkitysrakenteiden metatieteenä. Rinnastan sen mielessäni teoreettisen fysiikan utopiaan, "kaiken teoriaan". Se voi olla tavoite, mutta se ei voi olla lähtökohta. Tässäkin voin vedota Rolf Nevanlinnaan, joka aikanaan tuomitsi ankarin sanankääntein kouluun tuodun bourbakistisen pyrkimyksen aksiomaattiseen matematiikan opetukseen. En pidä matematiikan ja fysiikan erillisyyden korostamista koulun opetuksessa hyödyllisenä.