MARV1, MEK100B, ME-011B Metsävarojen hallinnan perusteet

MARV104 (ME-233) Metsävarojen inventointi

Pruju

versio 22. tammikuuta 2021

Ilkka Korpela, Hy/Metsätieteet



Tarkkuusrelaskooppi, MARV3-kurssi Siilinjärven Toivalassa toukokuussa 1999.

Hakemisto, josta löytyy tämä pruju ja sen laatimisessa käytettyjä ohjelmia/laskentapohjia:

http://www.helsinki.fi/~korpela/MEK100b/Pruju/
https://www.mv.helsinki.fi/home/korpela/MEK100b/Pruju/

Monisteessa käytetään pistettä desimaalierottimena, vaikka suositus on pilkku suomeksi kirjoitettaessa.

Pruju tehtävineen ja esimerkkeineen on tarkoitettu oheislukemistoksi ME-011B ja ME-233 kursseilla. Pruju on keskeneräinen ja siinä on vielä valitettavaa päällekkäisyyttä, joka voi häiritä lukijaa.

1 Contents

1. Johdanto ... 4
1.1 Puu – metsä – metsäalue ... 4
1.2 Mittauksia – Malleja – Otantaa ... 5
1.3 Metsänmittaaja kohtaa erilaisia toimeksiantoja ... 6
1.3.1 Metsän kasvu ympäristövaikutusten ilmentäjänä ... 6
1.3.2 Metsätalouden suunnitteluinventointi ... 9
1.3.3 Puiden mittaus ilmakuvilta ja laserkeilaushavainnoista, puu kerrallaan (yksinpuin) ... 12
1.3.4 Puuston mittaus laserkeilaushavainnoista pala metsää kerrallaan ... 15
1.3.5 Esimerkki - Kuinka paljon jäkälää? ... 17
1.3.6 Esimerkki - Kuinka paljon maapuita? ... 18

2 Matematiikkaa ja Tilastotiedettä ... 20
2.1 Maplen lyhyt oppimäärä (Maple 2017) ... 20
2.2 Excelin vielä lyhyempi oppimäärä ... 20
2.3 Funktioista ... 21
2.4 Vektori ja matriisilaskentaa ... 24
2.5 Interpolointi, approksimointi ... 27
2.6 Matemaattisia symboleja ... 27
2.7 Suureiden muunnoksia ym. ... 28
2.8 Kantalukujärjestelmä, tietokoneella laskeminen ... 28
Metsänmittauksessa lasketaan paljon tietokoneella. Siksi muutama sana kertauksena ja yleissivistykseksi lukujärjestelmistä ja tietokoneella laskemisesta ... 28
2.9 Tietokoneella laskeminen ja tiedonsiirto – tiedostoformaateista ja tietosisällön standardoinnista ... 29

3 Tilastotiedettä ... 31
3.1 Havaintoaineiston kuvailu ... 31
3.2 Todennäköisyysjakaumista ... 33
3.3 Mittaus-, ja ennustevirheet ... 37
3.3.1 Tarkkuus (accuracy), Täsmällisyys (precision), Harha (bias), ja RMSE intervalli- ja suhdeasteikon muuttujille ... 37
3.3.2 Luokkamuuttujan (ja järjestysasteikollisen) virhetarkastelua ... 39
3.4 Yhteisvaihtelu ... 40
3.5 Spatiaalisuudesta ... 41
3.6 Otanta ... 45
3.6.1 Satunnaisotanta - kyselytutkimus 1000 asukkaan kunnassa - simuloitu esimerkki ... 45
3.6.2 Otanta metsässä ... 46
3.6.3 Satunnaisotanta formaalimmin ... 47
3.6.4 Systemaattinen otanta ... 49
3.6.5 Systemaattinen Ryväsotanta ... 51
3.6.6 Subjektiivisuuden ja jaksollisuuden vaaroista otannan yhteydessä ... 52
3.6.7 Milloin satunnaisotannan kaavoilla saa systemaattisen otannan estimaattoreille luottamusvälit? ... 53
3.6.8 Moniasteinen otanta ... 54
3.6.9 Harvinaiset ilmiöt ... 54
3.6.10 Systemaattinen linja-arviointi ... 54
3.6.11 Ositettu otanta ... 55
3.6.12 Suhde ja regressioestimointi ... 57
3.6.13 Monivaiheinen otanta ... 57
3.6.14 Otanta ja muutostulkinta – pysyvä otosyksiköiden joukko ... 57
3.6.15 Liikkuvien kohteiden inventointi ... 57
3.7 Tilastolliset mallit ... 59
3.7.1 Lineaarinen ja epälineaarinen regressioanalyysi ... 61
3.7.2 Kahden selittävän muuttujan regressioyhtälö ... 63
3.7.3 Hyvä malli ... 65
3.7.4 Lisää regressiomalleja – Puuston tukkiosuutta ennustava malli (selittäjien korrelaatio -ongelma) ... 65
3.7.5 Lisää regressiomalleja – Relaskooppitaulukko ... 66
3.7.6 Epälineaarinen regressioanalyysi ... 68
3.7.7 Vielä selittäjien valinnasta (lineaarinen regressioanalyysi) ... 69
3.7.8 Outlierit (karkeat havaintovirheet) regressiomallinnuksessa. Mallin keskiarvoistuminen ... 69
3.7.9 Mallin linearisointi ... 71
3.7.10 Esimerkki – Näslund – Metsikkö ja sen 13 koepuuta – linearinen ja epälineaarinen regressio ... 72
3.7.11 Painotettu regressioanalyysi ... 73
3.7.12 k-lähimmän naapurin menetelmä ... 74
3.7.13 Diskriminanttianalyysi – parametrinen luokitinesimerkki ... 76

4 Maanmittausta ja kaukokartoitusta ... 77
4.1 Perusteita ja keskeisiä käsitteitä ... 77
4.2 Koordinaatistot ja paikantaminen ... 80
4.3 Oma puukartta – menetelmiä ... 81
4.3.1 Suunta ja etäisyys –menetelmä ... 82
4.3.2 3D paikantaminen pallokoordinaatistossa ... 83
4.3.3 Etäisyysmittauksia hyödyntävä paikannus eli trilaterointi. Ultraääni- ja radiopaikannus (Pallokoord.xlsx) ... 84

4.3.4 Monta suuntaa (kolmiointi) – versio eteenpäinleikkaus ... 86
4.3.5 Puut tukipisteinä –menetelmät. ... 86
4.4 Satelliittipaikannus (GNSS) ... 88
4.5 ETRS-TM35FIN taso(kartta)koordinaattijärjestelmä ... 89
4.6 Ortometrinen ja ellipsoidikorkeus, kartan korkeuskäyrät ja korkeusmalli ... 90
4.7 Kaukokartoitus ... 93
4.7.1 Ilmakuvaus ... 94
4.7.2 Laserkeilaus ... 102

5 Puu ja sen tunnukset ... 107
5.1 Puiden morfologiasta ja toiminnasta ... 107
5.2 Puutunnukset ... 108
5.2.1 Syntypiste ... 109
5.2.2 Pituus, latva, latvus, latvustunnukset ... 109
5.2.3 Rungon koko, muoto, laatu, arvo ja tilavuus ... 110
5.2.4 Pystypuun apteeraus, runkokäyrä ... 110
5.2.5 Tilavuusyhtälöt ... 114
5.3 Puutunnusten mittaaminen ... 115
5.3.1 Rungon läpimitta tai ympärysmitta ... 115
5.3.2 Pituus ... 116
5.3.3 Latvuksen leveys ... 118
5.3.4 Puun pituuskasvu ... 119
5.3.5 Rungon paksuus- ja pohjapinta-alan kasvu ... 119
5.3.6 Runkoanalyysi ... 119
5.3.7 Kuori ... 121
5.3.8 Lehtimassa ja –ala ... 121
5.3.9 Puun ikä ... 121
5.3.10 Biomassamittaukset ... 122
5.3.11 Puutunnusten johtaminen malleilla ... 122
5.3.12 Puutunnusten kasvu (kasvuun liittyvät käsitteet) ... 122

6 Puustotunnukset ... 124
6.1 ... 124
6.2 Puustotunnusten kasvu ... 124
6.3 Puustotunnusten mittaaminen ja johtaminen ... 124
6.4 Vaihtoehto a) – Puustotunnukset puutunnuksin ... 125
6.4.1 a.1. Tavoitteena kantoraha-arvo: Mitataan kaikki puut ja tarvittavat tunnukset määräalaista koealaa käyttäen 125
6.4.2 a2. Tavoitteena kantoraha-arvo: Mitataan tarkentavia puutunnuksia vain osasta puita ... 128
6.5 Koealatyypit: määräalainen ja muuttuvalainen ... 129
6.6 Vaihtoehto b) - puustotunnukset puustotunnuksin ja puustotunnusmallein ... 130
6.6.1 Lisäesimerkki puustotunnusten määrittämisestä puutunnuksin eli vaihtoehto a) ... 132
6.7 Kasvupaikan kuvaus ja boniteetti ... 134

7 Metsäalueen tunnukset ... 136
7.1 Inventointimenetelmät ... 136
7.1.1 Suomen VMI, Valtakunnan metsien inventointi ... 136
7.1.2 Aluepohjainen laserkeilausinventointi ... 136
7.1.3 Kuvioittainen arviointi ... 139
7.1.4 Täysluku ... 140
7.1.5 Systemaattinen koeala-arviointi ... 140
7.2 Kuinka tarkkaa tietoa ja kuinka usein? ... 140
7.2.1 1. Metsäsuunnittelu - "Case Järvinen" ... 140
7.2.2 2. Kuinka tarkkaa tietoa – Case Metsäkiinteistökaupat ... 143
7.2.3 ... 143
7.2.4 Kuinka tarkkaa tietoa ja kuinka usein – Case mallinnus ja erilaiset ekologiset tutkimukset ... 144
7.3 Metsäsuunnittelu ... 145
7.3.1 Metsäsuunnittelujärjestelmä pähkinänkuoressa ... 147
7.4 Metsäsuunnittelun historiaa ... 147
7.4.1 Keskipuumenetelmä vakiintui ... 148
7.4.2 Paikkatieto wanhaan aikaan ... 149
7.4.3 Tietokoneistuminen, optimointi ja simulointi ... 149
7.4.4 Simulaattorin toimintaperiaatteesta ... 149
7.4.5 Simulaattorit toimivat yksittäisen puun tasolla, vaikka metsästä mitataankin puustotunnuksia ositteille, MITÄ? 150
7.4.6 Metsäsuunnittelu(metsätieto)järjestelmän tietokannasta ... 150
7.4.7 ... 150
7.4.8 "Modernin metsällisen paikkatietojen luonteesta" ... 150
7.4.9 Paikka- ja suunnittelutiedon hallinta ... 151
7.4.10 Kartta ja visualisointitoiminnot ... 151
7.4.11 Simulointi ja metsälaskelmat (osin päällekkäistä aiemman kanssa) ... 151
7.4.12 Metsäsuunnittelujärjestelmät ja Metsäohjelmat ... 152
7.4.13 Optimointi (osin päällekkäistä aiemman kanssa) ... 152

1. Johdanto

Puun, metsän ja metsäalueen ominaisuuksien mittaaminen ja kuvaaminen ovat metsäammattilaisen ydinosaamista. Tehtävä pyritään aina suorittamaan tarkoituksenmukaisesti (ymmärrystä käyttäen), kustannustehokkaasti (tavoitteellisesti) ja saadulle tiedolle pyritään antamaan luotettavuusarvio, tai milloin ei voida, todetaan sekin seikka. Toiminnalle on aina jokin syy, ja metsänmittaus voikin palvella varsin monenlaista päätöksentekoa ja kysymyksenasettelua.

1.1 Puu – metsä – metsäalue

Kurssilla on käytössä lähestymistapa, jossa yksittäinen puu ja sen tunnukset ovat keskeisessä asemassa metsän ominaisuuksia kuvattaessa - onhan metsä äärellinen joukko puita. 'Metsänarvioimistieteen puu' ei kuitenkaan aina ole sama asia kuin puuyksilö – esimerkkinä olkoot haapakloonit ja –metsiköt, joissa puu vastaa käsitteenä yksittäistä runkoa. Sama tulee esille kasvitieteessä kasvustoja inventoitaessa: Usein puhutaan "kasvupaikalla tavatuista versoista" yksilöiden sijaan. Metsänmittaajakin puhuu runkoluvusta, ei yksilömäärästä.

Puu edustaa puulajiaan ja sillä on oma genominsa. Pohjois-Suomen metsäkuuset ovat rakenteeltaan ja ekologialtaan erilaisia verrattuna Etelä-Suomen tai Baijerin metsäkuusiin. Tästä (osin) johtuen myös kuusikot ovat erilaisia näissä kolkissa levinneisyysaluetta. Tällä on heijastusvaikutuksensa metsänarviointiin – metsäkuusien ja -kuusikoiden rakennetta ja toimintaa kuvaavat tilastolliset mallit (esim. rungon tilavuuden johtaminen rungon läpimitasta 1.3 m korkeudella, puuston kasvun vaste lannoitukseen tai vaikka ns. relaskooppitaulukot) ovat usein paikallisia.

Puu kasvaa alati muuttuvassa ympäristössä ja sillä on toimintaa ja rakenne. Näiden kolmen välillä vallitsee jatkuva vuorovaikutus: kasvu on toimintaa, joka muuttaa rakennetta, joka muuttaa toimintaa ja ympäristöä (esim. valo- ja lämpöolosuhteet maanpinnalla muuttuvat latvuston sulkeutuessa). Suomessa tukkirungon kasvattaminen voi kestää 60–120 vuotta eli aikahorisontti on pitkä. Jos jollakin alueelle toivotaan 200-vuotiasta puustoa, ja vanhimmat metsiköt ovat 140-vuotiaita, kuluu tavoitetilan saavuttamiseen 60 vuotta, vaikka haluaisimme kuinka prosessia nopeuttaa. Pellolla tuotantokasvia vaihdetaan lyhyellä varotusajalla suhdanteiden mukaan, hyödyntäen kasvinjalostuksen edut. Toki metsänjalostuksen[1] vaikutukset ovat alkaneet jossain määrin näkyä jo Suomen metsissä.

Puista ollaan kiinnostuneita, koska niillä on arvoa, jota luo kysyntä. Agroforest -viljelyssä puiden rooli voi olla maanparannus, vesiensuojelu, polttopuun tuotanto jne. Plantaasiviljelmillä pyritään kasvuolosuhteet usein optimoimaan runkopuun tuotoksen (m3, kg) maksimoimiseksi. Tällöin käytetään klooneja, lannoitetaan muokattu maa tarkan analyysin perusteella ja optimoidaan puiden tilajärjestys maksimoimaan fotosynteettisesti aktiivisesta auringon säteilystä (PAR) "syntyvän puuaineen määrän". Puiden jälsisolukon[2] toiminta sitoo hiiltä, ja jos rungot jalostetaan pitkäkestoisiksi tuotteiksi, on puu arvokas hiilensitoja. Palanut puu voi olla arvokas biodiversiteetin kannalta kuten maapuuna lahoava runkokin. Joku istuttaa kuusiaidan näkösuojaksi. Perinteinen "metsämies" ajattelee puunkorjuuta puutavaralajimenetelmällä ja näkee puissa nykyisiä ja tulevia eri puutavaralajien pöllejä, tai tähän ajanhetkeen diskontattuja (tulevaisuuden tuloista ja menoista saatuja) euroja. Metsänmittauksen kannalta on toissijaista mikä on toimeksiantajan motivaatio. Oleellista on kyetä hahmottamaan annettuun mittaus- ja tiedonhankintatehtävään järkevä ratkaisu. Tässä monisteessa pääkatsantokanta on kuitenkin suomalainen metsätalous ja sen tietotarpeet.

Puut kasvavat metsässä. Metsänarvioijat ovat pysyneet pitkälti poissa taajamista, mutta osaamista riittää kyllä sinnekin niin halutessamme – arboristin tueksi. Korkkitammikossa tai katujen varsilla yksittäiset puut voivat olla hyvinkin arvokkaita ja kasvatus vaativaa sekä pitkäjänteistä. Niistäkin tarvitaan tietoa kasvatuksen tueksi. Metsässä kiinnostus kohdistuu usein puujoukkoihin, metsiköihin tai metsikkökuvioihin. Myös metsikön tasolla vallitsee ympäristö-toiminta-rakenne –kytkentä. Metsänkasvatuksen tavoitteena voi olla "haluttu rakenne" – eukalyptus plantaasilla tasainen puusto, jonka halutaan kasvavan maksimaalisen hyvin, keskiarvona yli 30 m3 runkopuuta hehtaaria ja vuotta kohden, ja, joka uudistetaan heti, kun keskimääräinen kasvu alkaa hiipua, mikä yleensä tapahtuu 5-8 vuoden iällä. Biodiversiteettiä tai monitavoitteisuutta huomioiva metsänhoito voi tavoitella puuston rakennetta, jota ilmentävät monet puulajit, kuollut puusto, aukkoisuus, luonnontilaisuus jne.

Ympäristöolosuhteisiin (esim. kasvupaikan laatu) voidaan yleensä vaikuttaa vain vähän metsänkasvatuksessa, mutta ympäristöolosuhteet ovat tärkeä osatekijä, joka pyritään siksi kuvaamaan tarkasti metsänmittauksessa. Plantaasiviljelmällä tavoitellaan kasvualustan viljavuuden tasaisuutta, kun taas suomalaisessa puuntuotantoon tähtäävässä metsänhoidossa pyritään huomioimaan kasvupaikalle sopiva puulaji. Tarvittaessa ojitetaan tai lannoitetaan kohde (ympäristötekijöiden manipulointi), jos siten saavutetaan esim. järkeviä tuottoja. Kasvupaikan ominaisuudet määrittelevätkin pitkälle suomalaisten metsien metsikkörakenteen, koska ne huomioidaan metsänhoidossa ja toisaalta "ajan myötä muokkaavat" puustoa kasvupaikalle ominaiseksi. Metsänmittaajan tehtävä on selvittää puuston rakenne ja vallitsevat ympäristöolosuhteet, jotta nähdään, toisaalta missä mennään tavoitteiden suhteen ja toisaalta osataan toisaalta ennustaa puuston kehitystä ja päätellä oikeat toimenpiteet. Olosuhdekartoitus voi kuitenkin olla muutakin kuin puiden kasvun kannalta oleellisten (kasvupaikkatekijät, ilmasto) seikkojen selvittäminen – siihen voi kuulua esim. puunkorjuun kannalta merkityksellisten seikkojen kuvaus tai monimuotoisuustekijöiden arviointi. Metsänmittaus on siis hyvin monipuolista.

Kahden-kolmen hehtaarin metsikössä voi kasvaa tuhansia puita. Metsiköiden sisällä on usein vaihtelua. Painanteissa voi maaperä olla soistunutta, puut pienempiä tai puulajit märkyyttä sietäviä. Maaperän kasvuolosuhteet vaihtelevat metsiköiden sisällä, ellei kyseessä ole esimerkiksi hiekkakangas. Puita voi paikoitellen kasvaa tiheämmässä esimerkiksi aiempien tuhojen takia. Tämänkin vaihtelun vallitessa, pyrkii metsänmittaaja tuottamaan metsikölle tiedot, joille hän osaa antaa luotettavuusarvion, samalla tavoin kuin Gallup-tutkimusten tuloksissa. Metsää koskevat tiedot menevät metsätietojärjestelmään päätöksenteon tueksi. Tietojärjestelmä voi olla tietokoneella, papeilla tai metsänomistajan päässä.

Tiedonkeruu ei kuitenkaan ole ilmaista. Ja, on hyvä tiedostaa, ettei Suomen olosuhteissa metsikön puustolla (puulla eri-ikäismetsätaloutta sovellettaessa) ole myyntiarvoa kuin vasta 25-40 vuoden iällä. Siihen asti sekä metsänhoito että metsätiedon keruu tuottavat yksinomaan kustannuksia. Valtakunnan metsien inventoinnin (VMI) perusteella tiedetään, että metsien (runkopuun kuorellisen

[1] https://www.luke.fi/tietoa-luonnonvaroista/metsa/metsanjalostus/

[2] https://fi.wikipedia.org/wiki/J%C3%A4lsi

tilavuus-) kasvun keskiarvo on noin 5 m³/ha/a [3]. Se vastaa noin 150 € vuotuista hehtaarikohtaista bruttotuottoa huomioimatta verotusta. Tunti ammattilaisen maastotyötä maksaa 20–40€. On selvää, ettei mittaamiseen voida turhan usein ryhtyä, eikä kaikkea voida mitata, kuten ei Gallup-tutkimusta kannata tehdä turhan usein tai siihen haastatella kaikkia haastatella äänioikeutettuja. On sovellettava otantaa, mistä seuraa (otanta-) epävarmuutta, jonka hallitseminen on keskeinen asia metsänmittauksessa. Mittausten tulee maksaa itsensä hyötyinä. Muuten hommassa ei ole järkeä. "*We don't know what we measure but we do it with great pleasure*?".

Metsiköt muodostavat metsäalueita, metsäsaarekkeita, metsä- ja maatilojen, kuntien, kaupunkien ja muiden hallinnollisten ja luonnonmaantieteellisten alueiden kokonaisuuksia. Laajimmillaan puhutaan maailman metsistä. Suomessa (ja esim. Ranskassa) on harvinainen metsänomistajarakenne. Meillä on paljon yksityismetsänomistajia ja heidän osaamisensa, aktiivisuutensa ja tavoitteet vaihtelevat enemmän kuin tilanteessa, jossa valtio tai suuryritykset omistavat ja hallinnoivat laajoja metsäalueita, ja työstä vastaavat ammattilaiset. Pienmetsänomistaja ei ehkä ole taloudellisesti riippuvainen metsän tuotosta, kun taas metsäteollisuusyrityksen metsäomaisuus on tärkeä puskuri puumarkkinoiden kysyntä- ja tarjontatilanteen vaihteluihin. Rahastot hankkivat metsäomaisuutta omiin tarpeisiinsa, mikä saattaa myös näkyä metsän käytössä. Puuta ostava taho hyötyy, jos saatavilla on tarkkaa metsävaratietoa, jolloin puunhankintaa voidaan kohdentaa tiettyihin alueisiin ja omistajiin, joiden puuston ominaisuudet ovat optimaaliset. Puuta myyvä taho hyötyy tarkasta tiedosta esim. siten, että myyntiin voidaan laittaa huonosti tuottavia kohteita, 'laiskaa pääomaa'. Pitkään kerättyjen tietojen (ml. kokemusperäinen tieto) avulla metsänomistaja voi päätellä, millainen metsänhoito tilan metsissä onnistuu, kuinka investoinnit kannattivat jne. Koko valtakunnan ja suuralueiden metsävarojen (tai hiilivirtojen) seuranta ja ennustaminen ovat tärkeitä kansantalouden näkökulmasta. Metsä- ja ympäristöpolitiikkaa voidaan ohjata tiedon avulla. Suomessa yhteiskunta on satsannut (tulonsiirrot) metsätalouden infrastruktuuriin – ja metsävaratiedon sekä metsätalouden toiminnan tilastoinnin avulla voidaan tehdä päätelmiä toimien vaikuttavuudesta – myös suojelutoimien. Ilman tarkkaa suuraluetason tietoa ei voida tehdä kestäviä investointipäätöksiä, jollei voida varmuudella sanoa, toimiiko puuhuolto rakenteilla olevaan tuotantolaitokseen. Edellä huomio oli markkinapuussa, mutta inventoinneilla voidaan samaan aikaan selvittää esim. hyönteistuhojen laajuutta, pintakasvillisuuden lajiston muutoksia[4], metsänomistajien aktiivisuutta, metsien hoidollista tilaa, tiestön tai ojitusalueiden kuntoa, jne. Tämä tekee metsänmittauksesta kiehtovaa ja liittää oppiaineen ekologiaan, teknologiaan sekä talous- ja yhteiskuntatieteisiin.

Maailman metsien tilan nopea arviointi edellyttää tuhansien satelliittikuvien tulkintaa. Kaukokartoitus onkin tärkeä havaintoväline metsänmittauksessa, myös pienemmillä alueilla. Sen avulla säästetään maastotöitä, ja saadaan arvioita puustosta myös niiltä alueilta, joissa ei maastossa pystytty käymään. Kaukokartoitus liittää oppiaineen teknisiin ja matemaattisiin tieteisiin, siinä missä estimaattien luotettavuuden arvioinnissa ja malleja laadittaessa saa soveltaa tilastotiedettä.

1.2 Mittauksia – Malleja – Otantaa

Metsänmittauksessa on aina identifioitavissa otsikon kolme komponenttia: mittaukset, mallit ja otanta.

Metsänmittausmenetelmiä, eli tapoja yhdistää nuo kolme komponenttia on miltei rajaton määrä, mutta tärkeintä on osata (määrittää tai) tunnistaa ne ja niiden merkitys tulosten tarkkuuteen ja kustannuksiin.

Mittauksia voidaan tehdä maastossa ja/tai kaukokartoitusinstrumentein, tai niiden yhdistelmänä. Maastotyö on kallista, samoin matalalta lentäminen ja kuvaaminen. "Tyhmä mittaa paljon, viisas pääsee vähemmällä".

Malleja on erilaisia. Malleilla tarkoitetaan jonkun metsää koskevan tunnuksen johtamista (estimoimista) epäsuorasti matemaattisesti, mittaamatta itse tunnusta suoraan. Esimerkkeinä olkoon puuston lehtialaindeksin mittaaminen kalansilmäkameralla otetusta pystykuvasta tai puun rungon tilavuuden (m3) johtaminen yhtälöllä, jolla tilavuuden saa arvioitua rungon läpimitan (cm) ja puun pituuden (m) avulla. Vielä epäsuorempi on mallin kuvaama matemaattinen yhteys puuston runkotilavuuden ja satelliittikuvan pikselin sävyarvon välillä. Mallin käyttäminen sitoo usein myös mittauksia – on mitattava niitä tunnuksia, joita mallit vaativat – tai laadittava uudet mallit. Malleilla laskettaessa otetaan aina riski siitä, ettei mallin antama tulos ole sopusoinnussa todellisuuden kanssa.

Otanta metsänmittauksessa on sitä, ettei kaikkia puita tai metsäalueen osia voida sisällyttää havaintoaineistoon, kuten ei kaikkia kansalaisia voida haastatella kuin vaaleissa. Otantaa käytettäessä otetaan riski siitä, että tutkittavana olevasta metsästä ei saatu oikeaa kuvaa, koska näyte (otos) painottui (satunnaisesti) "väärin" tai ei sisältänyt koko populaation vaihtelua.

[3] https://stat.luke.fi/metsavarat

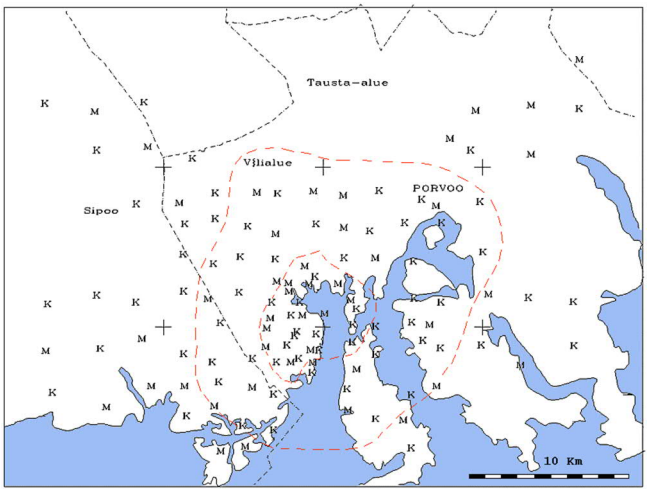
[4] http://www.metla.fi/asiakaslehti/2001/metsantutkimus2001-2.pdf

1.3 Metsänmittaaja kohtaa erilaisia toimeksiantoja

Tässä luvussa kirjoittaja muistelee wanhoja.

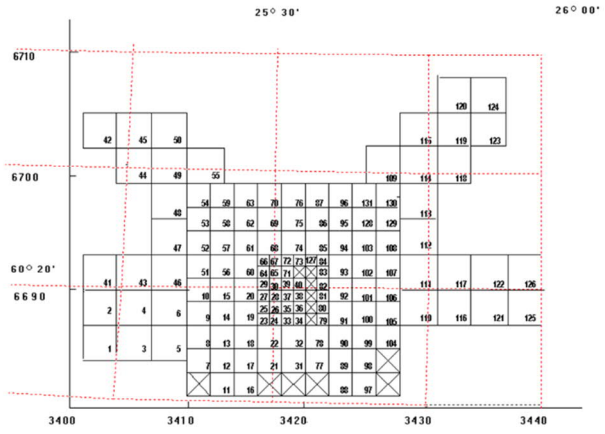
1.3.1 Metsän kasvu ympäristövaikutusten ilmentäjänä

Monisteen kirjoittajan mieleenpainuvin omakohtainen kokemus inventointityöstä sijoittuu vuosiin 1991-92, kun Itä-Uudellamaalla oli noussut huoli silloisen Neste Oy:n Sköldvikin öljynjalostamon aiheuttamista vaikutuksista ympäristön metsiin; erityisesti metsien kasvuun. Jalostamon toiminta ja varsinkin rikkidioksidipäästöt olivat olleet suuria koko 1970- ja 80-lukujen, ja alueella tehdyt bioindikaattori-inventoinnit osoittivat ympäristövaikutuksia. Selkeä tavoite inventoinnille kuului: ”selvittäkää, onko jalostamolla vaikutusta puiden kasvuun – maanomistajat ovat huolissaan – aikeissa nostaa kanteen”.



Kuva 1. Kartta alueesta vuodelta 1991. Rantaviiva ja kunnanrajat on piirretty ison digitointipöydän avulla paperikartalta. ”M” ja ”K” merkitsevät näytealoja, joiden pääpuulaji on mänty tai kuusi. Niiden koordinaatit mitattiin paperikartalta, ja lisättiin käsin HP-GL kieliseen ASCII tiedostoon (https://en.wikipedia.org/wiki/HP-GL), jolla pystyi ohjaamaan kynäplotteria, jolla kartan viivoineen sai aikaiseksi – paperille. Vesi värjättiin käsin paperikartalle, joka teipattiin karttaa varten varattuun kohtaa A4-tulostetta ennen kopiokoneella kopioimista.

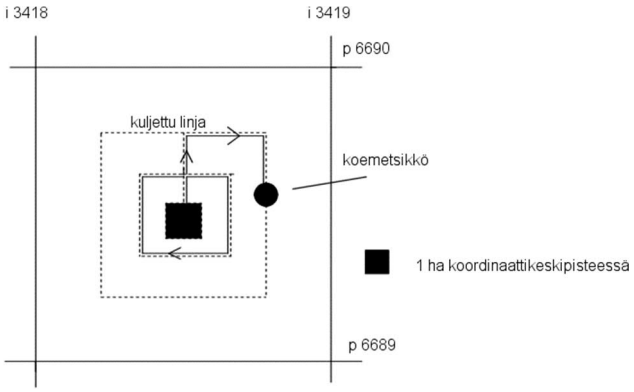
Metsän kasvun inventointi oli tehtävä objektiivisesti, jotta tuloksiin ja tekijöihin saattoivat luottaa niin metsänomistajat, kunnat kuin jalostamoyhtiö puhumattakaan tutkijoista itsestään. Aikaa 1990-luvun alussa kuvaa mm. se, että ympäristöministeriö oli ollut toiminnassa vasta kahdeksan vuotta, ja yritysten toiminnan, viranomaisten lupamenettelyn ja teollisen toiminnan vaikutusten arviointi oli kohtalaisen uutta kansalaisille. Toimeksiantajia olivat sekä kunnat että yhtiö, minkä senkin katsottiin olevan yleistä luottamusta herättävää, niissä rajoissa, kun viranomaistoimintaan ylipäänsä luotettiin ympäristöasioissa.



Kuva 2. Alueen maantieteellinen jako (ositus) 1, 4 ja 9 km2 ruutuihin.

Kuten yleistä on, suunnittelu alkoi kiinteällä budjetilla. Toimeksiantajilta saatiin tietty summa (250.000 mk) rahaa, jonka varaan mittaukset ja tulosten laskenta tuli rakentaa. Toinen ja toteutuksellisesti paljon haastavampi vaihtoehto olisi saada toimeksianto, jossa ensisijaisesti määritellään tuloksille vaadittu luotettavuus, jonka jälkeen suunnitellaan käytännön toimet minimibudjetilla, joka esitetään rahoittajalle.

Metsänmittaustehtävän (inventointi-) suunnittelussa keskeinen alkuvaiheen osa on olemassa olevan tiedon keruu ja analyysi. Tätä olivat vanhat kirjastoista löytyneet bioindikaattoriselvitykset, metsä- ja päästökartat, paperiset ilma- ja satelliittikuvat, maanomistajatiedot, samankaltaiset toisaalla tehdyt inventoinnit ja niistä saadut kokemukset jne. Skogsrevirin toimihenkilöiltä saattoi myös kysyä yleistä alueen metsistä ja metsänomistajista. Tietojen avulla pääsi karkeasti selville, minkälaisia alueen metsät ovat, missä on mäntykankaita, missä taas savikoita ja talvikkityypin kuusikoita. Aiempi kokemus metsänmittausta auttaa selvittämään, kauanko kestää siirtyä paikasta toiseen mittaamaan metsää, ja kuinka kauan yhden näytealan perustaminen ja puiden mittaaminen vievät aikaa. Aluehan oli melko laaja (Kuva 1). Lännessä vastaan tuli Helsinki ilmanpäästövaikutuksineen. Päästöjen tiedettiin toisaalta vaikuttavan pääosin itään ja koilliseen. Siksi koealaverkkoa ulotettiin näissä suunnissa pidemmälle (Kuva 2).



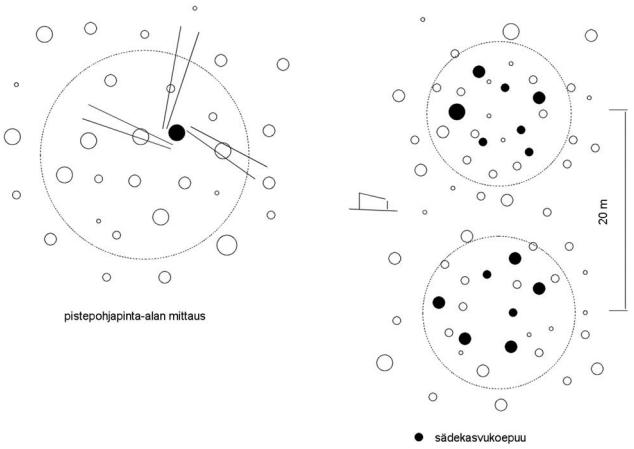
Kuva 3. Menettely koealan löytämiseksi systemaattisella linja-arvioinnilla.

Otantaan kuuluu se, ettei mittaaja vaikuta siihen, mikä alkio populaatiosta tulee valituksi mittaukseen (tai kyselytutkimukseen). Otos valitaan satunnaistaen. Tällöin voidaan luottaa siihen, että tuloksissa ei ole ainakaan ”valintaharhaa”, jota valitettavan usein esiintyy erilaisissa tutkimuksissa. (Selection_bias[5]).

[5] https://en.wikipedia.org/wiki/Selection_bias

Metsänmittauksessa valintaharhaa voisi kertyä esim. siitä, että mittaajat välttelevät hankalia puustoisia kohteita. Porvoon tutkimuksessa näytealat, josta puita valittiin mitattavaksi, valittiin systemaattisesti (satunnaistaen) yksi koeala per 1, 4 ja 9 km2 ruutu (Kuva 2). Koealan etsintä alkoi karttaruudun keskipisteestä. Mikäli ruudun keskipisteen ympärillä 1 hehtaarin (100 x 100 m) alueella oli sopivaa metsää (puhdasta männikköä tai kuusikkoa tietyllä kasvupaikkatyypillä, hakkaamatta edelliset 10 vuotta), se tuli valituksi, muuten kuljettiin linjaa, kunnes ensimmäinen kriteerit täyttävä puusto vastaan (Kuva 3).

Rajaamalla kasvupaikkatyyppiä, sallien vain tietynlaiset kasvupaikat, saatettiin rajata puiden kasvun luontaista vaihtelua, jolloin pienemmät ilmansaastevaikutukset näkyisivät kasvumuutoksina, kun aineistossa ei olisi kasvupaikasta johtuvaa vaihtelua. Toisaalta näin menetellen voi ottaa riskin (kts. Edellä, Selection bias), jos ilmansaasteiden vaikutukset näkyvät esimerkiksi vain kalliometsissä. Hakkuista aiheutuu myös kasvunvaihtelua, kun harvennus parantaa yksittäisen hakkuussa metsään jäävän puun olosuhteita. Siksi tehtiin rajaus hakkuidenkin suhteen eli ei hyväksytty puustoja, joita olisi hiljan harvennettu. Lehtipuita taas ei haluttu mukaan, koska niiden kasvun mittaaminen vuosilustonäytteestä on työlästä, koska vuosilustot näkyvät huonosti. Havupuiden myös ajateltiin olevan saasteiden vaikutuksille alttiimpia.



Kuva 4. Ympyräkoealan luku- ja kasvukoepuut. Sädekasvukoepuista otettiin ikäkairalla vuosilustonäyte. Puuston tiheys vaikuttaa yhden puun kasvuun, ja tätä vaikutusta eliminoimaan mitattiin kunkin puun ympäriltä "pistepohja-pinta-ala" leveähahloisela relaskoopilla.

Kun sopiva metsikkö oli löydetty, se mitattiin myöhemmin lähestymällä arvotusta suunnasta arvottu matka. Metsikköön mitattiin kahden ympyrän (koeala, näyteala) ryväs (koealapari), joiden keskipisteet paikannettiin suuntimalla ja etäisyydellä useampaan maastomerkkiin (yleensä kiviä), jotta ne ja puut löytyisivät uudelleen, mikäli tuloksiin kohdistuisi epäilyjä tai joku haluaisi mitata ne myöhemmin uudelleen seurantamielessä. Mitattaessa puut myös kartoitettiin napakoordinaatistossa mittaamalla suunta ja etäisyys koealan keskipisteestä puuhun. Metsänmittaustermein koealat perustettiin "pysyvinä", eli s.e. samat puut saattoi löytää uudelleen, koska puut oli kartoitettu.

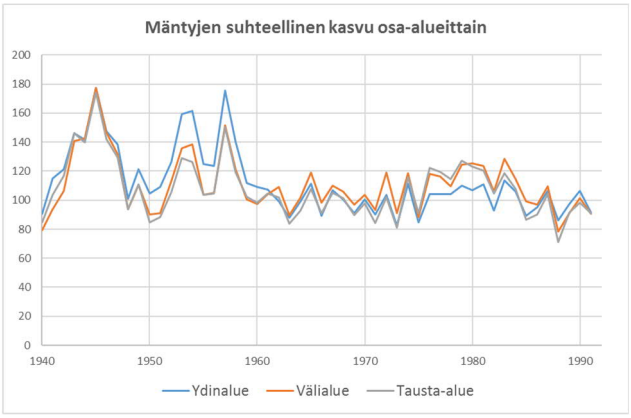
Metsätieto on paikkatietoa. Vuonna 1991 se oli pääosin epätarkkaa nykyisiin paikantamismahdollisuuksiin verrattuna, tarkimmillaankin vain 10-20 m, koska näytealan (yleisemmin mittaajan) paikannus perustui paperikarttoihin. Puukartan keskipisteen ympärillä sentään sai desimetritarkkuudella, kun mittasi huolellisesti kompassilla/suuntakehällä suunnan ja mittanauhalla etäisyyden. Puukartan tarkkaa paikkaa kartalla ei kuitenkaan saanut selville kuin em. 10-20 m tarkkuudella. Siksi paikan päällä tehtiin peitepiirroksia maaston muodoista, kivistä ja kallioista tai lyötiin maahan paalu keskipisteen tai lähestymispisteen merkiksi. Muutamien metrien paikannustarkkuuteen kykenevät GPS-laitteet yleistyivät vasta 1990-luvun lopulla.

Tutkimuksessa haluttiin selvittää puiden kasvua Sköldvikin öljynjalostamon ympäristössä. Puurunkojen kasvu on jälsisolukon tuottamia vuosirenkaita. Toki oksa- ja juuristomassakin kasvavat, mutta näistä ei saa havaintoja kuin kaatamalla puun. Vuosirenkaista pystyy kairaamaan näytteen, josta voi laskea puun iän ja kunkin vuoden luston leveyden. Rungon paksuuskasvussa on iänmukainen trendi (nousee - saavuttaa taitepisteen - laskee[6]), johon sääolot, siementuotanto, lannoitukset, hakkuut, hyönteistuhot ym. aiheuttavat vaihtelua. Kasvun tasoon puolestaan vaikuttaa puuston tiheys – kun puita on paljon, yksittäiset puut kasvavat vähemmän. Tasoon vaikuttaa myös kasvupaikan laatu, mutta tätä vaihtelua oli siis tutkimuksessa pyritty eliminoimaan rajaamalla kohdemetsät tiettyihin kasvupaikkoihin. Tutkimuksessa kairattiin näyte yli 1500 puusta. Kunkin puun vuosilustoja verrattiin toisiinsa huomioimalla puun iän ja/tai puuston tiheyden vaikutus kyseisen puun lähiympäristössä (malli, joka huomioi nämä seikat). Tämä jälkeen tarkasteltiin ovatko eri ajanjaksoina 1950–1991 puut kasvaneet, suhteellisesti, eri tavalla eri osissa tutkimusaluetta. Puista havaittiin myös jäkäliä, latvusten harsuuntumista, runkojen vikoja, näkyviä hyönteistuhoja jne. ja näistä saatuja tuloksia voitiin verrata eri etäisyydellä jalostamolta. Tulosten perusteella ei löydetty puiden kasvussa merkittäviä eroja jalostamon lähellä ja kauempana kasvaneiden puiden välillä. Keskustelu kasvutappioista loppui ja metsät Porvoon seudulla ovat kasvaneet normaalisti senkin jälkeen.

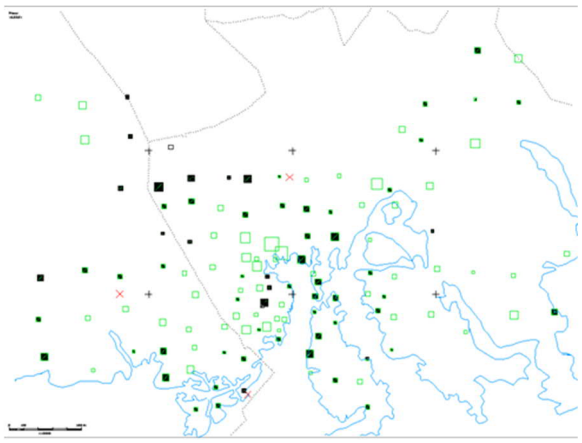
Pahimmat yksittäiset kasvuvaikutukset havaittiin lähellä kalkkikaivosta Sipoon Kalkkirannassa, missä kalkkipölyn takia kuusikoiden kasvu oli tyrehtynyt ja puut olivat huonokuntoisia, mahdollisesti ravinne-epätasapainon takia. Sittemmin Kalkkirannan puut ovat kasvaneet paremmin kalkkipölyn leviämisen loputtua, mutta lähialueen kasvillisuus[7] on edelleen mielenkiintoista vuosikymmenten kalkkilannoituksen ansioista. Kaiken kaikkiaan tutkimusalueen kuusista 20% oli tyvilahon[8] vikuuttamia, mikä on rannikkoalueelle tyypillistä.

Tässä puiden kasvun inventointitutkimuksessa tehtiin mittauksia, käytettiin malleja ja sovellettiin otantaa eli asetelmasta löytyvät kolme metsänmittauksen peruskomponenttia. Koealoilla mitattiin puista puulaji, rungon läpimitta, puun pituus, kairattiin vuosilustonäyte, (joka mitattiin myöhemmin mikroskoopilla), arvioitiin runkojäkäliä ja latvusten tilaa. Kasvunvaihtelua tasoitettiin puun iän ja metsikön puuston määrän suhteen tilastollisilla malleilla, ja poikkeamat mallin ennusteista olivat mielenkiinnon kohteena – kertoen missä sijaitsivat hyvin ja missä huonosti kasvaneet puut suhteessa jalostamon sijaintiin. (otanta): Kaikista koealoille osuneista puista ei mitattu pituutta tai kairattu kasvua, jotka ovat hitaita mitata, vaan otannalla valittiin osa metsikön puista koepuiksi, tarkempiin analyyseihin. Koealojen paikat valittiin systemaattisella, ositetulla otannalla, käyttäen karttaruutuja, linjoja ja tiukkoja sääntöjä metsäositteille, joista oltiin kiinnostuneita.

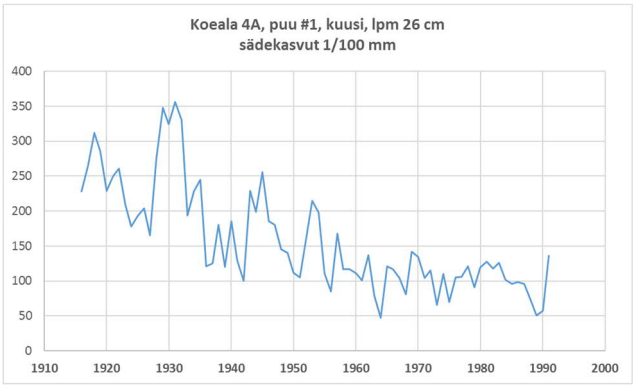
[6] https://en.wikipedia.org/wiki/Logistic_function
[7] https://www.vesi-ilma.fi/images/pdf/julkaisut/KalkstrandmiljoOpt.pdf
[8] http://www.metla.fi/metinfo/metsienterveys/lahontorjunta/kuusi-tyvilaho.htm



Kuva 5. Mäntyjen kasvussa havaittiin taantumaa lähellä jalostamoa noin vuosina 1975–1982 (Ydinalue).



Kuva 6. 1987-1991 kasvuntason poikkeamat eri koealoilla. Tummat ruudut vastaan alhaista kasvua.



Kuva 7. Rungon sädekasvun vuositason vaihtelua. Läpimitan kasvu saadaan kertomalla sädekasvu kahdella.

Tästä tuli gradu. Metsäylioppilailla oli vuonna 1991 käytössään muutamia mikrotietokoneita, joilla saattoi kirjoittaa gradunsa puhtaaksi Viikissä ja Metsätalolla Unioninkadulla (koneille oli jonotuslistat, aikaa oli korkeintaan muutama tunti per päivä, ohjelma oli WordPerfect 4.1) ja tulostaa laserkirjoittimelle. Kuvat tulostettiin erikseen, ja niitä ei tavallisesti nähnyt päätteeltä, vaan kuvaa yritettiin paperitulosteen perusteella korjata ohjaustiedostoa muuttamalla (yritys ja erehdys). Tulostettu kuva teipattiin tekstitulosteeseen. Analyysit tehtiin VAX keskustietokoneella. Metsänarvioimistieteen laitoksella Metsätalolla sekä Viikin B-talon kellarissa sijaitsivat päätesalit, joissa oli rivikirjoitin sekä ”tyhmiä” päätteitä[9], jotka näyttivät 25 x 80 merkkiä. Salissa oli myös puhelin, jolla saattoi soittaa Vallilaan ja pyytää oman nauhansa asentamista nauhaasemaan, jotta pystyi lukemaan ja kirjoittamaan tiedostoja, kun henkilökohtainen kovalevylevykiintiö täyttyi kovin helpolla. Tiedoston siirto VAX:lta PC:lle oli kiemuraista. Siihen tarvittiin kermit[10].. VAXilla toimivat SAS ja BMDP tilasto-ohjelmat sekä C- ja Fortran77-kieliset ohjelmointiympäristöt. Eiku-näppäintä (Ctrl-z) ei ollut. Oli tavallista, että metsäylioppilaat suorittivat Vallilassa tietojenkäsittelyn kursseja, moni aina cumu-tasolle asti. Alla esimerkki Sköldvikin tutkimukseen tarvitusta Fortran-ohjelmasta Samojen temppujen tekeminen nykyisillä Excel-ohjelmaversioilla olisi ollut ”unelma”.

```
c ohjelma muuntaa for010.dat lustodatan for011.dat tiedostoksi, jossa
c ikä, vuosi, lustonleveys, koeala, puunnumero, puulaji ja aluekoodi
        character*10 x(500)
        character*50 apu
        character*4  koea,puuno
        dimension aluey(26) aluev(50) aluet(46)
        dimension plajim(49) plajik(73)
       data aluey/23,26,28,30,32,33,36,37,38,64,71,73,80,81,82,24,27,
      *29,35,39,40,65,67,72,83,127/
       data aluev/13,14,15,17,19,21,22,57,60,61,62,68,70,75,78,85,89,
      *91,92,95,96,99,100,101,102,103,105,107,112,128,129,131,12,18,
      *25,34,56,63,66,69,74,76,77,79,86,87,94,104,106,130/
       data aluet/1,4,7,9,41,42,43,44,46,48,50,51,52,53,55,58,59,97,
      *110,113,114,117,120,121,122,123,2,3,5,6,8,11,16,45,49,54,98,
      *109,111,115,116,118,119,124,125,126/
       data plajim/2,3,5,6,8,11,12,16,18,24,25,27,29,34,35,39,40,45,49,
      *54,56,63,65,66,67,69,72,74,76,77,79,83,86,87,94,98,104,106,109,
      *111,115,116,118,119,124,125,126,127,130/
       data plajik/1,4,7,9,13,14,15,17,19,21,22,23,26,28,30,32,33,36,
      *37,38,41,42,43,44,46,48,50,51,52,53,55,57,58,59,60,61,62,64,68,
      *70,71,73,75,78,80,81,82,85,89,91,92,95,96,97,99,100,101,102,
      *103,105,107,110,112,113,114,117,120,121,122,123,128,129,131/
       read(10,'(q,a)')ix,apu(1:ix)
1      read(10.'(q,a)',end=2)ix,apu(1:ix)
       if(apu(1:3).eq.'# 3'then
         koea=apu(5:min0(ix,8))
         read(apu(5:ix-1),*)mets
       do 12 i=1,26
12     if(mets.eq.aluey(i))iarea=1
       do 13 i=1,50
13     if(mets.eq.aluev(i))iarea=2
       do 14 i=1,46
14     if(mets.eq.aluet(i))iarea=3
       do 15 i=1,49
15     if(mets.eq.plajim(i))ispec=1
       do 16 i=1,73
16     if(mets.eq.plajik(i))ispec=2
       end if
       if(apu(1:3).eq.'# 4')puuno=apu(5:min0(ix,7))
       if(apu(1:1).eq.'#')   go to 1
       if(apu(4:6).eq.'OCT') go to 1
       if(apu(4:6).eq.'NOV') go to 1
       if(apu(4:6).eq.'DEC') go to 1
       if(apu(1:1).eq.'*')then
c tulostetaan edellinen puu
         ika=n
         iv=1992
         do 10 i=1,n
         iv=iv-1
         ika=ika-1
         write(11,'(2i5,a,1h,a,1h,a,1h,i2,i2)')ika,iv,x(i)(1:4),
     *koea(1:4),puuno(1:4),ispec,iarea
10       continue
         n=0
         do 11 i=1,500
11       x(i)=' '
         go to 1
       end if
       n=n+1
       x(n)(1:ix)=apu(1:ix)
2      end
```

[9] https://en.wikipedia.org/wiki/VT220

[10] https://en.wikipedia.org/wiki/Kermit_(protocol)



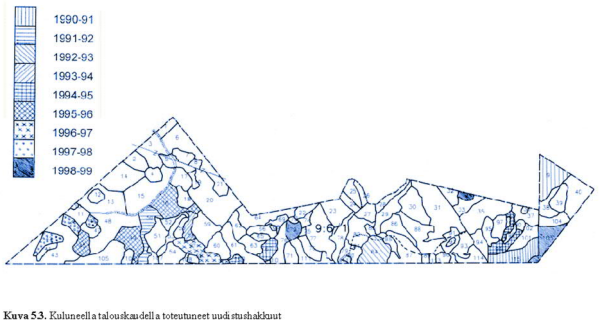
Kuva 8. Lustonmittauslaitteet Suometsätieteen laitoksella syksyllä 1991. Laitteisiin oli kytketty MS-DOS 3.1 tietokone, josta tiedot sai ulos 5.25" lerpulle, josta toisella koneella siirtäen VAX-keskuskoneelle. Kairanlastut laitettiin metsässä aaltopahvilevyihin ja pakastettiin mittausta odottamaan.



Kuva 9. Puiden paikantaminen. Koealan keskipaalu veistettiin näreestä (oikealla), pohjoissuunta määritettiin kompassilla (mittaajalla käsissään), ja suunta puuhin suuntakehällä, joka seisoi kolmijalalla. Forstihaalareissa oli vielä Tehdaspuun sponssi.

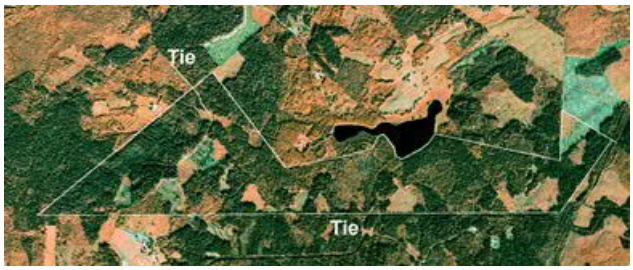
1.3.2 Metsätalouden suunnitteluinventointi

Toinen metsänmittausesimerkki liittyy metsäsuunnitteluun, jossa työn toimeksiantaja oli yksityinen metsänomistaja Riistavedeltä Pohjois-Savosta. Hän halusi tietää metsiensä tilan ja saada metsäsuunnitelman, jota noudattaen hän saisi tasaisia hakkuutuloja ylläpitäen hakkuumahdollisuuksia myös tulevaisuudessa. Hän halusi huomioida myös muita arvoja: erityisesti riistan, arvokkaat luontokohteet ja erikoispuut. Tilalle oli tehty jo aiempia metsäsuunnitelmia vuosina 1960, 1970, 1980, ja 1990. Vuosi tällä kertaa oli 1999, tilanomistaja professori ja aiempi Metsäntutkimuslaitoksen pääjohtaja, metsänhoitaja ja MMT Viljo Holopainen (ensimmäinen metsäekonomiasta väitellyt). Inventoinnin ja metsäsuunnitelman tekivät harjoitustyönään pääosin toisen ja kolmannen vuoden metsäylioppilaat, osana MARV3 kenttäkurssia, joka järjestettiin Siilinjärven Toivalassa.



Kuva 5.3. Kuluneella talouskaudella toteutuneet uudistushakkuut

Kuva 10. Tila koostui kahdesta kiinteistöstä. Itä-länsisuunnassa pituutta oli 3 km, etelä-pohjoissuunnassa enimmillään 600 m. Tilalla oli pidetty tarkkaa kirjaa metsänhoidosta ja puunmyynnistä. Kuvassa esitetään vuotuiset hakkuut 1990-1999.



Kuva 11. Vuonna 1999 ilmakuvia otettiin vielä filmikameroilla, mutta tietokoneiden kapasiteetti ja graafiset käyttöliittymät mahdollistivat digitoitujen ilmakuvien käytön taustakuvina, ja ensimmäiset paikkatietojärjestelmiä (GIS-) muistuttavat metsätietojärjestelmät oli otettu käyttöön yksityismetsien suunnittelussa. GIS-opetus alkoi Helsingin yliopistossa, ensin Maantieteen laitoksella ja sen jälkeen yhteistyössä Metsävarojen käytön laitoksen kanssa, jonne maantieteilijät houkutteli hienot unix-järjestelmällä toimivat graafiset X-päätteet. Opiskelijoilla oli Xforest- niminen sovellus, joka korvasi kömpelön keskustietokoneissa toimivan Nalle-järjestelmän (Metsälautakunnat ja –yhdistykset käyttivät Nallea). Vääräväri-ilmakuvan tummat sävyt kertovat tilan metsien havupuuvaltaisuudesta.

Tilalla oli harjoitettu metsikkötalousjärjestelmää, eli tasaikäismetsätaloutta, jossa metsikkökuvioittain kasvatetaan ja hoidetaan puustoa käyttäen eri mittaisia kiertoaikoja. Metsäsuunnittelu pohjautuu(i) kuvioihin, jotka saattavat muuttua ajan kuluessa. Ensimmäisenä työvaiheena opiskelijat rajasivat kuviot ilmakuvaa, vanhoja suunnitelmia ja karttaa käyttäen, s.e. kuviot olivat puustoltaan mahdollisimman homogeenisia, mutta myös kasvupaikka huomioitiin ja suot ja kankaat erotettiin tarkasti toisistaan. Suot näkyivät peruskartalla. Ilmakuvia tulkittiin niin tietokoneen ruudulta (digikuvat) kuin stereoskoopin alla (paperivedokset), jolloin pinnanmuodot ja puusto näkyivät tarkastelijalle kolmiulotteisina (Kuva 12). Stereonäytöt olivat vielä tuolloin erittäin harvinaisia ja kalliita, ja ovat sitä edelleen (2017). Kuviointia ilmakuvalta tehtäessä saa-

tiin karkeasti myös selville, onko kyseessä taimikko, kasvatusmetsä vai vanha metsä. Kokenut kuvatulkitsija pystyi arvioimaan myös puuston tiheyttä eli monia kuviointiin vaikuttavia tunnuksia.

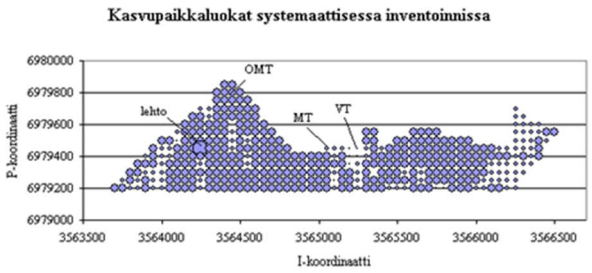


Kuva 12. Suurennos ilmakuvasta. Kuvalla näkyy tuoreita hakkuualoja (turkoosi, jättöpuiden varjoja), ojitusalue (pohjoisessa), taimikoita (punaisia, puut eivät erotu), vanhaa metsää (vasen alaneljännes).

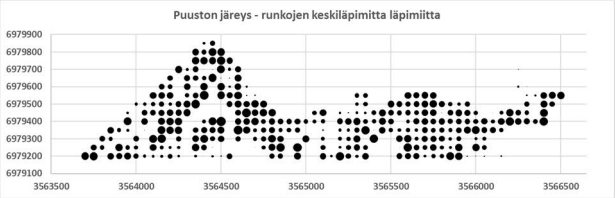
Näiden tietojen (ennakkokuvionnin) avulla opiskelijat pystyivät suunnittelemaan maastoreitin kuviolta toiselle. Maastossa tarkastettiin kuviorajojen kulku ja tehtiin mittauksia, joilla kuvattiin kasvupaikkaa (metsänhoitoa varten, puuston kasvukyvyn arviointi) sekä puustoa (toimenpidetarpeen arviointi, hakkuupoistuman rakenne). Kuviolla pääteltiin myös metsänhoidollista toimenpidetarvetta (taimikonhoito, harvennus, pystykarsinta, lannoitus, ojitus jne.) sekä tehtiin havaintoja muista kuin puuntuotannollisista arvoista eli etsittiin lähteitä, merkkejä metsäkanalinnuista, kulttuuriarvoista jne. Tässä metsänmittausmenetelmässä (kuvioittainen arviointi) saa mittaaja itse valita, mistä kohdista metsikkökuviota havaintoja tekee eli mihin sijoittaa näytealoja, jotka sitten kuvaavat kyseistä metsikköä. Koska paikan valinta on subjektiivinen, ei menetelmää käytettäessä voida sanoa käytettävän otantaa, johon satunnaistus kuuluisi keskeisesti. Niinpä tuloksiin voi jäädä systemaattisia virheitä, jos mittaajat suosivat tai välttelevät tiettyjä osia kuvioista, tai eivät osaa hahmottaa kuvion kokonaisuutta ja painottaa oikein eri puolilta metsikköä otettuja näyte(koe)alojen arvoja keskiarvoja ja summia laskettaessa. Koska metsäylioppilaat olivat vasta-alkajia, alueelle tehtiin myös ns. systemaattinen koeala-arviointi, jossa näytealojen paikat olivat 50 metrin välein, eli hehtaarilla (100 x 100 m) oli 4 näytealaa, ja koko tilalla yhteensä 404 (Kuva 13). Paikat määräytyivät koordinaattien perusteella systemaattisesti.

Koko Suomen kattava Valtakunnan metsien inventointi (VMI) muistuttaa tilalle tehtyä systemaattista koeala-arviointia, sillä erotuksella, että Suomi on pinta-alaltaan suurempi ja VMI:n koealoja on paljon harvemmassa kuin 50 m välein.

Kts. http://www.metla.fi/ohjelma/vmi/info.htm



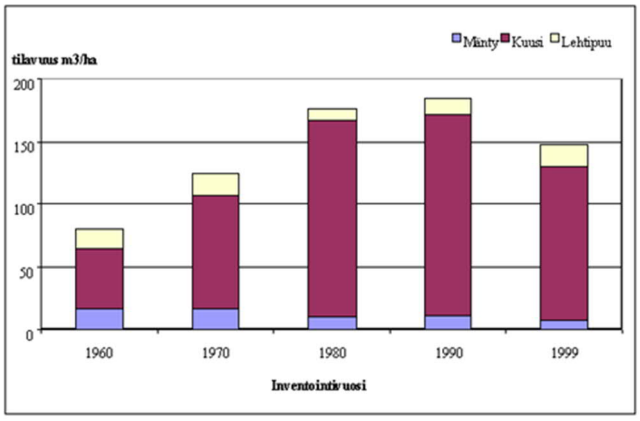
Kuva 13. Pohjois-Savolle tyypilliseen tapaan tilan metsät havaittiin reheviksi systemaattisessa koeala-arvioinnissa, sillä käenkaali-mustikkatyyppi (OMT) oli vallitseva ravinteisuustaso. Metsiä oli laidunnettu vielä 1950-luvulla, ja vuoden 1989 mittaajat saivatkin nautiskella mesimarjoista, jotka viihtyivät puustoltaan harvoissa rehevissä ja laidunnetuissa metsissä. Vuonna 1999 mesimarjaa oli enää niukalti.



Kuva 14. Kun koealoja on tiheässä ja kuviot ovat riittävän suuria, näkee koealakartasta "kuviorakenteen". Pallukan koko kuvaa puuston järeyttä. Suurin puuston keskiläpimitta (1.3 m korkeudelta mitattu rungon läpimitta) oli 37.7 cm.

Tilalle osui 404 koealaa, ja kun jokaiselle määriteltiin mittauksiin ja malleihin perustuen runkopuun tilavuus (hehtaarikohtaiseksi "tilavuustiheydeksi" muutettuna), saatiin kaikkien koealojen eli koko alueen keskiarvoksi 147 m³ per hehtaari. Yksi koeala edusti pinta-alaa 50×50 m eli 0.25 hehtaaria. Tällöin tilan pinta-ala on noin 404×0.25 ha eli 101 hehtaaria, ja puustoa on kaikkiaan 101×147 = 14847 m³. Jos puun kantohinnaksi arvioidaan 30 €/m³, voi tästä johtaa puuston kokonaisarvolle kertolaskuna karkean arvion, 30×14876=440.000 €. Koealakohtaisten (n=404) tilavuuksien keskihajonta oli 120 m³/ha, ja kun koealoja oli yhteensä 404, saadaan tilan puuston keskitilavuudelle 67%:n luottamusvälit kaavalla 120/sqrt(404)=147±6 m³/ha, mikä on suhteellisesti ilmaistuna ±4%. Kokonaispuuston estimaatin 14847 m³ 67%:n luottamusvälit ovat 14876±(101×6)m³. Otannalla saadun keskiarvon otosjakauma lähestyy teoreettisesti aina normaalijakaumaa, ja niinpä 95% todennäköisyydellä inventoinnilla saatu keskitilavuus (147 m³/ha), on 12 m³/ha oikeasta (±kaksi keskihajontaa, ±8%). Suomen metsien keskitilavuus oli 1999 noin 90 m³/ha, eli tila oli keskimääräistä puustoisempi.

Yllä esitetty (systemaattisen) otannan tarkkuusarvio (satunnaisotannan kaavalla) pätee vain, jos mittaajat eivät ole tehneet systemaattisia virheitä laitteita käyttäessään tai kirjatessaan arvoja. Myöskään laskutoimituksissa ja laskelmissa tarvituissa malleissa ei saa olla systemaattisia virheitä eli harhaa, joiden johdosta mallilla saatu tulos olisi väistämättä yli- tai aliarvio. Näin voisi olla, esim. jos tilan puut ja metsät olisivat keskimääräisestä poikkeavia, jolloin puu- ja metsikkötunnuksia ennustavat mallit usein antavat järjestelmällisesti oikeasta poikkeavia tuloksia. Metsänmittauksessa pyritään aina arvioimaan asiakkaalle annettujen estimaattien luotettavuus. Systemaattiset virheet pyritään yleensä eliminoimaan menettelemällä seuraavasti: i) Otanta suoritetaan huolehtimalla satunnaistuksesta, ii) Mallien systemaattisia virheitä kontrolloidaan lisä- ja tarkistusmittauksin ja iii) mittaukset tehdään huolellisesti ja mittalaitteet kalibroidaan.



Kuva 15. Metsäylioppilaiden laatimien vv. 1960-1999 metsäsuunnitelmien tuloksista voitiin johtaa puuston kokonaismäärän kehitys puulajeittain. Kuva liitettiin metsäsuunnitelmaan. Vanhat puustotiedot olivat saatavilla, koska vanhat suunnitelmat löytyivät paperimuodossa. On paradoksaalista, mutta digiaikana vanhojen tietojen löytyminen voi olla haastavaa.

ikäluokka	mänty	kuusi	koivut	muut lehtipuut	yhteensä	til.osuus, %
0-10		1,46	14,09	2,68	18,23	0,12
10-20	9,38	82,01	58,92	32,19	182,50	1,22
20-30		305,37	56,60	26,46	388,43	2,60
30-40	71,10	601,76	298,50	77,13	1048,49	7,02
40-50	61,48	1658,02	421,72	32,94	2174,16	14,56
50-60	83,61	1836,52	233,24	0,00	2153,37	14,42
60-70	115,10	1635,15	245,15	4,06	1999,46	13,39
70-80	26,67	1643,05	159,35	3,60	1832,67	12,27
80-90	24,71	1491,70	23,74		1540,15	10,31
90-100	120,26	1690,77	54,98		1866,01	12,50
100-110	226,45	733,61	56,34		1016,40	6,81
110-120	46,99	292,09			339,08	2,27
120-130	5,78	235,01			240,79	1,61
130-140	9,31	53,41			62,72	0,42
140-150		70,56			70,56	0,47
yhteensä	800,84	12330,49	1622,63	179,06	14933,02	100,00

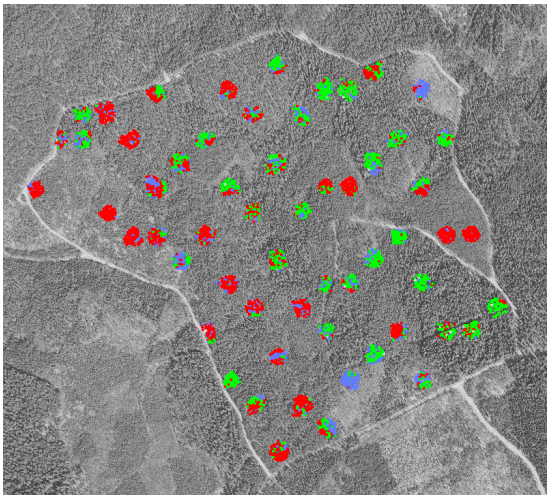
Kuva 16. Kuvioittaisen arvioinnin tuloksena saatiin kokonaistilavuuden arvioksi 14933 m3, mikä poikkeaa systemaattisen arvioinnin tuloksesta varsin vähän. Kun kuvion puustolle määritetään ikä ja muut tiedot puulajeittain, voidaan laatia kuvan mukainen taulukko, josta näkee, kuinka paljon minkäkin ikäistä puustoa tilalla on, runkotilavuutena (m3).

Opiskelijat tekivät tilalle kestäviä hakkuusuunnitelmia, ja saivat 10-vuotisjakson 1999-2009 vuotuiseksi hakkuumääräksi noin 580 m^3 ja vuosien 2009-2019 hakkuupoistumaksi 700 m^3/v. Kuva 16 paljastaa syyn: vasta toisella 10-vuotisjaksolla on runsaammin tarjolla yli 80-vuotiasta hakkuukypsää puustoa. Luvuista voi laskea vuotuiset kestävät hakkuutulot. Tilan pinta-ala (101 ha) huomioiden hakkuut ovat noin 5.8–7 m^3/ha/v. Käenkaalimustikkatyypin metsämaalla keskimääräinen (pitkän ajan) kasvu Pohjois-Savon ilmasto-oloissa on luokkaa 6 m^3/ha/a eli siinä mielessä ehdotetut hakkuut ovat kestäviä, vaikka kunnollinen kestävyystarkastelu ei olekaan aivan näin yksinkertaista. Taulukoiden lisäksi omistajalle laadittu suunnitelma sisälsi kuviokarttoja, joilla havainnollistettiin tilan ominaisuuksia ja suunnittelijoiden tekemiä tie- ja ojitusinvestointi-, hoito- ja hakkuuehdotuksia (toimenpide-ehdotuksia). Suunnitelmassa kerrottiin sinisuohaukasta ja metsäkanalintuhavainnoista, käärmekuusesta ja yhdestä lähteiköstä. Vielä vuonna 1999 metsänomistaja ei saanut suunnitelmatietoja digitaalisessa -muodossa, ellei omistanut Xforest-ohjelmaa, jonka käyttäjän tuli olla metsäammattilainen ja atk-asiantuntija. Tätä nykyä metsäsuunnitelmat ovat netissä ja niitä muokataan ja päivitetään tarpeen mukaan. Esimerkiksi se kuvioiden hakkuujärjestys, joka on taloudellisesti optimaalisin, voi muuttua, kun puun hinnat (kysyntä) muuttuvat.

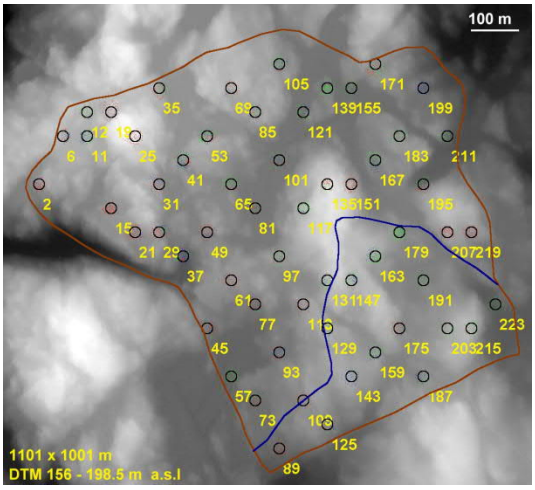
1.3.3 Puiden mittaus ilmakuvilta ja laserkeilaushavainnoista, puu kerrallaan (yksinpuin)

Seuraava metsänmittausesimerkki tuo lukijan vuoteen 2007. Tällä kertaa oltiin kiinnostuneita 57 hehtaarin metsäalueen puustosta, mutta mittaukset tehtiin ”ilmasta käsin”, ilmakuvilta ja laserkeilausdatasta. Ensimmäiset kaupalliset ilmalaserkeilaukset oli Suomessa tehty kesällä 2004 ja digitaaliset ilmakuvakamerat olivat syrjäyttäneet filmikamerat edellisenä kesänä 2006. HY:n MARV4-kurssilaiset tekivät tutkimuksen, jossa verrattiin yksinpuintulkintaa tarkkoihin maastomittauksiin. Kurssilaiset olivat vuosina 2005-6 opintonsa aloittaneita metsäylioppilaita[11].

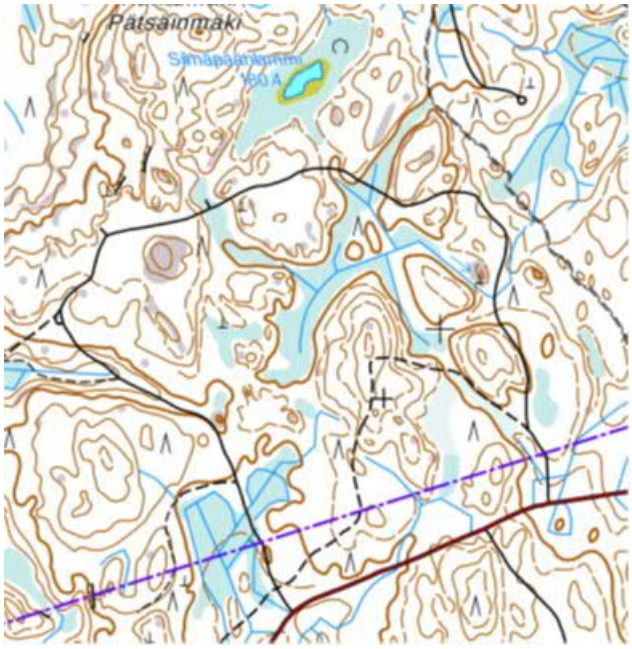
- Metsähallituksen metsää, rajoina metsäautotiet.
- Vanhoilta ilmakuvilta (1946-2007) päätellen, alueen puustoja oli uudistettu n. vuosina 1950-1985, eli puusto oli toisaalta 30-60-vuotiasta ja toisaalta reilusti yli 100-vuotiasta.
- Käytössä oli tarkkoja ilmakuvia ja ilmalaserkeilausaineisto vuodelta 2006



Kuva 17. MARV4 kurssin inventoima alue ("Texasin tila") keväältä 2007. Mustavalkokuvalle on projisoitu ilmakuvilta ja laserilta mitatut puut. Punainen == mänty, vihreä == kuusi ja sininen == lehtipuu.



Kuva 18. Maaston korkeusmalli, alueen rajat, alueen halkova talvitie, 4 aarin (400 m2) koealat numeroineen.



Kuva 19. Kansalaisen karttapaikan peruskartta. Suot näkyvät korkeuskartalla (Kuva 18) painanteina.

Edellisen esimerkin suunnitteluinventointi Riistavedellä oli vuodelta 1999, jolloin vasta muutama tutkija (mm. Juha Hyyppä Suomessa, Erik Naesset Norjassa) oli oivaltanut ilmalaserkeilauksen potentiaalin, ja uranuurtavaa tutkimusta tehtiin erilaisilla keilainprototyypeillä. Kehitys oli kuitenkin nopeaa, koska laserkeilausta saattoi hyödyntää niin laaja-alaisesti erilaisessa kartoituksessa eli kehittyvälle tekniikalle oli kysyntää. Laserkeilausta ei olisi ilman cm-tarkkaa satelliittipaikannusta, joka tuli kaikkien saataville Suomessa noin 2005. (VRS-GNSS järjestelmä[12]). Taimikoissa VRS-GNSS laite pystyi saavuttamaan cm-tarkkuuden ja puuston alla huokealla satelliittipaikantimella mittaaja pääsi alle metrin virheeseen (jälkilaskennan avulla). Metsänmittauksen kehitys onkin aina ollut uusien mittaus-, laskenta- ja tilastollisten menetelmien soveltamista. 2000-luvun alku olikin mullistavaa aikaa metsänmittauksessa.

Ajatus siitä, että puita voi mitata ilmakuvilta ei ollut uusi. Jo 1950-luvulla[13] tehtiin kokeiluja ja laadittiin matemaattisia yhtälöitä, joiden avulla filmi-ilmakuvalta mitattu latvuksen leveys voitiin muuntaa rungon läpimitaksi. Mittaukset olivat vain hankalia toteuttaa, eikä yhden puun kohdalla tarkkuus ollut kovin hyvä.

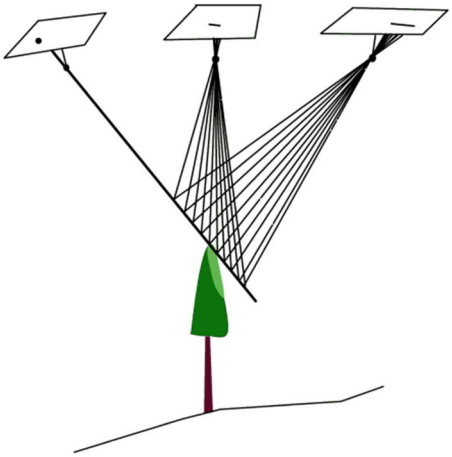
Esimerkiksi puun läpimitan voi ennustaa yhtälöllä (mallilla), jossa rungon läpimitta = $a_1 \times d_{cr} + a_2 \times h$, missä h on puun pituus ja d_{cr} on latvuksen suurin leveys. Kertoimet a_1 ja a_2 vaihtelevat puulajeittain, ja kertoimien lukuarvoja on julkaistu tutkimusselosteissa[14]. Rungon läpimitta on tärkeä puuta kuvaava tunnus. Jos puun pituuden ja latvuksen maksimileveyden pystyy mittaamaan virheettä, on rungon läpimitan ennustetarkkuus noin ±10%, eli läpimitaltaan 30 cm paksulle rungolle saadut arviot ovat välillä 27...33 cm, 68% tapauksista (± yksi keskihajonta). Kovin täsmällisiä epäsuoria mittauksia rungon järeydestä ei siis voi tehdä mittaamalla latvuksen leveys ja puun pituus. Mutta, jos mittaukset voidaan automatisoida, saadaan kerralla paljon puita mitatuiksi, ja satunnaiset virheet kumoavat toisensa alueellisia (puiden)keskiarvoja ja (puu)summia laskettaessa.

[11] http://www.helsinki.fi/~korpela/MARV4_2007/index.html

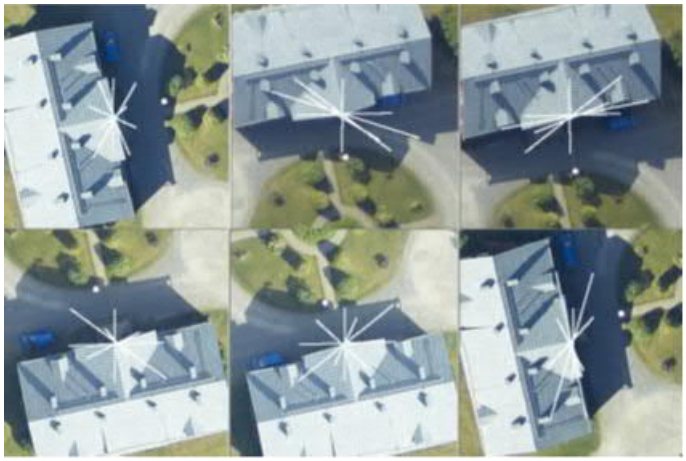
[12] https://fi.wikipedia.org/wiki/Reaaliaikainen_kinemaattinen_mittaus

[13] https://www.cabdirect.org/cabdirect/abstract/19500603482

[14] https://silvafennica.fi/article/386/related/386

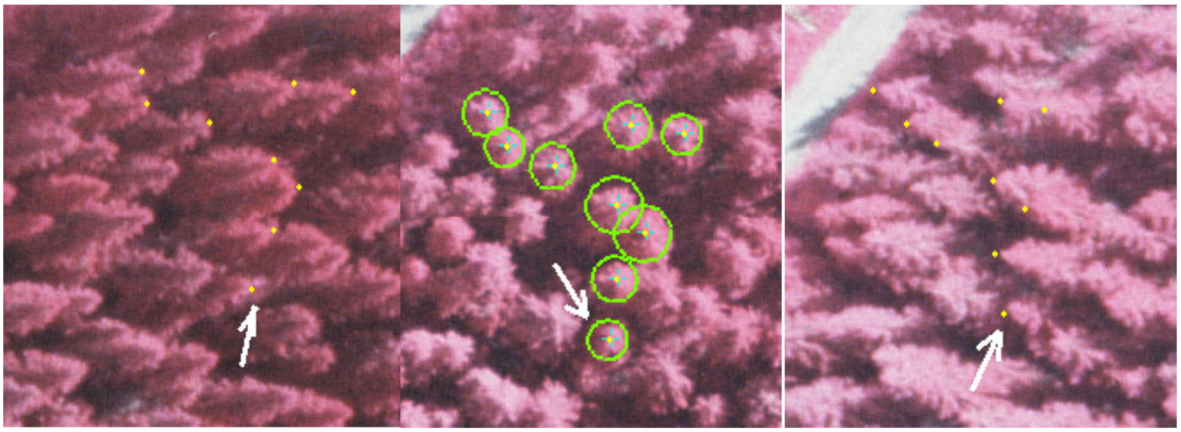


Kuva 20. 3D kuvamittauksen periaate. Jos vasemmanpuoleiselta (tai miltä tahansa) kuvalta pystytään osoittamaan puun latva, voi se sijaita muilla kuvilla ainoastaan epipolaarisuorilla[15], jotka osoittavat, missä vasemmanpuoleisen kuvan kuvasäde kulkee toisilla kuvilla. Jos tiedetään millä korkeusvälillä latva todennäköisesti sijaitsee, rajautuvat epipolaarisuorat janoiksi. Kun sama latva (piste) löydetään kaikilta kuvilta, voidaan sen XYZ-sijainti laskea kuvasuorien "leikkauspisteenä" (eteenpäinleikkaus). Jotta kaikki eo. onnistuu, on kuvista kuitenkin tiedettävä tarkalleen, mistä XYZ pisteestä ne on otettu, ja miten kamera oli kallistunut kuvaa otettaessa, ja millainen kamera tarkalleen ottaen on geometrisesti (polttoväli, pikselin koko jne.).



Kuva 21. Mittaajan näkymä ilmakuvilta pistettä mitattaessa. Kun mittaaja osoittaa katon harjaa, kuvautuu tämä epipolaarisuora muille kuville. Kun kaikki 6 pistettä on mitattu oikein ja kuvattu on orientoitu tarkasti (jotta epipolaarigeoimetria toimii), nähdään suorien leikkaavan samassa pisteessä. Metsässä tehtävä on vaikeampi, kun osoitettavana on saman puun latvapiste monien puiden joukosta.

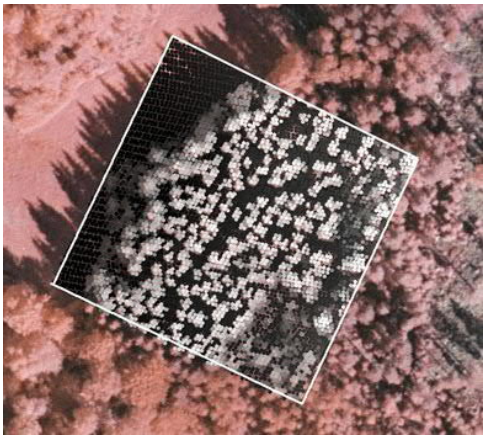
Ilmakuvien etu on se, että liikkuminen ilmakuvalla on paljon helpompaa kuin liikkuminen maastossa. Yksi ilmakuvamittauksen aiemmista ongelmista oli, ettei maanpinta latvusten alla näy, jolloin puiden pituuden mittaaminen vaikeutuu, kun maanpinnan korkeutta (Z) ei voida luotettavasti mitata. Peruskarttojen korkeusmallit (-käyrät) yleistivät maan pinnanmuotoja, ja korkeusvirheet saattoivat olla useita metrejä. Tämä johtuu siitä, että käyrät on juurikin piirretty ilmakuvia stereoskooppisesti ihmissilmin tarkastelemalla.



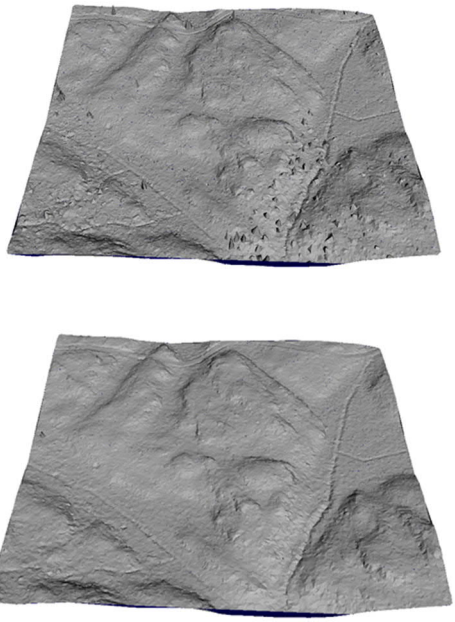
Kuva 22. Kuvakolmikko (isoilta kuvilta leikattuja kuvakaappauksia), johon on merkitty 9 puun latvapisteet. Puut näkyvät myötävalossa, suoraan kameran alla ja vastavalossa (vrt. Kuva 20). Ympyrät kuvaavat kuvalta mitattuja latvuksen leveyksiä olettaen, että latvukset ovat ympyräsymmetrisiä, mikä ei tietenkään aina pidä paikkaansa, erityisesti tiheissä kilpailulle alttiina olevissa metsissä.

Maanpinnan korkeusaseman problematiikka ratkesi ilmalaserkeilauksen myötä[16]. Tekniikka on periaatteessa yksinkertainen. Mittalaitteessa (laserkeilain) on kaksi osaa, joista toinen lähettää hyvin lyhyitä ja kapeita (pituudeltaan muutamia metrejä, maassa alle metrin levyisiä) valopulsseja ja toinen joka vastaanottaa takaisin sironneita fotoneja. Laite mittaa valon kulkuajan kohteeseen ja takaisin. Kulkuajan sekä valon nopeuden avulla pystytään laskemaan kohteen ja laserkeilaimen välinen etäisyys (kyseessä on etäisyysmittari). Jos lisäksi tiedetään, missä laserkeilain tarkalleen sijaitsi (XYZ) ja mihin suuntaan laserpulssi "ammuttiin" (suuntavektori (i, j, k)), saadaan laskettua kohteen XYZ-sijainti. Keilain sijoitetaan lentokoneen tai helikopterin runkoon s.e. "katselusuunta" on alas. Kun pulsseja ammutaan satoja tuhansia sekunnissa, ja niitä poikkeutetaan systemaattisesti eri suuntiin ilma-aluksen alapuolella, saadaan aikaiseksi 3D (pisteitä) näytteenotto alla olevasta maisemasta (Kuva 23). Vastaanottimet on rakennettu s.e. ne pystyvät mittaamaan useita kaikuja samasta pulssista, tilanteessa, jossa osa valopulssia (osuttuaan kasvillisuuteen) jatkaa matkaansa kohti maanpintaa tai esim. osuu useampaan oksaan.

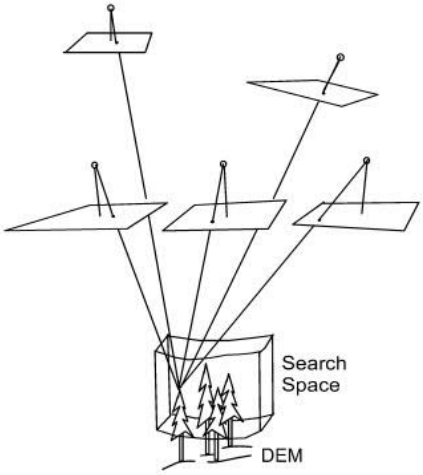
[15] https://en.wikipedia.org/wiki/Epipolar_geometry
[16] http://www.helsinki.fi/~korpela/Hyytiala/Ilmakuva_aikasarja3.html



Kuva 23. Ilmalaserkeilausipisteitä 1 hehtaarin alueella. Pisteen harmaasävy vastaa korkeutta merenpinnan yläpuolella (H). Hyytiälän Muistokuusikko. Vuosi 2004.



Kuva 24. Algoritmilla voidaan etsiä laserpisteiden (kaikujen) joukosta ne tapaukset, joissa pulssi on todennäköisesti osunut maahan asti. Yllä esitetään kolmiomalli (TIN) ennen piikkien (epäuskottavia maapisteitä) suodatusta ja alla on suodatettu maaston korkeusmalli.



- Ilkka Korpela 2004

Kuva 25. Puun latvan ja maanpinnan korkeusero == pituusarvio. DEM tulee sanoista digital elevation model, maaston korkeusmalli. Latvapiste voidaan mitata kahta tai useampaa kuvaa käyttäen.

Inventoitava alue oli noin 57 hehtaaria kooltaan (Kuva 17). Sille perustettiin systemaattinen koealaverkko, jonka puut mitattiin sekä ilmasta käsin että maassa. Koealoja oli 59 kpl ja kuhunkin mitattiin ympyrän muotoinen näyte(koe)ala, jolta pyrittiin mittaamaan kaikki puut, jotka kuvatulkitsija vain kykeni erottamaan ilmakuvilta. Samalla hän arvioi puulajin ja mittasi automaattisesti latvuksen läpimitan sekä kuvainformaatioon että laserpistepilveen perustuen (Kuva 26).

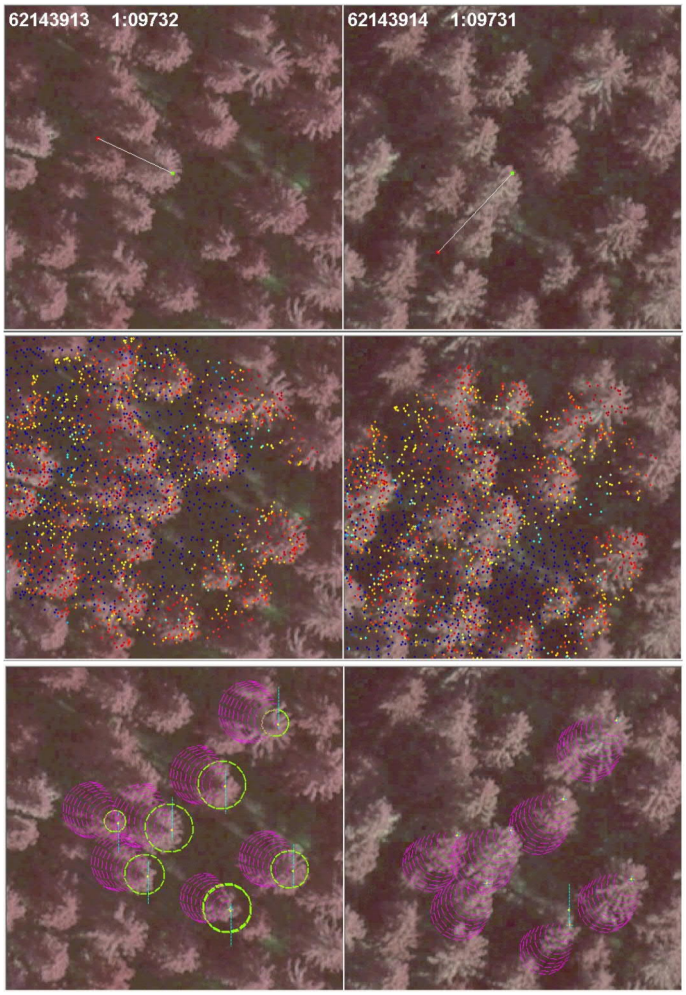
Kaiken kaikkiaan koealoilta mitattiin maastossa 2113 puuta. Kun tulokset laskettiin koko 56.8 hehtaarin alueelle saatiin Taulukko 1 mukaisia arvoja. Maastossa mitattiin kaikki puut, joiden runko oli läpimitaltaan vähintään 5 cm. Näistä puista vain 64.8 % pystyttiin mittaamaan ilmasta käsin. Tulokset ”ilmasta käsin” olivat kauttaaltaan aliarvioita. Esim. puiden runkotilavuuden arvio (9783 m3) oli 81% oikeasta arvosta. Syitä aliarvioon olivat: pienet puut eivät näy ilmakuvalla / laserpisteissä, tiheässä kasvavat eivät erotu ja se, että pituudet ja latvusten leveydet aliarvioituivat systemaattisesti ja puiden läpimitat aliarvioituivat tämän takia 1-2 cm. Puulaji tulkittiin lähes 95% tarkkuudella oikein (

Taulukko 2), joskin kaukokartoittaja tunsi vain ”puulajin lehtipuu”. Kuusen tilavuuden aliarvio oli suurin, 27%. Kuuset ovat usein alikasvoksessa tai vallittuja, eivätkä siksi näy ilmakuvassa. Lisäksi kuusen latvuksen levein kohta on alhaalla katveessa eli vaikeasti mitattavissa.

Maastomittauksin (kaikista koealojen puista mitattiin puulaji, rungon läpimitta ja pituus) saatiin alueen puuston kokonaistilavuudeksi 12110 m3. Kun huomioidaan alueen pinta-ala (57 ha), saadaan tästä keskiarvoksi 213 m3/ha (keskitilavuus). Alue oli selvästi runsaspuustoisempi kuin edellisen esimerkin metsälö Riistavedellä, missä vastaava puuston keskitilavuuden arvio oli 147 m3/ha, mikä sekin oli valtakunnallista keskiarvoa suurempi[17].

Tukkipuuta alueella oli 5200 m3, eli noin 250,000€ arvosta (50€/m3).

[17] http://www.metla.fi/metinfo/tilasto/julkaisut/vsk/2014/vsk14_tunnuslukuja.pdf



Kuva 26. Ilmakuvapari kuusikosta. Yllä: Operaattori on mitannut latvapisteen ja on näin saatu puulle paikka ja pituus ("runko" on projisoitu kuville). Keskellä: ilmalaserkeilauksen tuottamat pisteet väreillä "korkeus maasta". Alla: latvapisteen käsin mittaamisen jälkeen latvuksen koko arvioitiin kuvilta automaattisesti "template matching" tekniikalla (vihreät ympyrät), ja toisaalta sovittamalla laserpisteisiin 3D latvusmalli (violetit pyöräh-dyspinnat).

Taulukko 1. Koko alueen tunnukset kaukokartoituksella ja maastossa mitaten.

Muuttuja	Menetelmä		
	Ilmasta		Maasto
Puita, n	53137	64.8 %	82042
Runkotilavuus, m³	9783	80.8 %	12110
Tukkipuu, m³	3522	67.6 %	5212
Kuitupuu, m³	5926	94.6 %	6264
Mänty, m³	4511	86.8 %	5198
Kuusi, m³	3919	73.0 %	5372
Lehtipuu, m³	1262	80.9 %	1560

Taulukko 2. Puulajitulkinnan virhematriisi.

Sp_foto	Field measured value				
	Pine	Spruce	Broadl.	Dead	All
Pine	896	37	8	6	947
Spruce	25	726	13	2	766
Broadl.	16	22	354	0	392
Dead	0	3	1	4	8
All	937	788	376	12	2113

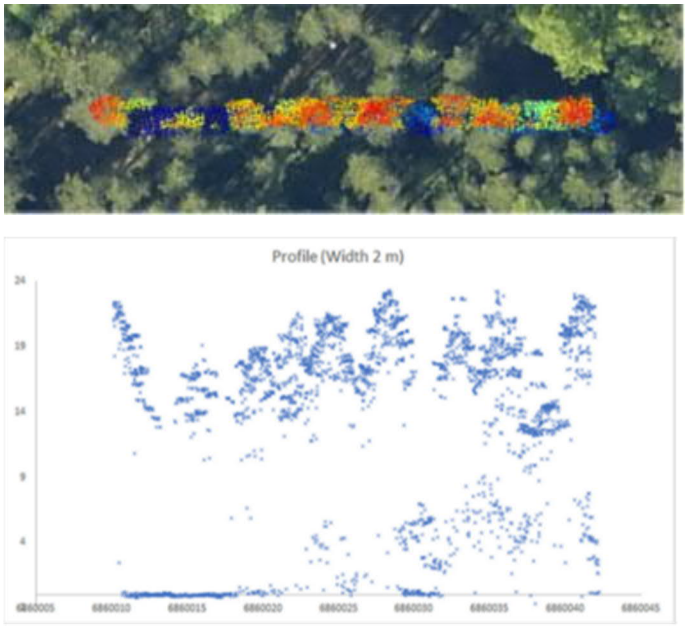
1.3.4 Puuston mittaus laserkeilaushavainnoista pala metsää kerrallaan

Tämä aluepohjainen laserkeilausmetsäninventointi tehtiin samalle 57 hehtaarin alueelle kuin edellisessä esimerkissä, käyttäen samaa v. 2007 mitattua 59 koealan maastoaineistoa, joskin laskennat tehtiin vasta keväällä 2017, silloisen MARV-104 (ME-233) kurssin opiskelijoiden toimesta.

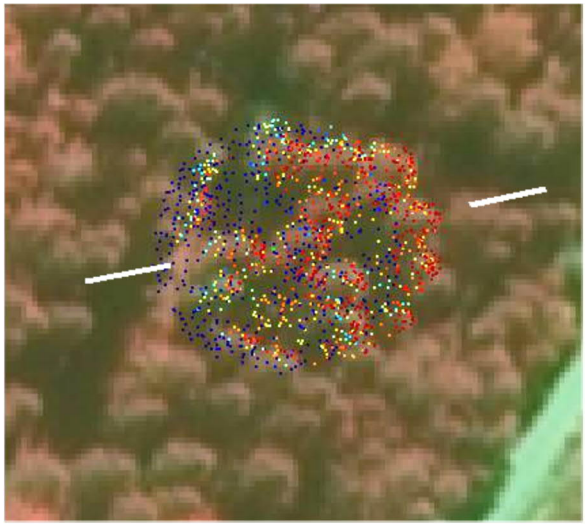
Edellä koko alueen tulokset laskettiin 59 koealan avulla, joista kukin oli 0.04 ha kooltaan, eli yhteensä 2.36 hehtaarin näyte edusti koko 57 ha aluetta. Otantasuhde oli 4.1% eli tämä osuus pinta-alasta tuli mitatuksi. Koealojen puut mitattiin, toisaalta ilmasta käsin (ne jotka nähtiin) ja vertailuksi maasta käsin (kaikki yli 5 cm läpimitaltaan olevat puut) ja näin saatiin kahdet tulokset – puiden summana. Ilmasta käsin tehtiin siis aliarvioita koskien puuston määrää, koska kaikkia puita ei pystytty mittaamaan ja nekin puut, jotka mitattiin "jäivät liian pieniksi" mittausvirheiden takia.

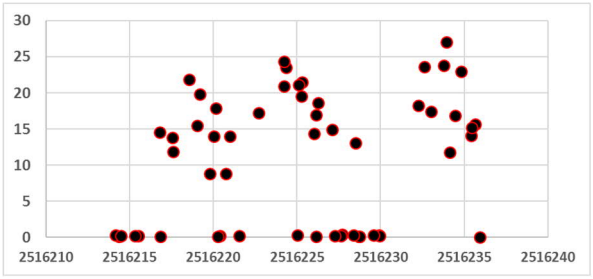
Ilmakuvat ja laserkeilaus kattoivat koko alueen. Niiden avulla on mahdollista ennustaa puuston ominaisuuksia myös sinne, missä maastossa ei käyty – koealojen ulkopuolelle. Tätä aluetta oli siis 95.9% kokonaispinta-alasta (100-4.1 %).

Menetelmä (aluepohjainen laserkeilausinventointi) perustuu siihen, että alue jaetaan ruutuihin tai sinne perustetaan tiheä hilapisteistö ja ympyräkoeala jokaiseen pisteeseen, esim. 20 m x 20 m hilassa. Koealaan osuneet laserpisteet analysoidaan s.e. jokaiselle pisteelle lasketaan korkeus maasta (Kuva 28). Laserkeilaimen pulsseja osuu tavallisesti 1–3 kpl neliömetrille, eli maastossa mitatulle 400 m2 koealalla pulsseja vo7i olla jopa 1000. Korkeimmat osumat kertovat puuston maksimipituudesta. Maahan asti tulleiden pulssien osuus kertoo puolestaan latvuston peittävyydestä ja mitä harvemmasta puustosta on kyse, sitä suurempi osuus pulsseista osuus maahan (Kuva 29).

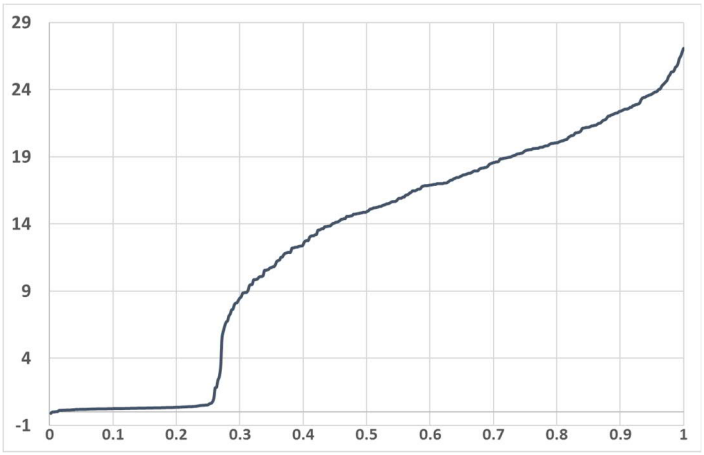


Kuva 27. Erittäin tiheä (40 pulssia / m2) ilmalaserkeilauspistepilvi metsässä. Hyytiälän SMEAR-männiköstä on irrotettu 2 m leveä ja 35 m pituinen kaista pisteitä, joiden korkeus maasta (0-24 m) esitetään alemmassa kuvassa pisteen pohjoiskoordinaatin funktiona ("sivuprofiili"). Aineisto on vuodelta 2018.

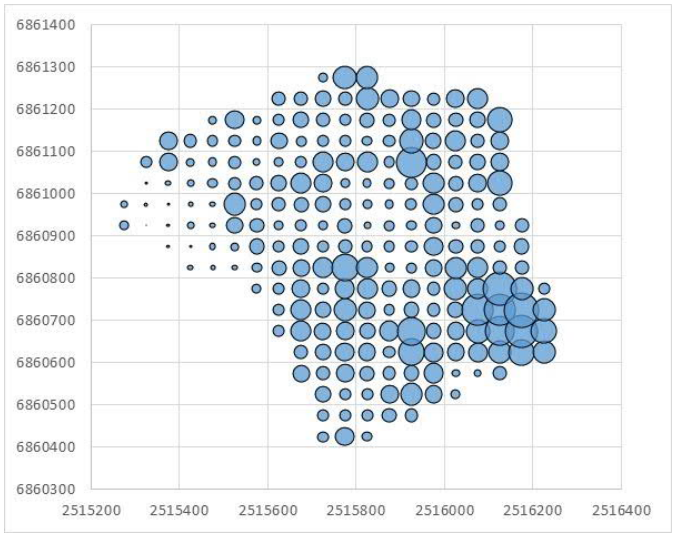




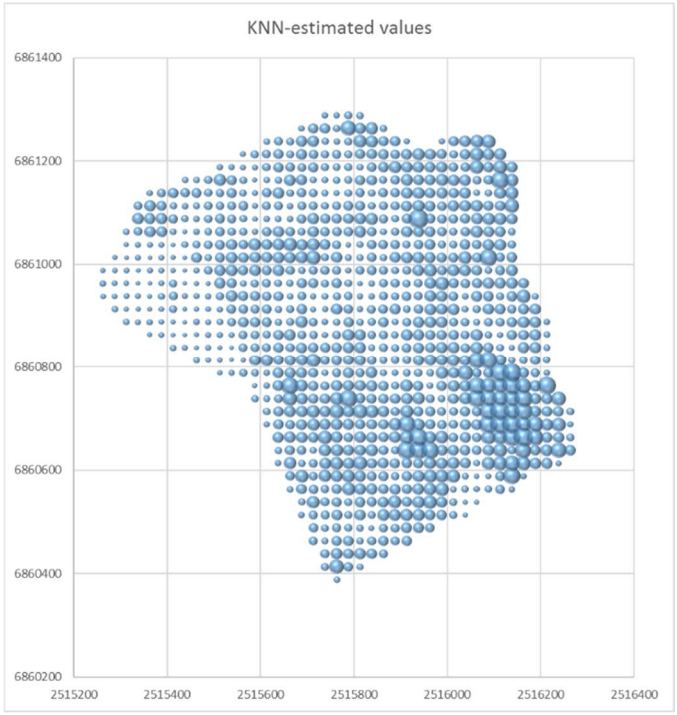
Kuva 28. Yläkuvassa esitetään vanhan kuusi-mäntymetsän ympyräkoeala (#223), ja siihen osuneet laserpisteet ilmakuvalla. Alakuvassa on 2 m levyinen itä-länsisuuntainen kaista ja siihen osuneet pisteet itäkoordinaattiakselin suunnassa. Vuoden 2007 laserdataa, jonka tiheys on 5-6 pulssia per m2.



Kuva 29. Koealan #223 ns. ensimmäisten laserpisteiden korkeusjakauma – x-akselilla suhteellinen kertymä (0-1), y-akselilla korkeus (m) maasta. Maksimikorkeus on 27.1 m, puolet pisteistä on 15 m yläpuolella ja noin 25 % pulsseista on saavuttanut maanpinnan. Koska maaston korkeusmalli ei ole absoluuttisen tarkka, ovat matalimmat korkeudet negatiivisia, minimi on -0.11 m. Ensimmäinen laserpiste on yli piste, kun yhdestä lähetystä pulssista voidaan erottaa yksi tai useampi paluukaiku. Useita kaikuja saadaan, kun pulssi matkaa läpi aukkoisen latvuston.



Kuva 30. Laserpisteiden Korkeusjakauman ominaisuuksista (piirteistä, esim. jakauman maksimi tai keskihajonta, alle 2 m päätyneiden pulssien osuus) voitiin laskea matemaattisilla regressiomalleilla[18] puuston tilavuus – tässä ympyräkoelaoille 50 x 50 m hilassa. Puuston keskitilavuus näin (malleilla) laskien oli 194 m3/ha. Maksihavainto alueen kaakkoiskulmassa oli 436 m3/ha.



Kuva 31. Tässä on laskettu 25 x 25 m hilassa puuston kokonaistilavuus käyttäen ns. lähimmän naapurin tekniikkaa ja laserpiirteitä tilavuuden selittäjinä. Keskitilavuudeksi saatiin tällä tekniikalla 221 m3/ha. https://en.wikipedia.org/wiki/Nearest_neighbor_search. Ensin on laskettu laserpiirteet niille 59 koealalle, joista tunnetaan puuston kokonaistilavuus maastomittauksiin perustuen. Tämä on ns. opetusaineisto. Sen jälkeen kussakin 25 m hilapisteessä tutkitaan, mitkä maastokoealat vastaavat tätä pistettä. Vastaavuus on laserpiirteiden samankaltaisuutta, "naapuruutta". Kartta on laadittu kolmen naapurin perusteella ja kukin estimaatti on kolmen valituksi tulleen maastokoealan tilavuusestimaattien painotettu keskiarvo. Maksimitilavuus on 444 m3/ha. Yleensä opetusaineisto on paljon suurempi kuin 59 koealaa, satoja koealoja. Vrt. Kuva 17.

Tässä luvussa kuvattu esimerkki kuvastaa kaukokartoitustiedon tyypillistä käyttötapaa metsänarvioimistieteessä. Kaukokartoituksen avulla maastossa mitattuja tietoja yleistetään metsäalueen eri osiin tulkintamallin (regressiomalli, Kuva 30) tai –menetelmän (lähimmän naapurin menetelmä, Kuva 31) avulla. Erilaisia estimointimenetelmiä on paljon, ja osa niistä luetaan koneälyn piiriin.

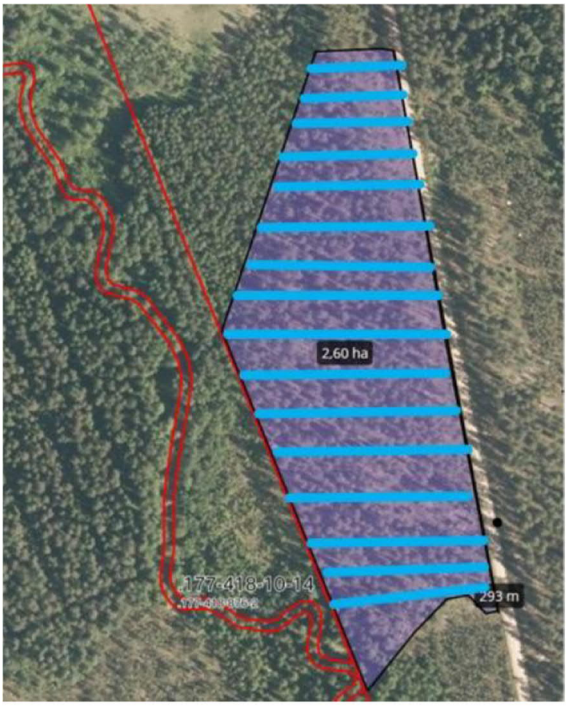
[18] https://www.metsatieteenaikakauskirja.fi/pdf/article6138.pdf

1.3.5 Esimerkki - Kuinka paljon jäkälää?

Joukko metsänmittaajia sai selvitettäväkseen erään 2.5 hehtaarin kokoisen hiekkakankaalla kasvavan männikön maajäkälien peittävyyden (0-100%). Alueella oli pitkään opetettu CT-metsätyyppiä (kanervatyyppi), jota luonnehtii varttuneen puuston kehitysvaiheessa yli 25% maajäkälien peittävyys. Peittävyyden arviointi ”lonkalta” on epävarmaa. Ryhmä mittasikin mittanauhan ja kompassin avulla linjoja, jotka leikkasivat alueen määrävälein. Linjat alkoivat ja päättyivät alueen reunalla. Ryhmä laski kultakin linjalta jäkälän peitossa olleiden linjanpätkien pituuden sekä linjan kokonaispituuden. Samansuuntaisten laidasta laitaan ulottuneiden linjojen väli oli 15 m (Kuva 32). Lisäksi ryhmä pysähtyi linjalla aina 5 m välein ja tutkivat näissä pisteissä jäkälän esiintyvyyden, eli osuiko piste jäkälälaikkuun vai ei.

He saivat linjakohtaisiksi peittävyyksiksi 9.7, 3.6, 24.9, 4.6, 2.7, 5.7, 26.8, 7.6, 23.8, 9.8, 11.5, 14.9, 21.2, 10.5, 6.2, ja 19.1 %. Nämä luvut saatiin jakamalla jäkälän ”esiintymismatka” koko linjan pituudella. Luvut ilmentävät melkoista vaihtelua alueen sisällä (2.7-26.8%) Ryhmän esittämä koko alueen estimaatti jäkälän peittävyydelle oli 12.7% ja sen he laskivat yllä esitettyjen linjakohtaisten peittävyys-% keskiarvona. Osaatko sanoa, mikä meni pieleen?

Oikea laskentapa olisi ollut a/b, missä a= jäkälällä kuljettu kokonaismatka kaikilla linjoilla ja b = linjojen kokonaispituus. Tällöin jokainen linja painottuu oikein, koska linjat ovat eri pituisia, eli edustavat eri suuruista osaa kokonaispinta-alasta.



Kuva 32. Männikkö ilmakuvalla. Sinisin viivoin on merkityt 16 mittauslinjaa, joista jokaiselle laskettiin jäkälän osuus ”jäkälän peittämän matkan” ja linjojen kokonaispituuden suhteena. Linjat klkevat samansuuntaisina 15 m etäisyydellä toisistaan.



Kuva 33. Viistokuva 4 m korkeudesta. Poronjäkälälaikut erottuvat harmaina.

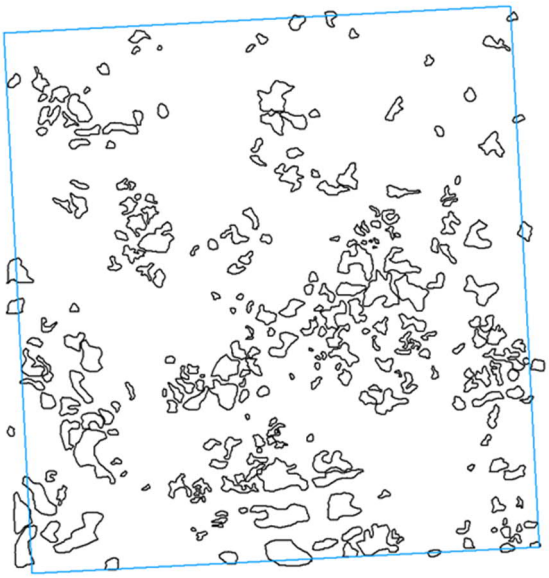
Ryhmä määritti jäkälän osuuden myös 5 m välein olleilta pisteiltä. Jäkälälaikkuun osui $N_{jäkälä}$ kpl pisteitä. Kaava osuudelle on $p_{jäkälä} = N_{jäkälä} / N_{kaikki}$. Oletetaan, että oikein laskettuina peittävyys koko alueelle olisi 15% linjamenetelmällä ja 17% pisteistä laskien. Näiden estimaattien takana on melkoinen työmäärä. Seuraava kysymys koskee saatujen tulosten luotettavuutta eli luottamusvälejä luvuille 15 ja 17%. Linjoja mitattiin 15 m välein ja pisteitä 15×5 m ruudukossa. Koska linjoja mitattiin 15 m välein, edusti 1m linjaa 15 m2 pinta-alaa männiköstä, joka oli noin 25000 m^2 (2.5 ha). Yksi piste puolestaan edusti 15×5 m eli 75 m^2 pinta-alaa. Linjaa ja pisteitä tuli 2,5 hehtaarin alueelle mitatuiksi noin 25000/15 = 1666 m ja 25000/75 = 333 kpl. Nämä ovat arvioita, koska sattuma vaikuttaisi hieman lukuihin, sattuman vaikutus tulee siitä, kun ensimmäisen linjan sijainti arvotaan ja muut kulkevat 15 m päästä toisistaan. Peittävyyden arvot 15% ja 17% tarkoittavat, että linjaa, joka ”kulki jäkälällä”, oli noin 0.15×1666 eli 250 m ja jäkälään osui noin 57 koealapistettä (0.17×333).

Satunnaisotannan luotettavuus osuudelle *p* voidaan laskea pisteiden lukumäärien avulla. Satunnaisotanta tässä tapauksessa olisi tarkoittanut, että mitatut 333 pistettä (niiden sijainti) olisi valittu umpimähkään 2.5 hehtaarin alueelta. Tämän otannan toteuttaminen olisi ollut työlästä. Satunnaisotannan olisi voinut toteuttaa esim. rajaamalla kuvion ympärille nelikulmion, jonka sisään kuvio jää. Sitten olisi arvottu pisteille X- ja Y-koordinaatit, ja ne olisi etsitty satelliittipaikantimella tmv. menettelyllä. Satelliittipaikannus ei puuston alla ole kovin tarkkaa. Satunnaisotannan tuloksena peräkkäin arvotut havaintopisteet saattaisivat yhtä todennäköisesti tulla lähekkäin tai kauas toisistaan. Kävelyä pisteeltä toiselle (N=333) olisi tullut paljon, sillä kuvio on noin 300 × 80 m kooltaan. Voi ajatella, että keskimäärin kävelyä tulisi ainakin 100 m per siirtyminen, eli 100 m × 332 siirtymistä ~ 30 km.

Toteutetussa otannassa tulokset jäkälän peittävyys-%:lle saatiin toisaalta linjalla kuljetun matkan, ja toisaalta tutkittujen pisteiden lukumäärien perusteella. Intuitiivisesti on melko selvää, että mittaamalla tiheämmin linjoja tai pisteitä tulosten luotettavuus paranee ja tihentämällä linjastoa ja pistehilaa ”loputtomiin”, saavutettaisiin varmuudella (raja-arvona) ”oikea tulos”, ja se olisi sama molemmilla menetelmillä (kunhan mittaajat eivät tee systemaattisia virheitä).

Tulosten tarkentuminen ei kuitenkaan ole suoraviivaista. Yleinen lainalaisuus on, että havaintojen määrän nelinkertaistaminen puolittaa luottamusvälit estimaatin ympärillä. Tämä pätee satunnaisotannassa. mutta ei tarkalleen systemaattisessa pisteotannassa, tai linja-otannassa, jota esimerkissä sovellettiin.

Nyt ryhmä mittasi yhteensä 333 pistettä ja ne sijaitsivat 15 × 5 metrin hilassa. Pistemittaus oli helppo toteuttaa. Kuljettiin linjaa mittanauha maassa, ja pysähdyttiin mittaamaan piste, kun matka oli 5 metrin monikerta. Systemaattinen pistehila takaa sen, että koko kuvion alueelta saadaan pisteitä, eikä kaksi pistettä mittaa samaa jäkälälaikkua, jos niiden koko vaihtelu esim. 10 cm ja 3 m välillä. Kuva 34 esittää alueella sijaitsevan 960 m^2 kokoisen koealan kartoitetut jäkälälaikut. Kuvaa tarkastelemalla huomaa, että kaksi lähelle sijoitettua pistettä antaa todennäköisesti saman arvon, osuen molemmat joko jäkälään tai ei-jäkälään. Tällaisessa tilanteessa kannattaa huolehtia siitä, että pisteet näytteistävät aluetta tasaisesti, esim. hilassa, ja, sama pistemäärä antaa luotettavammat tulokset verrattuna satunnaisotantaan, joka voi tuottaa pisteitä hyvinkin lähelle toisiaan, ja ne eivät tuo lisäinformaatiota samalla tavalla kuin kauas toisistaan sijoitetut näytepisteet.



Kuva 34. Alueella sijaitsevan 32 × 30 m kokoisen ruudun jäkälälaikut, jotka on mitattu valokuvista (viistokuvia 2 m korkeudelta digikameralla), joita on otettu yli 1000 kpl.



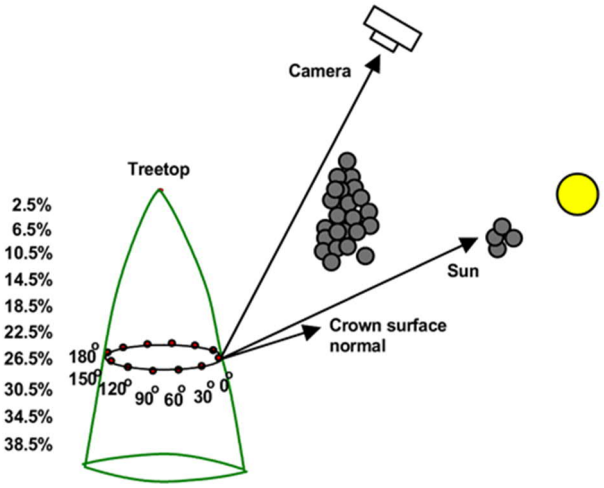
Kuva 35. Seinäsammalta, harmaaporonjäkälää, puolukkaa, männyn kanto epifyytteineen ja kariketta. Liittyy edelliseen jäkäläinventointi esimerkkiin. Pienet yksittäiset jäkälät ja toisaalta reiät laikuissa ovat hankalia inventoinnin kannalta.

1.3.6 Esimerkki - Kuinka paljon maapuita?

Ilmiöt metsässä poikkeavat toisistaan sen suhteen, kuinka ne esiintyvät tilassa ja missä mittakaavassa niitä tarkastellaan. Jäkälälaikut muodostavat pieniä monikulmioita, jos tarkastelua ei tehdä ”kovin läheltä”, jolloin peitteessä aletaan nähdä reikiä. Mustikanvarvut muodostavat myös laikkuja, mutta niissä rajaamisen problematiikka voi olla vielä hankalampi, kun ajatellaan sekakasvustoja ja varvikon rakenteen fraktaalisuutta (kun mitataan mustikan ”peittävyys-%). Kuva 35 ilmentää tilannetta jäkäläkankaalla.

Tasokoordinaatistossa voi puun voi ajatella pistemäiseksi kohteeksi, ja piste kartalla sijoitetaan rungon poikkileikkauksen keskipisteen osoittamaan paikkaan. Puun latvus rajaa maahan (kartalle) oman alueensa, joka on fraktaalinen, onhan latvus täynnä reikiä ja reunoiltaan epämääräinen. Siinä, missä kaksi runkoa eivät yleensä voi leikata toisiaan, naapuripuiden latvukset leikkaavat, mistä on mm. haittaa yritettäessä laskea ja mitata puita ilmakuvalta tai ilmalaserkeilauksella tuotetusta pisteistöstä. Maan alla juuristo voi olla lomittain ja puiden välillä juuristoyhteyksiä eli se, mikä maan pinnalta vaikuttaa selkeältä ”reviirijaolta” on jotain muuta maan alla juuristossa.

Käytännön takia joudutaan metsää mitattaessa ja kuvattaessa monesti yksinkertaistamaan asioita: Puu on piste, runko leveydetön viivanpätkä, jäkälä tai varpu monikulmio tasolla ja latvus 3-ulotteinen kappale (Kuva 36).

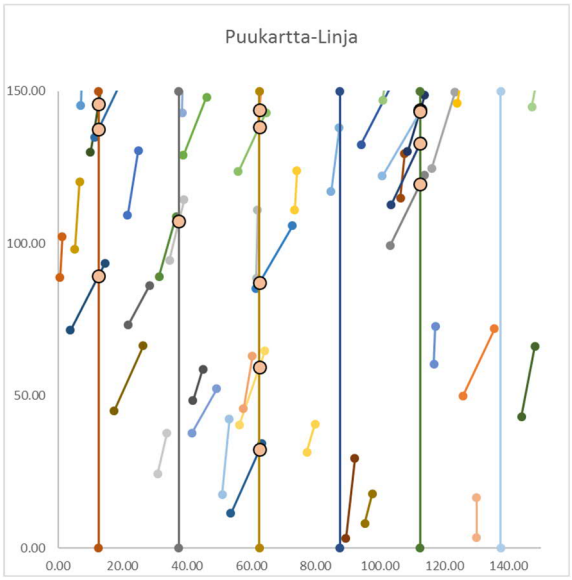


Kuva 36. Eräässä tutkimuksessa haluttiin tutkia, näkyykö jokin osa puun latvusta suorassa auringonvalossa ja toisaalta, näkyykö tietty latvuksen osa ilmakuvauskameraan. Latvus mallinnettiin pyörähdyspintana ja sen pinnalla valaistusta ja näkyvyyttä tutkittiin poiste kerrallaan. Pisteestä ammuttiin vektori kohti kameraa ja aurinkoa, ja, jos se matkalla osui laserpisteisiin (palloja), jotka olivat osumia naapuripuihin, tuomittiin latvuksen osa katveeseen/varjoon. Tässä oletettiin, että latvus on pinnaltaan läpinäkymätön sileä ja symmetrinen pinta ja laserpiste pallo, jolla on sijainti ja säde.

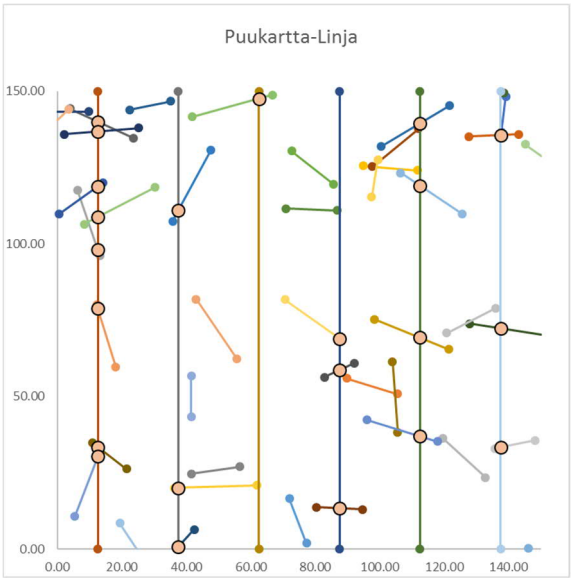
Asiaan. Kuinka arvioida maapuiden määrä jollakin alueella? Maapuut ovat tuoreita tai vanhoja, kaatuneita tai katkenneita runkoja tai rungonkappaleita maassa. Osa niistä on jo pitkälle lahonneita, sammaloituneita ja vaikeita havaita. Edellä olleessa esimerkissä jäkälien peittävyyttä arvioitiin linjoilta. Samaa linjainventointia voi soveltaa maapuille. Kuva 37 esittää kuvitteellista 2.25 hehtaarin (neliönmuotoista) metsää, johon on sijoitettu linjoja 25 m välein ja 1. linja alkaa 12.5 m alueen reunasta. Linjat ovat 150 m pitkiä ja niitä on 6 kpl, eli linjaa on yhteensä 900 m. Tietyssä mielessä yksi metri linjaa edustaa 25 m2 kokoista osaa koko 2.25 hehtaarin metsästä. Nyt, kun linja leikkaa rungon, runko (viivanpätkä) voi olla linjan suuntainen, sitä kohtisuoraan 90 astetta, tai mitä tahansa siltä väliltä. Millä todennäköisyydellä löydämme metsästä esim. 5 m pitkän rungonkappaleen - entä 40 m pitkän? Löytäminen on sitä, että linja leikkaa rungon ja tapahtuma kirjataan ylös. Intuitiivisesti

ajatellen on melko selvää, että todennäköisyys löytää 40-metrinen runko on suurempi kuin todennäköisyys löytää 5 m pitkä runko. Oletetaan, että rungot ovat kaikki kaatuneet itä-länsisuunnassa, siis kohtisuoraan linjastoa vastaan. Tällöin löydämme varmasti kaikki 40-metriset rungot, jos linjastomme linjojen väli on 20 metriä.. Itse asiassa vierekkäiset linjat leikkaavat aina rungon, mutta kolmea leikkausta ei synny, ellei runko täsmälleen ala ja pääty linjan kohdalta. Toisaalta, 5-metristen runkojen todennäköisyys tulla linjojen leikkaamaksi kertaalleen on selvästi 5/20 eli 25%. 10-metristen 50%, 18-metristen 18/20 eli 90%.

Entä jos rungot ovat kaatuneet täsmälleen linjojen suuntaisesti eli etelä-pohjoissuuntaan? Tällöin yksikään runko ei leikkaa (matemaattisesti) linjoja, toki oikeissa rungoissa on mutkia ja linja-runko -leikkauksia syntyisi. Todennäköisyydet ovat hyvin pieniä riippumatta maassa olevan rungon pituudesta.



Kuva 37. Tietokoneella 150 x 150 m metsäalueelle simuloidut maapuut (viivanpätkiä, joilla alku- ja loppupisteet) ja inventointilinjat, joita on 20 m välein etelä-pohjoissuunnassa. Puiden kaatumissuunta on pohjoisesta pohjoisluoteeseen, atsimuuttisuuntien 0 ja 30 astetta välissä.



Kuva 38. Tietokoneella 150 x 150 m metsäalueelle simuloidut maapuut (viivanpätkiä, joilla alku- ja loppupisteet) ja inventointilinjat, joita on 20 m välein etelä-pohjoissuunnassa. Puiden kaatumissuunta on satunnainen, 0-360 astetta.

Kun kaatumissuunnat ovat satunnaisia, voidaan todennäköisyydet määrittää ja kaavassa tarvitaan luku 2/π eli 0.637, joka kertoo sen keskimääräisen suhteen, jolla kaatunut runko projisoituu linjan suuntaan. Luku ei ole 0.5, koska trigonometristen funktioiden (*kosini*, *sini*) muoto ei ole suoraviivainen.

Esimerkki: Linjoja oli 6. Linjaväli oli 25 m. Alueen koko on 150 x 150 m eli 22500 m² eli 2.25 hehtaaria. Linjojen pituus oli 150 m ja linjat ulottuivat alueen reunasta reunaan.

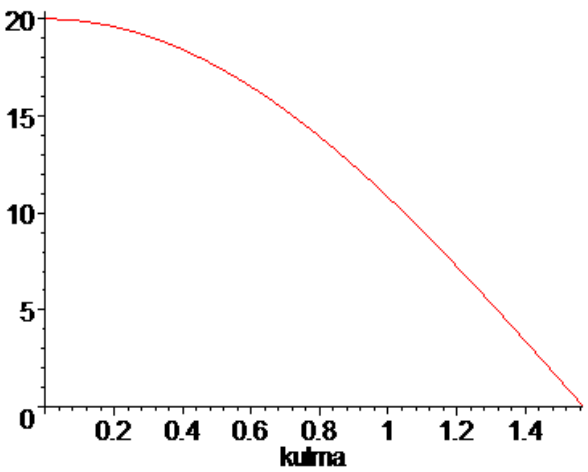
20-metristen puiden todennäköisyys tulla linjan leikkaamaksi on ((6 × 150 m)×20 m×0.637)/22500 m2 eli 50.1%.

10-metristen on puolet tästä, 5-metristen neljäsosa.

Luku 0.636 on 2/π ja saadaan funktion keskiarvon laskentakaavasta.
https://en.wikipedia.org/wiki/Mean_of_a_function

Seuraavassa johdetaan termi 2/π. Ajatellaan, että puu on kaatunut tietyssä suunnassa suhteessa linjaan, jonka voit ajatella olevan y-akseli ja rungon alkupää sijaitsee linjalla. Puu voi olla kaatunut suuntaan 0-90 astetta. Kun projisoit rungon x-akselille (joka on kohtisuorassa linjojen suuntaan nähden), on rungon toisen pään x-koordinaatti *cos(kulma)* × *rungon pituus*. Tämä on tarvittava funktio. Seuraavassa esitetään kaatumissuunnan funktiona rungon toisen pään x-koordinaatin kuvaaja, kun kaatumisuuntia 0-90 astetta vastaa 0-π/2 radiaania. Funktion keskiarvo lasketaan integraalin avulla ja tulos on 2/π. Laskut on tehty Maple-ohjelmalla.

```
> plot (cos(kulma)*20, kulma = 0..Pi/2);
```




```
> meanf:=1/(Pi/2-0) * int(cos(kulma),
kulma=0..Pi/2);
```

$$meanf := 2\,\frac{1}{\pi}$$

```
> evalf(meanf,4);
```

.6366

Entä, jos puiden kaatumissuunnat eivät olekaan satunnaisia? Silloin luku 0.637 pitää korvata jollakin toisella luvulla, joka saadaan, kun tiedetään kaatumissuuntien jakauma eli maastossa puista pitää mitata myös rungon suunta pituuden lisäksi.

2 Matematiikkaa ja Tilastotiedettä

Tässä luvussa käydään luettelonmaisesti läpi perusasioita ja annetaan joitakin esimerkkejä eri ohjelmistojen käytöstä. Monet esimerkit tätän monisteeseen on laadittu Maple–ohjelmalla. Maple on symbolisen matematiikan ohjelmisto, jonka käyttöä monisteen kirjoittaja opiskeli 1990-luvun lopulla.

2.1 Maplen lyhyt oppimäärä (Maple 2017)

Maple on monipuolinen symbolisen laskennan matematiikkaohjelmisto. Symbolinen laskenta tarkoittaa, että Maplella voi ”laskea ilman numeroita” eli esim. hakea jonkin yhtälön ratkaisua suljetussa muodossa tai approksimaatiota sille. Sen avulla voi visualisoida ongelmia.

Käytämme Maplea funktioiden havainnollistamiseen, derivointiin ja integroitiin.

Komennot kirjoitetaan työkirjalle. Avaa Maple, annan CTRL-N komento uuden worksheet –olion luomiseksi.

:= notaatio sijoittaa oikealla puolella olevan olion (lauseke) vasemmalla puolella annettuun muuttujaan. Puolipiste päättää komennon.

Alla muuttujaan *a* sijoitetaan numeerinen arvo ja muuttujaan *b* sijoitetaan symboli, lasketaan näiden summa ja muuttujaan *d* sijoitetaan lista (kokeile):

```
a:=1;
b:=c;
a+b;
d:=[1,2,3];
```

Alla lasketaan muuttujasta *a sin*() funktion arvo. Numeerinen arvo saadaan esille *evalf*() funktion avulla, jolle annetaan toisena argumenttina merkitsevien numeroiden lkm.

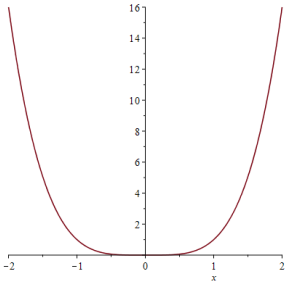
```
sin(a);
evalf(sin(a),3);
```

Funktion/vakion esittely: (restart –komento tyhjentää kaikki muuttujat). Alla määritetään neljä uutta muuttujaa (oliota), y1, y2, a ja b.

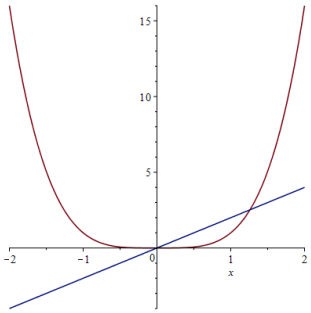
```
restart;
y1:= x^4;
y2:= 2*x;
a:= 1;
b:= 2;
```

Funktion piirtäminen, yksi (y1) tai useampia (y1 ja y2) kerrallaan:

```
plot(y1, x=-2..2);
```




```
plot([y1, y2], x=-2..2);
```



Tuntemattoman ratkaiseminen ja saadun tuloksen (lista) sijoittaminen:

```
Ratkaisu:=solve(y1=y2, x);
```

```
Ratkaisu:= 0, 2^(1/3), -(1/2)*2^(1/3)+I*sqrt(3)
*2^(1/3)*(1/2), -(1/2)*2^(1/3)-I*sqrt(3)*2^(1/3)*(1/2)
```

```
evalf(Ratkaisu)
0., 1.259921050, -.6299605250+1.091123636*I, -.6299605250-
1.091123636*I
```

Edellä ratkaistiin x yhtälöstä: $x^4 - 2x = 0$. solve() ratkaisin löysi neljä ratkaisua, joista kaksi on imaginäärisiä ja yksi reaaliarvoinen, 1.2599... solve() funktion paluuarvo on 4 alkion lista, joka sijoitettiin muuttujaan Ratkaisu.

Aritmeettiset operaatiot:

```
a+b; a-b; a*b; a^b;
```

Derivointi ja integrointi

```
diff(x^4, x);
        4*x^3

int(x, x = 0 .. 1);
        1/2
```

2.2 Excelin vielä lyhyempi oppimäärä

Taulukkolaskentaohjelmassa on soluja, joilla on rivi- ja sarakeosoite, joilla niihin voi viitata yksikäsitteisesti. Ensimmäisen sarakkeen ensimmäisen rivin osoite on ”A1”. Sarakkeet ”kasvavat” vasemmalta oikealle A, B, C, D,..AA, AB jne. Rivit kasvavat ylhäältä alas: 1,2,3, N,

Soluihin voi sijoittaa numeerisia arvoja, tekstiä tai kaavoja/funktioita. Solulla on myös *muotoitu*, joka vaikuttaa siihen, miten syötetty luku tulkitaan: syötetty numero voi näyttäytyä (tulkinta) numerona, päivämääränä, kellonaikana jne., mikä voi alussa hämmentää, ellei hahmota muotoilun (tulkinta) merkitystä.

Numeron voi sijoittaa suoraan. Tekstin myös, paitsi, jos se annetaan ””-merkkien välissä, jolloin tarvitaan = -sijoitusoperaattori. Esim. =”Muuttuja” sijoittaa soluun arvoksi merkkijonon, jossa on 8 merkkiä (”kirjainta”).

Kaava voi olla muotoa

= B1
= 2
= 2*sin(A1)

Ensimmäisessä kaavassa soluun sijoitetaan kyseiseen soluun solun B1 (sarake B, rivi 1) arvo. Toisessa syötetään numero 2 ja kolmannessa solun A1 arvolla laskettu *sin*() kerrottuna kahdella.

Soluun syötettyä kaava on ”helppo” kopioida toisille riveille ja sarakkeille, jos esim. halutaan laskea jokin uusi muuttuja havainnoista, jotka esiintyvät omilla riveillään, tai jos halutaan laskea sarakesummia jne. Kaava kirjoitetaan kerran ja kopioidaan muihin soluihin ohjelman ”huolehtiessa” soluviittausten oikeellisuudesta.

”Huolehtiminen” on sitä, että Excel päivittää kaavan rivinumeroa, kun kaavaa kopioidaan tai siirretään (cut+paste) alaspäin. Jos solussa C5 on kaava B2+B3, solun C5 kopiointi soluun C6, päivittää kaavan arvoon B3+B4 eli kumpikin kaavan soluviittaus kasvoi yhdellä rivillä (alaspäin). Kaavan kopioiminen yhden solun verran oikealle solusta C5 soluun D5, muuttaa kaavan muotoon C2+C3.

Soluealueeseen viitataan nurkkien osoitteilla ja niiden väliin laitetaan puolipiste. A2:B4 tarkoittaa 2 x 3 solun aluetta, jonka muodostaa kaksi saraketta (A ja B) ja kolme riviä (2-4). Kaavalla =average(A2:B4) voi laskea näissä soluissa olevien lukujen aritmeettisen keskiarvon.

Joskus kaavoissa viitataan yhteen arvoon (esim. korkokanta joissakin laskuissa), joka on sijoitettuna johonkin soluun, ja kaavoja kopioitaessa halutaan että viittaus säilyy. Tällöin käytetään lisämerkintää. Jos soluun C5 kirjoitetaan kaava =$A$3+D5, niin kopioitaessa kaavaa rivin verran alemmas soluun C6, Excel päivittää kaavan muotoon =$A$3+D6, eli viittaus soluun A3 säilyy. Sama pätee solualueisiin, ja muoto on $A$2:$B$4. $-merkki laitetaan joko saraketunnuksen tai rivinumeron eteen, tai molempien eteen. $+saraketunnus tarkoittaa ”kopioitaessa oikealle säilytä viittaus sarakkeelle saraketunnus, mutta anna rivitunnuksen kasvaa”. $+rivitunnus tarkoittaa: ”kopioitaessa kaavaa alas, säilytä viittaus riville rivitunnus, mutta annan sarakkeen muuttua”.

Excel ”auttaa” käyttäjäänsä, ja esimerkiksi joskus keskiarvon laskeminen soluista, joissa on tekstiä ja numeroita onnistuu (Excel ei huomioi tekstisoluja), toisinaan se taas antaa virheen.

Excel-ohjelmassa on paljon tekstimuotoisen ja numeerisen aineiston käsittelyyn tarkoitettuja valmiita funktioita. Tilastolliset funktiot average(), percentile(), median(), stdevp(), var(), min(), max(), rand(), correl(), linest() ja frequency() tulevat laskutehtävissä tutuiksi. Tietokantafunktioilla voi hakea avaimeen perustuen tietoja eri taulujen (havainto- ja laskenta-aineistojen) välillä: vlookup(), index(). Excelillä on kätevä tehdä kuvia: xy-pistekuviot, piirakkakuviot, pylväsdiagrammit jne. Kurssin ME-017 materiaali on hyödyksi Excelin opiskelussa – kts. HY-Moodle. Melkein kaikki tämän prujun esimerkit on tehty Excel-ohjelmalla. Excel-tiedoston tunnus on .xlsx ja .xlsm. Jälkimmäinen on tiedostoihin, joihin on ohjelmoitu VBA-kielellä lisätoimintoja. Niiden kanssa tulee olla erityisen varovainen, koska VBA:lla voi kirjoittaa komennon, joka tuhoaa käyttäjän tiedostoja, laajaltikin. Vain sellaisia xlsm-tiedostoja tulee käyttää, jotka ovat luotettavan tahon tekemiä!

2.3 Funktioista

F: A $\rightarrow$ *B*, A on lähtöjoukko, B on maalijoukko. *F* on kuvaus.

B voi olla esim. viisihenkisen perheen jäsenet, ja *A* suomalaisten etunimien joukko. Funktiota sovellettiin nimenannossa.

A voi olla metsän 1000 puuta ja *B* kaikki mahdolliset puiden runkotilavuuksien saamat arvot (positiivisia lukuja). Kuvaus *F* voisi olla matemaattinen funktio, joka antaa puulle tilavuuden. Tilavuus on skalaari, yksi luku, ja tilavuuden antava funktio on skalaariarvoinen. Tilavuus (yksi arvo) voidaan laskea useamman puuta kuvaavan muuttujan avulla, Jos niitä on kaksi (läpimitta, pituus), tällöin funktio on skalaariarvoinen, kahden muuttujan funktio. Tilavuudella on vain suuruus, ei suuntaa. Siksi se on skaalari (luku).

Funktio, joka kertoo, kuinka 3D piste (x, y, z) kuvautuu kameran kuvalle (sarake, rivi), on vektorimuuttujan vektoriarvoinen funktio. Pisteellä (vektorilla) on suunta ja suuruus (pisteellä on etäisyys ja suunta origosta). Vektoriarvoisia vektorimuuttujan funktiota esiintyy metsänarvioinnissa, kun lasketaan koordinaatteja tai halutaan esim. optimoida yht'aikaa montaa asiaa – esimerkiksi laskettaessa optimaalista metsäsuunnitelmaa, kun metsänomistajalla on monta tavoitetta ja hän arvostaa niitä tietyillä painoilla.

Funktioiden ominaisuuksia, joita saattaa tulla esille, ovat mm.

- bijektiivisyys – jokaiselle lähtöjoukon alkiolle on yksi maalijoukon kuva. Tällöin voi ratkaista käänteisfunktiosta lähtöjoukon alkion kuvan, jos tuntee maalijoukon alkion. Esim. jos kaukokartoituksessa pystyisi mallintamaan bijektiivisen funktion, joka antaa satelliittikuvan pikseliarvot metsän ominaisuuksien funktiona, saisi käänteisfunktiota käyttäen pikseliarvoista yksikäsitteisen kuvan metsästä. $y = x$ on bijektio, kun taas $y = x^2$ ei ole.

- jatkuvuus – joskus metsää kuvaava malli muuttuu pykälittäin, kun metsän ominaisuudet muuttuvat riittävästi, malli on erilainen (hyppää, vakio-osa mallista muuttuu) esim. eri metsätyypeillä. Useimmat mallit ovat kuitenkin jatkuvia.

- derivoituvuus – derivaatta kertoo, miten yhden muuttujan (skalaari-) arvoisen funktion arvo muuttuu, kun yksi sen riippumattomista muuttujista muuttuu. Se kertoo, kuinka herkkä funktio on. Vektoriarvoisten funktioiden kohdalla puhutaan differentiaalista. Funktion $y = x$ derivaatta on 1. Se on funktion jyrkkyys. $y = x^2$ derivaatta on 2x. Jyrkkyys muuttuu x:n funktiona ja on nolla x:n arvolla nolla, jossa on funktion $y = x^2$ minimi. Derivaatasta on hyötyä herkkyystarkasteluissa ja kun etsitään minimejä ja maksimeja (optimointi), tai kun pyritään ratkaisemaan monimutkaisesta käänteisfunktiosta x:n arvoja numeerisesti silloin, kun yhtälöä ei suoraan pysty ratkaisemaan. Jos funktio on useamman muuttujan funktio, esim. puun tilavuus on noin $v = 0.5 \cdot \pi/4 \cdot d^2 \cdot h$, niin puhutaan osittaisderivaatoista. Eo. yhtälön osittaisderivaatta d:n suhteen on

$$dv/dd = \tfrac{1}{4} \cdot d \cdot h$$

ja osittaisderivaatta h:n suhteen

$$dv/dh = \pi/8 \cdot d^2.$$

Osittaisderivaatta kertoo, miten tilavuus muuttuu jommankumman (eri) muuttuja(ie)n suhteen. Sitä tarvitaan mm. metsäekonomiassa, kun ilmiötä selittää monta asiaa ja halutaan tehdä herkkyysanalyysejä. Osittaisderivaattoja tarvitaan myös muun muassa ratkaistaessa jonkun metsää kuvaavan ilmiön parhaiten selittäviä yhtälöitä tilastollisin menetelmin regressioanalyysillä.

Maple-ohjelmalla derivaatta ja osittaisderivaatta lasketaan yllä oleviin esimerkkeihin:

```
> diff(x^2,x);
> diff(0.5*Pi/4*d^2*h, h);
```

- Lineaarisuus. Jos funktio f on y = x^2, ja ensin x = 2, sitten siihen lisätään 2, niin voidaan tutkia, onko f(2+2) yhtäsuuri kuin f(2) + f(2). Samoin, jos x on ensin 2, ja se kerrotaan luvulla 3, voidaan tutkia päteekö f(2·3) = 3·f(2). Ensimmäisessä tapauksessa f(4) = 16 ja f(2) + f(2) = 8, eli yhtäsuuruus ei päde. Samoin f(6) = 36, mikä on erisuuri kuin 3·f(2) = 12. Funktio ei ole lineaarinen. Lineaarisuus ei ole sama asia kuin suoraviivaisuus. Regressioanalyysissä puhutaan lineaarisista malleista. Tällöin ei tarkoiteta suoraviivaisuutta.

- Käänteisfunktio. Funktion y = x käänteisfunktio on x = y. Funktion $y = x^2$ käänteisfunktio on $x = \sqrt{y}$, mutta vain positiivisten luku-

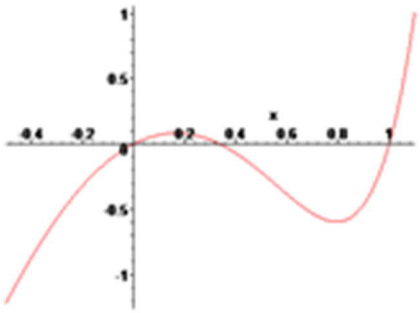
jen joukossa, missä funktio on aidosti kasvava/vähenevä. Eksponenttifunktion käänteisf. on logaritmi, ja trigonometrisilla funktioilla on arkusfunktiot, jotka pätevät rajoitetuilla väleillä, koska sin, cos, tan, cot jne. ovat jaksollisia. Maple-ohjelmalla voi ratkaista käänteisfunktion ao. esimerkin mukaisesti.

```
> solve(ln(x)=y,x);
> solve(x^3+x^2+x=y,x);
> solve(x^5+x^2+x=y,x);
```

Ratkaisu onnistuu vielä suljetussa muodossa kolmannen asteen polynomille, vaikka ratkaisuja on useita, eri väleille, joissa funktio on kasvava/vähenevä. Sen sijaan x^5 tapauksessa suljettua muotoa (funktiota) ei enää löydy, vaan ratkaisu pitää tehdä kokeilemalla, numeerisesti. Esimerkki alla:

```
> evalf(solve(2*x^6-3*x^2+x=0,x));
 0., 1., .3361966932
```

```
> plot(2*x^6-3*x^2+x,x=-0.5..1.1);
```



Kuvaajasta näkee nollakohdat: 0, 0.33 ja 1.

Joskus metsää kuvaava malli saattaa olla annettu esim. muodossa $\ln(y) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2$, ja jotta mallilla voi laskea y:n arvoja (olkoon y vaikka puun kasvu vuodessa), tulee malli kirjoittaa esim. Excel-ohjelmaan muodossa (kun a ja b ovat jotain lukuja):

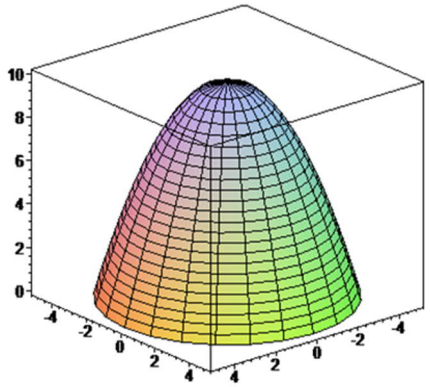
```
= EXP(a*x^3+b*x^2)
```

Eli $e^{\ln(y)}=y$.

- Polynomit. Saadaan yhdestä tai useammasta muuttujasta ja vakioista yhteen-, vähennys- ja kertolaskulla, sekä positiiviseen kokonaislukueksponentin osoittamaan potenssiin korottamisella. Polynomeilla voi approksimoida muita funktioita (esim. puun rungon paksuuden muoto tyvestä latvaan), usean muuttujan polynomeilla voidaan mallintaa esim. pintoja tai pinnanpaloja. Alla piirretään Maplella polynomi (dxp), jonka annetaan pyörähtää z-akselin ympäri. Pyörähdyspinta on 10 yksikön korkuinen (h) ja säde on tyvellä 10 (rbase). Muoto on plot3D([x:n lauseke, y:n lauseke, z:n lauseke], parametri t, parametri z, koordinaatistomäärittely). Polynomi kapenee ylöspäin neliöjuuren määräämällä vauhdilla (P=0.5).

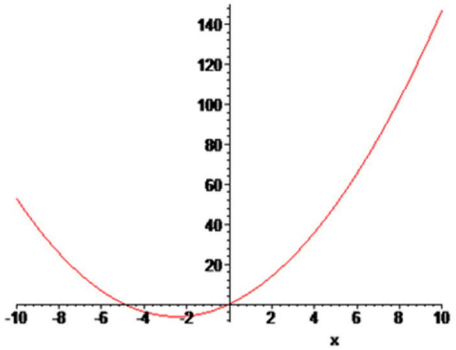
```
> rbase:=10;
 h:=10;
 P:=0.5;
 dxp:=rbase*(1-z)^P;
```

```
> plot3d([dxp/2*cos(t),dxp/2*sin(t), z*h],t=-
Pi...Pi, z=0..1, axes=boxed );
```

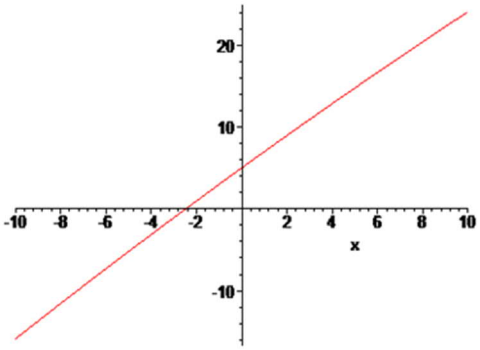


Polynomin ja sen derivaatan piirtäminen Maplella:

```
> plot(x^2+5*x-0.003*x^3,x=-10..10);
```



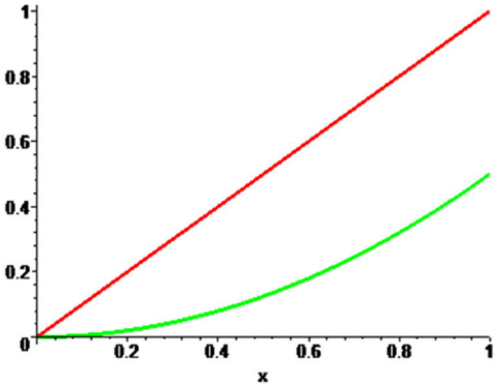
```
> plot(diff(x^2+5*x-0.003*x^3,x),x=-10..10);
```



Derivaatta on negatiivinen, kun funktion arvo pienenee, nolla kun suunta kääntyy (minimipiste), ja positiivinen kun kuvaaja kasvaa.

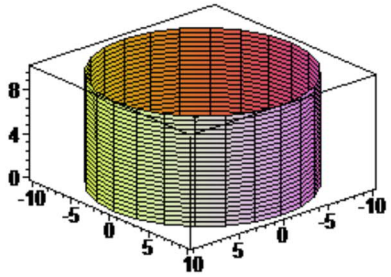
- Integroituvuus ja integraalit. Integraalit ovat tarkeitä, kun summataan jotain, jonka voi ilmaista derivoituvalla funktiolla. Esim. puun kasvu ajan suhteen ennustavan funktion integraali kertoo, mikä on puun koko tietyllä iällä tai rungon kapenemista kuvaavan funktion integraali kertoo, paljon puussa on tilavuutta jollakin korkeusvälillä. Alla on funktion y = x kuvaaja ja sen integraalin kuvaaja, kun x saa arvoja välillä 0-1. Vihreä integraalikäyrä on lopuksi arvossa 0.5, mikä on punaisen viivan alle jäävä pinta-ala (kolmion pinta-ala).

```
> plot([x, int(x,x)], x =0..1);
```



Sylinterin tilavuus integroimalla: Sylinterin voi piirtää Maplella: Sylinterin halkaisija on muuttuja dx (arvo 20). Annetaan säteen, joka on puolet halkaisijasta eli dx/2. pyörähtää z-akselin ympäri. Pyörähtäminen hoituu cos(t) ja sin(t) termeillä, jotka tuottavat ympyrän, kun t saa arvoja –pi...pi.

```
> dx:=20;
> plot3d([dx/2*cos(t),dx/2*sin(t), h],t=-Pi...Pi,
h=0..10, axes = boxed);
```



Tällaisen sylinterin tilavuuden voi laskea pyörähdyskappaleen integraalina tai tunnetulla sylinterin tilavuuden kaavalla: pohjan ala kertaa korkeus. Tulos on molemmilla tavoilla sama.

Integrointi: evalf() funktion vain pyöristää integroimalla saadun luvun ja antaa sen viidellä desimaalilla. Ympyrän pinta-ala on Pi/4 kertaa läpimitta toiseen (tai pi kertaa säde toiseen) ja integrointi summaa näitä infiniittisen ohuita ympyrän muotoisia kiekkoja välillä 0-10:

```
> evalf(int(dx^2*Pi/4,korkeus=0..10),5);
```

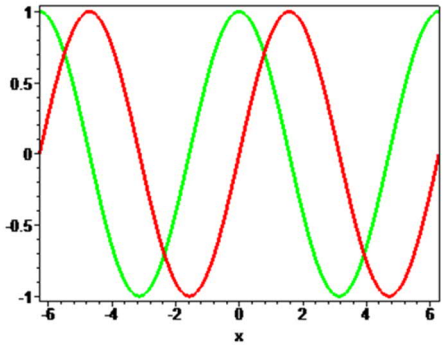
Pohjan ala kertaa korkeus:

```
> evalf(Pi*(dx/2)^2*10,5);
```

- Trigonometriset funktiot. Kosini, tangentti ja sini käänteisfunktioineen ovat tärkeitä funktioita geometrisissa tarkasteluissa. Esim. Karteesiset (x, y) ja (x, y, z) koordinaatit voi esittää myös napa- ja pallokoordinaatistoissa käyttäen kiertokulmia ja etäisyyttä origosta. Näissä tarvitaan cos ja sin funktioita.

Kosini ja sini ovat jaksollisia, ja tietokoneille niiden argumentti eli kulma annetaan yleensä radiaaneina. Piirretään sin(x) ja cos(x), kun x saa arvoja -6.28...6.28:

```
> plot([sin(x),cos(x)],x=-2*Pi..2*Pi);
```



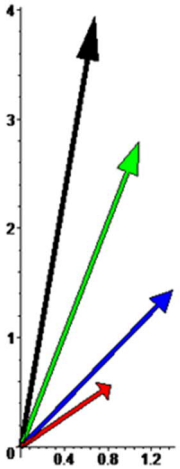
Huomaa pi/2 ”siirros” *sin*() ja *cos*()välillä. Napakoordinaatistossa xy-piste esitetään muodossa:

x = pituus × cos(kulma)
y = pituus × sin(kulma)

Esimerkki, jossa neljä pistettä on esitettyinä vektoreina, kun jokaiselle on oma kulma ja säde/pituus (0.6, 0.8, 1.2 ja 1.4 radiaania) ja (1, 2, 3, 4 pituusarvoa). Kaikki vektorit ovat ensimmäisessä koordinaattineljänneksessä. Maple piirtokomento, jolla ne saadaan samaan kuvaan on:

```
> with(plottools):
l1:= arrow([0, 0], [1*cos(0.6), 1*sin(0.6)], .04,
.2, .1, color=red):
l2:= arrow([0, 0], [2*cos(0.8), 2*sin(0.8)], .04,
.2, .1, color=blue):
l3:= arrow([0, 0], [3*cos(1.2), 3*sin(1.2)], .04,
.2, .1, color=green):
l4:= arrow([0, 0], [4*cos(1.4), 4*sin(1.4)], .04,
.2, .1, color=black):
plots[display](l1, l2,l3,l4, axes=normal, scaling =
constrained);
```

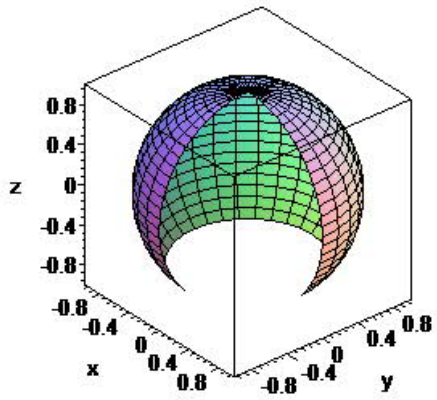
Kuva, jossa pisteiden (vektoreiden loppupisteiden) suunta ja etäisyys origosta vaihtuvat.



```
--------------

x:=r*sin(theta)*cos(phi);
y:=r*sin(theta)*sin(phi);
z:=r*cos(theta);
```

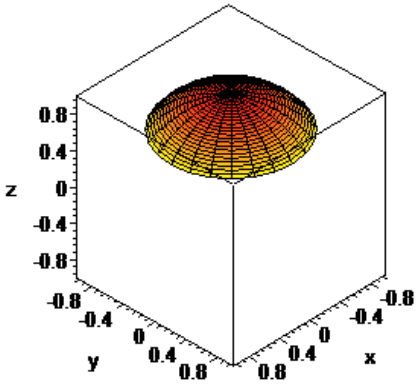
Pallokoordinaatistossa pätevät yllä esitetyt yhtälöt. Niissä theta on pystykulma (-90-90 astetta), phi on kierto tasossa (0-360 astetta) ja r on säde.

```
> plot3d([x,y,z], theta = 0..(Pi-.8), phi =
0..3/2*Pi, scaling =constrained, axes = boxed, view
= [-1..1,-1..1, -1..1], labels =["x","y","z"]) ;
```



Kuvassa theta-kulmaa (pystykulma) on rajattu 0.8 radiaania ”alhaalta vajaaksi” (theta = 0..(Pi-.8)) Myöskään phi ei tee täyttä 2*pi ympyrää. Pallo jää vajaaksi ”alhaalta” (theta) ja ”sivulta” (phi).

```
> plot3d([x,y,z], theta = 0..0.9, phi = 0..2*Pi,
scaling =constrained, axes = boxed, view = [-1..1,-
1..1, -1..1], labels =["x","y","z"]) ;
```



Kuva: Maple ohjelman pallokoordinaatistossa theta on nolla ”pohjoisnavalla” ja +Pi ”etelänavalla”. Kuvassa on pystykulmaa (theta) rajaamalla saatu aikaan ”hattu”, kun theta on ’juossut’ välillä 0-0.9 radiaania ja phi tekee täyden 2*pi radiaanin kierroksen z-akselin ympäri. Maanmittauksessa leveyspiirit (theta) on määritelty välillä -90..+90.

2.4 Vektori ja matriisilaskentaa

Skalaari on luku, sillä ei ole suuntaa ja se ei muutu koordinaatiston muunnoksissa. Lukumäärä, pituus tai massa ovat esimerkkejä.

Vektorilla on suuruus ja suunta (fysiikassa). Tasogeometriassa (paikka)vektoreissa on kaksi alkiota, esim. (3,4) ja avaruusgeometriassa kolme, esim. (1.0,4.5, 6.9). Vektorit ovat n-ulotteisia, missä n on alkioiden lukumäärä. Alkioilla on tarkka järjestys. Vektori voi olla pysty (nx1) tai vaakavektori (1 x n). Pystyvektori voidaan esittää kahdella tavalla, joista jälkimmäinen on vaakavektorin transpoosi (transponointi: rivit vaihtuvat sarakkeiksi tai sarakkeet riveiksi).

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1.0 \\ 4.5 \\ 6.9 \end{pmatrix} = (1.0,4.5,6.9)^T$$

Vektoreita voi laskea yhteen, jos niissä on yhtä monta alkiota. Geometriassa tulkinta on siirto. a + b tarkoittaa geometriassa siirtoa pisteestä a vektorin b määräämään suuntaan ja etäisyydelle. (2,2) + (3,1) = (5,3). Vähennyslasku vastaa siirtoa on vastakkaiseen suuntaan. Vektorin voi kertoa skalaarilla: 5.2·(1,1) = (5.2,5.2). Samanmittaisen (n × 1) pystyvektorin ja (1 × n) vaakavektorin voi kertoa keskenään ja se vastaa pistetuloa. (1,2)·(2,3) = 1·2+2·3=8. Sen avulla voi laskea vektoreiden välisen kulman.

https://en.wikipedia.org/wiki/Dot_product

Matriisi koostuu vaakasuorista riveistä ja pystysuorista sarakkeista siten, että kullakin rivillä ja kullakin sarakkeella on yhtä monta alkiota (numeroita, symboleja, lausekkeita). Matriisia, jossa on m kappaletta rivejä ja n kappaletta sarakkeita kutsutaan tyypin *m*×*n* matriisiksi:

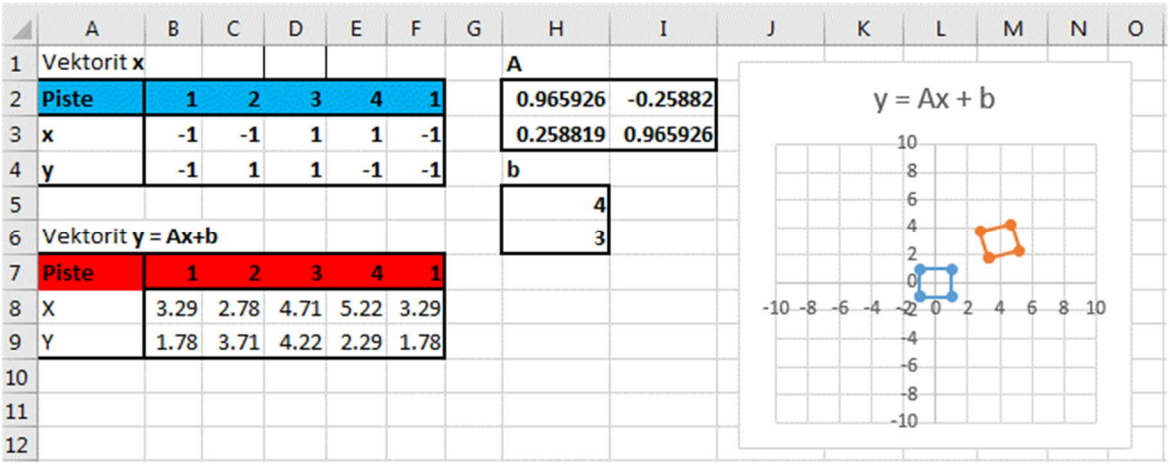
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Rivillä i ja sarakkeessa j olevaa matriisin alkiota merkitään a_{ij} tai A_{ij}. Lävistäjäalkio on alkio, jolla i=j.

Lisää matriiseista: https://fi.wikipedia.org/wiki/Matriisi

Vektoreille ja matriiseille on käyttöä geometrisissa tarkasteluissa tai tehdään erilaisia data-analyysejä (esim. regressioanalyysi). Kuva 39 ilmentää tilannetta, jossa neljän pisteen (kaksialkioisia vektoreita) muodostama neliö kuvataan matriisilaskennan keinoin uuteen paikkaan ja kiertoasemaan. Matriisit ja vektorit merkitään yleensä vahvennetulla fontilla a=[1,2], A=[1,2;3,4], mutta skalaaria ei, *a*=1.

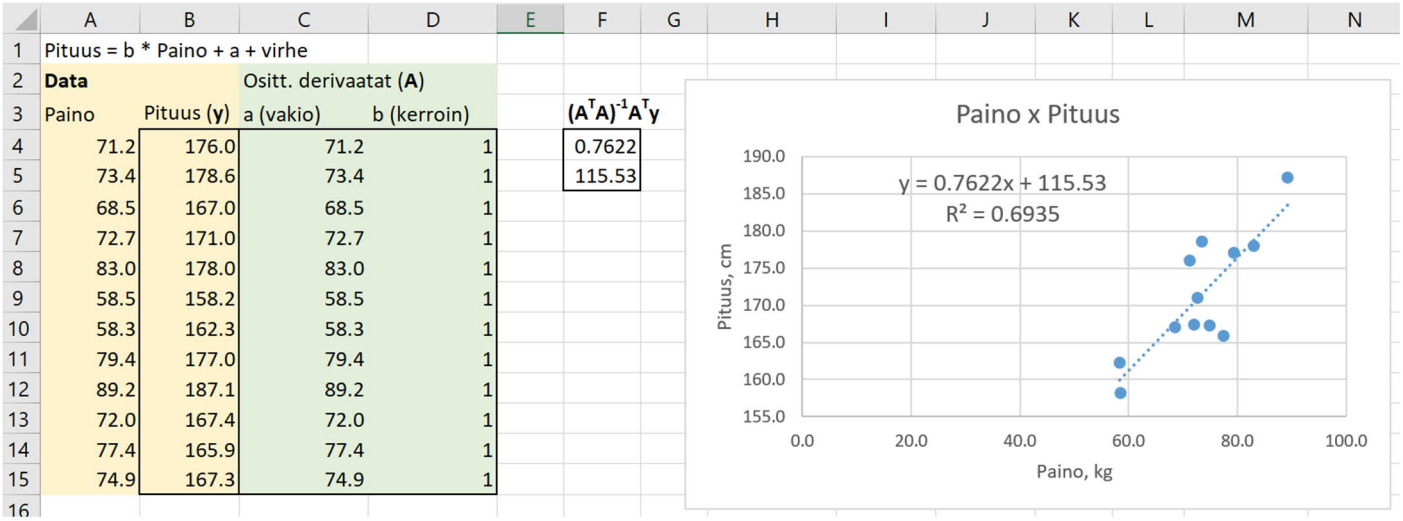
Tutkimuksen havaintoaineisto muodostaa *havaintomatriisin*, mitä ei pidä sekoittaa matemaattiseen matriisiin.,



Kuva 39. Pruju_matrix.xlsx. Neljän pisteen eli neliö kulmien kierto ja siirto tasossa matriisikaavalla y = Ax + b. *A on ortogonaalinen 2x2 kiertomatriisi, kierto on 15 astetta vastapäivään, ja* b *on siirtovektori (4,3). Kaavassa* y=Ax+b termi Ax *merkitsee matriisikertolaskua, jossa 2x2 matriisilla kerrotaan 2x1 vektori ja tulos on 2x1 vektori, johon lisätään b eli 2x1 vektori, jolloin tulos on 2x1 vektori eli* y.

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

kiertomatriisi, jossa theta on kiertokulma. cos(15°)=0.965926.



*Kuva 40. Pruju_matrix.xlsx. Tässä lasketaan Excel-ohjelman matriisifunktioilla regressiosuora pituus-paino havaintoaineistoon, jossa on havainnnot 12 henkilön painosta ja pituudesta. Suoran yhtälö on Pituus = b * Paino + a.*

Ratkaisussa tarvitaan Nx2 matriisi A, jonka alkiot ovat osittaisderivaatat kertoimien a:n ja b:n suhteen. Ne esitetään C ja D sarakkeissa. Matriisikaava $A^TA^{-1}A^Ty$ *antaa ratkaisuksi pienimmän neliösumman menetelmällä kertoimet a ja b. A on osittaisderivaattojen muodostama matriisi ja y on mitatuista pituuksista muodostettu vektori.*

Kaava on soluissa F4:F5, ja arvoiksi on saatu 0.7622 ja 115.53.

Kaava soluissa F4:F5 on: =MMULT(MINVERSE(MMULT(TRANSPOSE(C4:D15),C4:D15)),MMULT(TRANSPOSE(C4:D15),B4:B15)).

Suora on ratkaistu myös Excelin Add trendline toiminnon avulla ja suoran kertoimille b sekä a on saatu samat arvot (0.7622 ja 115.53). R^2 *on ns. selitysaste.*



Kuva 41. 2 × 2 pikselin RGB kuva, jonka pikseliarvot ovat vektoreita: (125,0,0), (0,125,0), (0,0,125), (125,125,0). Ensimmäinen luku on punaisen ® arvo, toinen vihreän komponentin ja kolmas sinisen komponentin arvo.

Kun yllä olevan neljän pikselin kuvan pikselivektorit kerrotaan matriisilla:

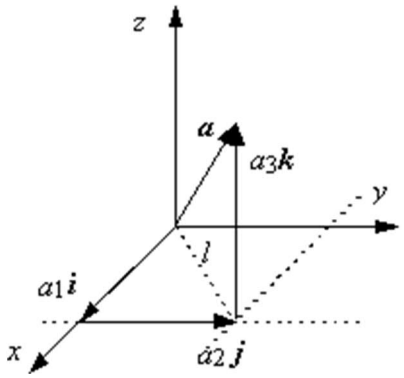
1	0.5	0
0.1	1.7	0.8
0.1	0.1	1

saadaan kuva:



Kuva 42. "Matriisilla kerrotussa" kuvassa (pikseleissä) vihreä korostuu (kerroin 1.7), mutta värit vaikuttavat myös toisiinsa (lineaarikuvaukseen), koska kerroinmatriisin diagonaalin ulkopuolella arvot eivät ole nollia. Kuva tulee kirkkaammaksi, koska kaikki matriisin kertoimet ovat positiivisia. Tuloskuvan RGB- pikseliarvot ovat:

(125, 13, 13), (63, 213, 13), (0, 100, 125), (187, 225, 25).



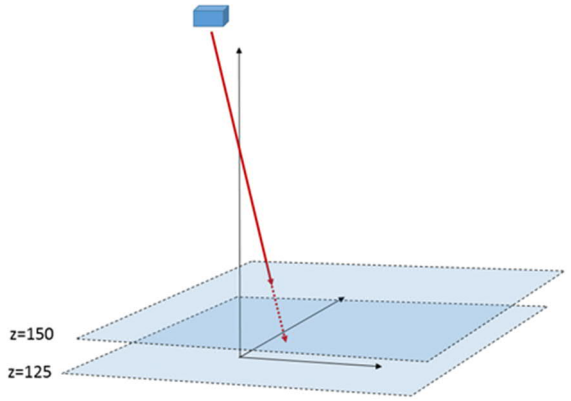
Kolmiulotteisen Vektorin a = (a_1i, a_2j, a_3k) pituus lasketaan ottamalla neliöjuuri kertoimien toisten potenssien summasta. Jos kertoimet jaetaan vektorin pituudella, saadaan yksikkövektori (vektorin a suuntavektori).

$$|a| = \sqrt{a1^2 + a2^2 + a3^2}$$

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \left(\frac{a1}{|a|}i, \frac{a2}{|a|}j, \frac{a3}{|a|}k\right)$$

Vektoreita (geometriaa) tarvitaan esim. kaukokartoituksessa, jos esim. halutaan seurata laserpulssin, suoran valon tai kameran pikseliin osuvan kuvasäteen kulkua latvustossa, lehdellä tai lehvästössä – ylipäänsä geometrisissä tehtävissä.

Esimerkki. Laserkeilausdatan tulkinta: mihin pulssi olisi osunut korkeudella z=125 m, jos se olisi saanut jatkaa matkaansa alaspäin tasolta z=150 m, johon se pysähtyi?



Kuva 43. Tilannetta havainnollistava kuva. Laserkeilain on noin 600 m korkeudella. Alaspäin lähetetty pulssi on kimmonnut takaisin z=150 m korkeudelta. Mihin xy-pisteeseen pulssi olisi osunut 125 m korkeudella, jos se ei olisi kokonaan pysähtynyt 150 m korkeudelle (katkoviiva)?

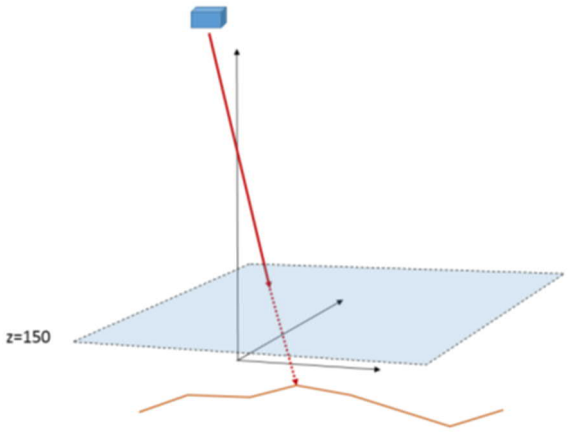
Laserkeilain oli xyz-pisteessä (1000, 1500, 600), josta "ammuttu" pulssi antoi kaiun xyz-pisteestä (1100, 1550, 150). Nämä tiedot käyttäjä saa keilaimen datasta.

Pulssivektori saadaan vektoreiden erotuksena: (1100-1000)i, (1550-1500)j, (150-600)k eli (100i, 50j, -450k). Pulssi kulki 100 m länteen, 50 m pohjoiseen ja 450 m alas, jos xyz-koordinaatisto tulkitaan s.e. y-akseli kasvaa pohjoiseen.

Pulssin pituus on √((100)^2 + (50)^2 + (-450)^2) = 463.7 m.

Suuntavektori on siten
(100/463.7i, 50/463.7j, -450/463.7k) = (0.215i, 0.108j, -0.970k)

Ratkaistaan matka *d*, jonka pulssin on kuljettava korkeustasolle, jossa z on kysytty 125 m. Yhtälö on (125 = 600 – *d* × 0.970), josta matka *d* = 477.78 m. Kun sen sijoittaa yhtälöihin (1000 + d × 0.215) ja (1500 + d × 0.108), saa x ja y koordinaatit 1103.04 ja 1551.52. Eli pulssi leikkaisi tason z = 125 m xyz-pisteessä (1103.04, 1551.52, 125.00).



Kuva 44. Jos oltaisiin kiinnostuneita, missä laserpulssi leikkasi maanpinnan, kun se tuotti kaiun (pisteen) vain ylempää latvustosta, tehtävä ei enää ratkea suoraviivaisesti, koska maanpinnan korkeus (z) vaihtelee sijainnin eli x ja y koordinaattien mukaan. Ratkaisu onkin haettava kokeilemalla edeten pulssia (pitkin suuntavektoria keilaimesta katsoen) lyhyt askel kerrallaan alaspäin tutkien maanpintamallien arvoa aina kussakin pisteessä. Ratkaisi saadaan, kun maanpinta jää "kahden askeleen väliin". Tarvitaan tietokone ja algoritminen (numeerinen ratkaisu) toteutus.

2.5 Interpolointi, approksimointi

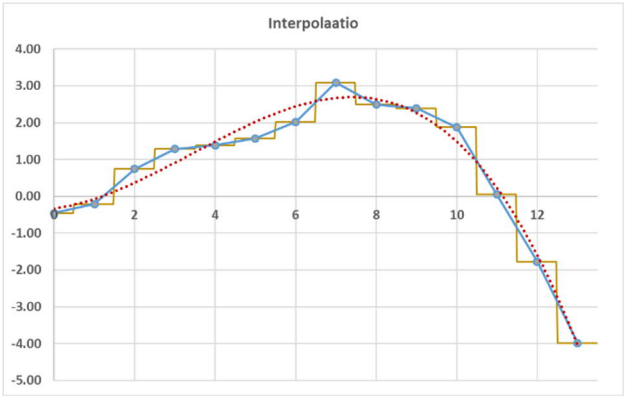
Interpolointi on numeerisen matematiikan menetelmä, jossa lasketaan uusia arvoja tunnettujen arvojen väliin.

Metsänmittauksessa on tavallista, että tarkasteltavasta ilmiöstä saadaan mitattua muutamia arvoja tai kerättyä otos. Ne edustavat tutkittavaa ilmiötä kuvaavan funktion arvoja, mutta rajallisessa määrää tutkittuja pisteitä. Esim. lämpötila ja GPS-laitteen sijainti saatetaan mitata 5 minuutin välein, ja kun arvoja tarvitaan minuutin välein, tarvitaan interpolointia.

Havaituista arvoista tulisi estimoida eli interpoloida tuntematon funktion arvo halutussa kohdassa, joka jää muuttujien tunnettujen arvojen väliin.

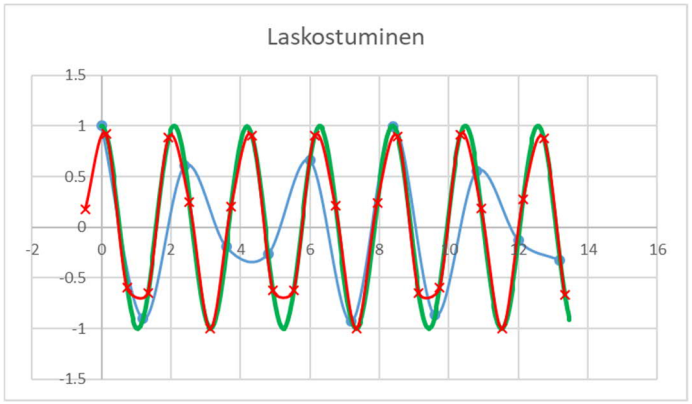
Esimerkki: Käytössä on 14 mittausta muuttujista x ja y. Ne on tehty x-muuttujan suhteen systemaattisesti yhden yksikön (esim. tunnin) välein.

X	Y
0	-0.03
1	0.00
2	0.71
3	1.21
4	1.02
5	2.15
6	2.73
7	2.72
8	2.64
9	2.03
10	1.37
11	0.16
12	-1.98
13	-4.25



Kuva 45. Datapisteet näkyvät sinisinä pallukoina. Ruskea viiva kuvaa "paloittain" ts. "lähimmän naapurin" interpolaatiota, sininen viiva kulkee pisteiden kautta suoranpätkinä ja on lineaarinen interpolaatio, kun taas punainen pisteviiva on kolmannen asteen polynomi, joka on sovitettu dataan regressioanalyysillä. Muuttuja y (tietyllä x:n arvolla) saa eri arvoja riippuen interpolointitekniikasta, joita on monia muitakin.

Funktion approksimoinnissa halutaan joskus käyttää vaikeasti käsiteltävän tai työläästi laskettavan funktion lausekkeen sijasta yksinkertaisempaa lauseketta. Silloin voidaan laskea kohdefunktiosta muutama arvo, joihin luodaan interpolaatio sovittamalla siihen yksinkertaisempaa funktiota. Toinen tapa on vaatia approksimaatiolta samanarvoisuutta tärkeissä pisteissä ja että approksimaatiolla on samoja ominaisuuksia kohdefunktion kanssa (esimerkiksi samoja derivaattoja). Koska interpoloivan funktion arvot poikkeavat hieman alkuperäisen funktion arvoista, syntyy tästä interpolaatiovirhettä. Approksimoinnin hyödyt saattavat kuitenkin ylittää siitä koituvat haitat.



Kuva 46. Vihreä viiva kuvaa todellista funktiota, olkoon esim. aaltoileva maaston profiili. Siitä on otettu 1.2 yksikön välein mittaus, joita kuvaavat siniset pallot. Ko. pisteisiin on sovitettu sininen splini-interpolointikäyrä, joka ei kovin hyvin onnistu approksimoi todellista käyrää, paitsi välillä x = 0-1 ja x=8-9. Punainen käyrä on splini-tasoitus pisteisiin, joita oli 2x tiheämmin (punaiset ristit) eli 0.6 yksikön välein. Se on jo parempi approksimaatio vihreälle käyrälle.

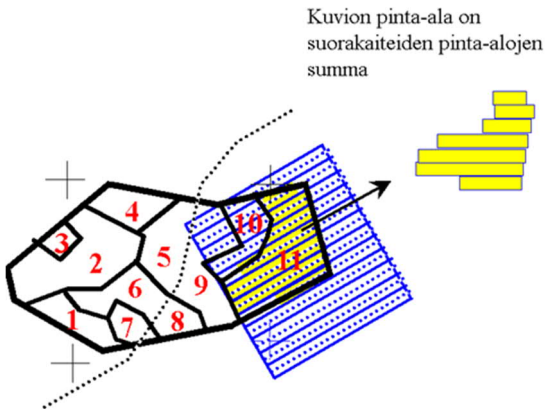
Oletuksista ja approksimaatioista metsänmittauksessa.

- Metsikön rajat ja pinta-ala. Raja kahden metsikön välille joudutaan aina asettamaan väkisin 'arviona' - approksimoiden. On näet mahdotonta sanoa, missä esim. vanha metsä lakkaa ja taimikko alkaa – täsmälleen ja yksikäsitteisesti. Raja on kuitenkin pakko asettaa johonkin, jotta laskelmissa voidaan edetä.

- Puun rungon poikkileikkauksen muoto. Metsänmittauksessa oletetaan yleensä ympyrän muoto. Maanmittauksessa maapallon muotoa approksimoidaan ellipsoidin avulla.

- Piin arvo. Puun rungon poikkileikkauksen pinta-ala on tärkeä suure metsänmittauksessa, kun arvioidaan rungon tilavuutta. Eräs yksinkertainen kaava sisältää kertoimen 0.5*pi. Päässälaskukaavan kertoimeksi käy 0.4, missä pi/4*0.5 on pyöristetty arvoon 0.4. Tarkoissa laskuissa tarvitaan piin tarkka arvo.

- Alueen pinta-ala – integraalina pinturilla eli poletilla.



Kuva 47. Pinturilla saattoi käsin arvioida paperikartalle piirretyn alueen pinta-alan (kuva vuodelta 1997). Approksimaatio perustui alueen esittämiseen tasalevyisinä suorakaiteina, jotka ulottuivat rajalta toiselle. Alueen pinta-ala laskettiin suorakaiteiden summana. Pinturi asetettiin moneen kertaan eri suunnissa kartan päälle ja tuloksista laskettiin keskiarvo. Digitaaliselta kartalta pinta-alan saa sulkeutuvan monikulmion avulla, kun klikkailee kääntöpisteet ja tietokone laskee koordinaateista pinta-alan.

2.6 Matemaattisia symboleja

π pii, 3.14159..

Σ summa

∂ derivaatta

$\in$ kuuluu

$\angle$ kulma

$\perp$ kohtisuoruus

$\Rightarrow$ A $\Rightarrow$ B, jos A on totta, B on totta, muuten ei.

$\vee$ ja (looginen)

$\wedge$ tai (looginen)

! kertoma

$\pm d$ kaksi ratkaisua etäisyyden d päässä

$\times \cdot$ kertomerkkejä; vektori- ja pistetulo vektoreilla

$\int$ integraali (lukuväli, alue-, viiva-, ...)

... jokin kuvio jatkuu / toistuu

∞ ääretön

$= \neq$ yhtäsuuruus, erisuuruus

$\Leftrightarrow$ P $\Leftrightarrow$ Q, jos P niin Q, ja P epätosi jos Q epätosi

$\approx$ likimääräinen yhtäsuuruus

~ X ~N; X jakautunut N-jakauman mukaisesti

>, < suurempi/pienempi kuin

$\leq, \geq$ suurempi/pienempi tai yhtä suuri kuin

|x| vektorin pituus

A, b Matriisi A, vektori b

[a,b] suljettu väli

(a,b) avoin väli (a,b] puoliavoin väli

N Luonnolliset luvut

$\Re$, R reaaliluvut

Z kokonaisluvut

{ } tyhjä joukko

$\cup, \cap$ unioni, leikkaus

Δ muutos

P todennäköisyys

2.7 Suureiden muunnoksia ym.

Mittayksiköt Si-järjestelmässä

Perusyksiköitä (neljä kymmenestä):

pituus	l,s	metri	m
massa	m	kilogramma	kg
aika	t	sekunti	s
lämpötila	T	kelvin	K

Johdannaisia yksiköitä, joista yksi:

tasokulma θ	radiaani	rad

Poistuvia yksiköitä kuten aari ja hehtaari (käytössa!)

Kerroinetuliitteet:

tera	T	10^12
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
desi	d	10^-1
sentti	c	10^–2
milli	m	10^–3
mikro	µ	10^–6
nano	n	10^–9
piko	p	10^–12

Täysi ympyrä 360 astetta tai 2π radiaania

Numeroiden esitysmuodoista
1.21E9 = 1.21×10^9 = 1 210 000 000
0.8E-3 = 0.8×10^{-3} = 0.0008

e = 2.718281828, ln(e)=1, exp(1) = e.
10^1 = 10, log(10) = 1

Luokittamisesta, esimerkkinä puiden läpimittamittausten jakaminen luokkiin esim. histogrammin piirtämistä varten.

Tasaava 1 cm luokitus: 9.5 cm→10 cm, 10.4 cm→10 cm,

Tasaava parillinen luokitus: 8.5 cm→8 cm, 9.1 cm→10 cm

Aleneva 2 cm parillinen luokitus, 8.5 cm→8 cm, 9.1 cm→8 cm

Aleneva 1 cm luokitus, 8.5 cm→9 cm, 9.1 cm→10 cm

2.8 Kantalukujärjestelmä, tietokoneella laskeminen

Metsänmittauksessa lasketaan paljon tietokoneella. Siksi muutama sana kertauksena ja yleissivistykseksi lukujärjestelmistä ja tietokoneella laskemisesta.

Desimaalijärjestelmä eli 10-kantajärjestelmä

Numerot 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Luvun rakenne, esim.
1423 = 1×103+4×102+2×101+3×100 = 1000 + 400 + 20 + 3

SI-järjestelmän käyttämä. Meille tuttu.

Binäärijärjestelmä (ei keskeinen)

Numerot 0,1
Luvun rakenne, esim. binääriluku ”1001”:
= 1×23+0×22+0×21+1×20 = 8 + 0 + 0 + 1 = 9 (desimaalisena)

Tietotekniikassa. Tietokoneella ei käytännössä pysty esittämään kaikkia reaalilukuja, eikä edes kaikki kokonaislukuja.

Heksadesimaalijärjestelmä (ei keskeinen)

Numerot 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
"AE" desimaalisena: $10\times16^1+14\times16^0 = 160 + 14 = 174$

Joskus (harvoin) hyödyksi, kun tutkii jonkun käsiinsä saaman oudon (kuva-, gis-) tiedoston sisältöä jollakin heksaeditorilla. Yksi 8 bittinen tavu pystytään esittämään kahdella merkillä, esim. FF = $255_{desimaalisena} = 11111111_{binäärisenä}$.

Tietokoneen "lukujärjestelmä" ja laskentatarkkuus

Luvut esitetään 8, 16, 32, 64 jne. bitin avulla. Niitä on rajallinen määrä. Kokonaisluvuilla laskeminen on yleensä tarkkaa ja ennenkaikkea nopeaa. Liukuluvut ovat reaalilukujen esitys tietokoneessa. Ne esitetään N bitillä eli niitä ei voi esittää ääretöntä määrää. Niinpä joskus esim. lauseke 0.1+0.2===0.3 antaa vastaukseksi arvon epätosi, koska lukujen esitystarkkuus on rajallinen (esim. selaimen käyttämässä Javascriot kielen vanhoissa versioissa). Lukuja on eniten nollan lähellä, siksi monesti kannattaa vähentää isoista luvuista luku, joka tuo esim. kertolaskettavat luvut lähemmäs nollaa, jossa lukujen tarkkuus on suurin (niitä on tiheämmässä reaalilukujen akselilla). Tähän pääsee esim. normalisoimalla luvut (nollan ympärille), mikä tapahtuu vähentämällä luvuista niiden keskiarvon, ja jakamalla luvut keskihajonnallaan. Esimerkiksi optimoinnissa, jossa optimoidaan suuria koordinaattilukuja, saattaa optimointi pysähtyä metritarkkuuteen, kun luvut ovat kymmeniä miljoonia (metrejä). Mutta, kun luvut normalisoidaan nollan ympärille, saavutetaan (laskennallinen) mikrometritarkkuus. Monasti suurin esitystarkkuus on 15 merkitsevää lukua (double precision, 64 bitillä esitetty luku), mutta erityisesti laskentaan tarkoitetuissa ohjelmistoissa se voi olla suurempi. 15 merkitsevää lukua:

0.12345678901234 on sama kuin 12.345678901234E2.

Esim. tämän monisteen Excel-esimerkit tehtiin versiolla, joka hyväksyi syötettäväksi luvun 10^300, mutta ei enää lukua 10^400. Se on liian suuri luku esitettäväksi varatulla määrällä nollia ja ykkösiä.



Kuva: reaalilukujen tiheys tietokoneen liukulukuina. Keskellä on nolla ja vasemmalla negatiiviset luvut "äärettömään asti".

Kuinka monta desimaalia?

Monesti laskusta saatu tulos on luku, jossa on monta merkitsevää desimaalia. Esim. keskiarvo luvuista 0, 0, ja 1 on 0.33333333333. Lukijaa hämää, jos vastauksen tarkkuus annetaan liian monella desimaalilla. Jos keskiarvo lasketaan lämpötilahavainnoista, joiden mittaustarkkuus on ollut 1 Celsius, ei keskiarvoa (tai keskihajontaa) kannata esittää kuin yhdellä tai kahdella desimaalilla, esim. 9.1 °C. Esittämällä liian monta desimaalia paljastaa, ettei ymmärtänyt annettua tehtävää ja väsyttää lukijan.

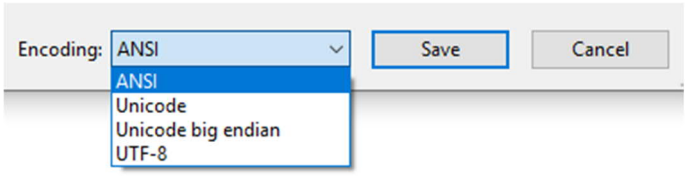
2.9 Tietokoneella laskeminen ja tiedonsiirto – tiedostoformaateista ja tietosisällön standardoinnista

Kursseilla lasketaan paljon esim. Excel-ohjelmalla tai käsitellään kuvia, paikkatietoaineistoja jne. Eri tavat koodata tietoa voivat hämmentää vasta-alkajaa. Nykyisin käyttöjärjestelmät ja ohjelmat "osaavat päätellä" tiedostonimien tarkenteista (esim. *.tif, *.xlsx, *.html) tiedoston muotoilun/rakenteen/tulkintatavan. Joskus tieto tulkintatavasta on esim. tiedoston alussa, ja ohjelma lukee tiedoston alkupätkän päätelläkseen, kuinka loppuosan pitää tulkita. Näin on esimerkiksi monissa kuvaformaateissa. Ja, huonolla tuurilla kaverin antamaa tiedostoa ei pysty avaamaan, koska se on tallennettu uudella koodauksella, eikä vanha ohjelma osaa sitä dekoodata informaatioksi, koska siihen ei ole ohjelmoitu uusimman version dekoodausohjeita.

Ilman yhteisiä sopimuksia tulkinta ei onnistu. Sama bittien muodostama "pätkä", esim. "1001100100101111" voi tarkoittaa tiettyä kirjainmerkkiä, reaalilukua, kokonaislukua, yhden pikselin yhtä sävyarvoa, äänitiedoston informaatiota jne.

Kaikki tiedostot sisältävät ykkösiä ja nollia, ja valitettavasti kaikki sopimukset eivät ole päätyneet standardeiksi ja vieläpä siten, että niistä käytettäisiin samaa erisnimeä.

Yksinkertaisin tapa esittää esim. numeroin ja kirjaimin koodattua informaatiota ovat erilaiset merkkien kuvaamisen käytetyt formaatit. Esim. Windows käyttöjärjestelmän notepad (muistio) ohjelmalla voi kirjoittaa tekstiä ja tallentaa sen. Jos teksti on "Teksti" eli kuusi merkkiä, luulisi sen olevan yksinkertainen asia tallennettavaksi.



Notepad-ohjelmassa vaihtoehtoja koodaukselle on tarjolla neljä, joista oletus on "ANSI". Jos valitsee koodauksen UTF-8, tekee Notepad tiedoston alkuun kolme ylimääräistä kahdeksan bitin "pätkää", jotka kertovat että kyseessä on UTF-8 koodaus, jolla voi esittää yli miljoona ulkoasultaan erilaista merkkiä. Tyhmä ohjelma menee sekaisin, kun se olettaa, ettei näitä merkkejä ole, vaan että bitit heti alusta asti tulkitaan tekstiksi (olettaa ANSI koodauksen). ANSI valinta taasen kirjoittaa tiedostoon ainoastaan kuusi 8 bitin pätkää (6 tavua). ANSI koodauksella voi koodata 256 symbolia, eikä siitä ole iloa esim. kyrillisiä kirjaimia kirjoittavalle, koska ne puuttuvat koodattavista merkeistä. Unicode kirjoittaa tiedostoon 14 tavua, koska Unicode-sopimuksessa käsittää ohjeet yli 100000 erilaisen kirjainsymbolin välittämiseen (koodaamiseen ja dekoodaamiseen).

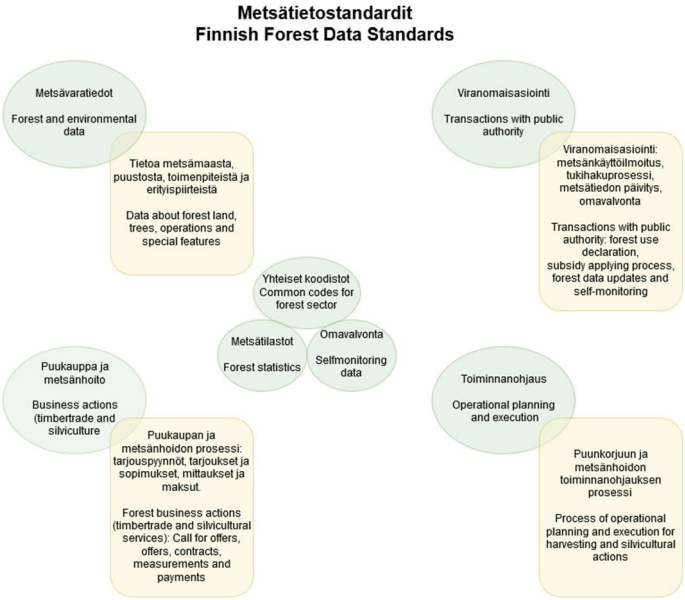
Tiedostojen formaateissa on siis kyse "sopimuksesta, jossa esitetään, kuinka informaatio muutetaan nolliksi ja ykkösiksi ja takaisin". Osa niistä on standardeja, osa "firman omia" (proprietary). Yleisesti tunnettuja formaatteja on yli 10000!

Yksinkertaisen metsätiedon (paikkatiedon jne.) välitykseen on omia standardeja, jotka muistuttavat selainten käyttämää html-kieltä. Standardi koostuu "tulkintataulusta" ja itse tiedostosta, jossa tieto esitetään välitettäväksi. Tulkintataulussa voidaan määritellä esim. muuttuja puulaji ja sen sisältö (puulajien koodaus). Hierarkiatasolla esiintyvät mm. spatiaaliset yksiköt. Esimerkkeinä "kiinteistö", "kuvio", "tielinja" ja "puu". Tiedonsiirtotiedostossa tieto kulkee ao. (pseudokoodatussa) muodossa:

```
"Kiinteistö alkaa"
"id" = "2-134-222-21"
"Kuvio alkaa"
"id" arvo=5
"puulista alkaa"
"läpimitan esitystarkkuus alkaa"
"tarkkuus" arvo = "mm"
"läpimitan esitystarkkuus loppuu"
"puun kuvaus alkaa"
"id" arvo = 1
"läpimitta" arvo = 330
"puulaji" arvo = 1
"puun kuvaus loppuu"
```

```
”puun kuvaus alkaa”
”id” arvo = 2
”läpimitta” arvo = 320
”puulaji” arvo = 2
”puun kuvaus loppuu”
”puulista loppuu”
”Kuvio loppuu”
”Kiinteistö loppuu”
```

Tässä välitettiin tekstimuotoisena tietoa metsikkökuviosta, jonka tunnus on ”5”. Tieto oli vaatimatonta. Kuvioon yhdistettiin kaksi puuta, joille annettiin puulaji ja rungon läpimitta. Käsiotteet ”Kuvio”, ”id”, ”puulista”, ”läpimitan esitystarkkuus”, ”puun kuvaus”, ”läpimitta”, ”puulaji” on määritelty standardissa, joka on koodattu tulkintatauluun (schema). Tiedostoista tulee helposti valtavan suuria. Ja standardin mukaan tekstitiedosto kirjoitetaan ANSI-merkein. Tämä johtaa siihen, ettei metsikkökuvion tunnus voi olla kyrillisin kirjaimin esitetty.



© Bitcomp.

On myös selvää, että standardi laahaa ohjelmistokehityksen perässä siitäkin syystä, etteivät ohjelmistoyritykset ehkä halua paljastaa tietoja (tai ehdottaa standardiin lisäystä), jotka avaavat ohjelmansa toiminnallisuutta kilpailijalle. Ilman standardeja ei kuitenkaan pärjätä ja standardien puute on kilpailun este. Oman suljetun standardin käyttäminen on tapa suojata ohjelmaansa kilpailijoilta.

https://www.metsatietostandardit.fi/

Esimerkiksi laserkeilaimien tiedostomuodon standardointi alkoi rakenteella, jossa oletettiin, etteivät keilaimet ikinä tuota muuta kuin XYZ pisteitä, ja niihin liittyvän kaiun voimakkuusarvon, ja, ettei kaikuja voi koskaan tulla enempää kuin 8 per lähetty pulssi, koska kaiun numerolle varattiin kolme bittiä. Nykyiset keilaimet voivat tuottaa yli kymmenen ja muuta lisätietoa, jota kehityksen alussa ei voitu kuvitellakaan. Sama kehitys pätee muihin standardeihin.

Alla linkit vuoden 2003 ja 2019 LAS-standardien määrittelyihin.

https://www.asprs.org/a/society/committees/standards/asprs_las_format_v10.pdf

http://www.asprs.org/wp-content/uploads/2019/03/LAS_1_4_r14.pdf

3 Tilastotiedettä

Tilastotiede on todennäköisyyslaskentaan perustuva tieteenala, joka tutkii tilastollisten aineistojen keräämistä, käsittelyä ja tältä pohjalta tehtävää päättelyä.

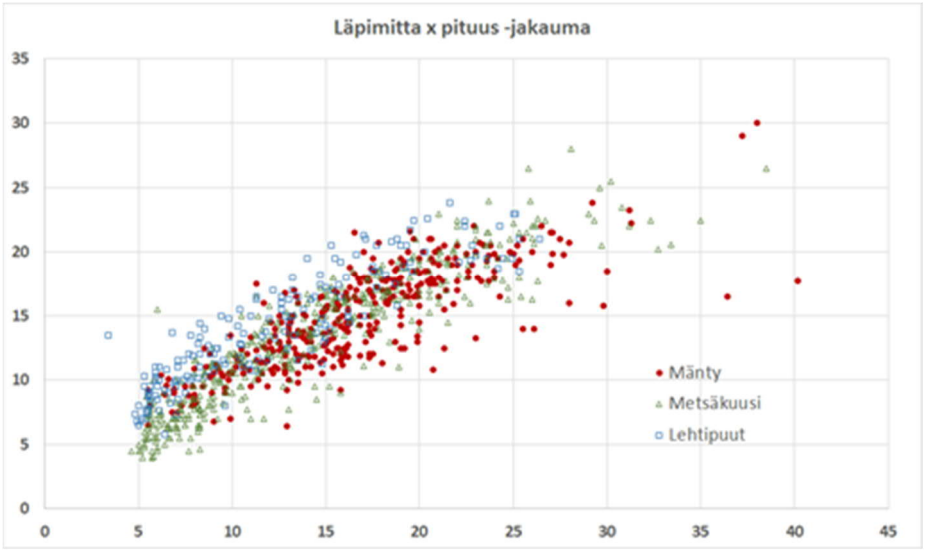
Metsänmittauksessa syntyy yleensä suuria havaintoaineistoja - esimerkiksi ilma- tai satelliittikuvia käytettäessä pikselihavaintoja voi olla tuhansia tai jopa miljoonia hehtaarilla eli 10,000 m^2 alueella. Maastosta kertyy havaintoja puista, kasvupaikasta, toimenpidetarpeesta jne. Tilastollinen mallinnus on tarpeen, kun ennustetaan jotain vaikeasti havaittavaa ilmiötä helpommin havaittavien selittävien muuttujien avulla, tai kun tutkitaan jonkin ilmiön takana olevia lainalaisuuksia, selittäviä tekijöitä ja niiden selitysvoimaa. Toisaalta otantateoriaa tarvitaan, kun tehdään päätelmiä tulosten luotettavuudesta tai asetetaan estimoiduille parametrien (populaation tunnuksille) arvoille luottamusvälit, esim. tilanteessa, jossa pohditaan etukäteen, millainen määrä mittauksia tarvitaan, jotta saavutetaan halutut luottamusvälit (riskitaso).

Kertauksena: Metsänmittaus on aina yhdistelmä erilaisia mittauksia (havaintoja), malleja ja otantaa.

3.1 Havaintoaineiston kuvailu



Kuva 48. Puun pituuden (myo myöh.prof. Aleksi Lehtonen) ja läpimitan (d_{13}) mittaus (N.N.). MARV3-kurssi Toivalassa Siilinjärvellä 1997.



Kuva 49. Erään 57 hehtaarin metsäalueen inventoinnin yhteydessä mitattujen 961 puun rungon läpimitan (cm) ja pituuden (m) yhteisjakauma puulajeittain.

Kuva 49 esittää yhteisjakauman kahden puumuuttujan havainnoista, jotka metsäylioppilaat tekivät vuonna 2007 inventoimaltaan 57 hehtaarin metsäalueelta (kts. luku 1.3.3 Puiden mittaus ilmakuvilta ja laserkeilaushavainnoista, puu kerrallaan). Havaintoaineiston kuvailu on aineiston esittämistä joko numeerisesti tai graafisesti. Havaitusta aineistosta voidaan laskea tunnuslukuja, jotka kuvaavat muuttujien ominaisuuksia. Kuva 49 kertoo tulkitsijalle mm., että lehtipuiden rungot ovat ”hoikempia” ja lehtipuut saavuttamat suuremman pituuden samalla rungon läpimitalla verrattuna mäntyyn ja kuuseen. Alueen pisimmät puut ovat olleet 30-metrisiä ja ”paksuimmat” rungot 40 cm läpimitaltaan. Kuvaajan painopiste on noin (14 cm, 14 m). Puut valittiin otannalla mittaukseen s.e. kaikilla puilla oli sama todennäköisyys. Siksi kuvasta voi päätellä, että alueella on lehtipuita vähemmän kuin havupuita. Kuvaajassa näkyy myös joitakin epäilyttäviä (poikkeavia, outlier) havaintoja, joiden

kohdalla voi epäillä mittausvirhettä, joko pituus- tai lpm-mittauksessa – kuvaa katsomalla emme voi tietää kummassa. Metsässä on monesti myös muista syistä poikkeavia tapauksia – esim. muita puita vanhempia jättöpuita, tuhojen vikuuttamia tai aukkopaikkoihin syntyneitä. Kuvan perusteella läpimittaa 5 cm pienempiä puita on selkeästi vähän. Syy on se, että läpimitaltaan 46 mm pienempiä puita ei tarvinnut mitata. Alarajalla on toimittu ”varman päälle” – ja joukkoon on tullut myös pienempiä puita.

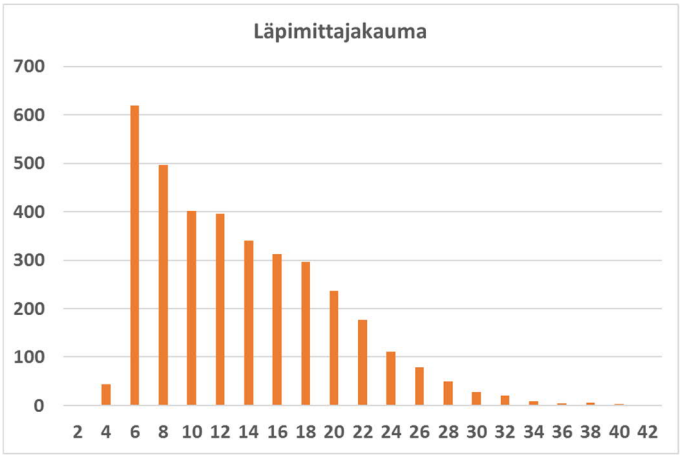
Moodi. Koko aineisto koostuu 59 koealan mittauksista ja siinä on 3630 puuhavaintoa. Ja edustavat 4% alueen pinta-alasta. (MARV4_2007_maasto_aineisto.xlsm). Kullekin puulajille (muuttuja *sp-ref*) on numerokoodi. Aineiston tarkastelu Excel-ohjelmassa paljasti, että puista 1219 on (metsä)mäntyjä, 1750 näreitä (metsäkuusia), 548 koivuja, 27 haapoja, 42 harmaaleppää, 15 raitaa, 4 pihlajaa jne. Tämä on alueen puulajijakauman (parametri) estimaatti. Puulaji on luokka-asteikollinen muuttuja. Jakauman moodi eli yleisin havainto on näre. Puulajijakauma antaa osviittaa metsäalueen puustosta. Pelkkä puulajijakauma ei vielä kerro kaikkea, esim. ei sitä, ovatko alueen puustot sekapuustoja vai yhden puulajin metsiköiden muodostamia. Mittaukset tehtiin 400 m^2 koealoilta, ja esim. kultakin koealalta laskettu Simpsonin indeksi ja sen koko aluetta koskeva jakauma kertoisivat puustojen ”paikallisesta puulajidiversiteetistä” paremmin kuin pelkkä frekvenssijakauma.

Mitta-asteikon tunnistaminen on tärkeää. Puu- ja metsikkömuuttujille voidaan määrittää mitta-asteikko, joka vaikuttaa mm. siihen, mitä laskutoimituksia havainnoilla on järkevää tehdä. Puulaji on luokka-asteikollinen ja siitä määritettiin moodi.

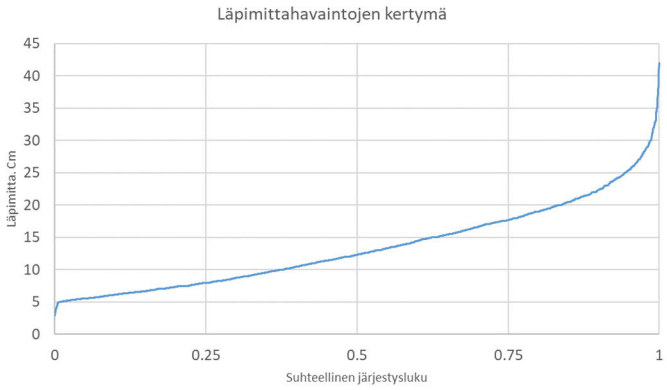
Kts. https://fi.wikipedia.org/wiki/Mitta-asteikko

- Luokittelu- (nominaali) asteikko. Voidaan laskea moodi ja kontingenssitaulukko. Esim. sukupuoli.
- Järjestys- (ordinaali) asteikko. Voidaan laskea edelliset ja mediaani. Esim. metsätyyppi, mielipide.
- Välimatka- (intervalli) asteikko. Voidaan laskea keskiarvo, keskihajonta ja korrelaatiokerroin. Esim. kalenteriaika.
- Suhde- (absoluuttinen) asteikko. Absoluuttinen asteikko ja ilmaista jonkin arvon olevan kaksinkertainen toiseen nähden. Voidaan laskea edellisten lisäksi geometrinen keskiarvo ja variaatiokerroin. Esim. osuus, pituus.

Tarkastellaan lisää 57 hehtaarin alueen ympyräkoealojen mittausaineistoa ja määritellään lisää tunnuslukuja. Mittausaineistoon kuuluu 3630 puuta ja jokaisesta on mitattu useita muuttujia. Aineistoa kuvailevia tunnuslukuja ovat jakaumatunnukset, kuten edellä esiintynyt puulaji-muuttujan moodi. Excel-funktio moodin laskemiseksi on MODE(). Runkojen läpimittajakauman minimi on 2.9 cm, maksimi 42.0 cm, mediaani 12.3 cm, aritmeettinen keskiarvo 13.5 cm, sekä ala- ja yläkvartiilit 8.0 ja 17.7 cm. Mediaania suurempia ja pienempiä havaintoja on yhtä paljon, ja mediani vastaa 50. prosenttipistettä. Ala- ja yläkvartiilit ovat 25. ja 75. %-pisteet. Yläkvartiilia pienempiä havaintoja on 75%. Alakvartiilia pienempiä havaintoja on 25%. Excelissä alakvartiilin saa funktiolla PERCENTILE(*solualue*, 0.25), kun *solualue* viittaa halutut luvut sisältävään taulukon osaan. *Desiilit* ovat prosenttipisteitä 10, 20, 30,..,90. Excel funktiot AVERAGE(), MIN(), MEDIAN() ja MAX() laskevat esitellyt jakaumatunnukset. Prosenttipisteiden määrittäminen johtaa usein interpolointiin, varsinkin kun havaintoja on vähän. Esim. jos havaintoja on parillinen lukumäärä, on mediaani laskettava kahdesta ”keskimmäisestä havainnosta”. Kannattaakin aina tutustua ohjelmiston tapaan määritellä prosenttipiste (interpolointisääntö). Mediaani on keskiluku, kuten moodi, ja erilaiset keskiarvot (aritmeettinen, geometrinen, painotettu jne.). Metsänmittauksessa keskeisiä ovat alleviivatut.



Kuva 50. 57 hehtaarin metsäalueen puiden lukumäärä läpimittaluokittain eli puuston runkolukusarja koeala-aineistossa. Koealoja on 59, kukin 0.04 ha kooltaan, eli mitattua metsää oli yhteensä 2.36 ha mikä on 4 % koko pinta-alasta. 4% oli inventoinnin otantasuhde yli 46 mm puille. Luvut x-akselilla ovat 2 cm tasaavien parittomien läpimittaluokkien keskikohtia.

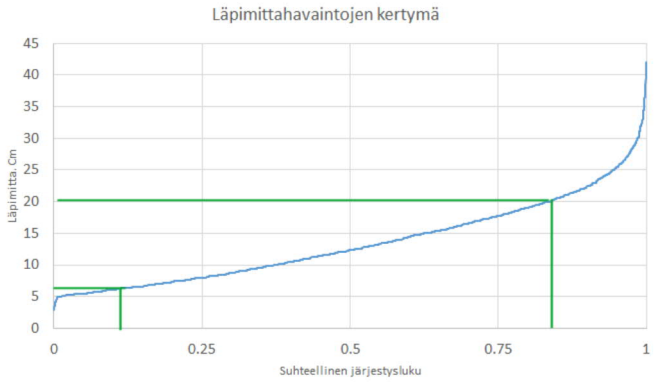


Kuva 51. Läpimittahavaintojen suhteellinen kertymä. Kuvaaja on laadittu järjestämällä läpimitta-aineisto suuruusjärjestykseen, jonka jälkeen järjestysnumerot 1-3630 on jaettu luvulla 3630. Sen jälkeen on piirretty järjestysluvun ja läpimitan kuvaaja. Mediaani vastaa järjestysluvun 0.5 kohdalla olevaa läpimittaa eli on noin 12.5 cm. Alakvartiilin arvo luetaan järjestysluvun 0.25 kohdalta. Aritmeettinen keskiarvo oli suurempi (13.5 cm) kuin mediaani, koska jakauma on oikealle vino.

Lasketut tunnusluvut koskevat mitattua puujoukkoa, joka edusti 4% pinta-alaosuutta tutkimusta metsäalueesta. Läpimittahavainnot jakautuvat välille minimi-maksimi eli 2.9-42.0 cm. Melko suurella todennäköisyydellä suurin läpimitta kyseisellä 57 hehtaarin metsäalueella on kuitenkin yli 42 cm – sellainen puu ei vain osunut otokseen (59 kpl 4 aarin ympyröitä 57 hehtaarin alueella). Samoin havaitsematta ovat voineet jäädä muutamat tervalepät ja metsälehmukset eli puulajeja on todellisuudessa enemmän kuin otokseen osui. Emme myöskään tiedä läpimitaltaan alle 5 cm puiden puulajia, koska pienet puut ohitettiin. LPM-jakaumasta voi laskea seuraavan tärkeän tunnusluvun eli keskihajonnan (s) Excel-ohjelman STDEVP()-funktiolla tai ao. kaavalla (Wikipedia):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}, \text{ where } \mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i.$$

Esimerkkiaineistossa se on 6.5 cm. Jos jakauman muoto vastaa normaalijakaumaa, on noin 68.% havainnoista sijaitsisi välillä keskiarvo$\pm s$ eli välillä 7 – 20 cm. Kun aineistoa tarkastelee Excel-ohjelman Data-Filter toiminnolla, voi huomata että yhteensä 2608 puun läpimitta osui tuohon väliin (13.5$\pm$6.5 cm). Se on 70 % kaikista (3608) puista. Alla esitetään graafinen tulkinta. 70% on x-akselin leikkauskohtien erotus, kun läpimitta on 7-20 cm.



Varianssi on keskihajonnan toinen potenssi:

The variance of a collection of n equally likely values can be written as

$$\operatorname{Var}(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \mu^2,$$

where μ is the average value. That is,

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Läpimittajakauma eli runkolukusarja. Tarkastellaan vielä runkojen läpimittajakaumaa (Kuva 50). Frekvenssijakauman tiedot (suhde- ja välimatka-asteikollisten havaintojen lukumäärä luokittain) saa kätevästi Excelin FREQUENCY() funktiolla. Kuva 50 esittää puiden lukumäärän tasaavissa parillisissa luokissa ja katkeaa 3-5 cm luokkaan. Pieniä puita on runsaasti metsissä, joissa alikasvosta ei ole raivattu, ja, jos 46 mm pienempiä puita olisi mitattu, kuvaaja olisi todnäk. jatkanut nousuaan pienemmissä lpm-luokissa. Inventoitu 57 hehtaarin alue oli sikäli poikkeuksellinen, että nuorimmat puustot (v. 2007) olivat 25-vuotiaita eli taimikot ja riukuvaiheen metsiköt puuttuivat kokonaan alueelta. Tällainen metsäalueen rakenne voi syntyä, kun jonakin ajanjaksona tehdään runsaasti uudistamishakkuita, jonka jälkeen uudistamisesta pidättäydytään (alueella on harjoitettu tasaikäismetsätaloutta). Kyseisellä 57 hehtaarin alueella (Juupajoen valtionmaa) on vuosikymmenet säästetty ns. Kalelan kuusikkoa, jonka 120-160-vuotias puusto on alueen järeintä. Koko alueen LPM-jakauma ei juurikaan muistuta normaalijakaumaa. Kuvan lpm-jakaumaa eli puuston runkolukusarjaa kutsutaan käänteiseksi J-jakaumaksi.

3.2 Todennäköisyysjakaumista

Nopanheitto on kaikille tuttua. Noppa voi saada arvokseen yhden lopputuloksista {1,2,3,4,5,6}. Jos noppa on täydellisen symmetrinen ja sillä heitetään paljon heittoja (tehdään kokeita), voidaan todeta, että lopputulosten frekvenssit esiintyvät säännöllisesti ja lähestyvät raja-arvona lukuja N/6, kun N on kokeiden lukumäärä. ”Kuutosen” todennäköisyys on 1/6, ja se on kaikkien muidenkin silmälukujen esiintymistodennäköisyys. Heitot ovat riippumattomia eli edellinen ei vaikuta seuraavaan, eikä edellistä edellinen, jne. Puhekielessä todennäköisyys esiintyy myös subjektiivisessa (uskomus) muodossa: ”tuskin”, ”ehkä”, ”mahdollisesti”, ”todennäköisesti”, ”fifty-sixty”, jne. Ja, käsityksemme jonkun tapahtuman todennäköisyydestä muuttuu, kun saamme lisää informaatiota.

Todennäköisyys on ilmiön tapahtumisen yleisyyden mitta, jonka arvo voidaan ilmaista kvalitatiivisesti (kuten yllä) tai kvantitatiivisesti. Todennäköisyys kvantifioidaan reaaliluvuksi väliltä 0 ja 1, mutta on syytä huomioida, että todennäköisyys ilmaistaan joskus myös prosentteina.

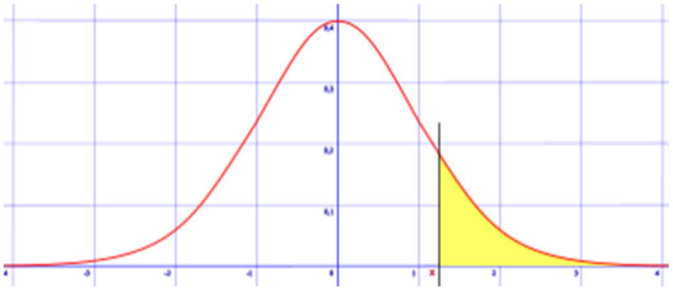
Tapahtuman A todennäköisyyttä merkitään yleensä P(A), p(A) tai Pr(A). Jos A on nopan silmäluku 1, voidaan tutkia nopanheiton tuloksia ja laskea P(A) = 1/M, missä M~6, riippuen nopan ”täydellisyydestä”. Nopanheiton alkeistapaukset ovat {1,2,3,4,5,6}. Se on perusjoukko, otosavaruus. Pelikortteja on 4×13 ja kahden kortin alkeistapauksia 52×51 kpl. Todennäköisyys sille, että ottaessaan pakasta kaksi korttia jotka ovat pari, lasketaan:

1. kortti, 52 vaihtoehto
2. kortti, kolme korttia 51 jäljellä olevasta tuottaa parin

Todennäköisyys 3/51 = 5.9%

Viiden kortin pokerissa todennäköisyys saada neljä samaa lasketaan puolestaan: Neljä samaa voi muodostua 13 eri arvon kortista. Lisäksi viides kortti voi olla mikä tahansa jäljelle jääneistä 48 kortista. Viiden kortin käsiä, joissa on neloset, on siis 13*48 = 624. Erilaisia viiden kortin käsiä voi olla 52*51*50*49*48/(5*4*3*2*1) = 2,598,960. Todennäköisyys on 624/2598960=0.000240096.

Satunnaismuuttuja on todennäköisyyslaskennan peruskäsite, joka tarkoittaa satunnaisilmiön määräämää lukua. Se voi olla diskreetti tai jatkuva. Onkikilpailun tuloksen ratkaisee satunnaisilmiö (”kalasöi”). Kalojen lukumäärä on diskreetti satunnaismuuttuja ja kalojen paino on jatkuva. Metsäninventoinnissa, joka on toteutettu satunnaistaen, saadaan arvo satunnaismuuttujalle. Puiden lukumäärä on diskreetti s.m., kun taas puuston tilavuus tai raha-arvo on jatkuva satunnaismuuttuja. Diskreettien s.m. todennäköisyyksiä sanotaan pistetodennäköisyyksiksi, esim. nopan silmäluvun ”6” pistetodennäköisyys on 1/6. Jatkuvien sat.muuttujien todennäköisyysfunktio on tiheysfunktion f(x), joka saa positiivisia arvoja alueella, jossa s.m. esiintyy. Muualla se on nolla. Todennäköisyys arvoalueen sisällä saadaan integroimalla eli laskemalla funktion alla jäävän pinta-alan välillä X>a ja X<b. Koko alueen integraali on aina tasan 1, eli kaikkien tapahtumien summa. Kertymäfunktio F(x) helpottaa integroimista, koska se antaa todennäköisyyden arvoon x=c asti lähtien negatiivisesta äärettömästä. Välin a..b todennäköisyyden saa erotuksen, kun sijoittaa a ja b arvot kertymäfunktioon eli laskee erotuksen F(b)-F(a).



Todennäköisyys tapaukselle X>2 saadaan laskemalla ensin kertymäfunktiosta todennäköisyys tapaukselle X<2 eli F(2), jolloin tn. P(X>2) on 1-F(2).

Tn. jakauman ”keskiarvo” on odotusarvo (Expectance), E(x). Toinen tärkeä tunnus on varianssi, Var(x).

Normaalijakauma – Gaussin jakauma / kellokäyrä

Jos s.m. X on normaalijakautunut, se ilmaistaan:

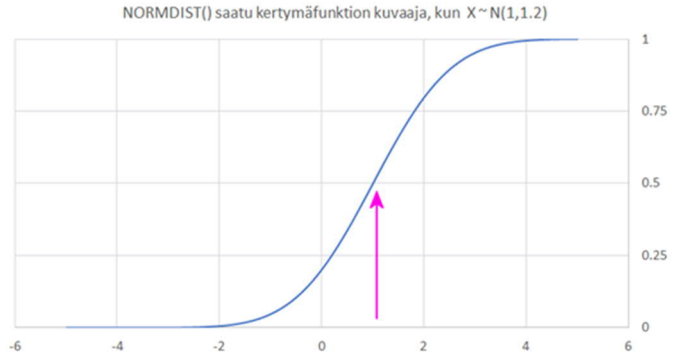
$$X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$$

Mu on odotusarvo E(X) ja sigma² varianssi Var(X).

tiheysfunktio:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Kertymäfunktiota (integraalia) ei voi laskea alkeisfunktioiden avulla, joten tyydytään numeerisiin menetelmiin. Excel-ohjelmassa tähän on käytettävissä funktio NORMDIST(x, mu, s). missä argumenteiksi mu ja s sijoitetaan haluttu odotusarvo ja keskihajonta. Esim. jos argumenteiksi sijoitetaan x=2, mu=0 ja s=2 saadaan tulokseksi 0.841345. Argumenteille x=-2, mu=0, s=2 saadaan vastaavasti 0.158655. Näiden erotus on 0.682689492 eli normaalijakauman (keski)odotusarvon ympärillä on 68.2% tapahtumista, kun rajataan arvoalue +/- yhden keskihajonnan (tässä s= 2) verran molemmille puolille odotusarvoa (tässä 0).

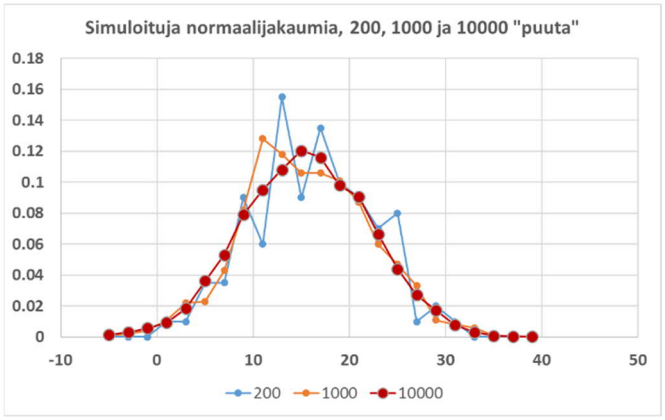


Kuva 52. Välille (-5,5) laskettiin NORMDIST (odotusarvo 1, keskihajonta 1.2) funktiolla kertymäfunktion arvoja, joista piirrettiin yo. kertymäfunktion kuvaaja. Odotusarvo on 1 ja odotusarvoon mennessä todennäköisyyttä on kertynyt puolet (0.5). Välillä (-0.2,2.2) on todennäköisyyttä 68.2%, koska on kyse normaalijakaumasta.

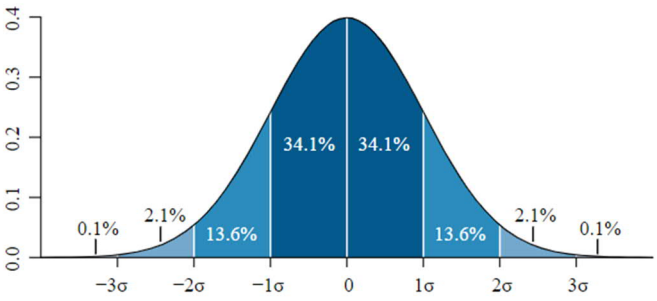
Standardoitu normaalijakauma tarkoittaa jakaumaa, jonka odotusarvo on nolla ja keskihajonta 1 eli N(0,1). Kaikki jakaumat voi normalisoida (ei normaalijakaumaksi, mutta normalisoida) vähentämällä saaduista arviosta odotusarvon ja kertomalla näin saadut luvut keskihajonnan käänteisluvulla.

Excel-ohjelmassa saa simuloitua normaalijakautuneita satunnaislukuja funktiokutsulla NORMINV(rand(), mu, s)(Kuva 54).

Millainen olisi normaalijakautunut läpimittajakauma? Edellä esitetty otokseen perustuva histogrammi (Kuva 50) approksimoi metsäalueen yli 46 mm paksujen puiden (tuntematonta, todellista) läpimittajakaumaa. jakauman muoto ei muisttuttanut normaalijakaumaa vaan käänteistä J-jakaumaa. Teoreettisista todennäköisyysjakaumista tunnetuin on normaalijakauma, jolla on jokin odotusarvo ja varianssi (keskihajonta)(Kuva 53). Normaalijakauma on keskeinen otantateoriassa, koska toistetuista otoksista lasketut keskiarvot noudattavat tätä jakaumaa[19], ja normaalijakauman avulla pystytään laskemaan saaduille estimaateille luottamusvälejä (tarkkaan ottaen käytetään Studentin t-jakaumaa, joka suurilla havaintojen määrällä lähestyy N(0,1)-normaalijakaumaa. Ero alkaa hävitä, kun havaintojen määrä > 15-30). Sama koskee myös regressioanalyysiä, jota sovelletaan runsaasti metsänarvioinnissa.



Kuva 53. Excel ohjelman NORMINV() funktiolla voi simuloida satunnaislukuja halutusta normaalijakaumasta, tässä ~N(13.5, 6.5²). Keskiarvo 13.5 cm on sama kuin metsäalueella ja keskihajontana on käytetty arvoa 6.5 cm. "Puiden läpimittoja" eli satunnaismuuttujan arvoja on simuloitu 200, 1000 ja 10000 kpl. Kun "puita" on 10000, ei simuloidun jakauman muoto enää poikkea juurikaan 'kellokäyrästä'. Sen sijaan 200 tai 1000 puun otoksissa satunnaisvaihtelu tuottaa vielä selkeitä poikkeamia. Negatiiviset läpimitat eivät ole loogisia, eli normaalijakauma ei ole käyttökelpoinen tapa kuvata tai simuloida puiden läpimittajakaumaa.



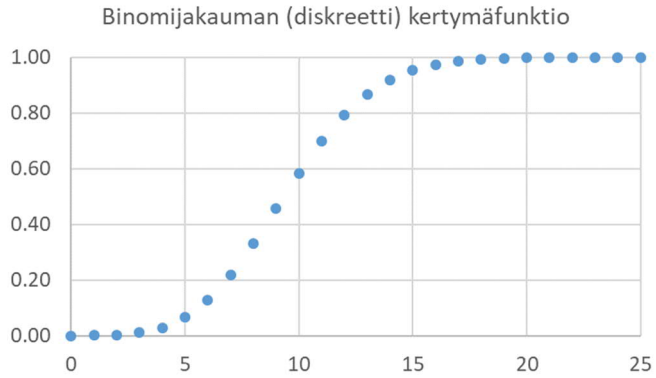
Kuva 54. Tapausten (todennäköisyyden) jakautuminen normaalijakauman KESKIARVON (ODOTUSARVON) ympärillä, kun odotusarvo on nolla. Tapauksista/Todennäköisyydestä 68.2% on "±yhden keskihajonnan sisäpuolella". 95.8% on ±kahden keskihajonnan sisäpuolella. Jos normaalijakaumaa noudattavan satunnaismuuttujan x odotusarvo on 2 ja keskihajonta on 2, on tapahtumille (realisaatioilla) x>6 todennäköisyys 2.1+0.1=2.2.% ja sama 2.2% tapahtumille x < -4. Todennäköisyys "kohdata" x>2 on 50% eli puolet todennäköisyydestä on odotusarvon molemmin puolin ja tässä esimerkissä odotusarvo oli 2.

Binomijakauma on normaalijakauman ohella tärkeä. Se on dikotomisen toistokokeen lopputulosten lukumäärän jakauma. Sen avulla voi esim. laskea, kuinka monta virhettä metsänmittaaja tekee mitatessaan 1000 puun puulajin, kun virheen todennäköisyys, P(virhe) on 1% (0.01). Toistojen määrä on 1000 ja tapahtuman todennäköisyys on 0.01. Binomijakaumasta voi myös laskea todennäköisyyden sille, että synnytyssairaalassa syntyy päivän aikana ainakin 12 tyttövauvaa, kun lapsia syntyy yhteensä 20, tn. on 13%.



[19] https://fi.wikipedia.org/wiki/Keskeinen_raja-arvolause

Kuva 55. Excel-ohjelmassa funktio BINOMDIST(n,1000,0.01,false) antoi kuvan pistetodennäköisyydet eri tapahtumille "tehdään n virhettä puulajiluokituksessa", kun puulajivirheen todennäköisyys on 1% (0.01) ja puita on 1000. Esim. todennäköisyys sille, ettei 1000 puun inventoinnissa tehdä yhtään virhettä (n=0) on vain 0.00004.



Kuva 56. Edellisen binomifunktion kertymäfunktio. Siltä voi visuaalisesti lukea, että todennäköisyys tehdä 0-10 virhettä on noin 0.6. Toisaalta todennäköisyys sille, että virheitä tulee 8-12 kpl, on noin 0.8-0.35 eli 0.45.



*Kuva 57. Excel-ohjelman BINOMDIST(1,1000,(1/6)^5*6, FALSE) antaa todennäköisyyden sille, että tuhat viiden nopan heittoa tuottaa yhden tapauksen, jossa on viisi samaa silmälukua. Todennäköisyys sille, ettei tuhat kertaa heitettyään saa kertaakaan "viittä samaa" on 46%. 100 heitolla tämän tapahtuman tn. on 93%. 10 heitolla 99.2% ja yhdellä heitolla 99.92%. Lauseke (1/6)^5*6 antaa todennäköisyyden sille, että viisi noppaa antavat saman silmäluvun. Viisi noppaa voi saada 6^5=7776 eri kombinaatiota ja näistä kuusi ovat sellaisia, joissa silmäluvut ovat samat. Todennäköisyys on 1/1296.*

Tasajakauma

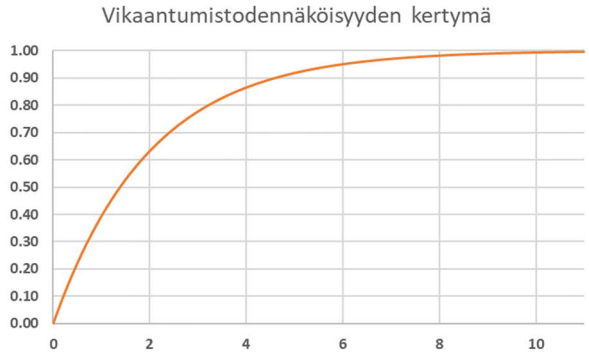
Tasajakauma kuvaa sitä, että kaikki tapahtumat ovat yhtä todennäköisiä. Monissa ohjelmointikielissä on funktio, jolla voi simuloida tasajakautuneita lukuja välille [a,b]. Excel-ohjelmassa funktio *rand*() palauttaa tasajakautuneita lukuja välillä [0,1]. Jos haluaa simuloida lukuja välille [100,200] tarvitaan lauseke, joka levittää lukualueen 0-1 välille 0-100 ja lisää saatuun lukuun 100. Lauseke rand()*100+100 toteuttaa tämän Excel ohjelmassa, jossa on myös funktio *randbetween*(a,b), joka tuottaa tasajakautuneita kokonaislukuja välille a..b.

Tasajakaumasta käy esimerkiksi bussin odotusajan tn. jakauma, kun saavut pysäkille tietämättä mitään bussiaikatauluista. Odotusaika voi olla mitä tahansa välillä 0-t (samalla todennäköisyydellä), missä t = bussin vuoroväli.

Eksponenttijakauma

Kertymäfunktio parametrin lambda funktiona on

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}.$$



Kuva 58. Eksponenttijakauman kertymäfunktio, kun lambda = 0.5. Kuvaajassa on aika vuosina x-akselilla (0-11 vuotta) ja vikaantumistodennäköisyyden kertymä y-akselilla. Vain noin 36% tuotteista säilyy 2 vuotta ehjinä.

Weibull-funktio

on todennäköisyysfunktio, ja sen kertymäfunktio on muotoa, kun x>a:

$$F(x) = 1 - e^{(-(x-a)/b)^c}$$

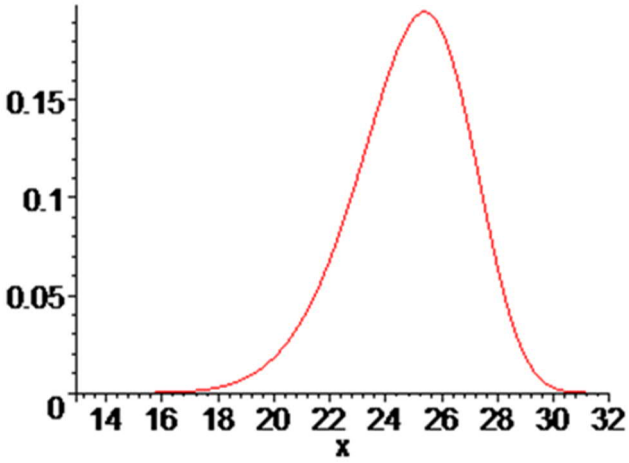
Kertymä funktion arvo on nolla, kun x < a. Mallissa on kolme parametria, joista kaksi pitää tuntea ja kolmas ratkeaa näiden avulla. Jos a ja b tunnetaan, saadaan c kaavalla

$$c = \frac{\ln(-\ln(0.5))}{\ln((Dg - a)/b}$$

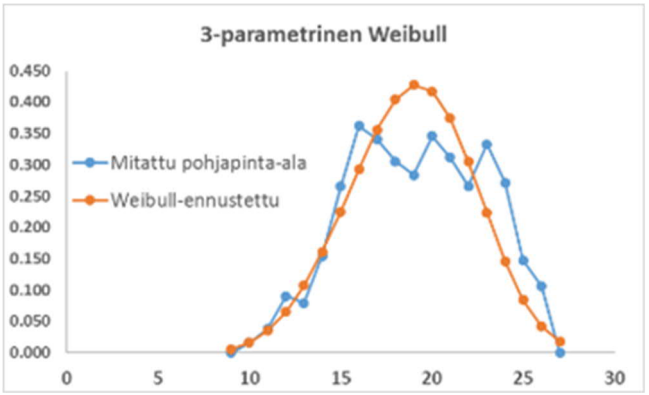
Tiheysfunktio f(x) saadaan derivoimalla ja on

$$\frac{\left(\frac{x-a}{b}\right)^c c\, e^{\left(-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right)}}{x-a}$$

Tiheysfunktio voidaan piirtää, kun a, b ja c tunnetaan. Parametri on jakauman alaraja eli Weibull-funktiolla on alaraja, mutta ei yläraja. Alla esitetään eräs Weibull-tn.tiheysfunktion kuvaaja. Weibull jakaumaa käytetään metsänmittauksessa mallintamaan puiden läpimittajakauman muotoa. Insinööritieteissä sillä on lukuisia sovelluksia.



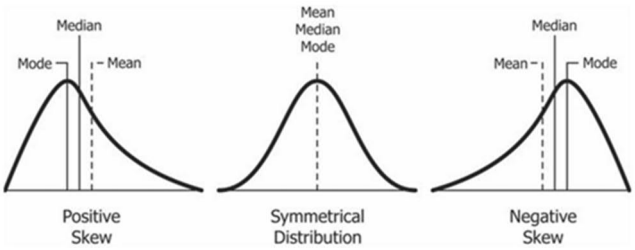
Eräs Weibull tn. tiheysfunktio, integraali välillä [a,∝] on yksi.



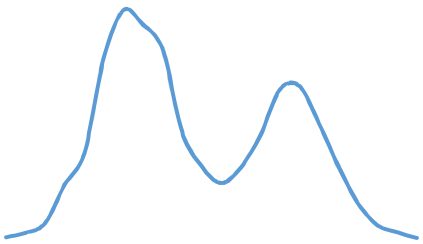
Kuva 59. Mitattu todellinen puiden kokojakauma 1 cm läpimittaluokissa ja siihen sovitettu Weibull-jakauma. x-akselin esitetään rungon läpimitta sent-timetreinä.

Variaatiokerroin, CV = σ/μ

Huippujen lkm, Jakauman Vinous ja symmetrisyys



Kaksihuippuinen jakauma



Kuva 60. Jakauman vinous ja symmetria. Oikealle (positiivisesti) vino, sym-metrinen ja vasemmalle (negatiivisesti) vino jakauma. Jakaumat voivat olla useampihuippuisia, jolloin niitä saatetaan matemaattisesti (yrittää) kuvata esim. kahden yksihuippuisen teoreettisen (osajakauman) summana.

Kaavoja – jakauman varianssi ja keskiarvo (Wikipedia):

The variance of a collection of n equally likely values can be written as

$$\operatorname{Var}(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \mu^2,$$

where μ is the average value. That is,

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Kaavoja – jakauman keskihajonta ja keskiarvo (Wikipedia):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}, \text{ where } \mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i.$$

3.3 Mittaus-, ja ennustevirheet

3.3.1 Tarkkuus (accuracy), Täsmällisyys (precision), Harha (bias), ja RMSE intervalli- ja suhdeasteikon muuttujille

Jotakin ilmiötä / suuretta mitatessa tai mallilla ennustettaessa tehdään virheitä.

Mittauksen tai ennusteen virhe on suhteessa oikeaan arvoon. Virhe on näiden poikkeama, erotus. Virheen suuruutta ei voi laskea ilman tietoa oikeasta arvosta.

Insinööritieteissä *virhe = mitattu – oikea*, kun taas tilastotieteessä kaava on *virhe = oikea – mitattu*. Aliarvio on insinööreille negatiivinen ja tilastotieteilijöille positiivinen suure. Metsänmittaus on sekä sovellettua insinööri- että tilastotiedettä, mutta kallistumme tilastotieteen suuntaan eli

mittausvirhe = oikea -mitattu

ennustevirhe = oikea –ennustettu

Jos virheiden keskiarvo poikkeaa (paljon) nollasta, puhutaan systemaattisesta virheestä ja tällöin mittaukset tai ennusteet ovat harhaisia. Jos virheiden keskiarvo on (lähellä) nolla(a), ovat mittaukset harhattomia.

Jos muuttumattoman suureen toistettu mittaus tuottaa aina likipitäen saman arvon, on mittaus täsmällinen. Mittausvirheiden hajonta on tällöin pientä. Hajonta on täsmällisyyden mitta. Epätäsmällisyyttä aiheuttavia satunnaisvirheitä voi yrittää eliminoida huolellisin mittauksin tai satsaamalla mittalaitteen vakauteen.

Parhaimmillaan ennusteet ja mittaukset ovat *täsmällisiä ja harhattomia*. Silloin ne ovat *tarkkoja*.

Missä menee harhaisten ja harhattomien mittausten raja? Yhtä raja-arvoa ei ole, vaan sama mittausvirheiden keskiarvo ja hajonta (absoluuttisesti ilmaistuna, esim. grammoina) voivat olla harhattomia ja täsmällisiä yhteen tarkoitukseen ja epätäsmällisiä toiseen (esim. teelehtien vs. betonilaattojen punnitseminen 5 gramman systemaattisella virheellä).

Virheet ovat riippumattomia, jos toinen mittausvirhe ei ennusta seuraavaa. Aina riippumattomuus ei toteudu. Esim. laitteen kalibrointi voi pettää tai muuttuvat sääolot vaikuttavat perättäisiin mittauksiin.

Virhe voidaan ilmaista absoluuttisena tai suhteellisena. 1 cm virhe 1 m kohteelle tarkoittaa 1% suhteellista virhettä, kun virheen absoluuttinen suuruus on 1 cm.

Ennustevirhe on mallilla (estimaattorilla) johdetun (lasketun) havainnon poikkeama oikeasta arvosta. Sääennuste sisältää monta ennustettavaa suuretta: lämpötilaennuste on luku (C°), pilvisyysennuste on pilvien osuus, tuuliennuste on ”vektorisuure” (suunta, laatu ja nopeus), sade-ennuste ilmaistaan monesti todennäköisyyden (0-1) ja olomuodon muodossa, jne. Jos paikkakunnan lämpötilaennuste klo 12 on +10°C ja (tarkoitukseen soveltuvassa paikassa oleva) tarkkamittari näyttää +9C°, on ennusteessa virhe. Jos mittari on tarkasti kalibroitu, voidaan varmemmin todeta, että nimenomaan ennusteessa on 1 asteen virhe. Ennuste oli yliarvio.

Esimerkki. Jos 100 peräkkäisenä päivänä edellisenä päivänä tehdyn klo 12 ennusteen ja kyseisenä päivänä klo 12 mitattujen lämpötilojen erotusten (virheiden) keskiarvo on nolla, voidaan sanoa, että ennusteet ovat harhattomia. Jos virheiden keskiarvo on esim. 0.3 astetta, on se varsin pieni poikkeama ja voidaan vielä puhua harhattomista ennusteista. Jollekulle 0.3 astetta voi olla kriittinen systemaattinen virhe ja hän pitäisi ennusteita harhaisina, perustellen suuren tarkkuuden vaatimuksella. Jos sen sijaan poikkeamien (virheiden) keskiarvo on 3 astetta, voidaan yleisesti sanoa ennusteiden olleen harhaisia, ”keskimäärin kolme astetta harhaisia, systemaattisia ali-arvioita”.

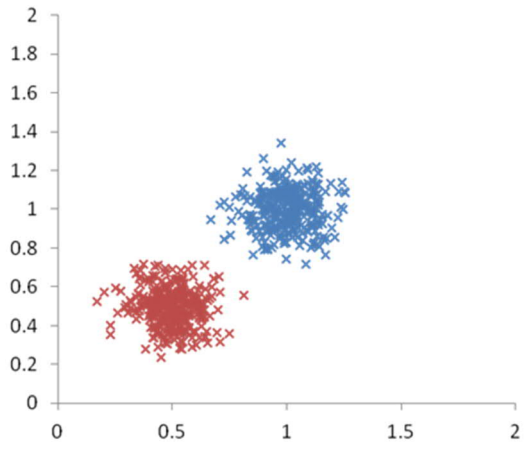
Jälkikäteen on suoraviivaista tarkistaa ennusteiden tai mittausten tarkkuus, jos ennustettu suure on esim. hetkellinen lämpötila, vuorokauden sademäärä, tai puun kasvu. Ennustettava suure voi olla myös todennäköisyys, asteikolla 0-1 tai 0-100%. Kuinka arvioida sateen todennäköisyyden ennusteen hyvyyttä? Jos ennuste sateen todennäköisyydelle klo 12 oli nolla prosenttia N päivänä ja yhtenäkään niistä ei satanut klo 12, niin ennusteet noina päivinä olivat tarkkoja. Jos N päivälle ennustettiin 80% todennäköisyys sateelle, ja todellisuudessa vain N/2 päivänä satoi klo 12, voidaan sanoa, että sateen ennustamisessa oli harhaa – ennuste yliarvioi sateen todennäköisyyttä. Maanviljelijälle poutasään tai hallan esiintymisen ennustetarkkuus on tärkeää ja virheelle voidaan laskea kustannus. Sama päätee esim. väylien kunnossapitoon. Tämän tyyppisillä tarkasteluilla voidaan perustella yksityis- ja kansantaloudellisia syitä satsata sää- ja ilmastotutkimukseen.

Mittaus- ja ennustevirheen lisäksi on käsite *mallivirhe*. Se liittyy mallin laadintavaiheeseen. Mallia laadittaessa havaintoihin sovitetaan jokin yhtälö (tai muu algoritmi), ja lähes aina, kun havaintoja on enemmän kuin mallissa parametreja, ei malli (yhtälö) ennusta havaintoja virheettä, vaan syntyy jäännösvirheitä eli residuaaleja = *havaittu – mallilla ennustettu arvo*. Mallivirhe ja ennustevirhe ovat periaatteessa sama asia, mutta mallin jäännösvirheet eli residuaalit esiintyvät siinä aineistossa, johon malli ”sovitettiin”. Ennustevirheitä puolestaan esiintyy, kun jo laadittua mallia käytetään myöhemmin laadinta-aineiston ulkopuolella. Käsittelemme mallivirhettä regressioanalyysin yhteydessä.

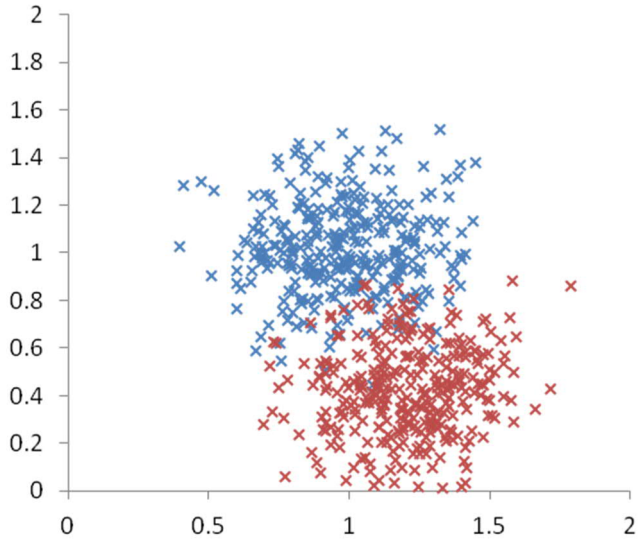
Kertaus. *Mittaukset tai ennusteet ovat harhattomia*, jos ne keskimäärin osuvat oikeaan. Lämpötilamittaukset tai puiden pituusmittaukset ovat harhattomia, jos virheiden keskiarvo on lähellä nollaa ja vastaavasti paikannustulokset (XY) ovat harhattomia, jos sekä X- että Y-virheiden keskiarvo on lähellä nollaa samanaikaisesti. Todennäköisyysennusteet ovat harhattomia, jos ennusteet toteutuivat keskimäärin oikein (sateen tn., puun eloonjäämisen tn,, myrskytuhon tn.). Mittaukset tai ennusteet ovat harhaisia[20], kun ne eivät ole harhattomia. Silloin mittauksissa on *systemaattista virhettä*. Harhaa voi olla koko aineistossa tai jossakin osa-aineistossa. Esim. eri suuntaan harhaiset puulajikohtaiset ennusteet voivat koko aineistossa kompensoida toisiaan ja kokonaistulokset näyttävät harhattomilta, mutta puulajikohtaiset tulokset eivät sitä ole. Mittalaite voi toimia moitteetta jollakin vaihteluvälillä, mutta esim. saturoitua voimakkaille signaaleille. Tällöin mittaustulokset ovat harhattomia siinä osa-aineistossa, jossa signaalit olivat pieniä. Toisaalta, ilman tarkkoja mittavälineitä, jolla hankitaan referenssiarvo, ei tiedetä, mikä oikea arvo on. [21]. *Mittaukset ja ennusteet ovat täsmällisiä*, kun niitä toistettaessa saadaan samalle oikealle arvolle (kohteelle) lähellä toisiaan olevia tuloksia tai ennusteita.

[20] https://en.wikipedia.org/wiki/Bias_of_an_estimator

[21] https://fi.wikipedia.org/wiki/Metrologia



Kuva 61. Jos mittaus tai ennustamien koskevat kohteen paikantamista, ja kohteen oikea sijainti on (X=1, Y=1), niin kuvan siniset mittaukset ovat täsmällisiä (suppea kuvio) ja harhattomia. Punaiset mittaukset ovat täsmällisiä (suppea kuvio), mutta harhaisia, koska mittaukset eivät ole pisteen (1,1) ympärillä, keskiarvona. Sininen kuvio on tarkempi kuin punainen.



Kuva 62. Jos kohteen oikea sijainti on X=1, Y=1, niin kuvan siniset mittaukset ovat epätäsmällisiä (levinnyt kuvio) ja harhattomia (keskimäärin pisteen (1,1) ympärillä). Punaiset mittaukset ovat epätäsmällisiä (levinnyt kuvio), ja harhaisia, koska mittaukset eivät ole pisteen (1,1) ympärillä. Kumpikin prosessi on epätarkka.

Jos prosessi on *harhaton ja täsmällinen, on se tarkka*. Jos prosessi on *harhainen ja/tai epätäsmällinen, on se epätarkka*. Kuva 61, Kuva 62.

Intervalli ja suhdeasteikollisen suureen mittausten tai ennusteiden täsmällisyyttä voi kuvata virheiden keskihajonnalla. Harhaa voi kuvata virheiden keskiarvolla. Tarkkuutta mitataan huomioimalla molemmat:

$$RMSE = \sqrt{harha^2 + keskihajonta^2}$$

RMSE eli keskineliövirheen (MSE) neliöjuuri on mittausten ja ennusteiden *tarkkuuden kuvaamiseen käytetty mitta*.

Esimerkki. Pekka mittaa puiden pituuksia, ja puille on ne kaatamalla saatu tarkka referenssiarvio ”oikea” . Saadaan seuraavat tulokset:

Puu	Oikea	Pekka	Virhe
1	14.75	14.11	0.64
2	23.03	22.68	0.36
3	17.38	16.92	0.46
4	16.82	17.14	-0.32
5	12.02	12.21	-0.19
6	25.99	25.78	0.22
7	28.96	28.81	0.15
8	18.91	18.99	-0.08
9	21.60	21.38	0.22
10	22.83	22.69	0.14
11	23.21	23.16	0.05
12	20.50	20.63	-0.13
13	17.50	17.03	0.46
14	14.16	13.97	0.19
		keskiarvo	0.16
		keskiha-	0.26
		RMSE	0.30

Pekan mittaamassa aineistossa virheiden keskiarvo on 0.16 m, eli Pekka sai keskimäärin 16 cm liian pieniä pituushavaintoja. Isoille puille 16 cm ei useissa sovellustilanteissa ole merkittävä harha, sillä pituuksien keskiarvo on 19.8 m ja 16 cm on tästä vain 0.8 %, joka on mittausten *suhteellinen harha*.

Virheiden keskihajonta oli 26 cm, mikä kertoo siitä, että Pekka oli melko täsmällinen hypsometrin käyttäjä, 26 cm on nimittäin erittäin hyvä tulos varsinkin, jos puut olivat sulkeutuneessa metsässä. Mittausten RMSE (*tarkkuus*) oli 0.30 ($\sqrt{(0.16^2+0.26^2)}$ m. Suhteellisena (RMSE-%, *suhteellinen tarkkuus*) tämä on 1.5% (0.3 m / 19.8 m eli RMSE/keskiarvo). Suhteellinen harha ja suhteellinen RMSE ovat hyviä keskiarvon suhteen normalisoituja tapoja ilmaista tarkkuus absoluuttisten lukujen oheen.

Pekka-esimerkissä oikeat arvot saatiin puut kaatamalla. Jos tähän ei ole mahdollisuutta, on oikeat pituudet selvitettävä muuten, mikä voi olla vaikeaa. Lisäksi puita oli ainoastaan 14. Tarvitaan suurempi aineisto, jotta voidaan sanoa varmaa Pekan tavasta mitata pituudet yläkanttiin. Nyt ns. keskiarvon keskivirhe on 0.3m/$\sqrt{14}$ = 0.08 m ja tilastollinen riskitaso on vielä melko korkea, kun väittää, että Pekka mittaa pituudet harhaisesti. Tuhannen puun aineistosta havaittuna riski ”väärälle tuomiolle” olisi tilastollisesti mitätön.

Lisäksi, Pekka voi saada ”väärän tuomion” jos oikeita arvoja ei pystytä mittaamaan täysin virheettä. Jos ”oikeissa arvoissa” on epätäsmällisyyttä, ”Pekan virhe” kirjoitettaisiin kaavana:

Virhe = (OikeaPituus + VirheReferenssissä) – PekanMittaus

Ao, taulukossa esitetään tilanne, jossa oikeat arvot ovatkin virheellisiä, eli *VirheReferenssissä* vaikuttaa ”Pekan virheisiin”. RMSE, joka ilman referenssimittausvirheitä oli 0.3 m nousee nyt arvoon 0.37 m ja Pekan tarkkuus näyttäytyy huonompana kuin se todellisuudessa on. Syy on referenssimittausten virheiden, ei Pekan.

Puu	Oikea	Pekka	Virhe	Referenssi	Virhe
1	14.75	14.11	0.64	14.54	0.43
2	23.03	22.68	0.35	23.05	0.37
3	17.38	16.92	0.46	17.26	0.34
4	16.82	17.14	-0.32	17.29	0.15
5	12.02	12.21	-0.19	11.71	-0.50
6	25.99	25.78	0.21	26.34	0.56
7	28.96	28.81	0.15	28.43	-0.38
8	18.91	18.99	-0.08	18.86	-0.13
9	21.60	21.38	0.22	21.33	-0.05
10	22.83	22.69	0.14	23.02	0.33
11	23.21	23.16	0.05	23.40	0.24
12	20.50	20.63	-0.13	20.23	-0.40
13	17.50	17.03	0.47	17.63	0.60
14	14.16	13.97	0.19	13.84	-0.13
	19.83	keskiarvo	0.15		0.10
		keskihajonta	0.26		0.35
		RMSE	0.30		0.37

Mikä on RMSE:n tulkinta yo. Pekka-esimerkeissä? Ensinnäkin on hyvä huomata, että sen yksikkö on sama, kuin mittausten tehtiin, eli tässä tapauksessa metri. RMSE ”antaa penaltia (sakottaa, huomioi) sekä harhalle että epätäsmällisyydelle ja sen avulla voi verrata mittaus- ja ennustetekniikoita. Jonkin menetelmän (mittausmenetelmän, mallin tai otantamenetelmän) valintaa voi perustella: ”Siinä on pienin RMSE annetulla budjetilla”.

3.3.2 Luokkamuuttujan (ja järjestysasteikollisen) virhetarkastelua

Luokka-asteikollisia METSÄLLISIÄ muuttujia ovat mm. kasvupaikkatyypit ja puulaji. Puulaji voidaan joskus havaita väärin. Esimerkkeinä olkoot hies- ja rauduskoivun erottaminen, kuolleiden maa- tai pystypuiden puulajitunnistus tai talviaikainen puulajin määrittäminen. Kaukokartoituksessa puulajitulkinta on erityisen problemaattista.

Tutkimalla tehtyjä mittauksia voidaan laatia virhematriisi. Alla esitetään esimerkki, jossa kaukokartoitukseen perustuva luokitin etsii mäntyjä mäntyjen ja kuusten joukosta. Mittaukset tuottavat estimaatteja, jotka ovat joko mänty tai kuusi.

		Todellinen	
		Mä	Ku
Mitattu Puulaji	Mä	TP	FP
	Ku	FN	TN

Merkinnät TAULUKOSSA ovat True Positive, False Positive, False Negative ja True Negative.

Menetelmää kehitettäessä luokitin toimi 330 puun testiaineistossa seuraavasti:

		Todellinen	
		Mä	Ku
Mitattu Puulaji	Mä	100	12
	Ku	15	203

100+203 tapauksessa luokitin ei tehnyt virhettä. 12 tapauksessa luokitin teki tyypin I virheen (”valemänty”) ja 15 tapauksessa tyypin II virheen (”löytämättä jäänyt mänty”).

Sensitiivisyys männylle eli osumatarkkuus lasketaan TP/(TP+FN) = 100/(100+15) = 87.0%.

Selektiivisyys lasketaan TN/(TN+FP) = 203/(203+12) = 94.4%.

Tarkkuus (accuracy) lasketaan kaavalla (TP+TN)/ (TN+TP+FP+FN) eli (100 + 203) / (100+203+15+12) = 91.8%.

Täsmällisyys on TP/(TP+FP)=100/(100+12)=89.2%.

Täydellisen luokittimen FP- ja FN-arvot ovat nollia. Testin perusteella voidaan todeta, että on hyvin epätodennäköistä, että ko. kaukokartoitusluokittimella löydetään virheettä kaikki männyt, vaan maastossa koetaan melko usein (keskimäärin 13% tapauksista) pettymys (”turha reissu”), kun paikalla kasvaakin näre.

Alueelle tehdyn puulajitunnistuksen tarkkuutta voidaan jälkikäteen tutkia keräämällä objektiivisesti valittu validointiaineisto. Siihen voidaan valita satunnaisesti N_i kappaletta näytteitä jokaisesta puulajista ja jos N = 100 kaikille puulajeille, saadaan alla olevan kaltainen taulukko, kun puulajeja oli viisi. Sitä tulkitaan seuraavasti: Kun 100 männyn luona on käyty tarkastamassa todellinen puulaji, huomattiin, että kahdeksan mäntyä oli luokitettu väärin, kolme koivuksi, kolme haavaksi ja kaksi lepäksi. Sadasta näreestä oli 12 havaittu männyiksi. Tutkituista 100 Koivuista 73 oli mennyt oikein, mutta 15 luokitettu haavoiksi ja 12 lepiksi. Haavoista 87 oli luokiteltu oikein, mutta 13 luokiteltu väärin, koivuiksi ja lepiksi. Lepistä 6 oli luokitettu koivuiksi ja 12 haavoiksi.

Taulukon diagonaalialkioista saa arvioitua puulajikohtaisen luokittelutarkkuuden (%): Mänty 92, näre 88, koivu 73, haapa 87 ja leppä 82 %. Nekin ovat vain estimaatteja tarkkuudelle, joiden tarkkuus kasvaa, kun testiaineiston koko eli N kasvaa. Tässä tarkkuutta on selvitetty 500 tapauksen avulla.

	Havaittu puulaji					
Todellinen	Mänty	Näre	Koivu	Haapa	Leppä	Yht
Mänty	92	3	0	3	2	100
Näre	12	88	0	0	0	100
Koivu	0	0	73	15	12	100
Haapa	0	0	3	87	10	100
Leppä	0	0	6	12	82	100
Yhteensä	104	91	82	117	106	500

Kokonaistarkkuus on diagonaalialkioiden summa jaettuna puiden lukumäärällä: (92+88+73+87+82)/500 = 422/500 = 84.4%.

Aineiston käyttäjän kannalta alariviltä laskettavissa olevat puulajisuhteet näyttävät oudolta. Jokaista puulajia oli testiaineistossa 100 eli 20%. Alarivin luvut implikoivat osuuksia 21, 18, 16, 23 ja 21 %. Luokitin ”tekee ylimääräisiä” mäntyjä, haapoja ja leppiä. Tämä tapahtuu näreiden ja varsinkin koivujen ”kustannuksella”. Varsinkin lehtipuut menevät sekaisin matriisin mukaan.

Jos metsäalueella on todellisuudessa 6000 mäntyä (60%), 2000 närettä (20%), 1000 koivua (10%), 500 haapaa (5 %) ja 500 leppää (5 %) ja nämä luokitetaan kaukokartoituksella kyseistä menetelmää käyttäen, saadaan seuraavat tulokset puulajijakaumalle:

Mä	Kuusi	Koivu	Haapa	Leppä
57.6	19.4	7.8	8.3	7.0

Esim. Männyn osuus: 0.92·60+0.12·20+0·10+0·5+0·5=57.6%. Lehtipuiden osuus (puiden lukumäärästä) on 23.1%, kun se todellisuudessa on 20%.

Luokitusvirheet johtavat usein siihen, että harvinaisten ilmiöiden osuus yliarvioituu ja yleisten luokkien osuus aliarvioituu. Huono luokitin on hyödytön harvinaisten tapausten arvioimisessa, sillä FP

tapaukset tuottavat aina havaintoja kyseiseen luokkaan, vaikka todellisuudessa aineistossa ei olisi lainkaan kyseisen luokan edustajia. Virhetyypeillä FP ja FN voi olla eri kustannusvaikutus., kuten tiedetään esim. sairauksien diagnostiikasta.

		Todellisuus	
		On	Ei
Diagnoosi	On	TP	FP
	Ei	FN	TN

Luokitusvirhe ”hieskoivu” ↔ ”rauduskoivu” ei kaikissa tilanteissa ole käyttäjälle kustannuksiltaan yhtä ”vakava” kuin ”mänty” ↔ ”Leppä”. Aineiston käyttöarvo tiettyyn tarkoitukseen voi mitätöityä luokitusvirheiden takia hyvinkin nopeasti. Esimerkiksi metsätyypissä (järjestysasteikollinen suure kun ajatellaan metsätyyppiä kasvupaikan boniteettia osoittamassa) tehty virhe voi muuttaa merkittävästi puustolle laskettuja kehitysennusteita tai johtaa epäedulliseen metsän uudistamistapaan. Puulajitulkinnan epävarmuus voi johtaa siihen, että kaukokartoitetussa metsikössä on kuitenkin käytävä paikan päällä tarkistamassa tilanne, mistä koituu kustannuksia, jotka syövät sen hyödyn, mikä saatiin siitä, että kaukokartoitus on edullista tiedonkeruuta. Puulaji on syöte malleille, jotka ennustavat puiden dimensioita. Puulajien välillä on merkittäviä eroja niiden allometriassa, ja puulajin kohdalla tehty virhe johtaa puulle laskettujen dimensioiden karkeisiin virheisiin.

Erilaisten virheiden vaikutusten arviointi on keskeisestä, kun perustellaan tavoiteltavaa mittaus- tai luokitustarkkuutta. Lääketieteessä diagnostinen virhe voi johtaa työkyvyn menettämiseen, jolle voidaan laskea kustannus. Talousmetsässä virheiden kustannus voi ilmetä menetettyjen puunmyynnin tulojen tai lisääntyneiden kustannusten kautta. Suojeltavissa metsissä voidaan tehdä vääriä päätelmiä jonkun toimenpiteen vaikutuksesta lajiin X.

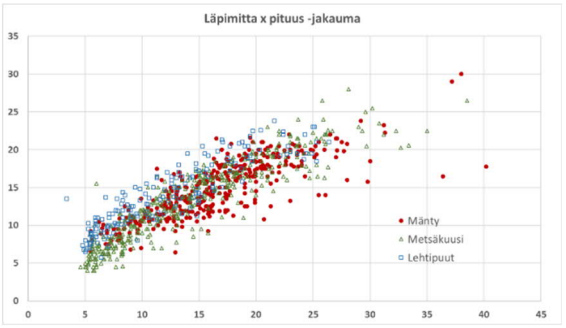
3.4 Yhteisvaihtelu

Metsänmittauksessa pyritään aina hyödyntämään (tai arvioimaan mahdollisuudet) tilanne, jossa vaikeasti mitattavan muuttujan arvon pystyy laskemaan helposti mitattavien tunnusten avulla. Tämä onnistuu, jos tunnukset riippuvat toisistaan. Joskus riippuvuuden etsiminen on mielenkiintoista ja vastaa tutkimuksellisiin kysymyksiin, joissa siis tarvitaan metsänmittausosaamista. Tallainen ”tutkimusote” -tilanne voisi tulla eteen, kun tutkitaan kasvillisuuden rakenteen ja toiminnan välistä yhteyttä metsässä.

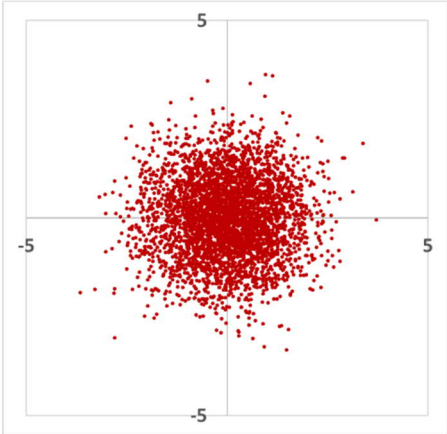
Alla esitetystä puun läpimitan ja pituuden yhteisjakaumasta (sama kuin. Kuva 49) näkee, että tietyllä läpimitalla pituus ei saa ”mitä tahansa arvoja”. Pituuden (ehdollinen) odotusarvo muuttuu läpimitan mukana ja riippuvuudessa on puulajien välillä eroja. Läpimitaltaan 5 cm kuuset ja lehtipuut ovat keskimäärin eri pituisia ja lehtipuut kaikkiaan solakampia kuin männyt tai kuuset.

Pituus ja läpimitta eivät ole riippumattomia muuttujia. Jos kaksi muuttujaa ovat täysin riippuvia toisistaan, määrää toisen arvo toisen, ja päinvastoin. Riippuvuuden aste ja muoto vaihtelevat.

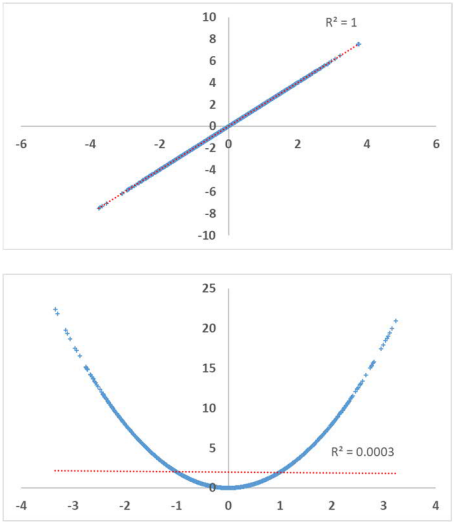
Siinä missä varianssi ja keskihajonta mittaavat yhden muuttujan hajontaa, mittaa kovarianssi kahden muuttujan välistä riippuvuutta. Excel-ohjelmassa COVAR()-funktio antaa kovarianssin. CORREL() antaa korrelaatiokertoimen, joka vaihtelee -1 ja +1 välillä, ja on normalisoitu lineaarisen riippuvuuden voimakkuuden ja suunnan mitta. Esimerkkejä: Kuva 65 ja Kuva 66.



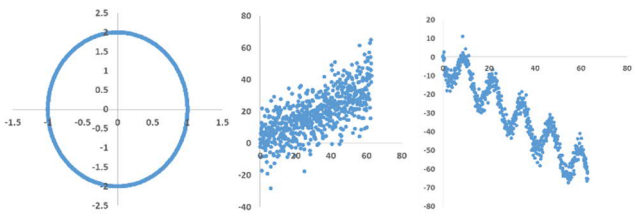
Kuva 63. Metsäalueelta mitattujen eri puulajia edustaneiden puiden rungon läpimitan ja pituuden välinen yhteisjakauma.



Kuva 64. Kahden täysin riippumattoman normaalijakautuneen N(0,1)-satunnaismuuttujan kovarianssi on nolla. Kuvassa on 3000 simuloitua lukuparia. Merkintä N(0,1) tarkoittaa että simuloitujen lukujen odotusarvo on nolla ja keskihajonta on yksi-



Kuva 65. Kaksi esimerkkiä täysin toisistaan riippuvista muuttujista. Ylemmässä kuvassa lineaarinen riippuvuus on täydellistä ja korrelaatiokerroin on +1. Jälkimmäisessä tapauksessa riippuvuus on epälineaarista, ja samaan y:n arvoon johtaa kaksi eri x:n arvoa ja korrelaatiokerroin lähestyy nollaa. Kuviin on merkitty selitysaste, korrelaatiokerroin korotettuna toiseen potenssiin.



Kuva 66. Korrelaatiokertoimet kuvien yhteisjakaumille ovat 0, +0.69 ja -0.91.

3.5 Spatiaalisuudesta

Metsätieto on paikkatietoa, eli siihen voi liittää XY- tai XYZ- koordinaatit. Usein aika ajatellaan neljänneksi dimensioksi, koska metsätieto on dynaamista – ajassa muuttuvaa. Metsänmittauksessa tuotetaan tietoa mittauksen kohteena olevasta populaatiosta. On hyvä omaksua spatiaalisuuden käsitteitä ja lainalaisuuksia, koska ne vaikuttavat valittavaan tiedonkeruumenetelmään, saavutettavissa olevaan tarkkuuteen ja lainalaisuuksia ymmärtämällä voi välttyä erilailta sudenkuopilta. Esim. spatiaalinen tilastotiede sai alkunsa metsien inventointiin (ja geologiaan) liittyvistä kysymyksistä.

Taso- ja avaruusgeometria ovat tärkeitä tarkasteltaessa erilaisia spatiaalisia ilmiöitä. Esimerkiksi puuston 3-ulotteinen rakenteen kuvaus on tarpeen, kun kuvataan metsän valo-olosuhteita. Nykyisin on olemassa tehokkaita menetelmiä puuston ja topografian 3D rakenteen mittaamiseksi. Näistä menetelmistä tai käytössä olevasta laskentavoimasta saatettiin vain haaveilla vielä 20 vuotta sitten.

Spatiaalisiin ilmiöihin liittyy mittakaava. Yhden puun latvus ”peittää” tietyn alueen, ja latvukset voivat olla ”lomittain”. Yksi neulanen langettaa varjon, jossa on täys- ja puolivarjon osa. Juuristo levittyy melko kauas rungosta. Puut vaikuttavat toisiinsa, ja kasvupaikan ominaisuuksien paikallinen vaihtelu näkyy puissa ja muussa kasvillisuudessa. Ilmaston vaikutukset ovat spatiaalisia ja esiintyvät eri mittakaavoissa. Mikroilmasto voi olla ”suotuisa”. Tehoisa lämpösumma pienenee asteittain Etelä-Suomesta pohjoiseen, mutta vuoristoalueilla esiintyy isoja eroja lyhyellä etäisyydellä. *Spatiaalinen riippuvuus*. Etelä-Suomen kuusikoita vaivaa maannousemasieni - kun löytää yhden sienen vaurioittaman rungon - on todennäköistä, että läheltä löytyy toinen ja kolmaskin. Ilmiö on paikallinen, ”spatiaalisesti korreloitunut”. Sama pätee haapaan; yhden rungon löytymisen jälkeen on todennäköistä löytää läheltä toinenkin (saman vanhan yksilön) runko. Rämeellä ruoppapintaa reunustaa (naapuruus) usein kuljuille ominainen kasvillisuus pikemmin kuin korkea rämemätäs lajeineen. Rinteen alaosa on usein yläosaa rehevämpi. Rahkarämeellä tietyt rahkasammallajit ovat erikoistuneet mättäiden, välipintojen ja kuljujen lajeiksi (Kuva 68). Yhden lajin löytyminen ennustaa toisen esiintymistä ja topografian sekä lajiston välillä on selkeä korrelaatio. Mittakaava kytkeytyy esim. habitaatteihin ja niistä riippuvaisten populaatioiden dynamiikkaan.

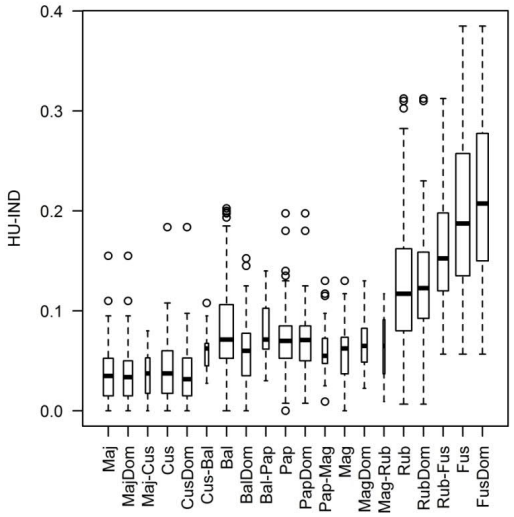
”Puu on piste”. Kartalla puu sijaitsee pisteessä, jos sijainti määritellään pystypuun rungon poikkileikkauksen keskipisteeksi. Tuota pistettä ei voida suoraan havaita, sillä se jää rungon sisään. Todellisuudessa puu on 3-ulotteinen olio, josta osa on vieläpä maanpinnan alla. *Naapuruus ja kilpailuasetelma*. Jokaisella puulla on lähin naapuri, jolloin useimmiten ajatellaan etäisyyttä runkojen välillä – yksinkertaisuuden vuoksi. Näin määritelty naapuri voi olla pienempi puu, jonka latvus ei ulotu tarkasteltavan puun latvuksen tasolle, ja samaan aikaan kauempana on ”naapuri”, jonka latvus varjostaa tarkasteltavaa puuta. Haavan juurakko voi ulottua kymmenien metrien etäisyydelle. Kanerva erittää ympäristöönsä kemikaaleja (*allelopatia*[22]), jotka tekevät siitä ”ikävän naapurin” muille kasveille. Naapuruus ei aina ole selkeä käsite.

Tilajärjestys. Puita (pisteitä) on tiheässä tai harvassa - riveissä tai satunnaisissa paikoissa, ryhmissä tai yksittäin. Ryhmittäinen tilajärjestys vallitsee esim. kermirämeillä tai sekatyypin korvissa, joissa puut esiintyvät pääosin mätäspinnoilla avosuon suotyypin vallitessa muualla (Kuva 67).

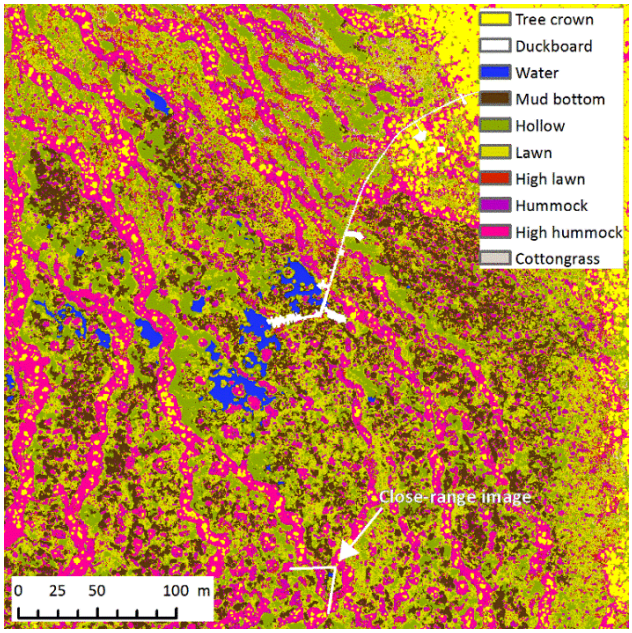


Kuva 67. Puut kermirämeillä kasvavat ryhmittäin (rypäinä), pitkillä mättäillä. Kuljun keskellä vallitsevat eri rahkasammallajit verrattuna kuljun reunaosiin, jotka muuttuvat väli- ja mätäspinnoiksi. Eri lajit eivät esiinny sattumanvaraisesti tässä pinnankorkeuden ja kosteusolojen jatkumossa.

[22] https://fi.wikipedia.org/wiki/Allelopatia



Kuva 68. Esimerkki "spatiaalisesta riippuvuudesta". Ruoveden Siikanevalla tutkittiin kermirämeellä rahkasammallajien esiintymistä suhteessa paikalliseen topografiaan, jota kuvasi muuttuja HU-IND, joka määrittää paikallisen suonpinnan korkeuden suhteessa vedenpinnan tasoon. Lajit Rub ja Fus erottuvat mätäslajeina (korkeus 10-30 cm vedenpinnan ylläpuolella) ja lajit Maj., Cus ja Bal kuljujen lajeina, jotka kasvavat vetisissä oloissa. Lajit ovat: S. rubellum, S. fuscum, S. majus, S. cuspidatum ja S. balticum. (Korpela, I., Haapanen, R., Korrensalo, A., Tuittila, E.-S., Vesala, T. 2020. Fine-resolution mapping of microforms on a boreal bog using aerial images and waveform-recording LiDAR. Mires and Peat).



Kuva 69. Kaukokartoituksella aikaansaatu 400 x 400 m alueen kartta kermirämeen kasvillisuuspinnoista. Pintakasvillisuudessa esiintyy säännönmukaisuutta.

Taulukko 3. Kaukokartoituksella aikaansaadusta kermirämeen rasterimuotoisesta (20 cm resoluutio) kartasta on laskettu naapuruussuhteet 3x3 ikkunassa. Esimerkiksi vesipintaa (W) kuvaavaa solua reunustaa 93.8% tapauksista vesi, 3.3% tapauksista ruoppapinta (MB) ja 1.6% tapauksista kulju (HO). Puiden (Tree) naapureita ovat mättäät (HU ja HHU), eli puut kasvavat kermimättillä. Topologia ei ole satunnainen.

	MB	HO	L	HL	CG	HU	HHU	Tree	W	DB
MB	82.5	5.4	8.6	1.3	0.1	1.4	0.3	0.1	0.3	0.0
HO	3.9	71.9	21.7	0.8	0.2	0.4	0.5	0.5	0.1	0.0
L	4.3	15.2	66.3	7.9	0.9	4.4	0.7	0.3	0.0	0.0
HL	2.5	2.2	30.0	36.7	2.0	23.0	3.1	0.4	0.0	0.1
CG	2.1	5.6	30.0	18.4	27.3	13.6	2.1	0.9	0.0	0.1
HU	1.8	0.7	11.5	15.7	1.0	54.8	14.0	0.5	0.0	0.0
HHU	0.3	0.7	1.3	1.5	0.1	10.0	81.6	4.5	0.0	0.0
Tree	0.1	0.7	0.5	0.2	0.0	0.4	4.7	93.4	0.0	0.0
W	3.3	1.6	0.9	0.1	0.0	0.1	0.1	0.0	93.8	0.1
DB	1.0	1.4	2.4	1.1	0.1	0.8	0.8	1.6	0.3	90.5

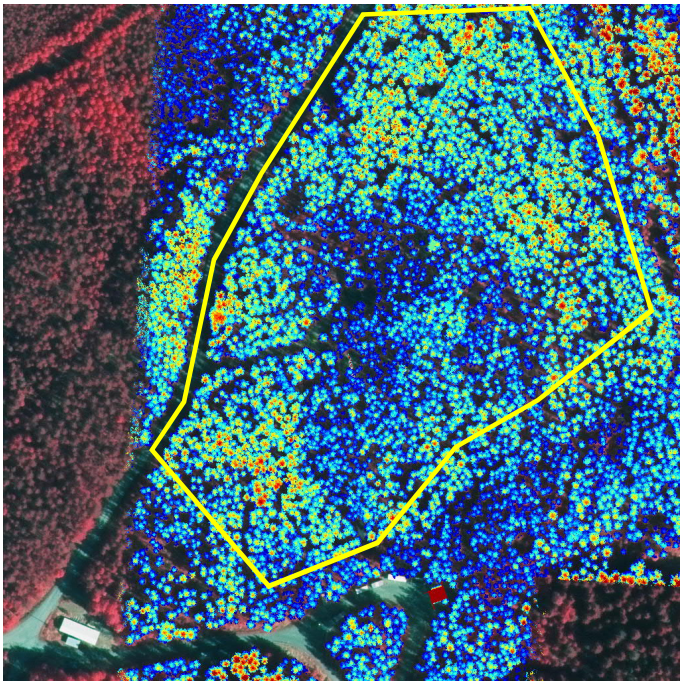
Spatiaalinen vaihtelu. Metsikkö on "ominaisuuksiltaan yhtenäinen alue". Määritelmä on valitettavan tulkinnanvarainen. Siirtymisensä metsiköstä toiseen voi joskus huomata "selkeästi", esim. maaluokan vaihtuessa kangasmaasta turvemaahan (turpeen paksuus yli *x* cm) tai puuston vaihtuessa 50-vuotiaasta istutusmetsästä taimikoksi. Tunnusomaista on, että metsikön sisällä metsikön ominaisuuksien (kasvupaikka- ja puustotunnusten) vaihtelu on pienempää kuin metsiköiden välinen vaihtelu.

Puuston spatiaalinen vaihtelu voi olla satunnaista tai trendinomaista. Metsänmittaaja mittaa metsää jonka ominaisuudet vaihtelevat, ja pyrkii saamaan siitä oikean käsityksen ja vieläpä sijoittamaan sen kartalle oikein. Vaihtelua voivat synnyttää maan tuotoskyvyn vaihtelu, puustoa kohdanneet tuhot, muu luonnonvaihtelu tai ihmistoiminnan vaikutukset. Metsikkö on subjektiivinen käsite ja metsäalueen jako yhtenäisiin metsiköihin tai metsätalouden kuvioihin ei ole yksikäsitteistä. Taustalla on ajatus spatiaalisesta yhtenäisyydestä ja vaihtelusta, joka "vielä mahtuu" yhden metsikön sisään[23]. Toisaalta esim. puunkorjuun huomioiva metsikkökuvioiti ei suosi liian pieniä kuvioita (tulevaisuuden leimikoita) tai sisällyttää talviaikaista korjuuta edellyttävää metsän osaa samaan kuvioon, joka muuten on "kesäkorjuukohde". Puhutaan toimenpidekuvioista.

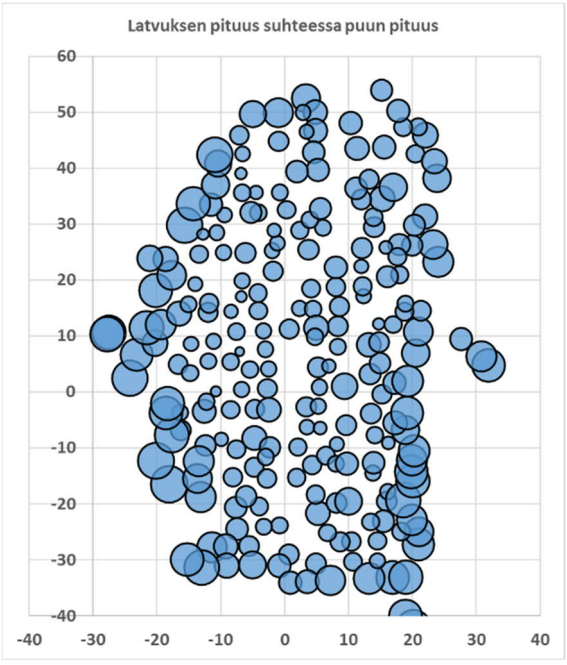
Puiden ominaisuuksissa on spatiaalisia trendejä. Kuva 71 ilmentää latvusten pituuden vaihtelua samassa metsikössä, jossa reunametsä puiden latvukset ovat pidempiä eli ulottuvat alas lähemmäs maanpintaa. Ilmiön selittävät reunametsän valo-olosuhteet. Taimikoissa havaitsee usein, kuinka reuna-alueet kehittyvät hitaammin, jos ne jäävät naapurikuvion puiden varjostamiksi. Myös juuristokilpailu voi vaikuttaa ilmiöön. Rinnemetsissä saattaa havaita, että

[23] https://en.wikipedia.org/wiki/Forest_stand

kasvupaikan puuntuotoskyky (kasvupaikkatyyppi) muuttuu paremmaksi alarinteessä, keidassoiden keskiosat ovat reunoja karumpia, ja kangasmailla notkot soistuvat.



Kuva 70. Laserkeilauspisteitä, joiden väri kuvastaa pisteen korkeutta maasta vuonna 2018. Kuvalle rajattu noin 5 hehtaarin alue on istutettu männylle vuonna 1960. Kuvion keskiosa on ympäristöä karumpaa (kallioisuutta), mitä ilmentää puuston pituus, joka pienempää kuin muussa osassa v. 1960 uudistamisalaa. Kasvupaikan ominaisuudet ovat synnyttäneet (puuston pituuden) vaihtelua kuvion sisälle ja ajan myötä alueella on syntynyt "kaksi kuviota".



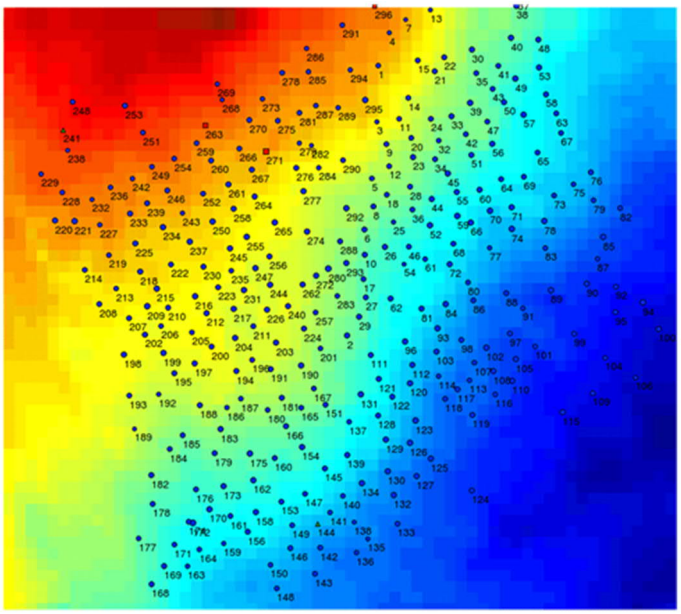
Kuva 71. 70-vuotias kuusikko, joka rajautuu niittyyn idässä ja 30 vuotiaaseen puustoon lännessä. Reunametsän valoa saaneiden puiden latvukset ovat pidempiä, Muistokuusikko Hyytiälä. Puuston rakenteen mittaaminen ei johda oikeaan tulokseen, jos mittauksia tehdään vain kuvion keskellä tai sen laidalla.

Metsän uudistamisen tavoitteena on yleensä kasvupaikalle oikeaa (haluttua) puulajia oleva taimikko, josta voi kasvattaa pitkän ajan kuluessa tavoitteiden mukaisen puuston. Tavoitetaimikko voidaan muotoilla esim. puuston tiheytenä, tasaisuutena ja puulajivalikoimana: *"Kymmenen vuoden iällä 2000 närettä ja 500 koivua hehtaarilla s.e. molempien tilajärjestys on tasainen – ei suuria reikiä tai liian tiheitä ryppäitä"*. Puut täyttävät kasvutilan parhaiten, jos ne istutetaan kuusikolmioiden kärkiin (vrt. mehiläisten kennot). Tämä tilajärjestys on mahdollista saavuttaa plantaasimetsässä tai peltomaalla. Kuva 74ja Kuva 75 esittävät erilaisia puiden tilajärjestyksiä, jotka on generoitu tietokoneella.

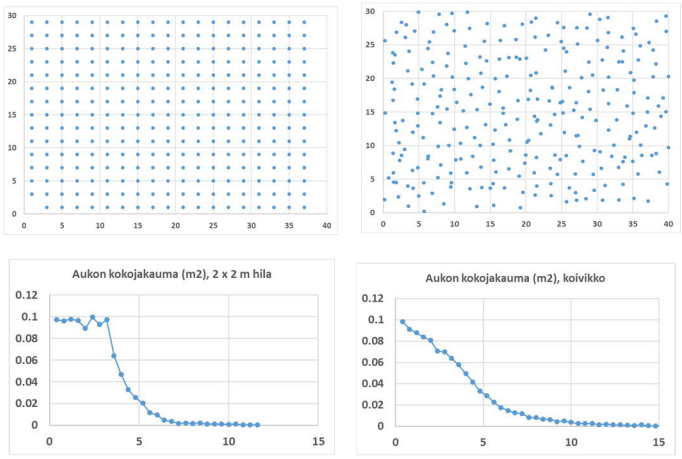


Kuva 72. Optimaalinen tilajärjestys, kun tavoitteena on puiden kasvun maksimointi.

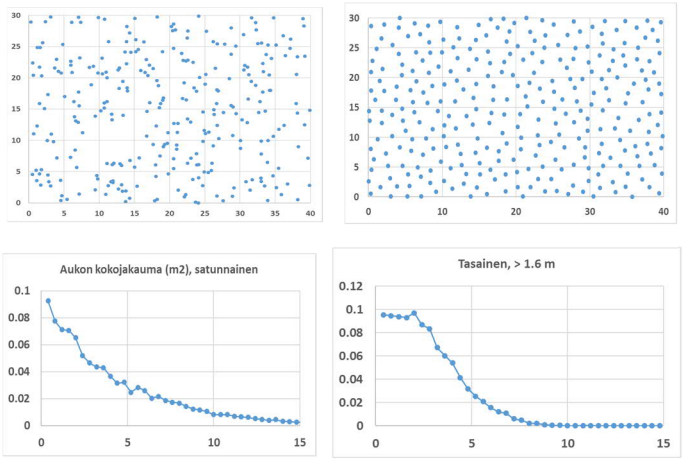
Suomalaisissa (nuorissa) metsissä puiden tilajärjestystä "rikkovat" ajourat (ja ojaverkot), jotka on tehty ensimmäisen koneellisen harvennuksen yhteydessä. Ne lisäävät puuston rakennetta kuvaavien tunnuslukujen spatiaalista vaihtelua - mittauksen näkökulmasta. Plantaasimetsissä, jossa harvennuksia ei tunneta, ei tarvita ajouria ja puut istutetaan riveihin. Plantaasimetsän puuston tunnukset vaihtelevat spatiaalisesti vain vähän.



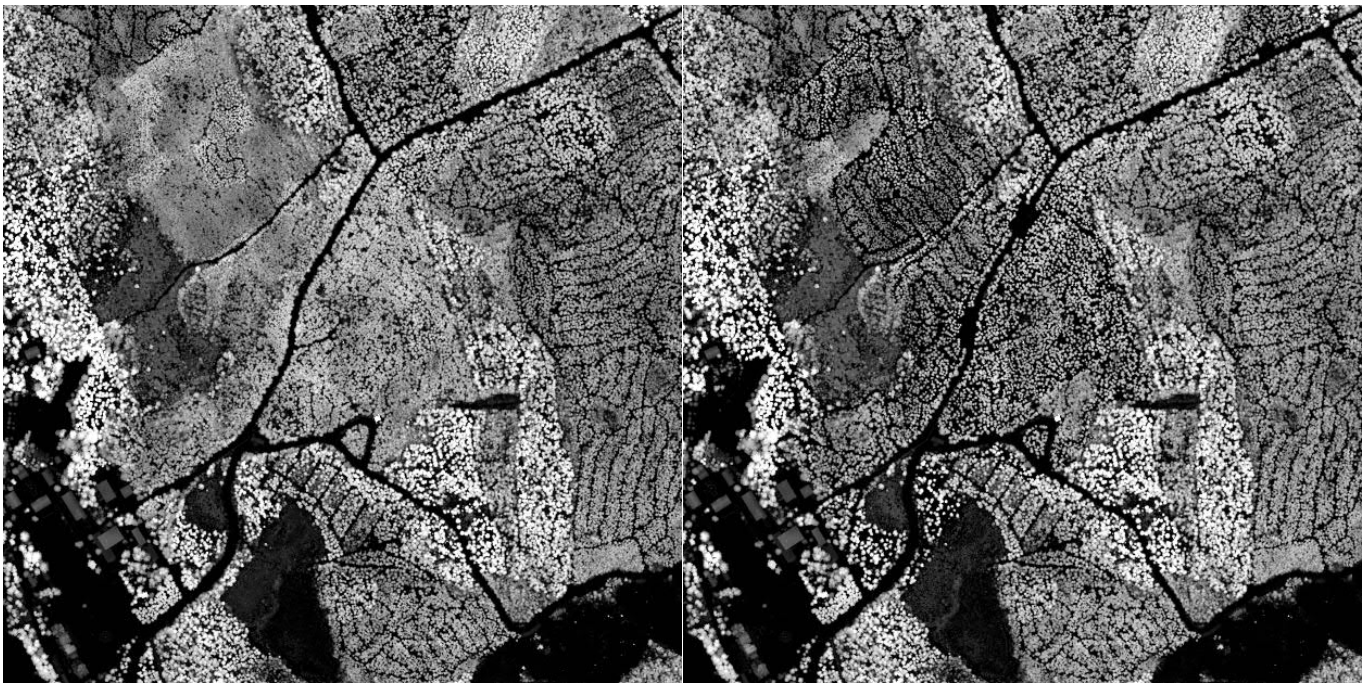
Kuva 73. Erään 25-vuotiaan istutuskoivikon puukartta (Koeala 132, Hyytiälä). Puut on istutettu ja puustoa on hoidettu pyrkien tasaiseen tilajärjestykseen. Aukot johtuvat kallioista, kivistä ja kuolleisuudesta. Väritys tulee maaston korkeusmallista. Puusto sijaitsee kaakkois-etelärinteessä.



Kuva 74 Puut 2 x 2 m hilassa (vasen) ja eräässä 25-vuotiaassa istutuskoivikossa (oikea). Tietokoneella on arvottu satunnaisia pisteitä, joista on laskettu etäisyys lähimpään puuhun. Etäisyys antaa ympyrän (”aukon”) pinta-alan. Näiden histogrammit esitetään alarivillä. Histogrammin muoto heijastelee tilajärjestystä.



Kuva 75. Satunnainen tilajärjestys (vasen) ja ”tasainen-satunnainen” tilajärjestys (oikea). ”Aukkojen” pinta-alajakauman muoto lähestyy ”lineaarisesti laskevaa” satunnaisessa tilajärjestyksessä. Tasaisen tilajärjestyksen pinta-alajakauma muistuttaa ”hila-tapausta.”



Kuva 76. Latvuston korkeuskartta ilmalaserkeilauksella mitattuna 2018 (vasen) ja 2020 (oikea, laajojen harvennusten jälkeen) Hyytiälässä SMEAR II aseman ympäristössä (1 km^2). Talousmetsien ajouraverkko (tummat raidat) ilmentää alueen metsiä. (LiNKKI GIF-animaatioon)

3.6 Otanta

Metsänmittauksessa tehdään havaintoja (mitataan), laaditaan ja käytetään malleja ja sovelletaan otantaa (lähes aina).

”Otanta on tilastotieteen osa-alue, joka tarkastelee kuinka havaintoyksiköt kannattaa poimia perusjoukosta. Tavoitteena on kerätä aineisto mahdollisimman tehokkaasti tilastollisen päättelyn kannalta. Otantatutkimus on osajoukon eli otoksen poimimista perusjoukosta. Otoksen perusteella tehdään päätelmiä koko perusjoukosta.” (Wikipedia).

Esimerkki: Tuotannosta/työmaista/siemenerästä otetaan tietty osuus tarkempaa analyysiä varten sivuun. Otoksen avulla tehdään päätelmiä valmistuserän laadusta (vika-%, keskimääräinen laatu, itävyys tms.). Esim. viallisten osuudeksi voidaan otannalla saada 2% +/-0.5%, missä +/- 0.5% on tietyn todennäköisyyden luottamusvälit saadulle viallisten osuudelle. Riskitaso voidaan huomioida esim. taloudellisessa optimoinnissa, jossa huomioidaan reklamaatioista aiheutuvat kustannukset ja toisaalta ne kustannukset, jotka koituisivat siitä, että vika-% (tuotantokustannus) tai sen luottamusvälit (laadunvalvonnan kustannus) saadaan pienemmiksi. Metsänmittauksessa pyritään toteuttamaan otanta tehokkaasti. Tehokkaiden estimaattoreiden luottamusvälit ovat kapeat annetulla mittausbudjetilla.

Käsitteet harha ja täsmällisyys liittyvät myös otantaan. Joskus otantamenetelmän takia voidaan estimaatteihin sallia pientä harhaa, jos menetelmä on täsmällinen ja näin säästetään kustannuksia.

3.6.1 Satunnaisotanta - kyselytutkimus 1000 asukkaan kunnassa - simuloitu esimerkki

Seuraavassa esitetään simulaation avulla, kuinka otoskoko vaikuttaa saatujen estimaattien tarkkuuteen, ja kuinka tarkkuus arvioidaan otoksesta, kun kyseessä on satunnaisotanta. Tarkkuuden arvioimiseksi on olemassa kaavat ja simuloinnin avulla pyritään ”näyttämään toteen”, että kaavat toimivat. Esimerkki on kaikille tuttu puolueiden kannatusprosentteja mittaava Gallup-tutkimus. Niiden tulokset kertovat puolueiden kannatuksesta ja tuloksissa annetaan yleensä myös ”tutkimuksen virhemarginaali”. Simulaattori on toteutettu Excel-ohjelmalla.

Oletetaan, että kunnassa on 1000 äänestäjää ja kaikki aikovat käyttää äänioikeuttaan. Tarkastelua varten ”tiedämme” todelliset parametrien arvot eli puolueiden kannatusosuudet eli tiedämme ennalta jokaisen äänestäjän mielipiteen.

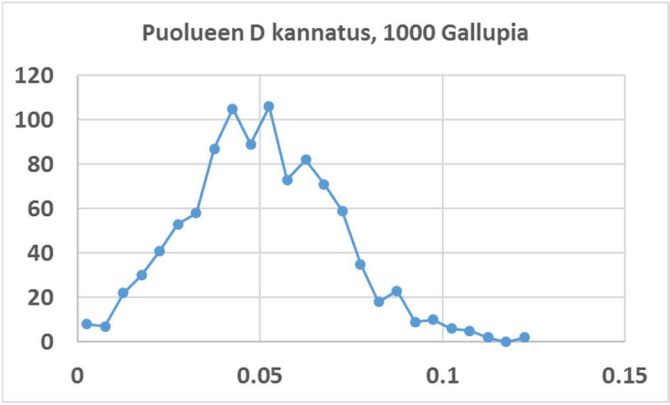
Äänestäjistä

50% äänestää puoluetta A
30% puoluetta B
15% puoluetta C ja
5% puoluetta D.

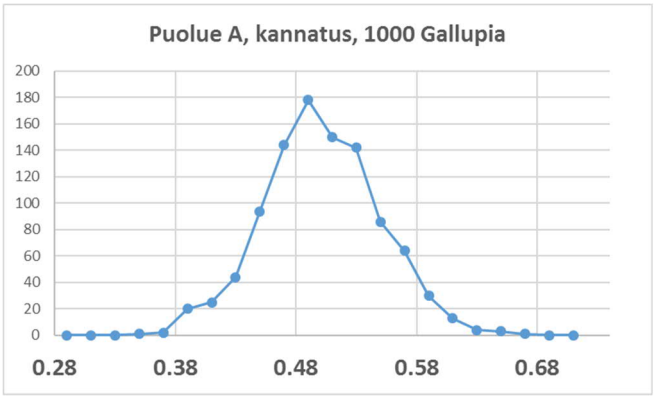
Tätä ei Gallupin teettäjä tiedä.

Kunnan sanomalehti haluaa tutkia puolueiden kannatusta. Heillä on varaa kysyä asiaa 100 äänestäjältä, jotka arvotaan tutkimukseen. Sitä ei tiedetä, vastaavatko ihmiset totuudenmukaisesti haastattelutilanteessa, mutta oletetaan, että näin on. Ennen tutkimuksen tilaamista päätoimittajaa kiinnosti, kuinka tarkka käsitys (”virhemarginaalit”) puolueiden kannatusluvuista Gallup-tutkimuksella on mahdollista saavuttaa, kun haastatellaan 100 kuntalaista tuhannesta. Sen voi laskea kaavalla, mutta selvitetään asia ensin simuloinnilla.

Tuntematta syvemmin otantateoriaa, voimme siis tutkia asiaa simulaattorin avulla. Voimme antaa tietokoneen tehdä 1000 Gallupia, joissa kussakin ”haastatellaan” arpomalla valitut 100 kuntalaista. Näin voimme tutkia Gallupin luotettavuutta sen perusteella, kuinka paljon Gallupin tulokset vaihtelevat kerrasta toiseen (tuhannessa toistossa). Sata on otoskoko ja havaintoyksikkö on henkilö. Jokainen Gallup antaa käytännössä eri tulokset sattuman takia (vaihtoehtoisia 100 henkilön kombinaatioita on 6^{139}). Tietokoneen annettiin arpoa 100 haastateltavaa 1000 kertaa. Tuloksista nähtiin että esim. puolueen D (5% todellinen kannatus) kannatus vaihteli 1000 toistossa välillä 0-14% (Kuva 77). Puolueen A kannatus (50%) puolestaan vaihteli 36-68% välillä (Kuva 78).



Kuva 77. 1000 Gallupin tulosten jakauma puolueen D osalta (5 % todellinen kannatus). Toistettujen Gallup-kyselyiden tulosten keskiarvo on 5.0 %. 67 % tuloksista oli ±2% oikeasta kannatuksesta. 100 haastateltua henkilöä per gallup.



Kuva 78. Puolueen A ”kannatuksen vaihtelu” 1000 kyselytutkimuksessa, joissa haastateltiin 100 henkilöä. Kannatus on ilmaistu osuutena, ei prosentteina. Puolueen A todellinen kannatusosuus on 0,5 eli 50%.

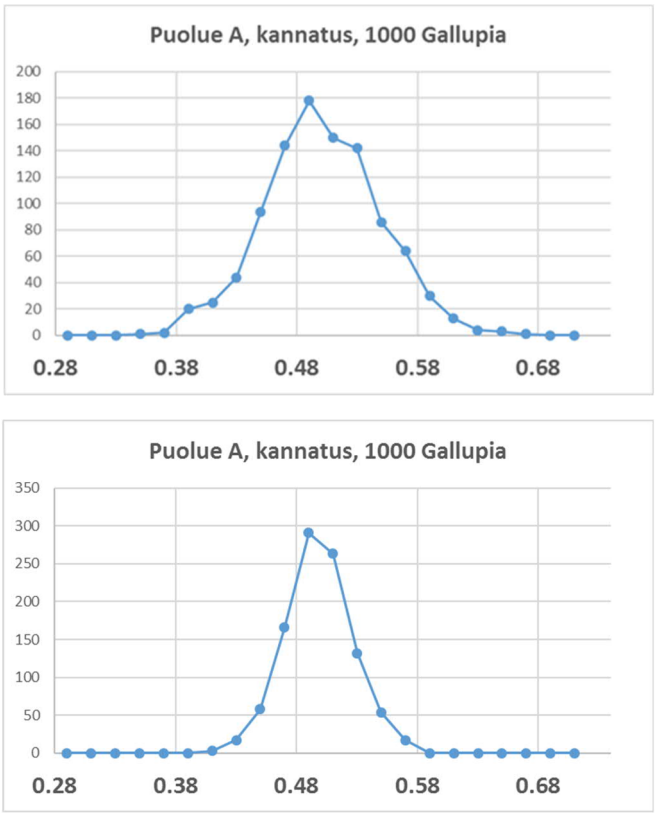
Otantasimulaatio osoitti, että 100 haastatellun Gallupit ovat ”melko luotettavia”, vaikka harvinaisissa tapauksissa puolueen D kannatukseksi (5 %) voikin tulla 0 % tai jopa yli 10 %.

Kaava: $$s_p = \frac{p(p-1)}{\sqrt{n}}$$

antaa satunnaisotannan tapauksessa osuuden *p* keskivirheen eli 68% luottamusvälit: $p \pm s_p$. Luottamusvälit riippuvat sekä osuudesta (p) että otoskoosta (n),

Gallup-esimerkissä havaintoyksikkö oli henkilö, ei esim. ruokakunta / talous, jota käytetään tietyissä yhteyksissä. Otoskoko *n* oli 100. Arvolla *p*=0.5 (puolue A) keskivirheeksi saadaan yo. kaavalla 0.05, eli noin 68% tapauksista pitäisi olla ±5 % oikeasta tuloksesta ja tämä päti melko tarkkaan tuhannen Gallupin simuloinnissa (Kuva 78). Puolueen D tapauksessa kaava antaa keskivirheeksi 2.1 %-yksikköä. Sekin päti melko tarkkaan 1000 toistetun kyselyn ai-

neistossa (Kuva 77). Tulokset tarkentuivat, kun otoskokoa kasvatettiin 100:sta haastatellusta 250:een (Kuva 79). Tässä otantasuhdetta kasvatettiin 25%:iin (250 haastateltua ja 1000 asukasta).



Kuva 79. Tulokset (histogrammi 1000 toiston tuloksista) suosituimman puolueen A kannatusprosentille, kun haastateltavia oli 250 eli joka neljäs äänioikeutettu (alempi kuva). Vaihtelu todellisen 50%:n kannatuksen ympärillä on pienempää kuin edellä 100 haastatellun tapauksessa (ylempi kuva).

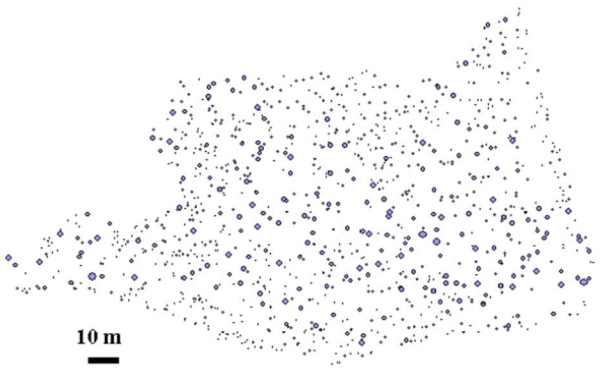
Otannassa on tärkeää tuntea kunkin otosyksikön todennäköisyys päätyä valituksi. Aina näet ei ole tarkoituksenmukaista, että otantatodennäköisyys on sama kaikille populaation jäsenille. Esim. matkakulujen takia voidaan jollakin alueella soveltaa alhaisempaa otantasuhdetta. Tällöin tarkkuus kärsii, mutta kustannukset putoavat ja otanta voi olla kustannustehokkaampaa. Eo. Gallup-simulaatiossa kaikilla kuntalaisilla oli sama otantatodennäköisyys.

Metsään sovellettuna puolueet voisivat vastata puulajeja, ja puolueiden kannatusprosentit metsäalueen puulajisuhteita eli osuuksia runkoluvusta, jotka saadaan mittaamalla osajoukko (otos) alueen puista. Äänestysoikeutetut kuntalaiset eli tutkittava populaatio on luetteloitu äärellinen joukko tapauksia, ja otantaan pohjautuva kysely voidaan suorittaa soittamalla, kirjeitse, kotikäynteinä jne. Tärkeää on huolehtia satunnaistuksesta eli siitä, että kaikilla kuntalaisilla (populaation alkioilla) on sama tai ainakin tunnettu todennäköisyys tulla haastatelluksi. Äänioikeutetuilla on yleensä SOTU ja postiosoite. Silti, kaikkia ei ehkä voida saavuttaa ja syyt voivat kytkeytyä siihen, mitä puoluetta ko. henkilö saattaisi äänestää. Tällöin otantaan pohjautuvat tulokset eivät koskaan voi olla virheettömiä. Näissä tilanteissa pyritään lisätutkimuksin korjaamaan tulosten vääristymiä (mallipohjainen päättely, model-based inference). Esimerkiksi sopii vaalivalvojaisten ennusteiden laskenta, joka pohjaa ennakko-oletuksiin (todennäköisyyksiin) laskentaa vielä odottavista vaalipiireistä.

3.6.2 Otanta metsässä

Puita kuten äänestäjiä on rajallinen lukumäärä. Useimmiten emme kuitenkaan tiedä puista ennakkoon paljoa. Käytössä saattaa olla ilmakuvia ja vanhoja mittaustietoja, joiden perusteella voi tehdä päätelmiä siitä, mistä puulajeista ja minkäkokoisista puista mitattava puujoukko likipitäen koostuu. Metsä on myös pinta-alaa, joka jakautuu esim. kasvupaikkaluokkiin. Mittaajan katsantokannasta on hyvä etteivät puut (kasvit) liiku kuten riistaeläimet, linnut tai limasienet.

Jos äänestäjän yksilöi SOTU, niin ”puun SOTU” on sen sijainti kartalla eli piste koordinaatistossa. Paikka yksilöi puun tarkasti (Kuva 80), ainakin kun kyse on pystypuusta. Kaatunut tai katkennut runko ei ole yhtä helposti yksilöitävissä sijainnin avulla. Tällöin usein sovitaan esim. että paikka määräytyy tyven, rungonkappaleen keskipisteen tai paksumman pään mukaan. Nämä ovat kaikki pisteitä matemaattisessa mielessä. Metsässä on myös muutakin kuin puita. Esimerkiksi muurahaispesät ovat pistemäisiä kohteita, vaikka niille voisi esittää myös pinta-alan (rajata alueen) ja tilavuuden. Pesille voi määrittää lukumäärän (kpl alueella) tai ”pesätiheyden” (kpl/ha, kpl/km^2). Mustikka-, rahkasammal- tai poronjäkäläkasvustot muodostavat laikkuja ja niille voidaan määrittää osuus (%) kokonaispinta-alasta. Tällöinkin eteen voi tulla haastavia tilanteita, jos esim. mustikkakasvusto on harvaa tai siinä on muitakin varpuja mukana. Tässä on kuitenkin enemmän kyse havaintojen teon vaikeudesta kuin otannan järjestämisen haasteista. Erilaiset poikkeukset ja vaikeus määrittää havaittavia ilmiöitä yksikäsitteisesti on asia, joka voi hämmentää vasta-alkajaa. Tällöin tehdään otaksumia, jotka kirjataan tarkasti ja esitetään tulosten yhteydessä.



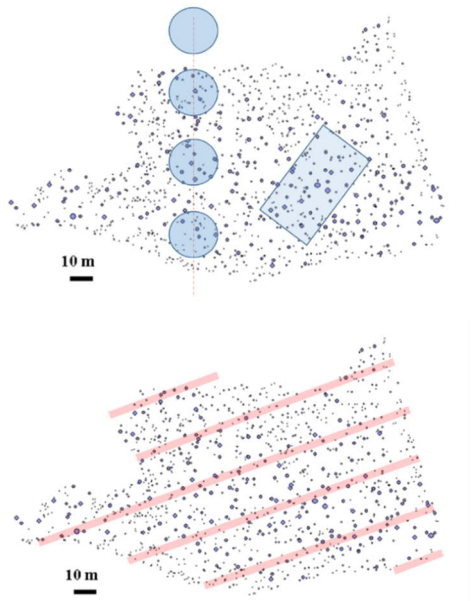
Kuva 80. Erääseen tutkimukseen kartoitettiin puita (cm-tarkasti takymetrillä) noin 2 hehtaarin alueelta mittaamalla kaikki puut.

Jos mielenkiinnon kohteena oleva populaatio koostuu jonkin alueen puista, tulee alue pystyä yksilöimään ja rajaamaan tarkasti, jotta otannassa voidaan taata kaikille puille sama tai tunnettu todennäköisyys tulla mukaan otokseen eli mitatuksi.

Hakkuuseen tuleva leimikko rajataan usein tarkasti ja selkeästi kuitunauhoin, jotta esim. ”naapurin puiden kaatamisen todennäköisyys olisi nolla”. Leimikon rajaus määrittää alueen ja puujoukon. Alueelle voidaan siis laskea pinta-ala. Useissa tapauksissa ei kuitenkaan ole helppoa määrittää, mihin yksi metsikkö loppuu, ja mistä toinen alkaa. Taimikon reunassa, jossa vastaan tulee vanhaa metsää, raja voidaan laittaa kulkemaan reunimmaisten isojen puiden kautta, tai jostakin niiden ja taimien väliltä, ja toisaalta taimia voi kasvaa isojen puiden alla reunavaikutuksen ansioista. Tämä voi tuntua pilkun viilaamiselta, mutta pinta-alan tarkka määrittäminen on tarpeen, kun kaikkia puita ei mitata, vaan otannalla pyritään selvittämään esim. keskimääräinen puuston tiheys (puita / ha), joka sitten kerrotaan alueen pinta-alalla, jolloin saadaan arvio puiden kokonaislukumäärästä alueella. Tätä vastaa tilanne, jossa jokin valtakunnallinen kysely tehtäisiin maakunnittain, ja saadut luvut (esim. Vihreät ry:n kannatus) painotettaisiin koko maan tuloksiksi kunkin maakunnan asukasluvun perusteella, kertomalla selville saatu paikallinen kannastus-% äänestysikäisten lukumäärällä (vrt. ovensuukysely vaaleissa).

Kuinka sitten metsästä (puista) kerätään satunnaisotos? Jos tavoitteena on, että kaikilla puilla on sama todennäköisyys tulla otantaan, voidaan harvesterin kaatamista puista ottaa esim. joka kymmenes sivuun mitattavaksi otokseen (vaikka puuaineen laadun selvittämistä varten). Tämäkään tilanne ei ole optimaalinen, sillä pienet puut saattavat jäädä hakkuun ulkopuolelle ja toisaalta mittaus on destruktiivinen. Seuraava vaihtoehto olisi rajata alue tiheään asennetuin rajaseipäin ja luetteloida puut esim. kiinnittämällä jokaiseen puuhun lappu, jossa on juokseva numerointi (1...N), ja suorittaa sen jälkeen satunnaisotannan toteuttava arvonta (arvotaan numerolappuja korista), jonka perusteella valittaisiin mitattaviksi tulevat puut. Jos numerointi (puidenluku, ”populaation luettelointi”, ”laputus”) tehtiin jollakin tavalla systemaattisesti (esim. kaistoissa = ”spatiaalinen tietorakenne”), löytyvät otokseen arvotut puut rajallisessa ajassa ja niistä voidaan mitata haluttuja tunnuksia, esim. puulajin. Näin ei käytännössä useinkaan tehdä (koska se on työlästä). Jos näin meneteltäisiin ja jos alueella on luetteloituja puita kaikkiaan 1000 kpl, joista valittu satunnainen otos on kooltaan 50 puuta, joista 25 on mäntyjä, on mäntyjen kokonaismäärän estimaatti 25/50×1000 = 500 mäntyä. Esitetty otanta on erittäin työläs toteuttaa, mutta sivutuotteena saadaan puiden kokonaismäärä ja tällöin alueen pinta-alaa ei tarvitse arvioida – koska kaikki puut on luetteloitu/mitattu. Tämä esimerkki kuvastaa kahta tapaa ajatella metsikköä populaationa – 1) äärellinen puujoukko – 2) sulkeutuvan murtoviivan sisään jäävä alue, jolla on pinta-ala (ja kasvaa puita). Puita ei siis yleensä luetteloida, vaan otokseen valitaan pinta-alaa ja ”puut tulevat siinä mukana”.

Kuva 81 havainnollistaa, kuinka metsästä voidaan mitata otokseen ”pinta-alaa ja sillä kasvavat puut”. Pinta-alaa kertyy yhdestä tai useammasta satunnaisesti sijoitetusta pinta-alaltaan tunnetusta koealasta tai kaistasta. Otantasuhde lasketaan pinta-alojen avulla. Mitä enemmän otos sisältää pinta-alaa ja puita, sitä tarkemmat tulokset ovat, eli sitä pienempi on otannasta johtuva tulosten epävarmuus alueen tunnusten arvioissa. Tavoite on usein suorittaa otanta siten, että siitä ei aiheudu systemaattista virhettä (esim. jos otannassa vältetään metsän reunoja tai vaikeasti saavutettavia alueita), ja, että saatujen tulosten luottamusvälit ovat mahdollisimman kapeat annetuilla resursseilla (tehokkuustavoite).



Kuva 81. Satunnaisuudesta huolehtiminen otannan yhteydessä (mitkä puut mitataan otokseen) ”vaatii omat temppunsa”. Kuviolta voidaan mitata näytealoja (pinta-alaa ja sillä kasvavat puut), esim. ympyräkoealoja, suorakaidealoja, tai kaistoja (kuten kuvassa). Ensimmäisen kaistan (linjan) alkupisteen paikka voidaan esim. arpoa satunnaisuuden takaamiseksi. Seuraavat kaistat sijaitsevat systemaattisesti ensimmäiseen nähden.

Otannasta seuraa aina kustannuksia ja siksi se kannattaa tehdä järkevästi. Jos tiedetään, että jonkin alueen puut on istutettu yhtenä ajankohtana ja puustoa on hoidettu pyrkien tasaiseen metsän rakenteeseen, voidaan ajatella että tällaiseen alueeseen ei tarvitse kohdentaa yhtä paljon otantaa (otoskoko) ja mittauksia verrattuna alueeseen, jonka puuston rakenne vaihtelee enemmän (tai on tehtävän kannalta muuten arvokkaampaa). Kuvittele plantaasimetsä, jossa puut on istutettu riveihin ja ovat samaa genomia. Puut ovat samankokoisia ja ”mittaamalla yhden on ”mitannut kaikki”. Tämä ei tietenkään pidä täysin paikkansa, mutta toimikoon ääriesimerkkinä.

Kuva 81 havainnollistaa kaista-arviointia (hieman historiallinen menetelmä), jossa mitataan kaikki kaistalla eteen tulevat puut, kaistan alusta sen loppuun. Kun tutkitaan puiden keskimääräisiä ominaisuuksia ”kaistan varrella – matkan funktiona”, huomataan, että ominaisuudet muuttuvat asteittain eli vierekkäiset alueet ovat korreloituneita (Kuva 82). Tästä seuraa, ettei kaistaa (metsää) välttämättä ole järkevää mitata ”yhtenä pötkönä”, vaan pitää välissä ”taukoja”, jotta puuston ominaisuudet ehtivät muuttua ja satsata useampaan ”pötköön” sijoitettuna eri puolille aluetta pitkän kaistan sijaan. Tilannetta voisi verrata mielipidekyselyyn, jossa kuljetaan katua talosta toiseen asuinalueella, jossa kaikilla on ”sama (korreloitunut) mielipide” johonkin yhteiskunnalliseen kysymykseen. Sen sijaan kannattaa jättää puoli katua haastattelematta ja ”vaihtaa hoodia”, jotta samoilla resursseilla saadaan tehokkaammat estimaattorit kansalaisten mielipiteistä. Spatiaalinen korrelaatio ”vähentää todellisten edustavien havaintojen lukumäärää” eli ikään kuin pienentää efektiivistä otoskokoa.



Kuva 82. Jos metsä mitataan linjaa pitkin pysähtyen metrin välein mittaamaan puut pienen ympyrän alueelta, muuttuvat tulokset vain vähän pienellä matkalla. On tehokkaampaa ottaa näytteitä esim. 25 metrin välein, jolla etäisyydellä korrelaatio pisteiden välillä pienenee. Sama pätee vielä enemmän suuremmassa mittakaavassa, ja esim. valtakunnan metsien inventoinnissa koealojen välille pyritään saamaan etäisyyttä satoja metrejä, jotta pisteet olisivat varmemmin eri metsiköissä, joiden keskikoko voi olla esim. 1-3 hehtaaria.

3.6.3 Satunnaisotanta formaalimmin

Satunnaisotanta tarkoittaa, että otos on kerätty jollakin satunnaisuuteen perustuvalla menetelmällä. Jokainen alkio poimitaan populaatiosta riippumatta muiden alkioiden poiminnasta. Satunnaisotanta on tärkeää, koska sen ansiosta saatuja tuloksia voidaan yleistää koko populaatioon.

Metsässä satunnaisotanta on hankala (kallis) toteuttaa, koska havaintoyksikön (piste tai näyteala) sijainti arvotaan satunnaiseen paikkaan tai otannan suorittaminen edellyttää koko populaation luettelointia ennen otantaa. Metsällisissä sovelluksissa satunnaisotanta voisi tulla kyseeseen esim. arvottaessa puita tarkistusmittaukseen, kun selvitetään moto-mittauksen luotettavuutta.

Otoksista lasketut osuuksien tai keskiarvojen estimaatit käyttäytyvät s.e. ne muodostavat Gaussin-jakauman odotusarvon ympärille (kts. Kuva 77, Kuva 78, Kuva 79). Taustalla on keskeinen raja-arvo-

lause[24]. Koska kyseessä on normaalijakauma, pystymme laskemaan keskihajonnan (keskivirheen, s_p) satunnaisotoksen estimaattoreille ja aiemmasta tiedämme, että normaalijakaumassa noin 68.2% tapauksista on +/- yhden keskihajonnan etäisyydellä (odotus-)keskiarvosta. Edellä oleva pätee, kunhan otoskoko ei ole aivan mitätön, raja-arvona voi pitää esim. 10 havaintoa. Jos otoskoko on alle sen, kaavalla saatu keskivirhe on aliarvio ja aliarvio on sitä suurempi, mitä pienempi n on.

Otoksesta lasketulle osuudelle (esim. puolueen kannatus-%) saadaan keskivirhe (~keskihajonta) kaavalla:

$$Osuuden\ keskivirhe, s_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Jos sat.otannalla saadaan luokan A osuudeksi p_A, ja otoskoko on n, voidaan laskea luottamusvälit estimaatille:

$$s_{pA} = \sqrt{\frac{p_A(1-p_A)}{n}}$$

68% luottamusvälit p_A +/- s_{pA}

95% luottamusvälit p_A +/- 2·s_{pA}

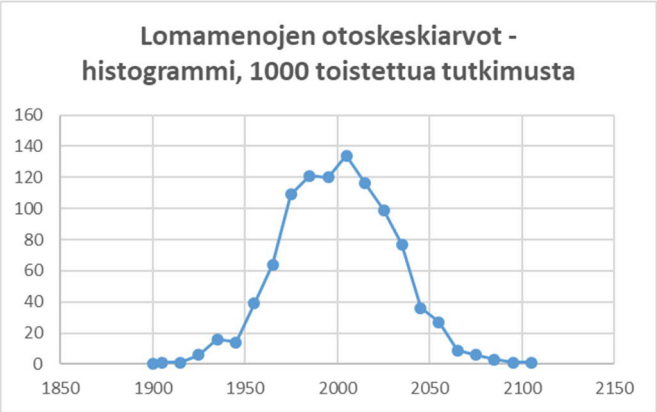
Kun populaation koko *N* on pieni, ja otoskoko *n* on siihen suhteutettuna suuri, antaa yo. kaava liian suuren keskivirhe-estimaatin. Samat ihmiset päätyvät usein otokseen, jos kunnassa on 1000 asukasta (N) ja heistä haastatellaan 995 (n). Äärellisen populaation korjaustekijä, PFC korjaa keskivirhe-estimaattoriin tästä syystä syntyvän systemaattisen virheen:

$$FPC = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

FPC lähestyy arvoa yksi, kun N >>> n ja se lähestyy arvoa nolla, kun n/N lähestyy yhtä eli otokseen kuuluu yhä suurempi osa äärellisestä populaatiosta.

Satunnaisotannalla voidaan selvittää myös tunnuksen keskiarvo (välimatka- ja suhdeastoikollinen suure) ja summa (suhdeasteikollinen suure). Olkoon esimerkkinä täysikäisten kuntalaisten lomailuun käyttämä vuotuinen rahasumma. Jos otoskoko (n) on sata, saadaan 100 lukua, joista voidaan laskea keskiarvo (ka) ja keskihajonta (s). Näitä kutsutaan otoskeskiarvoksi ja otoskeskihajonnaksi. Luvut ovat tässä tapauksessa euroja. Jos kaikki käyttävät yhtä paljon rahaa lomailuun, pätee s=0, mittaahan keskihajonta vaihtelua. Keskihajonnan kaava esitettiin aikaisemmin, ja Excel ohjelmassa funktio on nimeltään STDEVP(). Otoskeskihajonnalle on kaava STDEV(). Ne antavat miltei saman arvon, ero tulee termistä $\sqrt{((n-1)/n)}$. Otoskeskihajonta (STDEV) on tämän tekijän verran suurempi kuin populaatiokeskihajonta (STDEVP). Jälkimmäistä käytetään, kun tutkitaan jonkun populaation keskihajontaa, kun kaikki alkiot on havaittu. Esim. verottaja laskee kaavalla STDEVP() kansalaisten maksamien ansiotuloverojen keskihajonnan, koska hänellä on kaikki havainnot käytettävissään, eikä tarvitse turvautua otantatutkimukseen. Otaksutaan, että lomailukulutuksen keskiarvo (*ka*) on 2000 euroa vuodessa ja keskihajonnaksi (*s*) tuli 300 euroa. Näistä luvuista emme vielä tiedä onko joukossa henkilöitä, jotka eivät lomaile lainkaan, tai sellaisia, jotka laittavat 10k€/v lomailuun, eli emme tiedä taustalla olevan jakauman muotoa. Otoksista lasketut keskiarvot kuitenkin noudattavat normaalijakaumaa, jonka näemme, kun simuloimme otantaa:



”Menot” tässä tarkoittavat lomailuun käytettyä rahamäärää, kuntalaisten keskiarvona. Tulokset (keskiarvojen histogrammi) on saatu ”kysymäll”ä 1000 kertaa asiaa n=100 henkilöltä, N=1000 hengen talousalueella (simulaattorilla).

Edellä laskettiin otoksesta saadulle osuuden (p) estimaatille keskivirhe, s_p (~keskihajonta). Sama voidaan tehdä otoksesta lasketulle keskiarvolle. Äärellisen populaation korjaustermiä tarvitaan, kuten osuuden keskivirheen laskennassa, ehto N >> n ei päde:

$$Keskiarvon\ keskivirhe, s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$, korjaustermi FPC mukana

Koska otoskeskiarvojen jakauma lähestyy aina normaalijakaumaa (kts. yllä), voidaan keskiarvolle (ka) laskea luottamusvälit:

68% luottamusvälit ka +/- s_x

95% luottamusvälit ka +/- 2·s_x

Jos otoksesta (n=100) laskettu keskiarvo on 2000 ja otoskeskihajonta on 300, on keskiarvon keskivirhe 1000 asukkaan kunnassa:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1000-100}{1000-1}} \cdot \frac{300}{\sqrt{100}} = 28.5\ €$$

- Jos n=1, ei keskihajontaa voi laskea, eli ei myöskään keskivirhettä.
- Jos s = 0, saa keskivirhe arvokseen nolla. s=0, jos kaikki luvut, joista keskiarvo laskettiin ovat yhtäsuuria. Silloin ei esiinny vaihtelua, jota s mittaa.
- Jos s on suuri, alkioiden välinen hajonta lisää myös otoskeskiarvon hajontaa eli keskivirhettä ja kasvattaa luottamusvälejä.
- Jos s on pieni, poikkeavat alkiot vain vähän toisistaan ja keskiarvon estimoiminen on luotettavampaa
- Otoskoon nelinkertaistaminen puolittaa keskivirheen ja luottamusvälit, koska nimittäjä kasvaa kaksinkertaiseksi $\sqrt{4n} = 2\sqrt{n}$. Tarkkuuden kasvattaminen syö resursseja, neliöllisesti.

Esimerkkiin liittyen: Lomailuun käytettävä kokonaissumma saadaan keskiarvon avulla, jos tiedetään, että talousalueella on 1000 kuluttajaa. Tämä tieto voi olla julkista. Silloin keskiarvo kerrotaan populaation koolla eli 2000€/hlö · 1000 hlö = 2 miljoonaa euroa.

[24] https://fi.wikipedia.org/wiki/Keskeinen_raja-arvolause

Jos kyselyssä on samalla tiedusteltu halukkuutta käyttää matkatoimiston palveluja, voi kyselyn teettäjä arvioida, kannattaako alueelle perustaa matkoja välittävä toimisto, ja mikä sen liikevaihto voisi olla. Silloin kyselystä voidaan laskea matkatoimiston käyttäjien kokonaisvolyymi.

Summan keskivirhe saadaan kaavasta $N \cdot s_x$, eli esimerkin tapauksessa se on $1000 \cdot 300/\sqrt{100} = 28{,}747$€. Summan luottamusvälit ovat siis 2 milj. € +/- 28,747€ (68% tn.) ja 2 milj. +/- 56,950€ (95% tn.). Kyselyn teettäjä ottaa 2.5% riskin sille, että todellinen summa onkin alle 1,940,000€. Jos kysely olisi tehty vain 10 hengelle, keskiarvon keskivirheeksi kaavalla laskien tulisi $300/\sqrt{10} = 95$ €/v. Se olisi kuitenkin lievä aliarvio, koska 10 on varsin pieni otoskoko.

Satunnaisotanta on tärkeä siksi, että se on ainoa otantatekniikka, jolle osuus-, keskiarvo- ja summaestimaattoreiden luottamusvälit voidaan laskea yksinkertaisilla kaavoilla.

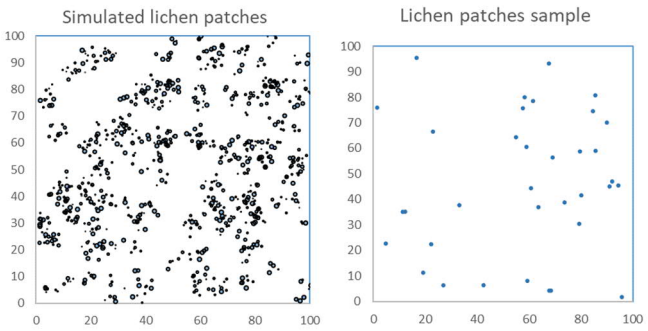
Excel-ohjelmalla satunnaisotannan (palauttamatta) voi toteuttaa esim. RAND()-funktiolla, kun kaava kirjoitetaan erikseen jokaiselle alkiolle:

=IF(RAND()<0.1, "Otokseen", "Ei")

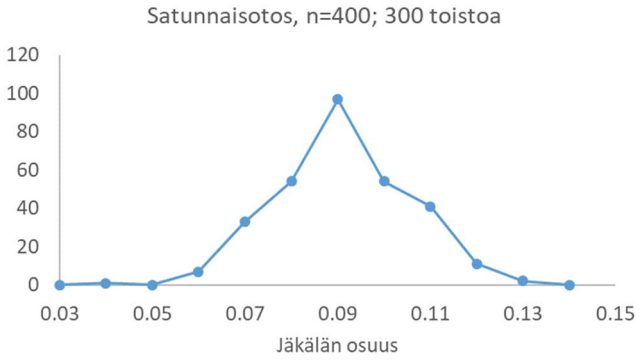
RAND() palauttaa tasajakautuneen luvun välillä 0-1, ja ehtolause on tosi 10% tapauksista. Listassa oleva alkio kuuluu otokseen todennäköisyydellä 0.1. Tällä yksinkertaisella tavalla ei kuitenkaan pysty helposti toteuttamaan tasan 10% otantasuhdetta (täsmällistä otoskokoa), koska "Otokseen" -tapausten lukumäärä noudattaa binomijakaumaa. Mikäli halutaan täsmälleen N alkiota M alkiosta, on ohjelmoitava toistorakenne, joka jatkaa satunnaista arvontaa, kunnes haluttu otoskoko on saavutettu.

Satunnaisotantasimulaatio metsässä - jäkäläinventointi.

Kuva 83 esittää jäkälälaikkujen kartan yhden hehtaarin (100 × 100 m) metsiköstä. Metsän pohjalla kasvaa poronjäkäliä, joiden peittävyys on noin 10%. Niiden tilajärjestys on ryhmittäinen (clustered). Käytetty simulaattori osaa tuottaa kartan halutulla tilajärjestyksellä, s.e. jäkälälaikut ovat ympyröitä, ja joiden säde simuloidaan tasajakaumasta. Simulaattori toteuttaa satunnaisen pisteotannan, eli tuottaa halutun määrän testipisteitä satunnaisiin paikkoihin. Simulaattori tutkii, osuiko piste jäkälälaikkuun vai ei. Se laskee laikkuihin osuneiden pisteiden lukumäärän ja pisteiden kokonaislukumäärään osamäärän eli estimaatin jäkälän kokonaispeittävyydeksi (0-1, 0-100%). Kuten edellä olleen Gallup-simulaattorin tapauksessa, simulaattorilla voi toistaa inventoinnin (otannan) satoja kertoja kohdistaen sen samaan jäkäläkarttaan (populaatioon). Simuloitujen tulosten (jäkälän osuus) keskiarvo ja keskihajonta kertovat menetelmän tarkkuudesta. Simuloitujen peittävyysarvioiden keskihajonta on suora arvio estimaatin keskivirheelle käytetyllä otoskoolla eli testipisteiden lukumäärällä ja estimoidun keskivirheen arvo tarkentuu toistojen lukumäärän lisääntyessä. Seuraavassa simulaatiossa peittävyys arvioidaan satunnaisotannalla s.e. alueelle arvotaan täysin satunnaisiin paikkoihin 400 pistettä. Kuva 84 esittää tulokset histogrammin muodossa. Histogrammi näyttää 300 peittävyysarvion jakautumisen 1% luokissa. Keskihajonta on 1.3 %-yksikköä, eli se on simuloitu keskivirhe 400 pisteen otoskoolle kyseisessä ryvästyneessä jäkäliköss̈ä, kun käytetään satunnaisiotantaa. Simulaatio on teoreettinen, koska sen toteuttaminen olisi kovin hankalaa. Satunnaisotanta muodostaa kuitenkin vertailukohdan muille otantamenetelmille, joista seuraavana esiteltävä systemaattinen otanta on yleinen.



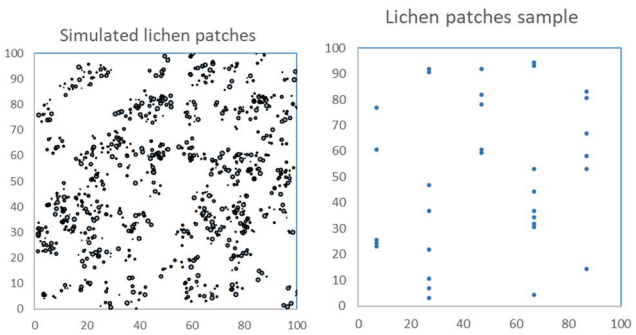
Kuva 83. Simulaatio, jossa 100 x 100 m alueelle on simuloitu jäkälälaikkuja, joiden koko vaihtelee halkaisijaltaan 20–200 cm (vasen). Satunnaisia pisteitä (otosyksiköitä) on laskettu 400 pisteeseen (n), joista 35 on osunut jäkälälaikkuun (kartalla, kuva oikealla), eli jäkälän osuus on tässä otoksessa 35/400 = 8.8%.



Kuva 84. Jäkälän osuus –estimaattien frakvenssijakauma (1%-yksikön luokissa), kun hehtaarin alueelle sijoitettiin satunnaisesti 400 testipistettä (otosyksikköä) toistaen otonta 300 kertaa. Tulosten keskiarvo (ka) peittävyysprosenttina oli 8.67% keskihajonnalla (s) 1.31%. Näistä laskettu variaatiokerroin on 15.17% (s/ka).

3.6.4 Systemaattinen otanta

Otannan vaatima satunnaistus voidaan järjestää s.e. ensimmäinen otosyksikkö arvotaan, ja valitaan sen jälkeen esim. joka N's alkio otokseen (joka viides, seitsemäs, jne.). Metsässä voidaan toimia s.e. näytealat/pisteet (otosyksiköt) sijoitetaan hilaan, joka on tasavälinen tai jompaankumpaan suuntaan tiheämpi. Satunnaistus hoidetaan arpomalla yhden pisteen (otosyksikön) sijainti, jonka jälkeen muiden sijainti määräytyy yksikäsitteisesti hilan mukaan.

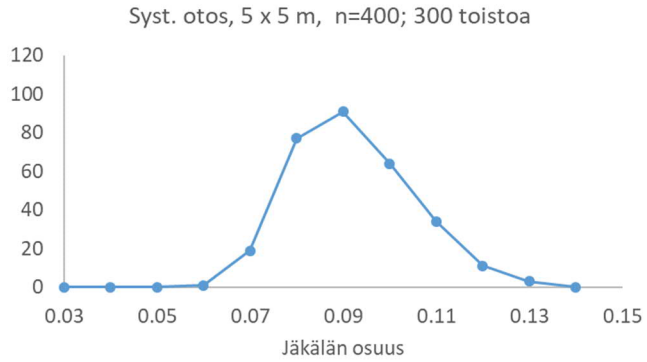


Kuva 85. Systemaattisessa otannassa satunnaistus tapahtuu kerran, kun arvotaan ensimmäinen otosyksikkö, jonka jälkeen kaikki muut sijaitsevat systemaattisesti. Tässä inventoidaan samaa hehtaarin metsää, jonka pohjalla on jäkälälaikkuja (vasen). Otos on mitattu 400 pisteestä, jotka sijaitsevat yhdensuuntaisilla (S-N, etelä-pohjois) linjoilla, joita on 20 m välein. Linjalla on pisteitä (ns. koealaväli) metrin välein. 33 pistettä on osunut jäkälälaikkuun (oikea kartta) eli estimaatti jäkälän pinta-alaosuudeksi on 33/400 = 8.3%. (vrt. Kuva 83)

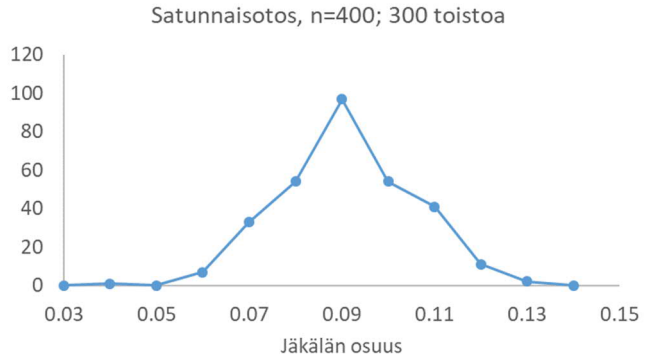
Kuva 83 ja Kuva 85 esittävät simulaatioita, joissa jäkälälaikku -populaation tilajärjestys ei ole satunnainen, vaan siinä esiintyy ryhmittäisyyttä. Jäkäliä voi esiintyä enemmän esim. latvusaukkojen kohdilla, mikä selittäisi kuvien mukaisen ryhmittäisyyden. Satunnaisotannalla ja systemaattisella otannalla tehtyjen simulaatioiden tulokset esitetään alla (Taulukko 4).

Taulukko 4. Simulointikokeiluja, 300 toistoa. Ryhmittäinen tilajärjestys (Kuva 85).

Hila	n	Keskiarvo	Hajonta	CV
Satunnainen	400	8.67	1.31	15.2
30 × 0.83 m	400	8.75	2.01	23.0
20 × 1.25 m	400	8.76	1.99	22.8
10 × 2.5 m	400	8.81	1.75	19.9
5 × 5 m	400	8.78	1.16	13.6



Kuva 86. Jäkälän osuuden estimaattien histogrammi systemaattisessa otannassa linjävälillä 20 m ja pisteväliliä 2.5 m. Vertaa Kuva 84



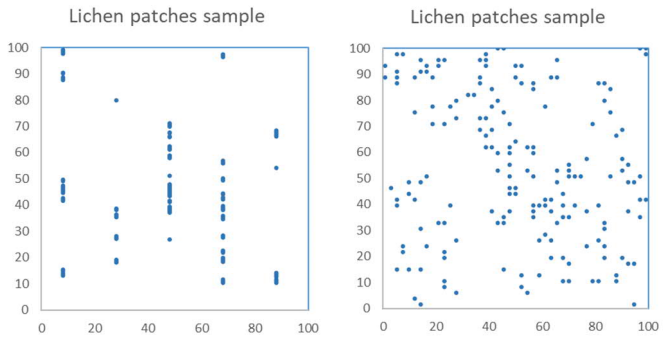
Tulokset osoittavat, että systemaattisen hilan muodolla (näytteenottovälillä ja sen symmetrialla) on vaikutus otantavirheen suuruuteen. Systemaattisella otannalla saavutetaan suurempi tarkkuus kuin satunnaisotannalla, kun hila on symmetrinen ja tasavälinen (5 × 5 m). Tällöin keskivirhe on suhteellisesti ilmaistuna (variaatiokerroin, CV) pienin, 13.6%. Satunnaisotannassa se oli 15.2. Linjavälin kasvattaminen (5→30 m) pisteväliä samanaikaisesti lyhentämällä (5→0.83 m) huononsi tarkkuutta, vaikka samalla otannan käytännön toteuttaminen helpottuu (kustannukset), koska maastossa kuljettava kokonaismatka pienenee. Jäkälälaikkujen halkaisija oli tasajakautunut 0.2-2 m.

Seuraavaksi testattiin otoskoon vaikutusta. Osuuden keskivirheen kaavan mukaan otoskoon nelinkertaistaminen puolittaa keskivirheen, eli simuloinnissa saadun keskihajonnan ja variaatiokertoimen. Otoskoon kasvattaminen 400 testipisteestä 1600 vaikutti tarkkuuteen (Taulukko 8). Systemaattisessa otannassa keskivirhe ei puolittunut, vaan pieneni ainoastaan 25%, kun pisteet laitettiin 10 m välein oleville linjoille 2.5 m sijaan 62.5 cm välein. Sen sijaan satunnaisotannan otoskoon nelinkertaistaminen likipitäen puolitti hajonnan. Sama voitiin havaita, kun tasavälinen 5 m hila muutettiin 2.5 m hilaksi. Ja, systemaattinen otanta oli variaatiokertoimella mitaten paljon tarkempi (4.3 vs. 8.8 %) kuin satunnaisotanta samalla otoskoolla, 1600 pistettä.

$$Osuuden\ keskivirhe, s_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Taulukko 5. Simulointikokeiluja systemaattinen otanta (300 toistoa). Otantatiheyden kasvattaminen. Ryhmittäinen tilajärjestys (Kuva 85).

Hila	n	Keskiarvo	Hajonta	CV
Satunnainen	1600	8.79	0.78	8.8
Satunnainen	400	8.67	1.31	15.2
10 x 0.625 m	1600	8.71	1.40	16.1
10 × 2.5 m	400	8.81	1.75	19.9
2.5 ×2.5 m	1600	8.76	0.38	4.3
5 × 5 m	400	8.78	1.16	13.6



Kuva 87. Vasen: 20 × 0.25 m hilan osumat laikkuihin eräässä simuloidussa peittävyysinventoinnissa. Oikea: Sama eräässä 2.3 ×2.3 m hilan inventoinnissa.

Saatujen tulosten valossa voisi todeta seuraavaa:

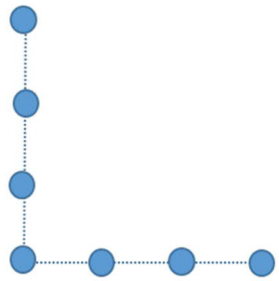
- Otoskoon kasvattaminen parantaa tarkkuutta eli pienentää keskivirhettä suhteessa otoskoon neliöjuureen, jos koealat ovat satunnaisesti sijoittuneita tai tasavälisessä hilassa.
- Jos pisteet ovat ”liian lähellä toisiaan”, efektiivinen otoskoko ei kasva pisteiden lukumäärän funktiona suoraviivaisesti.
- Systemaattinen otanta näyttäisi olevan tehokkaampi kuin satunnaisotanta samalla otoskoolla.

3.6.5 Systemaattinen Ryväsotanta

Edellisten esimerkkien 5 × 5 m ja 2.5 × 2.5 m hilat aiheuttavat paljon kulkemista samalla, kun niillä saavutettiin tarkemmat tulokset verrattuna 10 × 2.5 m ja 10 × 0.625 m tapauksiin, joiden otoskoot ovat samat.

Kävelyä (kustannuksia) voidaan vähentää, jos koealat (tässä esimerkissä testipisteet) sijaitsevat lähempänä toisiaan, mutta samalla tulee huolehtia siitä, että koko alue tulee katetuksi. Vaikeasti saavutettavissa olevilla alueilla ryväsotanta (koealat lähellä toisiaan, rypäinä) voi olla ainoa järkevä mahdollisuus kerätä maastotiedot (saaristometsät, laikuttain esiintyvät metsät maatalousvaltaisilla alueilla, vuoristoalueet, tiettömät helikopterilla saavutettavissa olevat alueet). Ryväsotannassa otosyksiköt (pisteet, koealat, haastateltavat) sijaitsevat rypäissä, joiden sijainti (”osuminen populaatioon”) satunnaistetaan.

Edellä saatiin keskivirheeksi 1.16%, kun pisteitä oli 400 ja hila oli tasavälinen (5 × 5 m). Simulaattorimme osaa tuottaa koealarypäitä, joissa on 7 koealaa L-kirjaimen muodossa tietyllä etäisyydellä keskimmäisestä koealasta katsottuna.

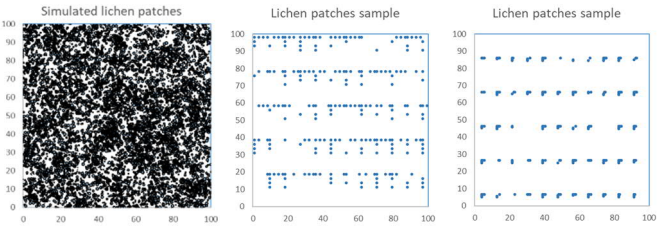


Simulaattorin koeala- (testipiste-) ryväs.

Taulukko 6 havainnollistaa, kuinka ryväsotannan tulokset muuttuvat simuloinnissa, kun koealojen välistä etäisyyttä muutetaan rypään sisällä. Lyhyt etäisyys pienentää kustannuksia, mutta pisteet osuvat useammin samaan jäkälälaikkuun, jotka sijaitsevat ryhmittäin. Tämän takia tarkkuus heikkenee, kun rypään koko pienenee. Rypään koealojen tulee olla ”riittävän” etäällä toisistaan. Riittävyys riippuu populaation spatiaalisesta rakenteesta.

Taulukko 6. Simulointikokeiluja systemaattinen Ryväsotanta (300 toistoa).. Ryhmittäinen tilajärjestys (Kuva 85). Peittävyys noin 9.7%, ryvästynyt jäkälälaikkujen spatiaalinen rakenne.

Koealaväli	n	Keskiarvo	Hajonta	CV
2 m	400	8.62	1.61	18.7
1.5 m	400	8.40	1.70	20.3
1 m	400	8.54	1.85	21.7
0.5	400	8.78	2.52	28.7



Kuva 88. Visualisaatio. Ryväsotanta L-muotoisilla koeala-rypäillä, joissa koealaväli oli 2.5 m (vasen) ja 0.5 m (oikea). Jäkälän peittävyys on suuri, jotta ryppäät näkyvät kuvissa.

Esimerkit osoittavat, kuinka systemaattisen otannan tarkkuus muuttuu koealojen (pisteiden) sijoittelun ja lukumäärän mukana. Systemaattinen otanta metsään sovellettuna on monesti tarkempi kuin satunnaisotanta eli satunnaisotannan kaava aliarvioi tarkkuutta. Toisaalta, mikäli populaatiossa on ryhmittäisyyttä tai se on paikallisesti korreloitunut, johtaa hilan epäsymmetrisyys tarkkuuden heikkenemiseen, joskin samalla kustannukset pienenevät (kulkumatka).

Ei ole olemassa helposti sovellettavaa kaavaa, jolla systemaattisen otannan tarkkuus arvioidaan, vaan se pitää selvittää empiirisesti tai tekemällä oletuksia (tai mallintamalla) populaation korrelaatiorakenteesta.

Entä jäkälälaikkujen kokojakauman estimointi?

Jokaisessa jäkälään osuneessa pisteessä voitaisiin mitata myös laikun koko.

Jos laikkujen todellinen pinta-alajakauma (jota olemme estimoimassa) olisi tasajakautunut, seuraa tästä, että alueella on pieniä (halkaisijaltaan) laikkuja lukumääräisesti enemmän kuin suuria, onhan laikun pinta-ala suhteessa halkaisijan neliöön (ympyrä).

Systemaattinen pisteotanta tapahtuu kuitenkin pinta-alan suhteen, eli otosyksiköistä laskettu jakauma antaisi helposti sen käsityksen, että pinta-alaltaan suurempia laikkuja on enemmän kuin pieniä.

Esimerkki: Hehtaarin (10000 m^2) alueelle mitataan 10000 pistettä eli piste neliömetriä kohden. Laikkuihin osui 500 pistettä eli jäkälää on 5% pinta-alasta, yhteensä 500 m^2. Laikkuja oli halkaisijaltaan neljää kokoa (10, 20, 40 ja 80 cm) ja kaikkia kokoja tavattiin 125 pisteessä. Tästä ei voi 100% varmuudella päätellä, että nämä ovat ainoat alueella tavattavat kokoluokat, mutta otoksen mukaan näin on. Voi olla, ettei kooltaan muunkokoiseen satuttu osumaan. Voidaan kuitenkin päätellä, että säteeltään 10 cm laikkuja on todellisuudessa noin 64-kertainen lukumäärä verrattuna 0.8 m laikkuihin (0.1/0.8)^2. Todennäköisyys sille, että menetelmällä löydetään 0.8 m kokoiset laikut, on noin 50%, kun pisteitä on yksi per neliömetri, ja laikut sijaitsevat satunnaisesti. 50% tulee siitä, että yhden säteeltään 80 cm laikun pinta-ala on 0.5026 m^2. Kaikkia kokoluokkia osui otokseen sama määrä 125 kpl ja yhteensä jäkälään osui 500 pistettä. Yksittäisten säteeltään 10, 20, 40 ja 80 cm olevien laikkujen (ympyräoletus) pinta-alat ovat 0.00785, 0.0314, 0.1256 ja 0.5026 m2. Kertomalla pinta-alat lukumäärillä 15915.49, 3978.87, 994.72 ja 248.67 saadaan jokaisen kokoluokan pinta-alaksi niille estimoitu arvo eli 125 m^2, ja tästä yhteensä 500 m^2, mikä on 5% hehtaarin pinta-alasta.

Tässä otantatodennäköisyys oli suhteessa havaintoyksikön kokoon (pps-otanta). Metsänmittauksessa tätä periaatetta sovelletaan relaskooppia käytettäessä. Relaskooppi valitsee puita otantaan s.e. otantatodennäköisyys riippuu rungon poikkileikkausalasta. Poikkileikkaus korreloi puuston arvon kanssa, ja jos tavoitteena on selvittää puuston arvon ”kokonaisvolyymi”, kannattaa soveltaa otantaa, joka on tarkempi arvokkaille puille. Relaskoopilla valittuun otokseen päätyy suurempi osuus isoista rungoista verrattuna pieniin puihin. Relaskoopista lisää puustotunnusten mittaamisen yhteydessä. PPS-otantaa sovelletaan esim. asiakastutkimuksissa, jossa isolle potentiaaliselle asiakkaalle annetaan pieniä suurempi todennäköisyys kuulua otokseen.

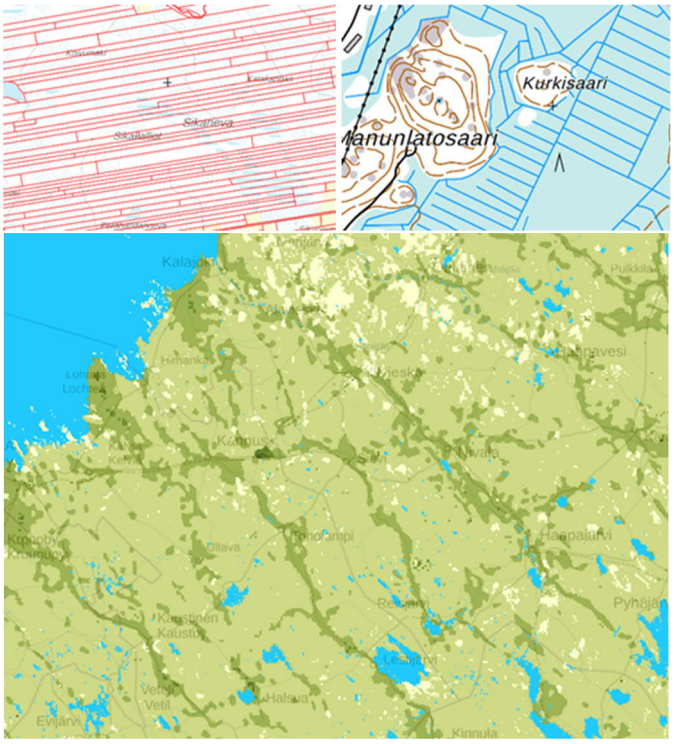
https://en.wikipedia.org/wiki/Sampling_(statistics)#Probability-proportional-to-size_sampling

3.6.6 Subjektiivisuuden ja jaksollisuuden vaaroista otannan yhteydessä

Otantavirheen odotusarvo on nolla, jos satunnaistus onnistuu, ja kaikilla otosyksiköille on sama tai tunnettu todennäköisyys päätyä otokseen. Tällöin otannalla saatuun tulokseen liittyvä epävarmuus on vain epätäsmällisyyttä, eli otannan toistaminen tuottaa tuloksia oikean arvon ympärillä, keskiarvona oikea tulos.

Subjektiivinen valinta ei ole otantaa. Koealan ”pieni harmiton siirto (tai haastateltavan vaihtaminen) saattaa houkutella metsänmittaajaa, jos sen avulla välttyy jonkin kohteen ikävältä mittaamiselta (maapuita yli loikittavaksi, näkyvyyttä haittaava runsas alikasvos, ikävästi oksaisia puita, kivikkoa tai ojia). Joskus koeala on pakko jättää mittaamatta, jos se osuu saareen, jonne ei ole pääsyä, mutta tätä pitää välttää, jotta tuloksiin ei synny valintaharhaa. Tutkijaa (tai rahoittajaa) saattaa houkutella sellaisten kohteiden valitseminen, jotka ”tukevat haluttuja tuloksia”. Tätäkin näkee, valitettavasti. Tutkimusraporttien lukijan on oltava tarkkana, sillä tutkijat eivät välttämättä huomaa virhettään (tai korosta asiaa kriittisesti ”hyvien” tulosten tarkastelun yhteydessä), kun heillä on julkaisemisen paineita.

Systemaattiseen otantaa liittyy karkean virheen vaara, jos jostain syystä populaatiossa esiintyy jaksollisuutta eli tutkittava ilmiö ”aaltoilee”. Ihminen tuottaa ”aaltoilevaa systemaattisuutta” luontoon.. Neuvostoliitossa (ja muullakin) metsät jaettiin ruutuihin hakkuiden suhteen kestävän metsätalouden harjoittamisen yksinkertaistamiseksi (Kuva 90). Kuviota on saatettu hoitaa periaatteella ”uudistetaan joka viides ruutu kerran 20 vuodessa”. Metsää on voitu uudistaa etenevää rintamaa käyttäen, esim. 30 m leveä yhdensuuntainen kaistale kerrallaan. Kasvatusmetsään raivatut ajourat voivat toistua säännöllisin etäisyyksin kuten ojat ojitetuilla soilla tai kermit rämeellä. Maanjakotoimitukset ovat tuottaneet jaksollisuutta. Samoin jääkausi. (Kuva 89).



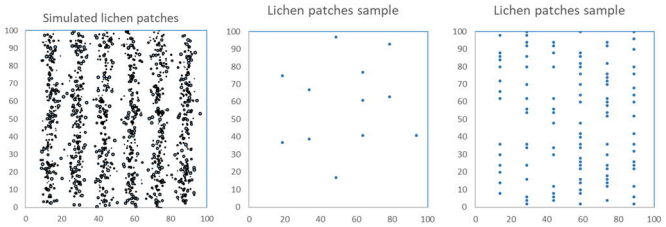
Kuva 89. Vasen: Kiinteistörajoja Kauhavalta (Karttapaikka). Kiinteistöt ovat kapeimmillaan 30 m levyisiä. Oikea: Ojaverkko Ruoveden Viheriäisennevalta (Karttapaikka). Alhaalla: Maapeitepaksuus –karttataso (gtkdata.gtk.fi.) Pohjanmaalta.

Systemaattisen arviointiin (otantaan) liittyvää ”jaksollisuuden vaara” -ongelmaa havainnollistetaan seuraavassa simulaatioiden avulla. Populaationa on sama 1 hehtaarin metsäalue ja sen jäkälälaikut, ja tehtävänä on arvioida alueelle jäkälän kokonaispeittävyys 0-100%. Tähän sovelletaan systemaattista pisteotantaa, jossa siis alueelle mitataan pistehila, ja kussakin pisteessä tarkastetaan, osuiko piste jäkälälaikkuun vai ei. Tässä luokkia on kaksi, mutta menetelmän voi yleistää useamman luokan (kasvilaji, kasvupaikkaluokka) pinta-alaosuuksien estimointiin.



Kuva 90. "Ruudutettua metsää" Kaakkois-Virosta (Google Earth).

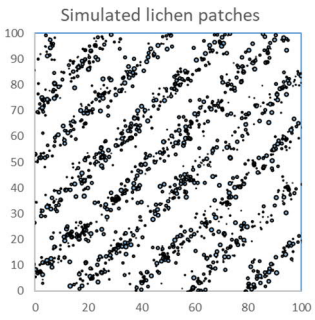
Hilan suuntainen jaksollisuus –esimerkki. Tulokset voivat vaihdella rajusti, jos systemaattinen hila osuu samaan taajuuteen kuin tutkittava ilmiö. Kuva 91 ja Kuva 92 havainnollistavat ilmiötä.



Kuva 91. Itä-länsisuunnassa toistuva jäkäläikkujen spatiaalinen rakenne (vasen) ja tulokset kahdesta inventoinnista, joissa hila on 15 × 2 m ja "linjat" samansuuntaisia kuin "jäkäläharjanteet" kartalla. Linjasto on osunut keskimmäisen kuvan simulaatiossa "laaksoihin" (raju aliarvio peittävyydelle,) ja oikealla olevassa kuvassa linjasto on osunut "harjantaisiin" (voimakas yliarvio peittävyydelle).



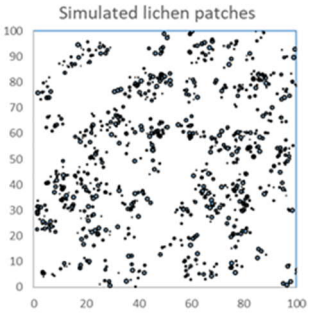
Kuva 92. Tulosten vaihtelu 50 toistetussa systemaattisessa arvioinnissa, kun linjasto on "jäkäläharjanteiden" suuntainen, ja pistehilat olivat 15×2 m, 13×2.31 m ja 5×6 m. Variaatiokertoimet vastaaville hiloille olivat 122, 14 ja 16% eli 13 m linjaväli oli täsmällisin, koska se ei osunut samaan 15 m jaksollisuuden vaiheeseen usein (15, 30, 45, 60, 75,.. vs. 13, 26, 39, 52, 65, 78,..). Käytettäessä 5 m linjaväliä tämä tapahtuu useammin ja 15 m linjaväli oli erityisen vaarallinen (kymmenkertainen variaatiokerroin).



Jos "ilmiötä kierretään 45 astetta", muuttuu tilanne. Nyt kuviot toistuvat pysty- ja vaakasuunnissa √2×15 m välein, ja vaihtelu on pientä.

Hila	CV (%)
15×2 m	13
10.6×2.82 m	10
5.66×5.33	10

3.6.7 Milloin satunnaisotannan kaavoilla saa systemaattisen otannan estimaattoreille luottamusvälit?

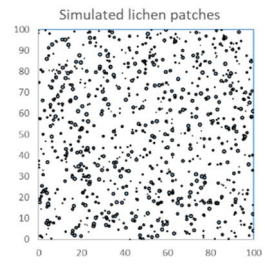


Systemaattisen otannan yhteydessä simulointiesimerkit laskettiin kuvan mukaisessa ryhmittäisessä populaatiossa. Voitiin todeta, että tulosten hajonta pieneni, kun systemaattisen pisteverkko asetettiin tasaväliksi, eikä pisteiden lisääminen – vastoin kaavaa - pienentänyt otantaepävarmuutta, silloin kun otosyksiköitä lisättiin "liian lähelle toisiaan", vaikka siis *n* kasvoi.

Otantavirhe oli kuitenkin pienempää systemaattisella tasavälisellä verkolla kuin satunnaisotannalla. Samalla otoskoolla systemaattinen otanta oli siis tarkempi kuin satunnaisotanta, kun populaatio oli korreloitunut (ryhmittynyt).

Satunnaisotannan keskivirheen kaava antaa eo. syystä yleensä yliarvion systemaattisen otannan estimaattien keskivirheelle. Mutta, parempaakaan vaihtoehtoa kaavaksi ei ole. Tarkkuus selvitetään joko empiirisesti tai simuloimalla. Empiirinen menetelmä on työläs, koska siinä tarvitaan paljon toistoja erilaissa populaatioissa (korrelaatiorakenteen selvittämiseksi), simulointi taas edellyttää tarkasti mitattua populaatiota, jonka jälkeen työn tekee tietokone.

Satunnaisotannan keskivirhekaavojen mukaan keskivirhe puolittuu, kun otoskoko *n* nelinkertaistuu. Näin ei tapahtunut systemaattisessa arvioinnissa, kun populaatio oli ryvästynyt ja lisäpisteet asetettiin liian lähelle toisiaan (paljon lähekkäisiä pisteitä harvakseen asetetuilla linjoilla). Sama havaittiin myös ryväsotannan yhteydessä (koealat lähellä toisiaan seitsemän koealan L-rypäässä).



Simuloidaan seuraavaksi satunnainen jäkäläläikkujen tilajärjestys. Siinä laikun koordinaatit on arvottu tasajakaumista 0-100 m ja laikun säde on sekin tasajakautunut satunnaisluku 10-100 cm. Tutkitaan kokeellisesti (simuloimalla), onko systemaattisesta mitään hyötyä verrattuna satunnaisotantaan, ja, päteekö otoskoon ja keskivirheen neliöllinen suhde myös tässä tilajärjestyksessä.

Asetetaan otoskooksi 200. Jäkäläläikkuun osuminen tutkitaan siis 200 pisteessä, jotka ovat joko satunnaisissa paikoissa tai systemaattisesti 7 × 7 m hilassa. Jäkälän peittävyys voi saada arvoja 0, 1/200, 2/200, jne. Simuloinnissa toistetaan otanta 300 kertaa, jonka jälkeen tutkitaan saatujen peittävyysestimaattien vaihtelua. Tulosten keskihajonta on simuloitu estimaatti (satunnaisluku, jolla on omat luottamusvälit) osuuden keskivirheelle, jonka kaava satunnaisotannassa on:

$$Osuuden\ keskivirhe, s_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Satunnaisvaihtelu vaikuttaa simuloinnin tuloksiin ja toistoja on oltava riittävästi, jotta havaituista eroista voidaan tehdä "varmoja päätelmiä" (pienellä riskitasolla).

Taulukko 9 kokoaa tulokset satunnaisesti järjestyneessä jäkäläpopulaatiossa. Samaan karttaan kohdistettiin systemaattinen otanta,

satunnaisotanta ja systemaattinen ryväsotanta. Tasavälisen hilan tapauksessa otantavirhe pieneni 23.2 → 13.4%, (58%) kun otoskoko puolittui, mikä on oletettua suurempi pudotus. Kaavan mukaan keskivirheen tulisi pienetä 01/√2 –kertaiseksi (71%), kun otoskoko puolittuu.

*Taulukko 6. Simulointikokeiluja satunnainen tilajärjestys. n = otoskoko eli testipisteiden lkm, Keskiarvo = simuloitujen peittävyysestimaattien aritm. keskiarvo, Hajonta = edellisten keskihajonta, CV = hajonta/keskiarvo*100, Teor. = satunnaisotannan kaavasta laskettu keskivirhe-estimaatti.*

Otanta	n	Keskiarvo	Hajonta	CV	Teor.
5 × 5 m	400	9.42	1.26	13.4	1.46
7 × 7 m	200	9.41	2.18	23.2	2.07
Sat. otanta	400	9.49	1.50	15.8	1.47
Sat. otanta	200	9.64	2.05	21.3	2.09
Ryväs, 1.5 m	400	9.50	1.49	15.7	1.47

Kun jäkäläpopulaatio on satunnaisesti jakautunut, ei systemaattisesta otannasta koidu kuin marginaalinen hyöty satunnaisotantaan nähden. Satunnaisotannassa kaksi pistettä voi sijaita hyvin lähellä toisiaan, ja osua samaan jäkälälaikkuun – tästä voi seurata marginaalinen hyöty.

Toistojen lukumäärä simulaatiossa oli 300 ja on melko pieni. Simuloinnin tulokset tarkentuvat, mitä suurempi on toistojen lukumäärä, kunhan simulaattorin satunnaislukugeneraattorit toimivat moitteettomasti. Simulaatiot on toteutettu Excel-ohjelman VBA-kielellä, joka on melko hidas laskemaan. Simulaattorin estimaatti keskivirheeksi päti melko tarkasti satunnaisotannan tapauksessa (1.50 vs. 1.47 ja 1.49 vs. 1.47), mikä tukee sitä käsitystä, että simulaattori toimii kohtaisen ”oikein”.

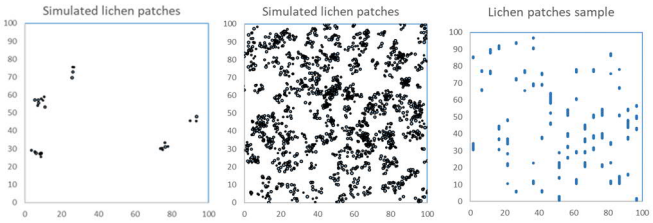
Simulointi on kätevää, jos ei osaa analyyttisesti johtaa ratkaisua, mutta simulointiin kuluu ohjelmoinnin vaiva ja tulosten laskenta kestää! Tämän lisäksi voidaan todeta, että realististen populaatioiden simulointi ei ole lainkaan triviaali tehtävä, ja jos populaation rakenne ei vastaa todellisuutta, ei simulaatiokaan anna todellista kuvaa. Monisteessa esitellään metsiköitä, joiden kaikki puut on mitattu ja simulaattori voi toistaa otantamittauksia oikeassa populaatiossa. Suuren metsäalueen puu-puulta mittaaminen on työlästä.

3.6.8 Moniasteinen otanta

Jossain tilanteissa saattaa olla hyötyä otannan asteittaisesta tihentämisestä, jolloin aluksi mitataan esim. joka 50’s metsikkökuvio (tai harva pisteistö), jotta saadaan myöhemmin tarkentuva arvio metsäalueen kokonaispuustosta (esim. ostotarjouksen jättäminen metsätilasta). Otantaa siis jatketaan myöhemmin otantatiheyttä kasvattamalla. Tulokset tarkentuvat ja otosvaihtelusta voidaan arvioida, milloin on saavutettu haluttu tarkkuus ja voidaan tehdä päätös tunnetulla riskitasolla. Ensimäisen asteen otoksen perusteella alue voidaan myös osittaa, jolloin seuraava otos tuottaa tehokkaampia estimaattoreita.

3.6.9 Harvinaiset ilmiöt

Jos ilmiö on harvinainen, ei siitä saada montaa näytettä otannan yhteydessä. Harvinaisten ilmiöiden estimaatit jäävät vääjäämättä epätarkoiksi. Joskus harvinaiset ilmiöt ovat paikallisesti korreloituneita eli on todennäköistä löytää sama ilmiö kerran löytyneen läheltä. Tällöin voidaan soveltaa erilaisia adaptiivisia menetelmiä, joissa otantaa muutetaan paikallisesti, kun tutkittava ilmiö löytyy tai se saa tietyn arvon. Erilaiset adaptiiviset menetelmät eivät välttämättä takaa tuloksen harhattomuutta, mutta voivat minimoida otannan tarkkuuden (RMSE), koska pienentävät epätäsmällisyyttä. Alla esitetyissä kuvissa on simulaattorin avulla kokeiltu adaptiivista systemaattista otantaa, jossa ”seuraava piste linjalla” mitataan lyhyemmän etäisyyden (”askeleen”) päästä, aina kun piste osuu ”harvinaiseen” jäkälälaikkuun. Otantaväli palaa harvaksi, jos tutkittavaa kohdetta ei löydy.



Kuva 93. Vasen: Harvinainen ilmiö (jäkälä), jonka peittävyys hehtaarin metsikössä on 0.5%, ja joka esiintyy ryhmittäytyneenä. Keskellä ja oikealla: Visualisointia varten luotu jäkäläkartta, jonka peittävyys on noin 50% ja sen inventointiin sovellettu adaptiivinen 5 x 5 m systemaattinen otanta (löydetyt jäkälät, oikealla), jossa pisteväliä lyheni 1.25 metriin, aina kun havaitulta pisteeltä löydettiin tutkittavaa jäkälää.

*Taulukko 7. Simulointikokeiluja - harvinainen ryvästynyt populaatio. Adaptiivisessa otannassa pisteväli lyheni 5 m 1.25 metriin, kun löytyy piste, joka kuului tutkittavaan harvinaiseen jäkälään. Adaptiivinen menetelmä on tässä tapauksessa tuottanut pienimmän variaatiokertoimen **, mutta vain pienellä marginaalilla.*

Otanta	n	Keskiarvo	Hajonta	CV
5 × 5 m	400	0.43	0.28	65
5 × 5/1.25 m	n. 424	0.47	0.29	61**
Satunnainen	400	0.43	0.34	78
Ryväs	400	0.37	0.38	101

Adaptiivisia menetelmiä sovelletaan erityisesti ekologisissa tutkimuksissa, kun tiedetään populaation tilajärjestyksen olevan voimakkaasti korreloitunut ja otannalla selvitettävä ilmiö on harvinainen.

Adaptiiviset menetelmät ovat intuitiivisia esim. kasviharrastajalle, joka etsii hyvin harvinaisia kasveja, joiden esiintymät ovat usein hyvin paikallaisia. Yhden yksilön löytyminen on paras ennuste seuraavan löytymiselle (kuljetaan ”silmät auki”).

3.6.10 Systemaattinen linja-arviointi

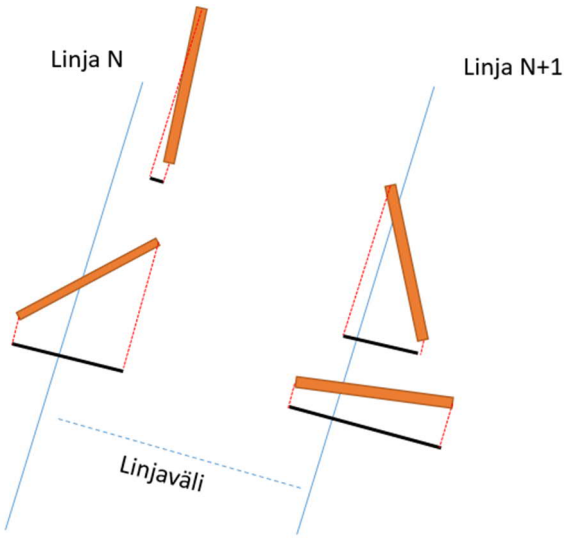
Aihe tuli monisteen alussa esille esimerkkien kautta luvuissa (1.3.5 Esimerkki - Kuinka paljon jäkälää?) ja (1.3.6 Esimerkki - Kuinka paljon maapuita?).

Linja-arvioinnissa kartalle asetetaan linjasto, joita kuljetaan maastossa ja samalla tehdään havaintoja linjat leikkaavista pinta-alan omaavista kohteista (laikut, metsätyyppikuviot, muurahaispesät, papanakasat) tai viivamaisista kohteista (rungot, eläimen jättämät jäljet), jotka leikkaavat linjan.

Linjoittainen arviointi on helppo toteuttaa ”aluekohteille” niiden pinta-alaosuuksien tai pinta-alan estimointiin. Jos linjasto on yhdensuuntainen ja linjoja on N metrin välein, edustaa ”yksi kuljettu metri linjaa ”N neliömetriä tutkittavaa populaatiota”. (paperikarttojen aikakaudella alueiden pinta-alat mitattiin tällä periaatteella kartan päälle asetetulla läpinäkyvällä linjastolla / ruudukolla). Linjaston pitää alkaa täsmälleen alueen reunasta ja päätyä toiseen reunaan. Jos linjaväli on N metriä, ja linjojen kokonaispituus on 3 km, on alueen pinta-alan estimaatti N×3000 neliömetriä. Jos linjoilta tavataan muurahaispesiä, joiden ”yli kuljetun” matkan kokonaispituus on M metriä, on muurahaispesien peitossa M/3000 osuus pinta-alasta. Systemaattisen linja-arvioon sisältyy sama vaa-

ra, joka johtuu populaation jaksollisuudesta. Kuvittele tilanne, jossa linjat kulkevat pohjanmaalla kaakko-luode suuntaisina (Kuva 89). Tulokseksi voidaan saa hyvin pieni tai suuri luku moreenimaiden osuudelle (tai moreenimaista riippuville ilmiöille), jos linjasto asettuu pinnanmuotojen suhteen sopivaan vaiheeseen. Linjat kannattaa asettaa kohtisuoraan suuntaan, kun mitataan pinta-ala-osuuksia ja ilmiö on mikro- tai makrotasolla spatiaalisesti systemaattinen. Mikrotasolla tarkoitetaan esim. sitä, että muurahaispesät olisivat venyneitä tietyssä ilmansuunnassa eivätkä ympyräsymmetrisiä.

Palataan vielä maapuuinventointiin linja-menetelmällä.



Kuva 94. Linja-arviointi maapuiden määrän ja kokojakauman estimoimiseksi. Linjat ovat samansuuntaisia, ja esim. 50 m etäisyydellä toisistaan. Tämä on linjaväli. Kunkin rungon otantatodennäköisyys riippuu linjavälistä ja rungon skaalariprojektiosta linjaa vastaan kohtisuoraan olevalle suoralle (mustat viivat).

Maahan kaatuneet rungot ovat ”vektoreita”, joilla on alku- ja loppupiste, joiden koordinaatit ovat (X_a,Y_a) ja (X_l, Y_l). Niistä voidaan laskea rungon suunta ja pituus.

$$dx = X_l - X_a$$

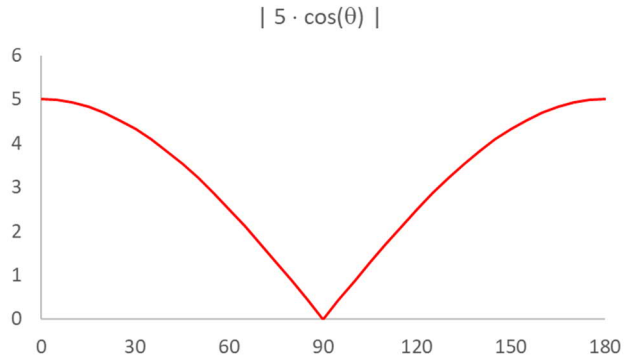
$$dy = Y_l - Y_a$$

$$l = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$\theta = arctan\frac{dy}{dx}$$

Rungon suunta tyvi-latva voi vaihdella 0-360 astetta, mutta koska kyse on linjan ja rungon leikkauksesta, voidaan alku- ja loppupää ” vaihtaa”, jolloin erässä mielessä relevantiksi suuntavaihteluksi jää 180 astetta. Maastossa satunnaisessa kohdassa kulkeva linja leikkaa 5 metriä pitkän rungon sitä todennäköisemmin, mitä pidempi runko on projisoituna linjaa vastaan kohtisuorassa suunnassa. Tämä (vektorin skalaariprojektio suoralle) projektio lasketaan

$$|l \cdot \cos(\theta)|$$



Kuvaaja ei ole suora. Jos kaatumissuunta on satunnainen ja tasajakautunut välillä 0-180 astetta, saadaan 5-metriselle puulle projektion keskiarvoksi noin 3.2 m. Tarkka teoreettinen arvo on $2/\pi \cdot 5 = 3.183$ m. $2/\pi$ on kuvan funktion keskiarvo[25] annetulla välillä 0-180 astetta.

Otantatodennäköisyys voidaan laskea linjavälin ja puun pituuden avulla. Jos linjaväli on 100 m, on otantatodennäköisyys 5-metriselle puulle p_{5m}= 3.183/100 eli 3.183%. Jos inventoivan alueen pinta-ala on 10 km^2, osuu sille keskimäärin 10,000,000 m2/ 100 m = 100,000 m = 100 km linjaa. Oletetaan, että inventoinnissa löytyy 500 kpl 5-metrisiä runkoja. Koska otantatodennäköisyys (p_{5m}) oli 3.183%, on koko alueella näitä maapuita $1/p_{5m}$ –kertainen lkm eli 7850 runkoa. Vastaavasti, jos linjat leikkaavat 15-metrisen rungon 1000 krt, on näitä $((2/\pi \cdot 15)/100) \cdot 1000 = 10471$ runkoa. Luvut pätevät, jos ”runkojen suunnat” ovat tasajakautuneita 0-180 astetta suhteessa linjojen suuntaan. Saatu tulos on yliarvio, jos puut ovat useammin kaatuneet linjoja vastaan kohtisuoraan.

Otantatodennäköisyyteen vaikuttivat sekä rungon pituus että ”kaatumissuunta”. Puu, joka kaatunut linjojen suuntaan jää helposti pois otoksesta samoin kuin lyhyt puu. Otantatodennäköisyys pitää huomioida puiden kokonaismäärän estimaatin laskennassa ja siksi puista pitää mitata pituus ja on hyvä mitata myös kaatumissuunta.

3.6.11 Ositettu otanta

Ositetun otannan avulla parannetaan otoksen edustavuutta ja tarkkuutta jakamalla perusjoukko ennen otoksen poimimista osittaisiin. Tämä edellyttää, että tutkijalla on käytettävissään perusjoukkoa koskevia tietoja, joita voi käyttää osittamisessa. Perusjoukon alkio voi kuulua vain yhteen osittaeseen.

Otannan kustannukset riippuvat otoskoosta. Otannan tarkkuus riippuu tunnuksen vaihtelusta ja otoskoosta. Otantavirhe lähestyy nollaa, kun hajonta lähestyy nollaa. Absoluuttisesti ilmaistun summaestimaattorin virhe on myös mitätön, jos tunnuksen keskiarvo on pieni luku. Seuraavaksi osituksen hyötyjä ilmentävä esimerkki:

Arvioitaessa maapuiden määrää jollakin alueella, tiedämme (etukäteen), ettei nykyisissä 5-30-vuotiaissa metsiköissä voi olla runsaasti järeää maapuuta (biomassana), koska sitä ei niihin jätetty metsänuudistamisen yhteydessä. Sieltä täältä saattaa löytyä maahan kaatunut jättöpuu - ehkä 0.2 m3 hehtaaria kohden (runko tai pari kullakin muutaman hehtaarin uudistusalalla). Niiden löytäminen vaatii suuren otantasuhteen eli paljon työtä ja suhteellinen virhe (variaatiokerroin) voi silti jäädä suureksi. Nuorissa metsissä saa kulkea pitkän pätkän linjaa tai mitata monta tyhjää ruutua kohdatakseen järeän maapuun. Summaksi tulee pieni luku, vaikka pin-

[25] https://en.wikipedia.org/wiki/Mean_of_a_function

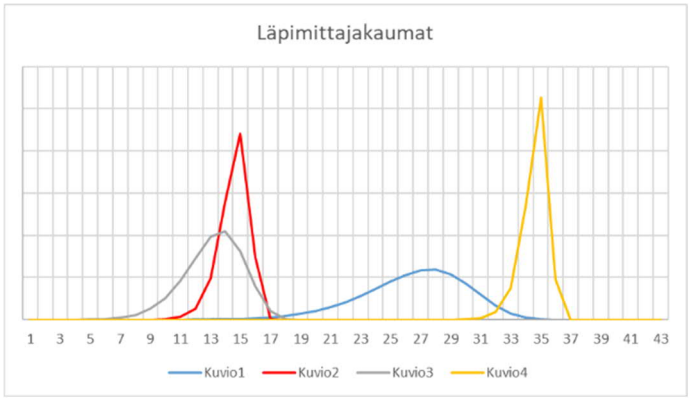
ta-alaa olisi paljon. Vanhoissa metsissä maapuita löytyy tiheämmässä ja määrät ovat suurempia. Mikäli tavoitteena on maapuun kokonaismäärän selvittäminen, kannattaa alue osittaa ja keskittää otosyksiköitä enemmän vanhoihin metsiin.

Ositukseen tarvitaan etukäteistietoa tai ”aputietoa”. Puoluekannatuslukuja mitattaessa voidaan maa osittaa maantieteellisesti, jos kysely pitää tehdä paikan päällä (matkakulut). Tässä apuna on tieto väestöntiheydestä.

Toisaalta, harvaan asutulla alueella (tai alueella, jossa vaihtelu on suurempaa) voidaan soveltaa suurempaa otantasuhdetta, jotta sieltä saadaan riittävästi havaintoja sellaisten päätelmien tekemiseksi, jotka koskevat alueellisia (osajoukkojen välisiä) eroja.



Kuva 95. Aputietoa ositusta varten: geologien kartta keskipisteenään Kiskon (Salo) Orijärvi. Erityisestä kallioperästä suoraan tai välillisesti riippuvaisen harvinaisen ilmiön inventointi kannattaa keskittää alueelle, jossa aputieto ilmentää sitä löytyvän todennäköisemmin.



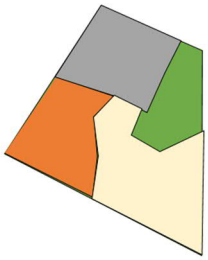
Kuva 96. Puiden kokojakauma neljässä ositteessa. Jokaisessa on yhtä monta puuta. Kokoa ilmaisee rungon läpimitta (cm). Suurimmat puut löytyvät kuviolta (ositteesta) 4. Kuviolla 1 on erikokoisia puita (vaihtelua).

Simuloimalla saatiin seuraavia tuloksia, kun *Hyöty* on suhdeluku, joka kuvaa, paljonko kokonaissumman keskihajonta (ja luottamusvälit) pienenivät vaihdettaessa tasa-allokaatiosta (10 puuta per osite) taulukon mukaiseen allokaatioon:

Kuvio	1	2	3	4	Hyöty	
N	15	6	7	12	22%	
	17	6	7	10	29%	***
	6	13	13	8	-19%	

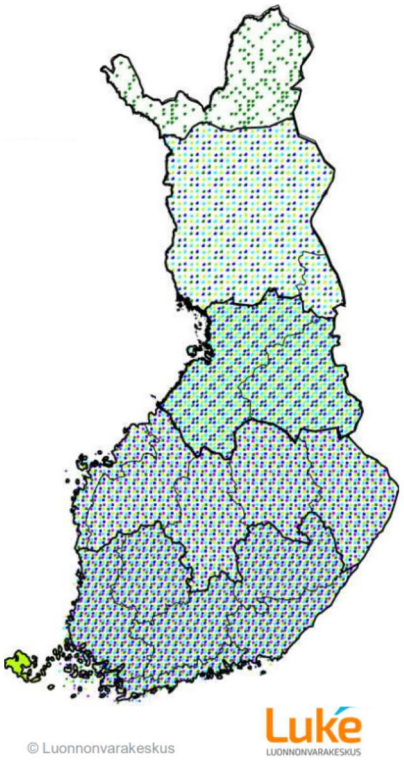
Optimaalinen allokaatio painottaa kuvioita (ositteita), joiden puut ovat suuria ja tilavuuden keskihajonta (varianssi) suurta. Näistä parametreista tarvitaan ennakkotietoa osituksen optimointia varten. Käytännön metsänmittaustilanteessa estimoitavia muuttujia on useita (samalta näytealalta tai mittauspisteestä mitataan monia asioita) ja otoksen optimaalista allokointia pohdittaessa on myös varottava ”sudenkuoppia”, johon yhden muuttujan (tässä biomassa) painottaminen osituksen perusteena voi johtaa.

Optimaalinen allokointi - esimerkki



Metsäalue voitiin jakaa neljään osa-alueeseen ilmakuvan ja ilmalaserkeilauskarttojen avulla. Kutsutaan niitä kuvioiksi 1-4. Puiden läpimittajakaumat esitetään ao. kuvassa.

Tavoitteena on selvittää mahdollisimman tehokkaasti alueen puiden runkotilavuuksien summa eli alueen kokonaistilavuus (m3). Laserkeilainaineistosta on saatu selville, että puiden kokonaislukumäärä on likipitäen yhtä suuri jokaisella kuviolla (ositteessa), vaikka kuviot ovat pinta-alaltaan eri kokoisia. Puun tilavuus riippuu puun läpimitasta ja pituudesta ollen noin ”läpimitta potenssiin 2.5”. Kuvion 4 puut ovat järeimpiä (keskimäärin 1.2 m3 per runko) ja kuvion 3 puut pienimpiä (0.1 m3). Satunnaisotannalla on mahdollisuus mitata 40 puuta. Allokoimalla mittaukset optimaalisesti voidaan saavuttaa parempi tarkkuus, kuin on mahdollista kohdistamalla sama otoskoko jokaiseen ositteeseen. Esimerkin asetelma on epätyypillinen metsänmittauksessa, koska tiedämme., kuinka monta puuta alueella on ja tehtävänä on vain arvioida kokojakauman keskiarvo. Normaalisti emme tiedä puiden (tarkkaa) lukumäärää etukäteen.



Kuva 97. Valtakunnan metsien inventoinnissa sovelletaan ositettua otantaa, jossa otantatiheys ja otantatapa vaihtelevat alueittain. Ositus pyrkii huomioimaan mittauskustannukset ja aineistosta koituvat hyödyt.

3.6.12 Suhde ja regressioestimointi

3.6.13 Monivaiheinen otanta

3.6.14 Otanta ja muutostulkinta – pysyvä otosyksiköiden joukko

Populaatiossa tapahtuneet muutokset voidaan havaita mittaamalla koko populaatio tai otokset kahtena ajankohtana.

Esim. metsäalueen puuston kokonaismäärä voidaan arvioida otannalla ajanhetkillä t ja t_{+5v}. Suuret puumäärän muutokset johtuvat yleensä hakkuista tai vakavista tuhoista. Puiden kasvu lisää puuston määrää melko tasaisesti. Otannasta aiheutuu kummankin ajankohdan puuston kokonaismäärän estimaattiin otantavirhe, jonka odotusarvo on nolla, jos otanta on tehty satunnaistamisesta huolehtien. Puuston määrän muutoksen estimaatti on kahden ajankohdan estimaattien erotus.

Jos otosyksiköt pidetään samoina kumpanakin ajankohtana, eliminoituu muutosestimaatista se satunnaisvirhe, joka syntyy siitä, kun otokset eri ajankohtina kohdistuvat erilaisiin metsiin (otoksiin). Tämä puoltaa ns. pysyvien koealojen käyttöä metsien inventoinnissa. Pysyvä koeala tarkoittaa sitä, ettei havaintopistettä (seurattavia puita, aluetta) vaihdeta. Menettelyyn sisältyy se riski, että kyseisiä metsiä ei hoideta kuten muita metsiä. Näin voi käydä, jos tieto pysyvän koealan paikasta päätyy metsien käytöstä päättävälle. Pysyvää koealaa käytettäessä pystytään esim. puiden kuolema ajoittamaan paremmin, jos koeala käydään mittaamassa esim. 4 vuoden välein. Tilannetta voi verrata TV-mittaritutkimukseen (katsojalukujen seuranta), jossa tutkimukseen osallistuvat tietävät juuri heidän TV:n katselua seurattavan, eikä se saisi vaikuttaa katselutapaan. Esimerkki on vanhahtava, koska TV on enää harvojen käytössä.

Pysyviä näytealoja on joskus syytäkin vaihtaa väärien päätelmien välttämiseksi. Jokin laji saattaa olla riippuvainen kasvillisuuden sukkessiovaiheesta eli on herkkä habitaatin muutokselle. Kerran sopiviin habitaatteihin perustettu pysyvien näytealojen muodostama (seuranta) otos voi osoittaa lajin hävinneen, kun todellisuudessa esiintymät siirtyneet (uusiin) sopivan sukkessiovaiheen habitaatteihin. Puut pysyvät paikoillaan ja siemenellinen lisääntyminen rajoittaa ”siirtymisvauhtia”. Itiökasvit pysyvät nekin aloillaan, mutta voivat ”siirtyä” pitkiäkin matkoja itiöiden avulla.

3.6.15 Liikkuvien kohteiden inventointi

Kasvit pysyvät pääsääntöisesti paikoillaan, mikä tekee niiden määrän ja ominaisuuksien estimoinnista helpompaa verrattuna esim. riistaeläimiin tai muuttaviin lintuihin. Puut eivät piilottele, ne eivät vaihda paikkaa tai olomuotoa toukasta aikuiseksi.

Puupopulaatiosta mitataan tunnuksia kuten puuston tiheys, puulajijakauma, runkojen kokojakauma, ikäjakauma ja sen muutokset (uudistuminen, kuolleisuus, hakkuut). Niiden avulla ohjataan metsien käyttöä ja suojelua. Riistaeläinpopulaation mielenkiintoisia ominaisuuksia voivat olla sukupuoli- ja ikäjakauma, kuolleisuus, kannan tiheys, liikkuvuus jne.

Liikkuvien eliöiden populaatioparametrien luotettava estimointi on haastavaa. Luotettavalla tarkoitetaan tässä tarkkaa, eli mahdollisimman harhatonta (keskiarvo oikein) ja täsmällistä (pieni vaihtelu) estimaattia.

Näytealan käyttö soveltuu joidenkin lajien estimointiin. Olkoot esimerkkinä etanat. Puutarhaan, jonka pinta-ala on A_{total}, mitataan samankokoisia näytealoja, joiden yhteenlaskettu pinta-ala on A_{sample}. Tällöin otantasuhde on näiden pinta-alojen suhde, ja yksilöiden kokonaismäärä saadaan kertomalla näytealoilta tavattujen yksilöiden lukumäärä otantasuhteen käänteisluvulla. Kultakin näytealalta saadaan havainto populaation tiheydestä, yksilöä/m2. Näiden keskiarvo on populaation keskitiheys, yksilöä/m2. Havaintojen keskihajonta jaettuna näytealojen lukumäärän neliöjuurella on keskitiheyden keskivirhe-estimaatti. Populaation koko (”yksilöä puutarhassa”) saadaan kertomalla keskitiheys alueen pinta-alalla. Tämä keskivirhe on keskitiheyden keskivirhe kerrottuna alueen pinta-alalla. Etanan havaittavuus on hyvä, eikä se pakene mittaajaa.

Kaista-arviointi soveltuu tilanteisiin, joissa näkyvyys on hyvä. Siinä mittaaja kulkee linjaa, ja laskee molemmin puolin havaitsemansa yksilöt aina tietylle kohtisuoralle etäisyydelle saakka. Etäisyys voi olla esimerkiksi 30 metriä, jolloin jokainen kuljettu metri vastaa 30 m^2 pinta-alaa, ja yksi kilometri vastaa 3 hehtaarin kartoitettua pinta-alaa. Jos mittaaja havaitsee kilometrin matkalla viisi metsoa, on estimaatti metsokannan tiheydelle 1.6 metsoa hehtaarilla. Ongelmaksi voi muodostua se, että lähellä linjaa oleva kohde havaitaan suuremmalla todennäköisyydellä kuin kauempana oleva kohde. Metso voi lähteä liikkeelle myös kaukaa edestä tai takaa. Ja kerran liikkeelle lähtenyt metso voi siirtyä linjalla eteenpäin. Etäisyyden vaikutuksesta aiheutuu helposti harhaa eli systemaattista virhettä, jota voi yrittää korjata vaikutuksen korjaavalla empiirisellä kertoimella (mallipohjainen päättely). Havainnoitsijan kyky erottaa kohde vaikuttaa myös tulokseen, ja mittaaja A voi saada havaita suurempia populaatiotiheyksiä kuin mittaaja B vain siksi, että hän on kokeneempi.

Eläimiä voi myös pyydystää sekä merkitä ja pyydystää sen jälkeen uudestaan (Mark-recapture). Ensimmäisenä ajanhetkenä pyydystetään ja merkitään n_1 yksilöä, jotka vapautetaan. Pyydykseen jäämisen todennäköisyys pidetään samana seuraavana ajankohtana, jolloin tutkitaan, kuinka suuri osuus pyydystetyistä oli merkittyjä yksilöitä. Jos osuus on 25%, ja jälkimmäisellä kerralla pyydystettyjen lukumäärä oli n_2, voidaan laskea, että koko populaatio on kooltaan $4n_2$. Alueen tulee olla tarkkaan maantieteellisesti rajattu, eikä alueelle saa tulla tai sieltä poistua yksilöitä.

Saalistilastointia on käytetty myös populaation tiheyden arviointiin. Ongelmana on menetelmän subjektiivisuus ja mittaustapa.

Talvi ja tuore juuri satanut lumi ovat avuksi riistalaskennoissa. Riistakolmiot (4 km tasasivuisia kolmioita) pysyvät samoissa paikoissa, jolloin paikan vaihtumisesta aiheutuva otantavirhe jää pois. Kolmio on sulkeutuva suuntaa vaihtava (lähtöpisteeseen palaava) linja, jolta lasketaan tiettynä aikana (1-2 vrk) linjan ylittäneet eläinten tuoreet jäljet. Kolmio hiihdetään ensin läpi, ja vanhat jäljet peitetään, mistä alkaa ”jälkien kertymäaika”. Menetelmän vahvuus on se, että kolmiot ovat pysyviä, niitä on runsaasti yli maan ja ne mitataan samoja periaatteita noudattaen. Ongelmat liittyvät enemmän havaintojen tekoon (lumijälkien tunnistaminen) kuin otanta-asetelmaan. Sääoloiltaan sopivia päiviä ei ole useita. Populaatioiden yksilömäärien (runsauden) laskenta perustuu otaksumiin lajien liikkuvuudesta. Samalla tehdään havaintoja elinympäristöstä.

Drone-tekniikkaa on myös sovellettu lintulaskentaan avoimilla kasvupaikoilla (esim. kahlaajat). Maassa olevien lintujen tiheys (yksilöä/m2) voidaan laskea ilmakuvalta. Valokuva pysäyttää liikkuvat linnut.

Laulavien lintujen laskentaan sovelletaan Suomessa (harrastajapohjaista) linjalaskentaa varhaisina kesäkuun aamuina (klo 4-9). Laskenta perustuu kaista-arvioon, jossa arvioitsijan on pääteltävä,

onko laulava lintu yli vai alle 25 m etäisyydellä (kaistan keski-) linjasta, Suomessa linjamenetelmää on sovellettu jossain tapauksissa jo 70 vuoden aikana.

Virtavesissä harjoitetaan sähkökoekalastusta, jonka avulla kalat saadaan laskettua (ja palautetaan).

Paikallaan pysyttelevien ja helposti havaittavien eliöiden inventointi erilaisin otantamenetelmin on palkitsevaa siinä mielessä, että tuloksen tarkkuus (virhe) voidaan useimmissa tapauksissa arvioida tekemällä täysmittaus eli koko populaation luettelointi. Virhehän määriteltiin lausekkeella ”todellinen miinus mitattu”. Jos oikeaa arvoa ei pystytä määrittämään, ei virhettäkään pystytä laskemaan. Tällöin ei tiedetä, onko saatu tulos harhainen vai vaihteleeko se oikean arvon lähellä. Toistamalla menetelmää samalla tavalla, voidaan kuitenkin tehdä päätelmiä esim. kannanvaihtelun suunnasta ja voimakkuudesta. Havainnot eivät kuitenkaan ole suhdeasteikollisia harhan takia eivätkä välttämättä edes välimatka-asteikollisia mittausmenetelmän epävarmuuksien takia. Liikkuvien eliöiden populaation todellisen koon tai muiden jakaumatunnusten harhaton estimointi ja estimaattien luottamusvälien laskenta on hyvin haasteellista.

3.7 Tilastolliset mallit

Metsä on rakenteen, toiminnan ja ympäristöolosuhteiden kokonaisuus, jossa nämä kolme osaa ovat jatkuvassa vuorovaikutuksessa.

Puuston rakenne on mitattavissa kunakin ajanhetkellä t. Ympäristöolosuhteisiin luetaan esim. suur- ja pienilmasto-olot, säteilyolot ja maaperän biogeokemialliset ominaisuudet. Puuston rakenne on vuorovaikutuksessa ympäristöolosuhteiden kanssa, vaikuttaahan mm. latvuston peittävyys metsän pohjan säteily-, lämpö ja kosteusoloihin tai karikkeen määrään ja laatuun. Maaperän pieneliöstö tai sienet voidaan puiden kannalta ajatella ”ympäristöolosuhteiksi”. Puiden toiminta on kasvien (osien) kasvua, hengitystä, kuolemaa, kasvullista tai suvullista lisääntymistä. Toiminta muuttaa puuston rakennetta, mistä on yhteys ympäristöolosuhteisiin ja toisaalta ympäristöolosuhteet kuten esim. kasvukauden sääolot tai vallitseva lämpötila vaikuttavat toimintaan. Kasvu tuottaa neulasvuosikertoja, rakennetta, ja esim. metsäkuusella neulasvuosikerta pysyy puussa 5-8 vuotta, mistä seuraa myös ajallinen kytkentä ja viipe. Puun on tultava toimeen neulasilla, jotka syntyivät esim. ennen lannoitusta tai kasvutilan vapauttamista harvennushakkuussa. *Puuston rakenne, toiminta ja ympäristöolot ovat kytköksissä ja metsänmittaaja pyrkii selvittämään kulloisenkin rakenteen (esim. puuston arvo) sekä tarvittaessa tekee huomioita ympäristöolosuhteista (esim. metsätyyppi, tuholaiset) ainakin siltä osin, kuin ne vaikuttavat toimintaan ja tulevaisuuden metsään (muuttuneeseen rakenteeseen).*

Mallit ovat metsänarvioimistieteessä tärkeitä. Niiden avulla voidaan tutkia ja simuloida ilmiöitä – mm. laatia tulevaisuuden skenaarioita puuston kehityksestä tiettyä hoito-ohjelmaa noudatettaessa. Mallien avulla voidaan johtaa vaikeasti mitattavia tunnuksia helpommin mitattavien tunnusten avulla. Se on epäsuoraa mittaamista eli tunnuksen arvon *johtamista*. Malleja käytetään toiminnan ennustamiseen (esim. kasvu-, kuolemis-, marjasato-, uudistumismallit), rakenteen kuvaamisen apuna (esim. puuston kokojakauma-, tilavuus-, biomassa-, kaukokartoituksen tulkinta-, pituusmallit) ja ympäristöolosuhteiden kuvaamisen ja ennustamisen apuna (ilmastomallit, metsä- ja suotyyppikuvaukset, pituusboniteetti-, latvuston sadannan pidättyvyyden mallit, lämpösummamallit, jne.). Usein malleja käytetään perättäin (malliketjut). Ensimmäisellä mallilla tuotetaan estimaatti muuttujalle, jota seuraava tarvitse syötteekseen, jne.

Esimerkkejä metsää koskevista malleista:

- Metsä- ja suotyypit
  Luokka = *f* (kasvillisuuspiirteitä)
  Päätöspuu
- Puuston kokojakaumamallit
  Puiden kokojakauma = *f* (puulaji, ikä, keskiläpimitta, jne.)
  Matemaattinen jakaumafunktio, esim. Weibull-funktio
- Puun biomassaositteiden estimointimallit
  Oksabiomassa = *f* (puulaji, puun läpimitta)
  Matemaattinen yhtälö, usein regressioanalyysillä ratkaistu.
- Puiden syntymis-, kasvu- ja kuolemismallit
  $P_{kuolee_5v_aikana}$ = *f* (puulaji, ikä, tiheys, puun metsikköasema)
  Esim. logit-malli, todennäköisyyttä ennustava malli-
- Hiilitasemallit
  CO_2 (kg/ha/a) = *f* (kasvupaikka, puuston määrä)
  Malliketjuja, dynaamisia rakenteita, esim. PipeQual[26]
- Marjasatomallit[27]
  Sato = *f* (puulaji, puuston tiheys ja ikä, maanmuokkaus, eksponitio)
- Ulkoilu-, maisema- jne. arvoja kuvaavat mallit[28]
- Biodiversiteettimallit (usein erilaisia indeksejä)

Esimerkkejä mallien käytöstä:

- Metsätyyppi on malli kasvupaikan kuvaamiseen käyttämällä kasvilajistoa ja sen runsaussuhteita mallin syötteenä. Metsätyyppi vaikuttaa osaltaan puulajivalintaan, puuntuotoskyvyn arviointiin, taimikonhoitotarpeen arviointiin (kuinka pian, kuinka usein), on selittäjä hiilimalleissa jne.

- Puun pituuskasvua (paksuuskasvua, tilavuuskasvua, kuolemista) ennustava malli pyrkii kuvaamaan toimintaa. Pituuskasvuennusteilla kasvatetaan tietojärjestelmään kuvattua metsää ja sen puita, ja tehdään päätelmiä vaihtoehtoisten tulevaisuuden hoito- ja hakkuutoimenpiteiden taloudellisista ja ekologisista vaikutuksista.

- Puun rungon tilavuus on vaikea määrittää tarkasti kaatamatta puuta, mutta sen voi Suomessa ennustaa noin 17% suhteellisella (RMSE-%) tarkkuudella mittaamalla ainoastaan rungon läpimitan ja puulajin (Kuva 98) ja soveltamalla ns. Laasasenahon regressiomalleja, jotka ovat matemaattisia yhtälöitä.

- Kohteen heijastusmalli. Malli ennustaa heijastussuhteen (0-1) annettuun katselusuuntaan (ϕ,φ) huomioiden valon tulosuuntajakauman (ϕ,φ) ja valon aallonpituuden. Mallia käytetään kaukokartoituksessa tunnistamaan kuvattu kohde tai kuvan sävyarvoerojen korjaamiseen, kun halutaan poistaa useasta erillisestä kuvasta kostetun yhdelmän rajoilla esiintyvät eroavaisuudet (seamless image). Kulmat ϕ ja φ määrittelevät 3D-suunnan kohteesta kameraan ja eri valolähteisiin. Ne ovat pallokoordinaatiston vaaka- ja pystykierto.

Malleja on ”joka lähtöön” ja kaikki mallit ovat lähtökohtaisesti puutteellisia ja niihin pitää siksi tutustua ”pitkällä tikulla” ennen käyttöä. Mitä tahansa ilmiötä voidaan (yrittää) mallintaa, ja pelkkä ilmiön keskiarvo on monesti hyvä malliestimaatti (ennuste). Esim. arvaus ”ulkona on kolme astetta lämmintä” osuu todennäköisesti useammin lähelle oikeaa arvoa verrattuna ”siellä on 25 astetta” -estimaattiin.

Ennuste perustuu tekijöihin, joihin päättely nojaa. Esimerkiksi rungon tilavuuden ennustava malli, jossa selittäjänä on ainoastaan puulaji ja rungon läpimitta, ei ”suoraan ota kantaa” puun pituuteen, mikä voi vaihdella huomattavastikin saman läpimitan puille, sillä puun läpimitta-pituussuhde (solakkuus, rungon muoto) vaihtelee riippuen puuston kasvatustiheydestä, puun kilpailuasemasta ja kasvupaikan hyvyydestä. Avoimen kasvupaikan mänty, jonka rungon läpimitta on 20 cm, voi olla 4–10 m pitkä, kun saman läpimitan omaava runko saavuttaa 15–20 m pituuden sulkeutuneessa metsässä, missä vallitsee voimakas valokilpailu. Tästä syystä kyseiselle (Laasasenahon) tilavuusmallille on luvattu vain 17% keskivirhe eli estimaatin keskihajonta – ts. – 68% tapauksista mallin tulos (ennustettu tilavuus) on ±17% oikeasta arvostaan. Tämä epävarmuus (keskivirhe (SE)) on mallin ”tuotespesifikaatio” ja on todettu siinä puupopulaatiossa, josta mittausaineisto alun perin kerättiin tilastollista mallinnusta varten. Tilavuutta ennustava käyrä asettui kulkemaan tämän mallin tapauksessa 1970-luvun mittausaineiston

[26] https://cdnsciencepub.com/doi/10.1139/cjfr-2016-0236
[27] https://dissertationesforestales.fi/pdf/article1974.pdf
[28] https://dissertationesforestales.fi/pdf/article7732.pdf

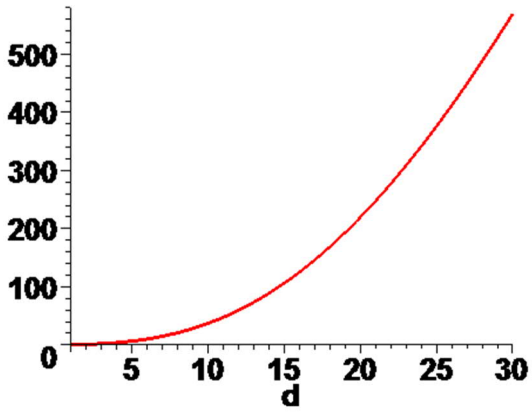
mukaan, mutta käyrän kulku ei ehkä ”pidä enää paikkansa”, kun aikaa on kulunut ja puiden runkomuotoon vaikuttavat seikat kuten metsänkäsittelymenetelmät ovat muuttuneet. ”Onko N.N. vuonna 1950 tekemä malli ruotsalaisille lepille minun aineistooni sopiva?” on relevantti kysymys samoin kuin ”Voinko tehdä oman mallini?” tai ”Voinko kalibroida N.N. mallia niin että se paremmin sopisi käyttööni?”.

Mallilla saadut estimaatit eivät yleensä ole yhtä tarkkoja kuin mittaamalla saavutettavat tulokset. Mallia käytetään tästä huolimatta, koska mittaaminen tulee usein liian kalliiksi tai tuhoaisi kohteen. Mallia käytettäessä otetaan tietoinen (malli) virheiden (epävarmuuden) muodosta riski. Mallien avulla voidaan tehdä ”entä jos” simulaatioita, esimerkkinä muuttuvaa ilmastoa kuvaavat mallit.

Malleja on kahta pääkategoriaa: dataan perustuvat tilastolliset mallit (data-driven) ja fysikaaliset/prosessipohjaiset mallit (physically-based, process-based). Ääripäissään mallityypit voisi esitellä seuraavasti: Malli, jossa puiden kasvun tasoa kuluneena kasvukautena selittävät kesän ajalta laskettu jäätelönkulutusindeksi ja sadetakkien myyntimäärä. Tämä aineistopohjainen malli laaditaan historiallisesta aineistosta esim. edellisten 20 vuoden ajalta. Prosessipohjainen malli puolestaan lähtisi liikkeelle fotosynteesistä, hengityksestä, ainevirtaamista ja kasvun allokaatiosta ja saattaisi vaatia käyttäjältään runsaasti erilaisia tietoja sääoloista, maaperän geokemiallisista muuttujista, puiden rakenteesta ennusteen alkuhetkellä jne. Prosessipohjaisen mallin laatiminen on työlästä, mutta parhaimmillaan ne sopivat ekstrapolointiin, jos keskeiset vaikuttavat tekijät yhdysvaikutuksineen on saatu kuvattua järkevästi. Vanhaan aineistoon sovitettu ”tyhmä” tilastollinen malli ei pysty ennustamaan tulevaisuutta, mikäli ennusteen taustalla olevat tekijät muuttuvat siitä, mitä ne olivat historiallisessa aineistossa. Prosessipohjaisten mallien ongelma on se, että tarvittavien syöttötietojen hankkiminen on liian työlästä, kun taas tilastolliset mallit perustuvat yleensä yksinkertaisiin muuttujiin ja tarjoavat nopean ratkaisun.

Prosessipohjaisset kaukokartoituksessa käytettävät mallit pyrkivät ymmärtämään sähkömagneettisen säteilyn vuorovaikutuksen niin kohteessa, ilmakehässä kuin itse mittalaitteessa. Kohteen ominaisuudet ratkaistaan käänteisyhtälöstä, kun itse yhtälö(t) kytkee kohteen tehtyihin havaintoihin. Aineistolähtöiset tulkintamallit puolestaan perustuvat siihen, että kuvatulta alueelta mitataan maastokohteita. Kohteiden metsällisten ominaisuuksien ja sensorin vasteen (esim. pikseliarvo) välille rakennetaan tilastollinen yhteys, joka toimii kyseisen kuvan ja metsäalueen tapauksessa. Mallia laadittaessa ei pyritäkään selittämään niitä fysikaalisia tekijöitä, joiden takia sama metsäalue antaa eri signaalin seuraavana päivänä tai toisella sensorilla kuvattuna.

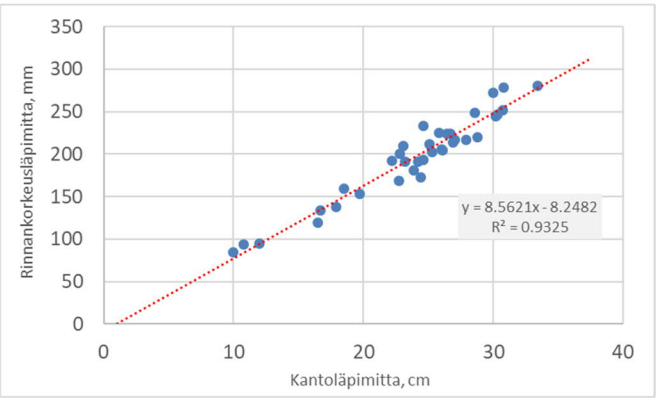
Rungon tilavuuden antavan mallin (Kuva 98) yhtälö kätkee sisäänsä toisen empiirisen mallin: $d_{kanto} = 2 + 1.25 \times d$. Eli puun kantoläpimitan voi arvioida olettamalla sen olevan 25% rinnankorkeudelta mitattua läpimittaa suurempi, sekä lisäämällä vielä 2 cm näin saatuun lukuun. Tämä muunnos (näennäinen selittävä muuttuja, lisätekijä) on aikanaan lisätty yhtälöön, jotta se tarkentuisi, tilastollisesti.



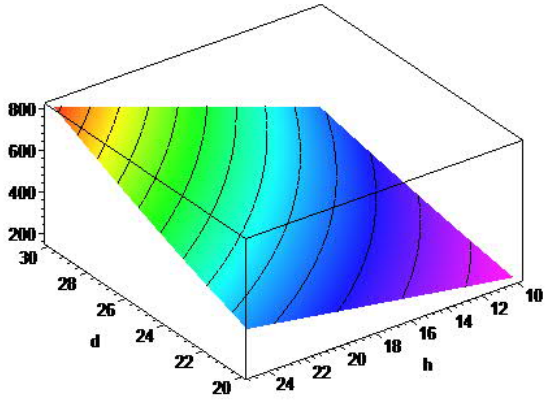
Kuva 98. Männyn rungon kokonaistilavuus (litroja) puun rinnankorkeusläpimitan (d, cm) funktiona. Alla Maple-ohjelman syntaksilla funktio ja kuvan tuottanut plot() komento. Laasasenaho (1983).

```
> v:=exp(-5.22553+ 3.434904*ln(2+1.25*d)-0.03526*d );

> plot(v,d=1..30, font=[HELVETICA,BOLD,20], thickness =3);
```





Kuva 99. Kesällä 2015 Juupajoella mitatun lehtikuusikon puusto oli harvennettu juuri ennen mittausta. Tehtävä oli määrittää hakkuussa poistuneiden puiden tilavuus ja arvo. Hakkuussa jätetyistä pystypuista mitattiin rungon läpimitta sekä kannonkorkeudelta että rinnankorkeudelta. Aineistoon sovitettiin suora regressioanalyysillä. Suoran kertoimien arvot olivat 8.56 (kulmakerroin, mm/cm) ja -8.24 mm (vakio). Jos kannon läpimitta on 20 cm, malli ennustaa 1.3 m korkeudella läpimitaksi 8.56×20-8.2=163 mm, minkä avulla voi laskea kaadetuille puille tilavuusestimaatit edellä esitetyllä yhtälöllä. Logiikka pätee, jos hakkuissa poistettujen puiden osalta muuttujien riippuvuus on samanlaista kuin jäävässä puustossa. Kuvaajasta näkee havaintojen poikkeavan suoralta noin +/- 30 mm (y-suunnassa), joskin pääosa poikkeamista on alle 15 mm. 15 mm on melko hyvä arvio mallin keskivirheelle. Ratkaisu on saatu MS-Excel ohjelman xy-chart | add trendline -toiminnolla. Termi R^2 on selitysaste, josta lisää myöhemmin.



Kuva 100. Männyn runkotilavuus (litraa) kahden selittävän muuttujan yhtälöllä, kun selittäjistä rinnankorkeusläpimitta (d) vaihtelee välillä 20-30 cm ja pituus (h) välillä 10-25 m. Laasasenaho (1983). Mallin ennusteet virittävät "tilavuuden 3D pinnan". Kuvaajasta näkee, että 30 cm läpimitta ja 25 metrin pituus ennustavat tilavuudeksi 800 litraa. Alla yhtälö ja kuvan generoinut piirtokomento Maple-formaatissa.

```
> v:=.036089*(d^2.01395)*(0.99676^d)* (h^2.07025)*((h-1.3)^(-1.07209));
> plot3d(v,d=20..30, h = 10..25);
```

Edellä esitetyt funktiomuotoiset mallit (tilavuus, kantoläpimitta), olivat parametrisia malleja. Matemaattinen funktio antoi halutun tunnukset arvon selittävien tunnusten funktiona.

Lisäksi käytössä on ei-parametrisia malleja, joita käytettäessä tarvitaan mitattua opetusaineistoa. Ennustettaessa tutkittavaa yksikköä verrataan opetusaineistoon ja tulkintamalli "ammentaa" aineistoon perustuvan estimaatin. Esimerkiksi kaukokartoituksen yhteydessä vertailu tapahtuu usean piirteen suhteen, joita on havaittu opetusaineiston kohteille ja toisaalta tulkittavalle kohteelle (yleensä puu tai metsikkö). Piirteitä voivat olla esim. tutka- tai satelliittikuvalta laskettuja tunnuslukuja. Analogiaa voi hakea kiinteistö- ja asuntokaupasta, kun haetaan käypää hintaa toteutuneiden vastaavien kauppojen avulla.

Metsätyyppimalli on sääntöihin perustuvaa päätöspuu, vähän samaan tapaan kuin kasvion määrityskaava : Puu → *kyllä* → Lehtiasento → *parittainen* → Lehtimuoto ja silmun rakenne → .. → Acer platanoides (vrt. Viburnum opulus, tarkista kasvupaikka jne.). Määrityskaavan lopussa annetaan vielä "todennäköisyys" väärinmääritykselle ja pyydetään varmistamaan se. Kaukokartoituksessa voidaan käyttää päätöspuita esim. kuvalta löydetyn puun puulajin tai "tuhoasteen" (luokkamuuttujia) määrittämiseen. Puun kuolemistodennäköisyyden ennustava malli ennustaa jatkuvan muuttujan arvoa välillä 0-1, maisema-arvo voi olla luokka tai indeksi, joka kuvaa subjektiivista kokemusta.

Esimerkkejä EI-PARAMETRISISTA MENETELMISTÄ ovat kNN ja kMSN-menetelmät, Random Forest algoritmi jne.

3.7.1 Lineaarinen ja epälineaarinen regressioanalyysi

(kts. pns_REGRESSIO.xlsx)

Mallinnuksessa on vastemuuttuja[29] (y) jonka arvo halutaan ennustaa selittävien muuttujien (x_p) funktiona. Tavoitteena on estimoida joukko tuntemattomia parametreja, jotka esiintyvät mallissa kertoimina ($\beta_0..\beta_p$).

Lineaarinen malli on muotoa (havainnolle i, i=1..N):

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \cdots + \beta_p x_{p,i} + \varepsilon_i$$

Viimeinen termi (residuaali, ε_i) kuvaa sitä, että malli ei ennusta täysin tarkasti jokaista tapausta i. "Mutkia suoraksi" -tyyliin voidaan todeta, että "hyvä malli" on sellainen, jossa kertoimet ($\beta_0..\beta_p$) saavat sellaiset arvot, että nämä ε-poikkeamat (residuaalit) ovat mahdollisimman pieniä.

Lineaarisuus tarkoittaa sitä, että malli on lineaarinen parametrien (β) suhteen. Selittävät muuttujat saavat olla monimutkaisiakin lausekkeita, mutta parametrit $\beta_0,..,\beta_p$ esiintyvät aina kertoimena tai vakiona. Alla olevista kolmesta mallista, joissa x selittää y:tä, kaksi ensimmäistä ovat kertoimien suhteen lineaarisia, mutta alin ei ole, koska tuntemattomat ovat cos() funktion argumentteina.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x^3$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cos(x)$$

$$y = \beta_0 \cos(\beta_1 x + \beta_2)$$

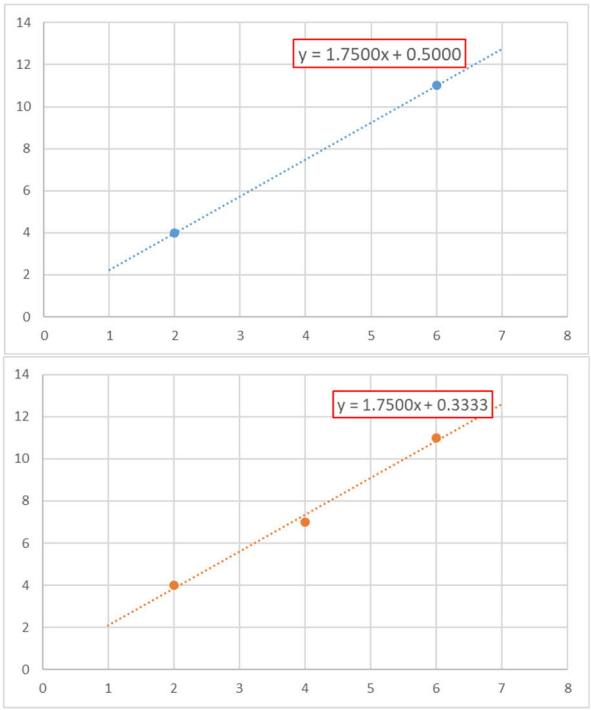
y on selitettävä muuttuja
x_i ovat selittäviä muuttujia, i = 1, 2, 3,..,p

Ylimääritys tarkoittaa sitä, että yhtälö sovitetaan datapisteisiin, joita on enemmän (N) kuin tuntemattomia parametreja $\beta_0,..,\beta_p$. Toisin sanoen N > p. Jos tuntemattomia kertoimia on enemmän kuin havaintoja eli p>N, ei ratkaisua löydy rajoittamatta tehtävää. Kun N = p, ratkeaa tehtävä yhtälöryhmästä, jossa on p yhtälöä ja N yhtälöä. Kun N>p, vallitsee ylimääritys, jonka suuruus on N-p. Puhutaan myös vapausasteiden lukumäärästä (df, degree of freedom). Tällöin regressioanalyysi ratkaistaan pienimmän neliösumman menetelmällä, jossa tuntemattomien kertoimien ($\beta_0..\beta_p$) arvot muodostuvat sellaisiksi että ne minimoivat jäännösvirheiden neliösumman. Tilastolliset ohjelmat huolehtivat laskennasta, mutta käydään läpi yksi esimerkki: Suoran sovitus pisteisiin (2,4), (4,7) ja (6,11) matriisilaskentaoperaatioin Excel-ohjelmassa.

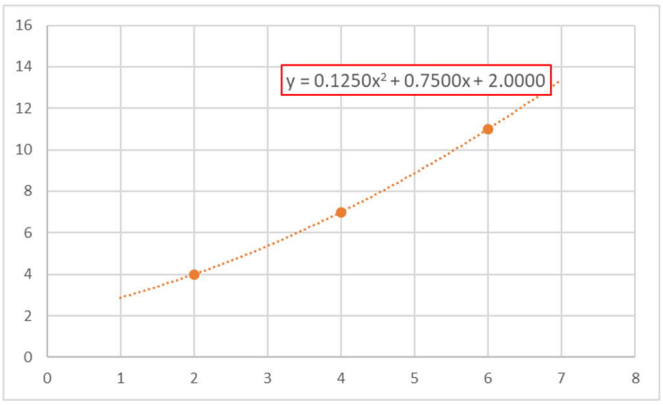
Kuva 101 näyttää tapaukset, joissa regressiomalli on suoran yhtälö, $y = a+k \cdot x$ eli siinä on kaksi (p=2) kerrointa, a ja k. Vakiotermi a vastaa symbolia β_0 ja kerroin k on β_1. Ilmiötä tunteva asiantuntija olettaa että suora voisi olla hyvä tapa ilmentää muuttujan y riippuvuutta muuttujasta x, jotka ovat hänelle tuttuja. Residuaalit ovat nollia, jos suoran sovituksessa käytetään vain kahta pistettä, sillä kaksi pistettä määrittää täsmällisesti suoran kulun. Sama ilmiö toteutuu, jos haluaa rakentaa kolmijalkaisen pöydän, sillä se heilu sen

[29] Välimatka- tai suhdeasteikollinen

takia, että pöydän jalkojen sahaus on epäonnistunut. Kolme pistettä määrittää yksikäsitteisesti 3-ulotteisen tason, siinä missä kaksi pistettä määrittää 2-ulotteisen suoran. Kun pisteitä on kolme ei suora kulje täsmällisesti pisteiden kautta, ja jokaiseen havaintoon liittyy nollasta poikkeava residuaali, ε_i (mitattu y:n arvo miinus mallin antama y:n arvo). Kuva 102 esittää tilannetta, jossa mallia on muutettu lisäämällä selittäjäksi myös x-muuttujan toinen potenssi, eli tutkija olettaa muuttajan y ja x relaation noudattavan toisen asteen polynomin kulkua. Nyt kertoimia ja pisteitä on kolme eli tehtävässä ei ole ylimääritystä ja residuaalit jäävät nolliksi, koska kolme pistettä määrittää toisen asteen polynomin kulun yksikäsitteisesti.



Kuva 101. Havaintoja on tehty x ja y-muuttujista seuraavasti: (x=2,y=4), (x=4,y=7) ja (x=6,y=11). Suoran yhtälössä on kaksi parametria eli p = 2. Jos suora sovitetaan (regressioanalyysillä) pisteiden a ja c mukaan, p=2=N. Suora kulkee täsmällisesti pisteiden kautta ja lauseke on muotoa y = 1.75x + 0.5 eli β_0 = 1/2 ja β_1=1.75. Jos mukaan otetaan piste b (4,7), (N=3) >(p=2) ja ratkaistu lauseke on y=1.75x + 1/3 eli β_0 = 1/3 ja β_1=1.75. Suora ei enää kulje täsmällisesti pisteiden kautta. Erotuksia kussakin data-pisteessä kutsutaan jäännösvirheiksi eli residuaaleiksi.



Kuva 102. Kun yhtälöksi muutetaan $y_i = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$, on mallissa kolme kerrointa eli p = 3. Muuttujaa y selittää vakio, x ja sen toinen potenssi. Data-pisteitä on kolme eli N = p = 3. Käyrä kulkee täsmällisesti pisteiden kautta ja jäännösvirheet ovat kaikki nollia (Laskettu Excel-ohjelmalla).

Kuva 103 havainnollistaa taustalla olevaa matematiikkaa ja esittää ratkaisun matriisilaskkennan avulla. Siinä sovitetaan suoran yhtälö kolmeen pisteeseen eli vastaan tilannetta joka oli kuvassa (Kuva 101). Ratkaisu tapahtuu pienimmän neliösumman (PNS) menetelmällä. Ratkaisussa tarvitaan (N x p) matriisi A, jossa esitetään jokaiselle havainnon osittaisderivaattojen arvot tuntemattomien kertoimien suhteen. Yhtälön y = a +kx osittaisderivaatta a:n suhteen on 1 ja k:n suhteen se on x. PNS-ratkaisu eli kertoimien *a* ja *k* arvot saadaan yhdellä lausekkeella, $x = (A^TA)^{-1}A^Ty$. Kuvassa ratkaisu on laskettu vaiheittain ratkaisemalla ensin p×p (2×2) kokoinen neliömatriisi $(A^TA)^{-1}$ ja 2×1 vektori A^Ty. Lopuksi nämä kerrotaan keskenään ja saadaan 2×1 vektori x, jonka kaksi (p) komponenttia ovat kertoimet *a* ja *k*. Kuva 104 jatkaa esimerkkiä, kun malli on $y_i = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$. Silloin matriisissa A on kolme saraketta, joissa on osittaisderivaattojen 1, x ja x^2 arvot. Matriisista $(A^TA)^{-1}$ tulee 3×3 matriisi, A^Ty on 3×1 vektori kuten ratkaisukin eli x. Muuten laskenta ei poikkea suoran sovituksesta. Oleellista on, ettei missään vaiheessa tarvitse tietää mitään kertoimien suuruusluokasta ja ratkaisu saadaan *yhdellä operaatiolla*, jossa tosin on paljon laskemista. Excel ohjelmassa kahden matriisin (tai matriisin ja vektorin) kertolaskuun on funktio MMULT(A,B), matriisin transpoosin saa TRANSPOSE(A) funktiolla, ja neliömatriisin käänteismatriisin laskemiseksi on funktio MINVERSE(A). Laskentaohjelmissa Matlab ja R matriisioperaatioiden merkinnät ovat lyhyempiä. Matriisit ovat käteviä lineaaristen yhtälöryhmien ratkaisemisessa.

x	y	vakio	x
2	4	1	2
4	7	1	4
6	11	1	6

$(A^TA)^{-1}$

2.33	-0.50
-0.50	0.13

A^Ty	$(A^TA)^{-1}A^Ty$
22	0.333
102	1.75

*Kuva 103. Regressiosuoran kertoimien ratkaisu Excel-ohjelmassa: Muodostetaan keltainen **A**-matriisi. Siinä esitetään osittaisderivaatat kertoimien β_0 ja β_1 suhteen, kun yhtälö on muotoa $y=\beta_0+\beta_1 x$. Osittaisderivaatat ovat 1 ja x. **A** täytetään näillä arvoilla. Matriisissa rivejä on kolme, koska datapisteitä on kolme. Sarakkeita on kaksi, koska tuntemattomia suoran kertoimia on kaksi. Pisteiden y-muuttujien arvot (4, 7, 11) muodostavat **y**-pystyvektorin. Pienimmän neliösumman ratkaisussa haetaan pystyvektoria, jossa on kaksi alkiota, β_0 ja β_1. Se saadaan kertomalla **A**-matriisin transpoosi itse **A**-matriisilla, ja ottamalla kyseisestä 2×2 matriisista käänteismatriisi $(\mathbf{A^TA})^{-1}$. Tämä kerrotaan (oikealta) tekijällä, jossa on **A**-matriisin transpoosin $(\mathbf{A^T})$ ja **y**-vektorin matriisitulo. Ratkaisuksi tuli 0.333 ja 1.75, jotka saatiin edellä myös Excel-ohjelman laskemina.*

x	y	vakio	x	x^2	$(A^TA)^{-1}$		
2	4	1	2	4	19.00	-10.50	1.25
4	7	1	4	16	-10.50	6.12	-0.75
6	11	1	6	36	1.25	-0.75	0.09375

A^Ty	$(A^TA)^{-1}A^Ty$
22	2.000
102	0.75
524	0.125

Kuva 104. Polynomin $y = \beta_0+\beta_1 x +\beta_2 x^2$ kertoimien ratkaiseminen matriisilaskuin. Parametrien ovat 2, 0.75 ja 0.125 eli samat kuin Excel-ohjelmalla. Nyt A-matriisi on 3x3 matriisi ja vapausteet ovat nolla, koska N=p eli havaintoja on sama määrä kuin tuntemattomia kertoimia.

Residuaali eli jäännösvirhe regressioanalyysissä. Malli lasketaan havaintoaineistoon, jossa on N kappaletta havaintoja selitettävälle ja selittäville muuttujalle. Edellä sovitettiin suora kolmeen pisteeseen ja saatiin kertoimiksi 0.333 ja 1.75. Tätä yhtälöä käyttäen voidaan laskea ennusteet, eli y-muuttujan arvot, kun *x* = 2, 4 ja

6. *y*-muuttujan arvoksi oli näissä pisteissä mitattu 4, 7 ja 11. Tulokset esitetään ao. taulukossa. Mitatun ja ennustetun arvon erotusta sanotaan jäännösvirheiksi eli residuaaliksi, ja ne ovat 0.167, -0.333 ja 0.167 kolmelle havainnolle, josta aineisto koostuu.

x	y	Ennuste	residuaali
2	4	3.833	0.167
4	7	7.333	-0.333
6	11	10.833	0.167

Huomaa, että yliarvio tarkoittaa negatiivista residuaalia, koska määrittelimme virheen laskettavaksi suuntaan ”y miinus y-hattu” tai ”oikea miinus mitattu/ennustettu”.

x	y	Ennuste	residuaali	neliö
2	4	3.833	0.167	0.028
4	7	7.333	-0.333	0.111
6	11	10.833	0.167	0.028
			summa	0.167
			vap.asteet	1
			MSE	0.167
			SE	0.408

Kun residuaalit neliöidään ja lasketaan niiden summa, saadaan tekijä, jota regressioanalyysissä kertoimia laskettaessa minimoidaan eli residuaalien neliösumma. Keskineliövirhe (MSE, ”malliennusteiden varianssi”) saadaan jakamalla saatu neliösumma vapausasteilla:

$$MSE = \left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2\right) \Big/ (n-p)$$

Mallin keskivirhe (SE, ”malliennusteiden keskihajonta”) saadaan ottamalla MSE-luvusta neliöjuuri. Esimerkissä SE=0.408. Jos mallilla ennustetaan y:n arvoksi 10, ovat saadun estimaatin 68%:n luottamusvälit 10±SE eli 10±0.408 ja 95%:n luottamusvälit kaksinkertaiset: 10±2SE eli10±0.816. Aiemmin mittausvirheiden analyysin yhteydessä esiteltiin RMSE (keskineliövirheen neliöjuuri), joka laskettiin virheistä: RMSE = $\sqrt{}$(harha^2+keskihajonta^2). Regressiomallissa harha eli jäännösvirheiden keskiarvo on aina nolla, jolloin SE vastaa virheiden keskihajontaa huomioiden vapausasteet.

Mallin selitysaste (R^2) lasketaan myös residuaalien avulla. Selitysaste ilmentää osuutta välillä 0-1. Jos malli selittää täysin y-muuttujan vaihtelun, saa R^2 arvon yksi. Jos malli ei selitä mitään, pätee R^2=0. Jos residuaaleja merkitään *e*, saadaan selitysaste laskettua varianssien osamääränä.

$R^2 = 1 - var(e)/var(y)$

Esimerkkitapauksessa kaavassa kysytyt varianssit ovat:

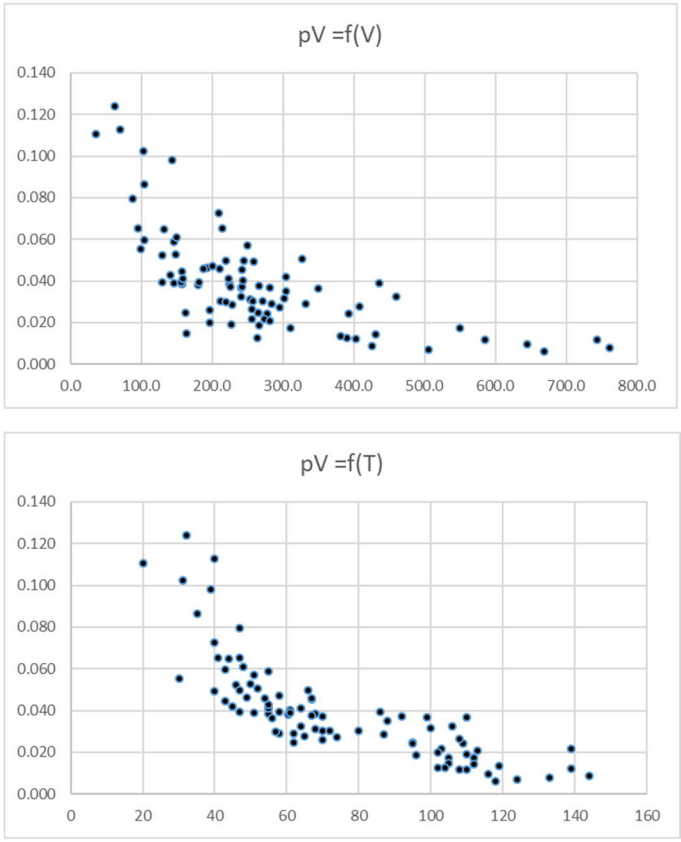
var(0.167, -0.333, 0.167) = 0.0833
var(4,7,11) = 12.33

Selitysaste on siten 1-(0.0833/12.33) = 0.9932. Tämän mukaan malli selitti 99.32% y:n vaihtelusta (varianssista).

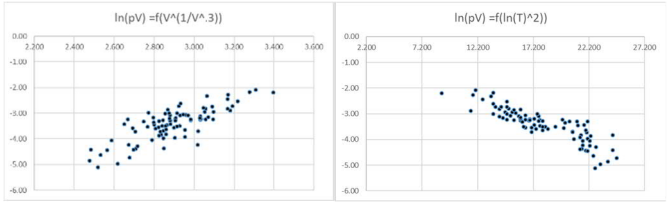
3.7.2 Kahden selittävän muuttujan regressioyhtälö

Forstit mittasivat 70- ja 80-luvuilla metsikkökoealoja Hyytiälän kuusikoihin. Ne olivat suorakaiteen muotoisia alueita, joiden kok määritettiin sisältämään noin 100-200 puuta. Koelaoilta määritettiin tarkasti puuston runkotilavuus (V, m^3/ha), puuston ikä (T, a) ja puuston juokseva vuotuinen tilavuuskasvu (I_V, m^3/ha/a). Puuston vuotuinen kasvuprosentti (tarkkaan ottaen kasvusadannes) p_V (0-1) saatiin kaavasta $p_V=I_V/V$. Mittauksia tehtiin yhteensä 87 koealalla/kohteella. Aineistoa tarkasteltaessa todettiin puuston vuotuisen kasvu-% vaihtelevan välillä 0.6–12.3% (sadanneksena 0.006–0.123). Tilavuus sai arvoja välillä 36–761 m^3/ha. Nuorin kohde oli 20-vuotias kuusikko ja vanhin 144-vuotias.

Tavoitteeksi asetettiin laatia kahden selittäjän kasvumalli, jonka voi muuttaa käytännölliseksi taulukoksi, ja jonka avulla maastomittaaja voi maastossa määrittää estimaatin puuston kasvulle, kun tuntee puuton iän ja tilavuuden. Malli on selvästi tilastollinen, eikä missään määrin kausaalinen tai prosessipohjainen (estimoi esim. kasvuun vaikuttavia fotosynteesiä tai ylläpitohengitystä).



Kuva 105. Riippuvuudet x- ja y-muuttujien välillä eivät olleet suoraviivaisia. Kasvu-% putosi nopeasti niin tilavuuden tai puuston iän funktiona. Tarvittiin matemaattinen muunnos (logaritmisointi), jolla riippuvuus saatiin linearisoitua. Muunnokset haettiin kokeilemalla:



Kun nämä muunnokset valittiin, tuli regressiomalliksi yhtälö (LN = luonnollinen logaritmi, ^=potenssi, ×=kertomerkki):

$LN(p_V) = b_0 + b_1 \times LN(T)^2 + b_2 \times V^{(1/V^{0.3})}$

Parametrit b_0, b_1 ja b_2 on ao. taulukossa ratkaistu Excel-ohjelman LINEST() funktiolla, jota käytetään regressioanalyysiin (kts. pns_REGRESSIO.xlsx).

Kertoimien arvot ja keskivirhe-estimaattorit olivat

(b_0)	(b_1)	(b_2)
-4.89	-0.113	1.212
0.857	0.012	0.235

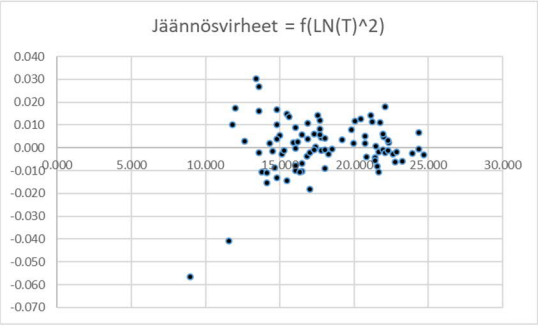
Keskivirhe-estimaattoreiden laskentapa ohitetaan tässä. Tilastoohjelmat osaavat ne meille laskea. Kuva 106 havainnolistaa LINEST-funktion palauttamia arvoja.

Vm	**LnIka**	Vakio
1.2117	-0.1127	-4.8930
0.2351	0.0123	0.8568
0.8195	0.2746	#N/A
192.8949	85	#N/A
29.08926	6.409156	#N/A

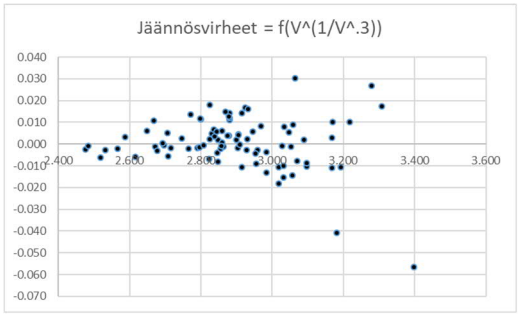
Kuva 106. Excel-ohjelman LINEST() funktion palauttamat regressioanalyysin tulokset. Vm = tilavuuden muunnos, jolle b_1 on kerroin, LnIka = puuston iästä laskettu muunnos, jolle b_2 on kerroin, Vakio = b_0. ensimmäisellä rivillä esitetään saadut kertoimien arvot ja toisella rivillä on kertoimen keskivirhe-estimaattorin arvo. Kolmannen rivit luvut ovat selitysaste ja mallin keskivirhe SE(y).

Kertoimille voidaan laskea ns. p-arvot, joiden perusteella voi päätellä onko kerroin tilastollisesti merkitsevä eli sen arvo ei ole nolla, jolloin sen voi pudottaa mallista pois. Emme kuitenkaan laske p-arvoa, vaan tässä riittää, että tulkitsemme tilannetta seuraavasti: Jos keskivirhe-estimaattorit olisivat samaa suuruusluokkaa kuin kertoimien itseisarvot, viittaisi se siihen, ettei kyseinen kerroin (muuttuja) ole tilastollisesti merkitsevä selittäjä, vaan nolla olisi todennäköinen kertoimen arvo. Nyt keskivirheet ovat pieniä eli kaikki kolme kerrointa ”ovat tarpeen”. Selitysaste (R^2) oli 0.8195 eli malli selitti 82% logaritmisesta kasvunvaihtelusta. Tämä voi kuulostaa hämmentävältä, ja onkin sitä. Mallin SE oli 0.274, mutta sekin on laskettu logaritmimuunnetulle kasvuprosentille, joten sen tulkinta ei ole helppoa. Molemmat tunnusluvut lasketaan myöhemmin takaisinmuunnetulle kasvuprosentille.

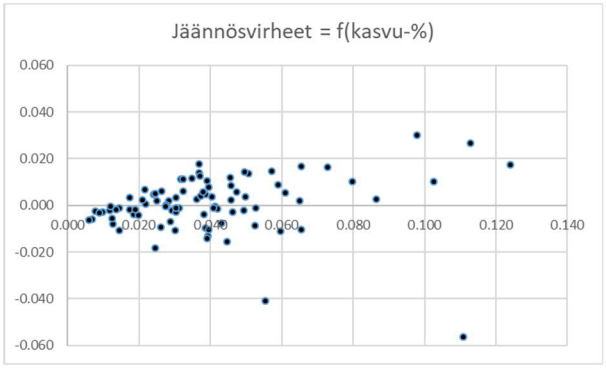
Mallissa y-muuttuja on kasvusadanneksen (0-1) logaritmi. Alkuperäinen tarve oli laatia taulukko, jossa puuston ikä ja runkotilavuus selittävät kasvu-%. Jos ikä (T) ja tilavuus (V) tunnetaan, saadaan kasvusadannes ottamalla saadusta arvosta eksponenttifunktion arvo eli $p_V = \exp(b_0 + b_1 \times LN(T)^2 + b_2 \times V^{(1/V^{0.3})})$. Seuraavaksi p_V-ennuste laskettiin kaikille 88 koealalle joille pV oli toisaalta mitattu maastossa. Näin saatiin residuaalit eli ennusteen jäännösvirheet (”mitattu miinus ennustettu”). Seuraavaksi tehtiin visuaalista jäännösvirhetarkastelua.



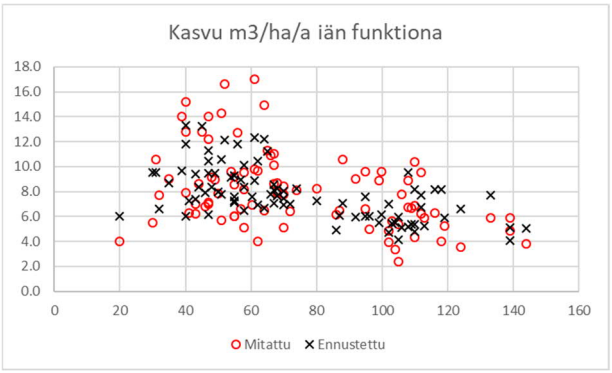
Kuva 107. Kasvuprosentin (kasvusadanneksen 0-1) jäännösvirheet selittäjän LN(T)^2 funktiona ("puuston ikä"). Malli yliarvioi kahden nuorimman koealan kasvua 4 ja 6 %-yksikköä. Muuten jäännösvirheet jakautuvat melko tasaisesti nollan molemmin puolin koko selittäjän vaihtelualueella.



Kuva 108. Residuaalit puuston tilavuudesta lasketun selittäjän funktiona. Residuaalien vaihtelu kasvaa jonkin verran selittäjän arvon kasvaessa, mikä on ei ole toivottu ominaisuus regressioanalyysissä, mutta ennusteet ovat tasaisesti erimerkkisiä yli selittäjän vaihteluvälin eli malli ei ole (ainakaan selvsti) harhainen puuston tilavuuden suhteen (tilavuudeltaan erilaissa puustoissa).



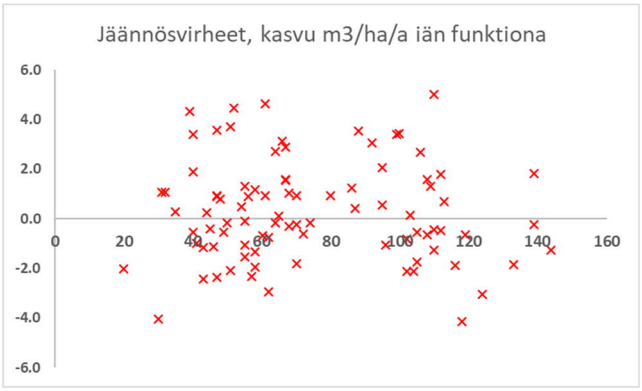
Kuva 109. Kasvu-% jäännösvirheet mitatun kasvu-% funktiona. Kuvaaja ilmentää, että malli aliarvioi suurimpia kasvuprosentteja (>7%) ja yliarvioi hieman pienimpiä (<2%). Jälkimmäistä ilmentävät negatiiviset residuaalit. Tämä on tyypillinen tilanne regressioanalyysissä eli "malli keskiarvoistaa".



Kuva 110. Regressiomallin keskiarvoistava vaikutus näkyy kuvaajasta, jossa kullekin koealalle on laskettu mallilla kasvu kuutiometreissä $I_v = p_V(ikä, V) \times V$. (eli mallista lasketulla kasvuprosentilla on kerrottu puuston tilavuus). Ennusteet (x) eivät tuota yhtä suurta vuotuisen tilavuuskasvun ($m^3/ha/a$) vaihtelua kuin mittaukset (o). Kuvasta nähdään, että suurimmat mitatut vuotuiset kasvut ovat olleet yli 16 ($m^3/ha/a$) noin 50-vuotiaissa kuusikoissa.

Jäännösvirheet ovat erimerkkisiä ja niiden keskiarvo on nolla (tai lähellä nollaa). Neliöityjen kasvusadanneksien jäännösvirheiden summa oli 0.0122. Vapausasteiden lkm oli 85, koska havaintoja oli 88 ja ratkaistuja kertoimia oli kolme. MSE (”varianssi”) lasketaan: 0.0122/85 = 0.00014 ja tästä SE neliöjuurena on 0.0119. Tämä on mallin keskivirhe ja sen mukaan malli antaa kasvuprosentin noin 1.2 %-yksikön keskivirheellä. Jos malli ennustaa kasvuprosentiksi 2.5, ovat 68%:n todennäköisyyttä vastaavat luottamusvälit 2.5±1.2%. Kuva 109 kuitenkin havainnollistaa kuinka jäännösvaihtelu kasvaa kasvuprosentin kasvaessa. Regressioanalyysi perustuu

homoskedastisuuden oletukseen (vakiovarianssi[30]), ja siksi saatu SE 1.2% on likiarvio eikä päde kasvunopeudeltaan erilaisissa metsiköissä. Erityisen tarkka malli ei siis ole vanhoissa puustoissa, joiden kasvu-% on usein alle 4. Kuva 111 näyttää jäännösvirheet absoluuttisina kasvukuutiometrein..



Kuva 111. Mitatun kasvun ja mallilla lasketun (tilavuus kertaa kasvusadannes) kasvun (I_V) erot (m3/ha/a) iän funktiona. Visuaalisesti arvioituna 95% virheistä on alle 4 m3/ha/a.

Selitysasteen laskemiseksi tarvitaan kasvusadanneksen ja jäännösvirheiden varianssit. Excelillä laskien ne olivat 0.000140 ja 0.000588. Kaavalla R^2 = 1-var(e)/var(y) laskien selitysaste R^2 on 0.762. Tämän mukaan puuston tilavuus ja ikä selittivät kasvun varianssista 76.2%, kun niiden vaikutus kuvattiin yhtälöllä:

$$p_V = \exp(b_0 + b_1 \times LN(T)^2 + b_2 \times V^{(1/V^{0.3})}).$$

Aiemmin (Kuva 106) saatiin selitysasteeksi 0.82, mutta se oli laskettu logaritmimuunnetuista residuaaleista.

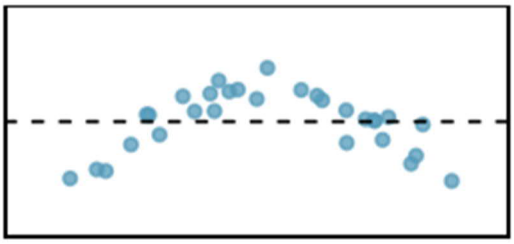
Taulukon laatiminen. Laaditussa puuston runkotilavuuden kasvua ennustavassa mallissa oli kaksi selittäjää, ikä ja tilavuus. Yhtälön laskeminen maastossa on hankalaa (ilman äppiä!), koska mallissa tarvitaan eksponentti-funktio ja potenssiin korottamista. Taulukkolaskimella on yksinkertaista laatia taulukko, jossa esitetään puuston tilavuuskasvu (m³/ha/a), puuston iän (20-100 v) ja puuston tilavuuden mukaan (60-540 m³/ha).

Maastotaulukko									
Til./ikä	20	30	40	50	60	70	80	90	100
60	9	7	5	4					
90	12	9	7	6					
120	14	11	9	7					
150	16	12	10	8	7	6			
180	18	14	11	9	8	7			
210	20	15	12	10	8	7	6	6	5
240	22	16	13	11	9	8	7	6	5
270	23	17	14	11	10	8	7	6	6
300		18	15	12	10	9	8	7	6
330		19	15	13	11	9	8	7	7
360				13	11	10	9	8	7
390				14	12	10	9	8	7
420				15	12	11	9	8	7
450					13	11	10	9	8
480					13	12	10	9	8
510						12	10	9	8
540						12	11	10	9

Kuva 112. Maastotaulukko kuusikon vuotuisen tilavuuskasvun (m3/ha/a) arvioimiseksi puuston tilavuuden ja keski-iän avulla. Solujen arvot: $V \cdot p_V = V \cdot \exp(b_0+b_1 \times LN(T)^2+b_2 \times V^{(1/V^{0.3})})$, kun b0=-4.89, b1=-0.113 ja b2=1.212. V = puuston tilavuus (m3/ha), T = keski-ikä, v.

3.7.3 Hyvä malli

- Selittää vastemuuttujan vaihtelusta mahdollisimman suuren osan (R^2, selitysaste).
- Tuottaa pienen keskivirheen (SE)
- Toimii selittävien muuttujien kaikilla arvokombinaatioilla, minkä havaitsee jäännösvirhe-kuvaajista.
- Ei keskiarvoista liikaa tai tuota systemaattisia virheitä millään osaa y-muuttujan vaihteluväliä (jäännösvirhekuvaajien tarkastelu)



Residuaalit selittäjän funktiona – tilanne, jossa malli ei toimi oikein kaikilla selittäjän arvoilla. Mallin muotoa on muutettava.

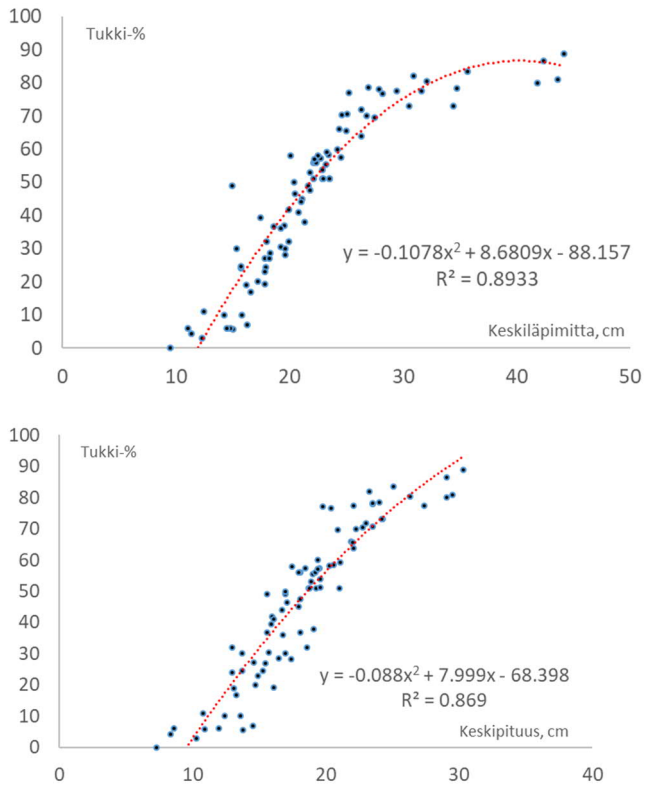
3.7.4 Lisää regressiomalleja – Puuston tukkiosuutta ennustava malli (selittäjien korrelaatio -ongelma)

Samoista tarkkaan mitatuista kuusikoista oli määritetty myös puuston tukki-% eli jokainen puu oli ns. apteerattu pystyyn ja sen yhteydessä määritelty puusta sahattavissa olevien tukkipölkkyjen tilavuus. Näiden summana oli saatu tukkipuun tilavuus (m³/ha).

Puuston tukki-% on tukkipuun tilavuuden ja puuston kokonaistilavuuden osamäärä. Kokonaistilavuus on suurempi, koska siihen lasketaan mukaan kaikki muu runkopuu tukkipuun lisäksi.

Aineistoa tarkasteltaessa huomattiin, että tukki-% korreloi selvästi puiden keskiläpimitan ja keskipituuden kanssa (Kuva 113). Keskiläpimitta kasvaa puuston iän mukana, kun rungot järeytyvät. Muuttuja tulee tutuksi myöhemmin. Se on painotettu keskiarvo. Pienikokoisesta puustosta tukkia ei saa, mutta puuston järeytyessä Tukki-% nousee, jos puustossa ei ole erityisiä vikaisuuksia, kuten lahoa, lenkoutta tai laho-oksaisuutta.

[30] https://fi.wikipedia.org/wiki/Heteroskedastisuus



Kuva 113. Aineistosta muodostettu pisteparvi (Excel-ohjelmassa) ja pisteisiin sovitettu tasoitusyhtälö ("add trendline" –toiminto) ja sen selitysaste. Sekä keskiläpimitta että keskipituus selittävät tukki-% vaihtelua melko voimakkaasti selitysasteella arvioituna. Riippuvuus ei ole täysin suoraviivaista.

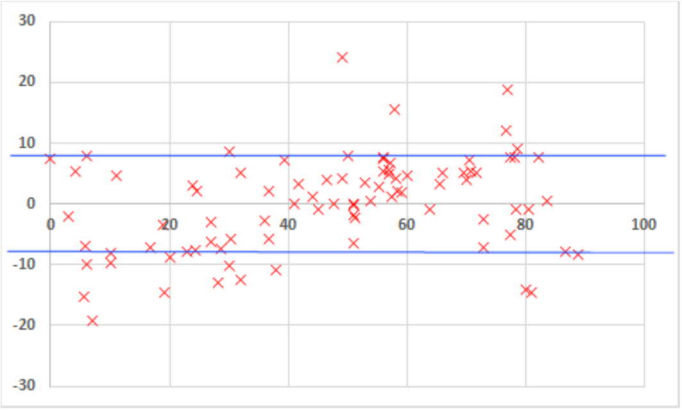
Kuvissa näkyvät riippuvuudet "suoristettiin" muunnoksilla, jolla lasketaan uudet selittäjät *xLpm* ja *xPit*. Muunnokset löytyivät kokeilemalla.

$xLpm = (1\text{-}Lpm/50)^{2.2}$
$xPit = Pit^{(1/\sqrt{Pit})}$

Nyt voitiin estimoida yhtälö (Excel LINEST funktiolla, kts. pns_Regsessio.xlsx):

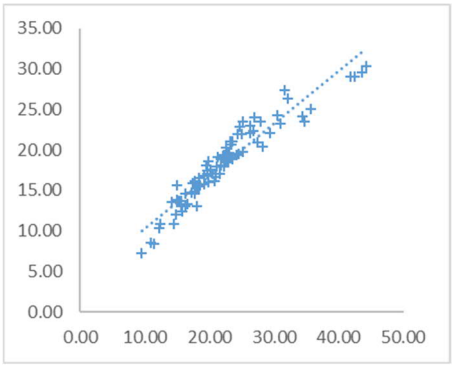
$TukkiPros = b_0 + b_1 \times xLpm + b_2 \times xPit$

Sen jälkeen, kun kertoimien arvot saatiin, voitiin laskea residuaalit 88 koealalle. Kuva 114 esittää residuaalit maastossa mitatun tukki-% funktiona. Positiiviset residuaalit ovat aliarvioita.



Kuva 115. Ennustetun tukki-%:n jäännösvirheet mitatun tukki-% funktiona. Kahden selittäjän malli. Siniset viivat ilmentävät 68% luottamusvälejä eli on piirretty yhden SE:n päähän nollatasolta. Viivojen väliin jää teoreettisesti 68% havainnoista (normaalijakaumaoletus).

Kahden muuttujan mallin keskivirhe SE oli 8.01 %-yksikköä ja selitysaste 0.8924, mikä on likipitäen sama kuin polynomilla saavutettu (0.8933), kun keskiläpimitta yksin selitti tukkiprosenttia (Kuva 113). Kun LINEST laskettiin sama malli, jossa keskiläpimitta yksin selitti tukki-%, saatiin keskivirhe SE oli 7.98% eli 0.03 %-yksikköä pienempi kuin kahden selittäjän mallissa. Käytännössä pituuden mukaanotto selittäjäksi huononsi mallia (hyvästä yrityksestä huolimatta)! Jos kaksi selittäjää korreloivat vahvasti keskenään, niiden mukaanotto voi jopa huonontaa mallia. Keskiläpimitta ja keskipituus korreloivat voimakkaasti (r~0.95) (Kuva 116).



Kuva 116. Keskiläpimitan (cm) ja keskipituuden (m) korrelaatio mitatuissa kuusikoissa.

Miten malliennusteiden keskivirhe (SE) ja jäännösvirheiden pistepilvi liittyvät toisiinsa? SE antaa 68% luottamusvälit ennusteille. Kuva 115 on piirretty viivat +/- 8 % kohdille. 8% oli mallin SE. Viivojen ulkopuolelle jää noin 22 tapausta yhteensä 88 tapauksesta (25%). Teoreettisesti ulkopuolelle pitäisi jäädä 100-68% eli 32%. Tämä tulee normaalijakaumaoletuksesta. Jäännösvirhekuvasta voi arvioida SE:n eli mallin ennustetarkkuuden, kun hakee symmetrisen välin, jonka sisäpuolelle jää noin 68% havainnoista. Residuaalikuvasta näkee myös päteekö oletus vakiovarianssista (homoskedastisuus)

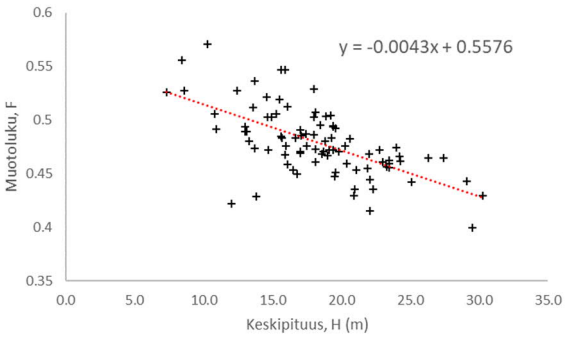
3.7.5 Lisää regressiomalleja – Relaskooppitaulukko

Lukijaa saattaa jo tietää, että puuston tilavuus on käytännön tilanteessa helppo ja nopea määrittää kahden tunnuksen avulla. Relaskoopilla voidaan mitata puuston pohjapinta-ala (G, m²/ha) ja toisaalta puuston keskipituuden (H, m) voi arvioida muutamasta tilavuudeltaan keskimääräisestä puusta näiden pituuden keskiarvona. Sen jälkeen luetaan relaskooppitaulukosta minkä tilavuuden (V, m3/ha) se ennustaa annetuilla havainnoilla (selittäjien arvoilla).

Muistutetaan samalla, että metsänmittaus on prosessi, johon liittyvät lähes aina havainnot, mallit ja otanta. Relaskooppitaulukko on malli, joka "syö" havainnot kahdesta muuttujasta ja antaa tuloksena kolmannen, josta olemme erityisen kiinnostuneita, ja jota ei suoraan pystytä mittaamaan. Mittaaja mittaa selittävien muuttujien arvoja eri osista metsikköä, eli "harrastaa otantaa". Laaditaan seuraavaksi relaskooppitaulukko 88 kuusikkokoealan mittauksiin perustuen.

Relaskoopilla saadaan puuston pohjapinta-ala (PPA tai G), m2/ha. Se on puiden runkojen poikkileikkauspinta-alojen summa. Määritelmän mukaan se mitataan 1.3 m korkeudelta. Jos puiden rungot olisivat sylintereitä, saataisiin (puun) puuston runkotilavuus kertomalla PPA "sopivalla" puuston keskipituudella, onhan sylinterin tilavuus poikkileikkausalan ja korkeuden funktio. Puiden muoto poikkeaa sylintereistä, ja sylinterin kaavalla saatu tilavuus pitää kertoa noin luvulla 0.5. Tätä sanotaan puiden muotoluvuksi. Tämä muotoluku ei ole vakio, vaan luku pienenee, kun puuston pituus kasvaa.

Jos tilavuutta merkitään V, pohjapinta-alaa G, keskipituutta H ja muotolukua symbolilla F, voidaan tilavuudelle esittää seuraava yhtälö: V = F × G × H. Tässä F kertoimena huomioi sen, kuinka sylintereinä laskettua tilavuutta tulee korjata, ja on lähellä arvoa 0.5. Koska koealoilta oli mitattu tarkasti V, G ja H, voitiin F ratkaista yo. yhtälöstä jokaiselle koealalle. Kuva 117 esittää puuston pituuden ja muotoluvun yhteisjakauman. Noin 10.metristen kuusikoiden tilavuuden saa kaavalla ”puut sylintereinä ja siitä puolet”, kun taas vanhempien puustojen runkojen muoto on kartiokkaampi ja muotoluku on alle 0.5.

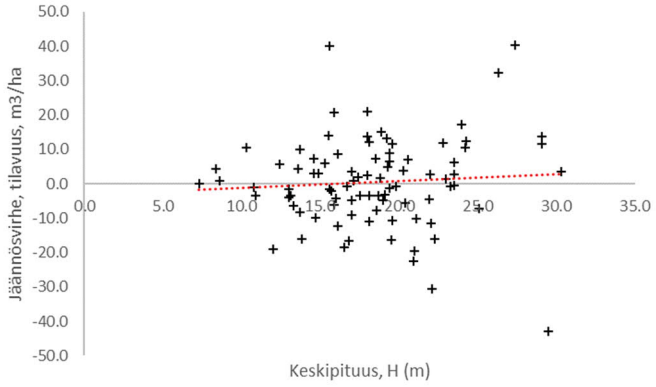


Kuva 117. Muotoluku F kuusikkokoealoilla niiden keskipituuden (H) funktiona.

F mallinnettiin (Kuva 117) keskipituuden funktiona. Suoran yhtälöksi tuli F = 0.5576 - 0.0043×H ja sen selitysaste oli 41% (0.41). Nyt tilavuusyhtälö V=F×G×H voidaan kirjoittaa muodossa:

$$V = (0.5576 - 0.0043 \times H) \times G \times H$$

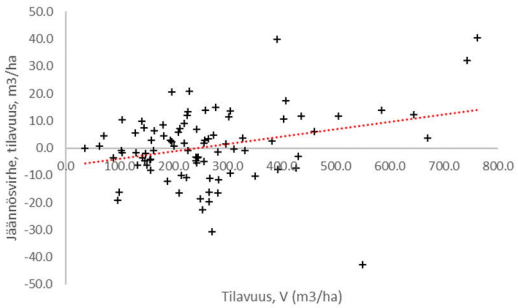
Yhtälön avulla saatiin jokaiselle koealalle mallilla laskettu tilavuus. Mitatun ja lasketun tilavuuden erotus on mallin jäännösvirhe eli residuaali. Tilavuuden jäännösvirheet esitetään alla.



Kuva 118.

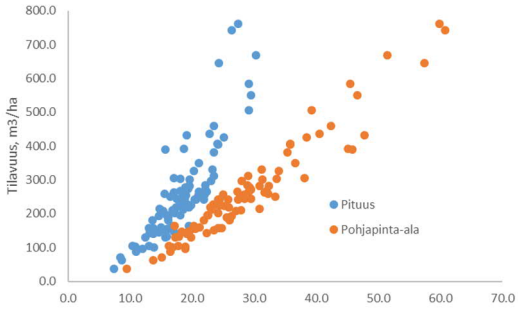
Suurin osa residuaaleista on alle 20 m3/ha. Residuaaleista laskettu tarkka SE eli mallin keskivirhe oli 13 m3/ha. Residuaalit ovat suurempia, kun tilavuus kasvaa, eli oletus vakiovarianssista ei täysin päde. (Kuva 118)

Alla (Kuva 119) esitetään jäännösvirheet mitatun tilavuuden funktiona. Kuva paljastaa, että tämäkin regressiomalli keskiarvoistaa eli aliarvioi suuria tilavuuksia ja yliarvioi pieniä, mutta on keskiarvona harhaton.



Kuva 119.

Tilavuus saadaan keskipituuden ja pohjapinta-alan avulla. Molemmat korreloivat tilavuuden kanssa (Kuva 120), mutta muotoluvun riippuvuus estimoitiin vain keskipituuden funktiona.



Kuva 120. Kuva esittää, kuinka puuston keskipituus (m) ja puuston pohjapinta-ala (m2/ha) korreloivat puuston tilavuuden kanssa Hyytiälän kuusikoissa. Niiden keskinäinen korrelaatio on myös melko voimakasta, r=0.7.

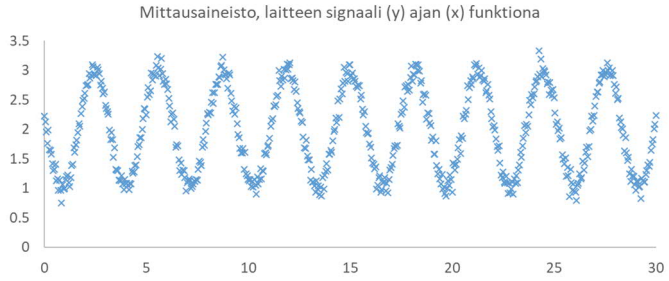
Malli muutettiin taulukon muotoon. Mallin tuoteseloste kuuluu: Käytä mallia Hyytiälän kuusikoissa. Malli ei sovellu alle 20-vuotiaisiin metsiin. Malliennusteiden keskihajonta (SE) on noin 13 m3/ha, mutta on todennäköisesti suurempi runsaspuustoisissa kohteissa.

Malli taulukoituna:

G/H	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
8	26	33	41	49	56	63	69	75	81	87	93	98
10	32	42	51	61	70	78	86	94	102	109	116	122
12	38	50	62	73	84	94	104	113	122	131	139	147
14	45	59	72	85	97	109	121	132	143	153	162	171
16	51	67	82	97	111	125	138	151	163	174	185	196
18	57	75	93	109	125	141	156	170	183	196	209	220
20	64	84	103	121	139	156	173	189	204	218	232	245
22	70	92	113	134	153	172	190	208	224	240	255	269
24	77	100	124	146	167	188	207	226	244	262	278	294
26	83	109	134	158	181	203	225	245	265	284	301	318
28	89	117	144	170	195	219	242	264	285	305	325	343
30	96	126	154	182	209	235	259	283	306	327	348	367
32	102	134	165	194	223	250	277	302	326	349	371	392
34	108	142	175	206	237	266	294	321	346	371	394	416
36	115	151	185	219	251	282	311	340	367	393	417	441
38	121	159	196	231	265	297	328	358	387	414	440	465
40	128	167	206	243	279	313	346	377	407	436	464	490

3.7.6 Epälineaarinen regressioanalyysi

3.7.6.1 Sinimuotoinen signaali



Kuva 121. Mittauksia ilmiöstä ajan (0-30s) funktiona.

Mittalaite mittasi tasaisin aikavälein signaalia, ja 30 sekunnin aikana laite teki 601 havaintoa (Kuva 121). Ilmiön tiedetään olevan sinimuotoista, mutta laitteen mitta-asteikon nollakohdan sijainti, signaalin taajuus ja vaihesiirto sekä amplitudi ovat tuntemattomia (tärkeitä ratkaistavia signaalin parametreja), ja ne haluttiin selvittää havaintoaineistosta epälineaarista regressiomallia käyttäen:

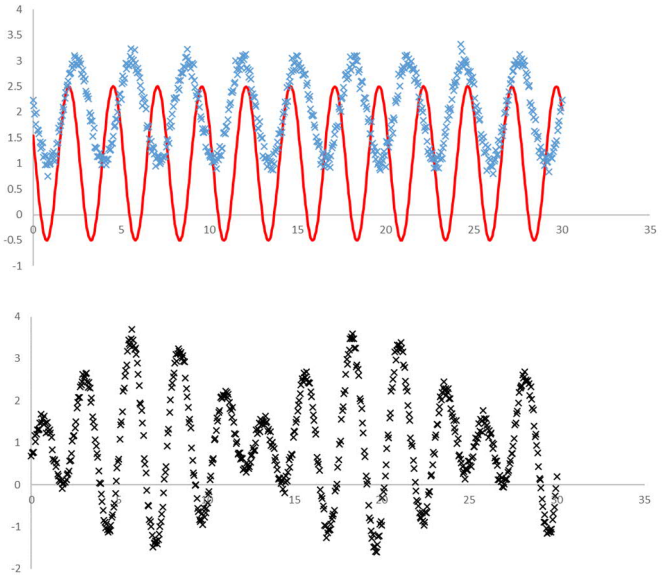
$$y = \beta_0 + \beta_1 \cos(\beta_2 x + \beta_3) + \epsilon$$

mallin tunnistaa epälineaariseksi siitä, että tuntemattomat parametrit esiintyvät cos-funktion argumentteina. Epälineaarinen regressio on hieman vaikeampi laskea (ellei löydy tapaa linearisoida yhtälöä), koska ratkaisu edellyttää optimointimenetelmien käyttöä. Lisäksi tuntemattomille (β_p) tarvitaan järkevät alkuarvaukset, joita optimointialgoritmi muuttaa pyrkiessään kohti optimiratkaisua. Matemaattisesti tarkasteltuna lineaarinen regressio on regressioanalyysin erikoistapaus ja epälineaarinen regressio yleinen tapaus. Lineaarisen regressioanalyysin kohdalla todettiin että ratkaisu löytyy suoraan yhdellä lausekkeella eikä tuntemattomista kertoimista tarvitse olla ennakkoon mitään käsitystä.

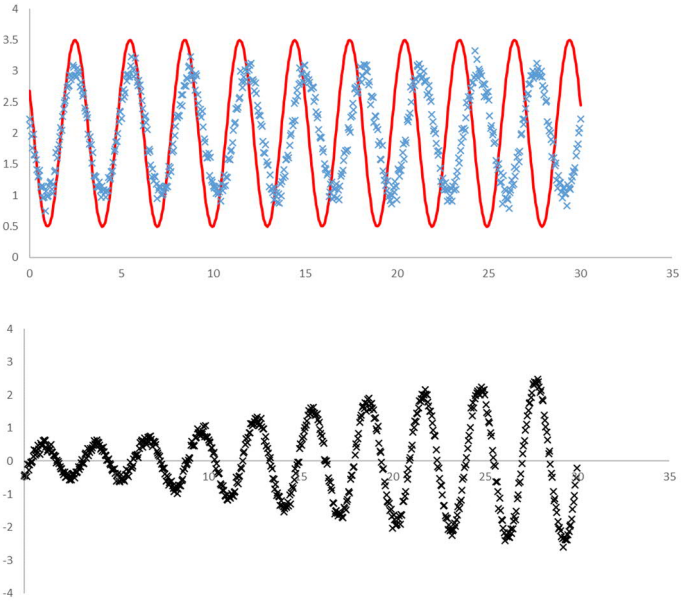
Kuva 122 esittää tilannetta, jossa neljälle tuntemattomalle regressiokertoimelle on alkuun annettu alkuarvaukset. Ennusteen taajuus (β_2) on selvästi liian korkea, koska ennustetun signaalin huippuja on enemmän kuin itse signaalissa. Mittalaitteen nollakohta on liian pieni (β_0), koska ”aaltojen puoliväli” on tasolla 1, kun sen pitäisi olla tasolla noin 2. Vaihe-ero (β_3) ei ole aivan kohdallaan ja ennustettu signaali vaihtelee voimakkaammin kuin mittaukset eli amplitudikerroin (β_1) on liian suuri. Residuaalien neliösumman arvo on 1505. Kun taajuus saadaan arvattua paremmin (β_2) ja nollakohta (β_0) asetetaan oikeaan arvoonsa tilanne paranee kuten Kuva 123 osoittaa.

Seuraavaksi Excel-ohjelman Solver (Ratkaisin, Problemlösaren) -toiminnon annettiin hakea parametrien β_0-β_3 kombinaatio, joka minimoi residuaalien neliösumman. Residuaalit pienenivät, ja jäljelle jäi vain pientä mittauskohinaa (Kuva 124).

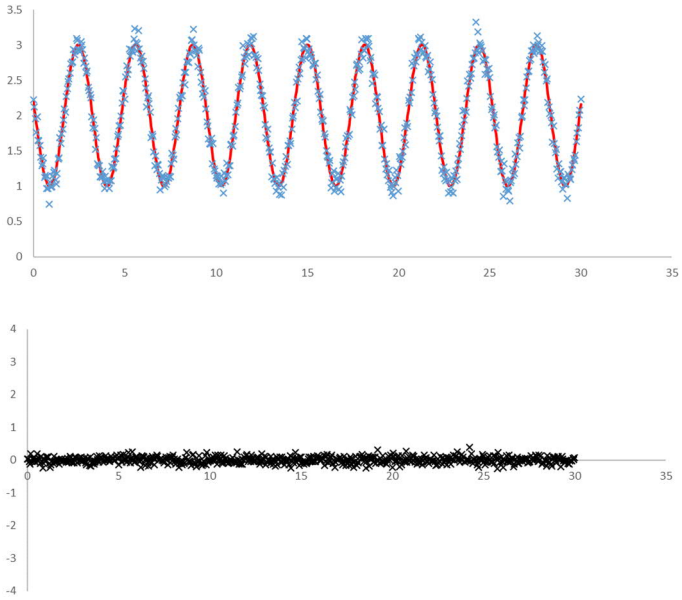
Optimointia varten on lukuisia algoritmeja. Kaikille on kuitenkin yhteistä, että alkuarvauksen tulee olla riittävän tarkka, jottei optimointialgoritmi kadota ratkaisua. Algoritmille saattaa joutua antamaan rajoitteita, jotta ratkaisu onnistuu. Esim. esimerkkimme taajuus on luku välillä 0-π, minkä voi ”kertoa” Solver-toiminnolle kuten sen, ettei mallin vakio voi olla negatiivinen luku. Nämä ovat tilannekohtaisia ja mallinnettavasta ilmiöstä riippuvia. Jossain tapauksissa lineaarisen regressiomallin mallin vakiotermi pakotetaan nollaksi, jos tiedetään että selittäjien ollessa nollia, täytyy y-muuttujan olla nolla tai esim. jossain tietyssä pisteessä, jos mallinnettavana on sijainnin muutos ja vakio tarkoittaa sijaintia lepotilassa.



Kuva 122. Yllä: Havainnot ja likiarvojen $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 1.5$, $\beta_2 = 2.5$ ja $\beta_3 = 1.2$ perusteella laskettu signaalin kulku (punainen). Alla: residuaalit ajan funktiona. Malli ei sovi aineistoon, koska residuaalien vaihtelu on suurta, suurempaa kuin itse signaalin vaihtelu. Katso leipäteksti.



Kuva 123. Havainnoit ja ennuste, kun taajuus ($\beta 2$) on arvioitu paremmin ja nollakohta ($\beta 0$) on sattumalta saatu arvattua oikein. Taajuuden lievä virhe näkyy ”isompana aaltona (josta näemme kuvassa osan)”, muut virheet tulevat virheestä amplitudissa ja vaihesiirrossa. Residuaalien keskiarvo on nolla, eli $\beta 0$ on (mahdollisesti) lähellä oikeaa arvoaan.



Kuva 124. Yllä: Optimoidun malli (punainen käyrä) havaintoaineistoon (siniset ristit) sovitettuna. Alla: Residuaalit ajan funktiona. Ratkaisu on saatu Excel-ohjelman Solver optimointityökalulla, joka teki pienimmän neliösumman tasoituksen ja ratkaisi tuntemattomille parametreille pns-mielessä optimaaliset arvot.

Mallin keskivirheen ja selitysasteen laskukaavat ovat samat kuin lineaarisen regressiomallin tapauksessa ja ne lasketaan residaalien avulla:

$$\hat{y}_i\ (mallin\ ennuste)$$
$$y_i (mitattu\ y{:}\ n\ arvo)$$
$$e_i = y_i - \hat{y}_i\ (residuaali)$$

$$MSE = \left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2\right) \Big/ (n-p)$$

$$SE(y) = \sqrt{MSE}$$

$$R^2 = 1 - \frac{Var(e)}{Var(y)}$$

3.7.7 Vielä selittäjien valinnasta (lineaarinen regressioanalyysi)

Regressiomallin muodon valinta perustuu siihen, että laatijalla on näkemys selittävien muuttujien ja selitettävän muuttujan välisestä yhteydestä. Toisin sanoen mallissa on jokin logiikka. Relaskooppitaulukkoa laadittaessa logiikka oli se, että rungot ovat sylintereitä, mitä relaatiota täytyy korjata (kertoimella) puiden pituuden funktiona. Jäätelön kesäaikaisella kulutuksella voi jossain tapauksissa selittää puiden kasvun vuoden välistä vaihtelua, mutta tällöin selitysvoima on epäsuora, ja tulee siitä, että jäätelön kulutus ja sääolot ovat kytköksissä. Selittäjistä voidaan joutua laskemaan muunnoksia, kuten logaritmi, ja tällöin kyse on siitä, että saadaan malli ”istumaan” paremmin aineistoon. Tämä todetaan selitysastetta, keskivirhettä ja jäännösvirheitä tarkastelemalla. Malliin ei pidä ottaa mukaan selittäjiä, jotka korreloivat vahvasti keskenään. Yksinkertainen on usein parempi kuin monimutkainen.

Monesti selittäjiä voi olla tarjolla paljon. Tekijöiden kesken on yhteisvaikutuksia, joiden takia malli voi käyttäytyä oudosti erityisesti ekstrapolointitilanteessa eli kun esim. ennustetaan, mitä metsälliselle ilmiölle $y_{metsä}$ tapahtuu, kun kesäkuun keskilämpötila ylittää 27 astetta, mitä ei koskaan ole havaittu mallin laadinta-aineistossa. Malleihin saatetaan rakentaa matemaattisia ”inhibiittoreita”, jotta mallin huolimaton käyttäjä ei saa liian outoja tuloksia esim. tulevaisuuden metsää ennustettaessa.

Esim. keskivirheen estimaatti SE(y) voi tulla yliarvioiduksi, jos selittäjät ovat korreloituneita tai oletus residuaalien normaalijakautuneisuudesta ja vakiovarianssista. Regressiomalli on ”helppo” laatia tilasto-ohjelmalla, mutta saatujen tunnuslukujen tulkinta tulee tehdä huolellisesti. Kertoimet β ovat aina ”oikein laskettuja”, mutta eri luotettavuustunnusten ja kertoimien arvojen tulkinnan kanssa pitää olla tarkkana.

Erilaisia valinta-algoritmeja on tarjolla tilanteeseen, jossa selittäjiä on paljon tarjolla. Kombinaatioiden määrä voi olla suuri. Jos ”selittäjätarjokkaita” on 20, yhden selittäjän malleja on 20 erilaista. kahden selittäjän malleja on 20×19/(2×1), kolmen 20×19×18 / (3×2×1), jne.

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k(k-1)\ldots} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

n	k	komb
20	1	20
20	2	190
20	3	1140
20	5	15504
20	9	167960
20	12	125970
20	16	4845
20	17	1140
20	19	20
20	20	1

Selittäjien (usein kutsutaan myös piirteiksi) valinnan problematiikasta ja menetelmistä voi lukea täältä:

Katso: https://en.wikipedia.org/wiki/Feature_selection

Askeltava valinta:

https://en.wikipedia.org/wiki/Stepwise_regression

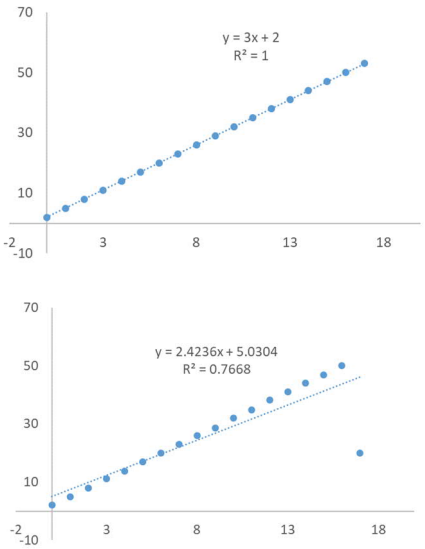
> Kombinaatio vs. permutaatio.
>
> Permutaatiossa ”järjestyksellä on väliä”, Jos käytössä on kirjaimet A, B, C ja D, niillä voidaan muodostaa 4! eri samaa: ABCD, BACD, BCAD, BCDA, jne. Anagrammit ovat siis permutaatioita. Esim. sanasta ”marvi” saa permutaation ”mirva”. Kts. https://www.arrak.fi/fi/ag

Regressiokertoimelle voidaan laskea keskivirhe eli 68% luottamusvälit. Jos kertoimen arvoksi saadaan -1, ja keskivirhe on 2, on saatu selittäjä suurella todennäköisyydellä merkityksetön ja voidaan jättää pois mallista. Sekä kertoimen arvo että sen keskivirheen arvo vaihtuvat kun ”selittäjien joukko tai lukumäärä”. Tämä voi alkuun tuntua hämmentävältä. Jos havaintoja on paljon ja regressioanalyysillä saadun kertoimen arvo on -1 ja sille laskettu keskivirhe on 0.1, saadaan kertoimelle 68% luottamusväleiksi -1 +/. 0.1 eli selittäjällä on y-muuttujaa pienentävä vaikutus (se on suurella todennäköisyydellä negatiivinen ja lähellä arvoa -1 oleva luku). Kun malliin lisätään uusi muuttuja, muuttuvat kaikkien kertoimien arvot. Regressiomallin laskeminen on helppoa, mutta saatujen tulosten tulkinta ei sitä ole.

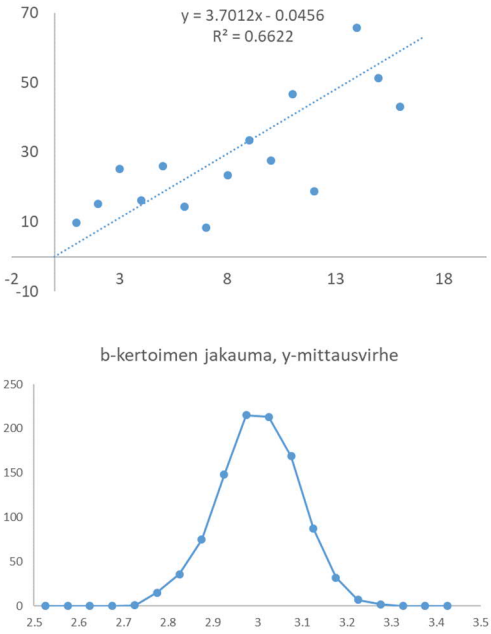
https://en.wikipedia.org/wiki/Regression_analysis

3.7.8 Outlierit (karkeat havaintovirheet) regressiomallinnuksessa. Mallin keskiarvoistuminen

Karkea mittausvirhe (tai muuten ”poikkeava tapaus”) voi vaikuttaa huomattavasti estimoitavaan malliin (Kuva 125).

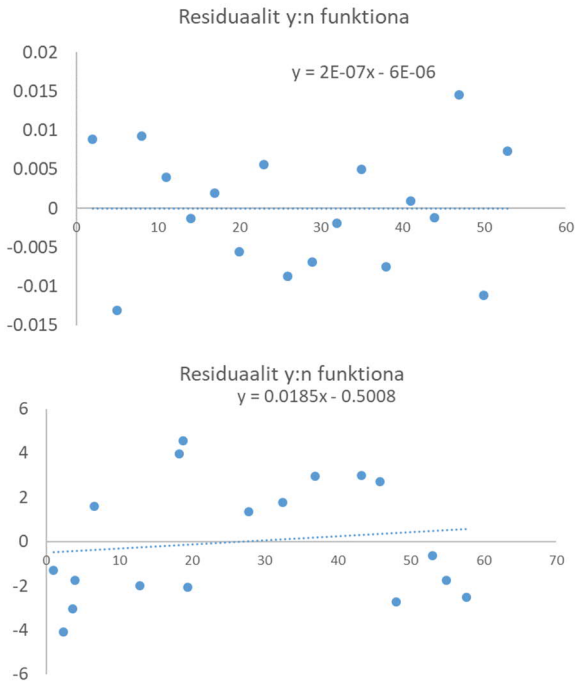


Kuva 125. Ilmiö (y), joka on fyssiikan lakien mukaan 100% korreloitunut selittäjän (x) kanssa. Ylemmässä kuvassa mittaukset niin x- kuin y-muuttujasta ovat onnistuneet ja suoran parametrit ovat 2 ja 3. Alemmassa kuvassa on tehty yksi karkea mittausvirhe. Vaikutus ”tuhoaa” muuten selkeän riippuvuuden.

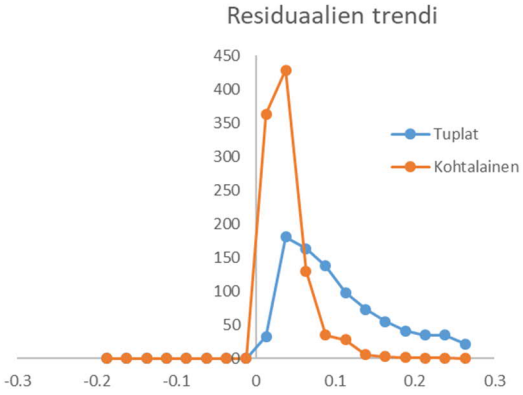


Kuva 126. Sama tilanne kuin edellä, mutta nyt muuttujan y arvoa ei ole pystytty mittaamaan täsmällisesti. Kertoimiin tulee satunnaisvirhettä. Alemmassa kuvassa regressiomallinnus on toistettu 1000 kertaa simuloimalla jokaisella kerralla y-mittauksiin virhettä. Kulmakertoimien keskiarvo on 3, mutta y-muuttujan vaihtelun takia kulmakerroin saa eri arvoja kerrasta toiseen, kuten histogrammi osoittaa. Jakauma antaa osviittaa sille, miksi regressioanalyysilla lasketut kertoimet ovat nekin estimaatteja. Ylemmässä kuvassa esitetään yksi tuhannesta toistosta, jossa kulmakerroin 3.7 ja mallin vakio -0,04, kun ”oikeat arvot” ovat 3 ja 2.

Lineaariset regressiomallit keskiarvoistavat y:n estimaatteja aina kun selitysaste ei ole 1 (Kuva 127, Kuva 128). Siksi niin x- kuin y-muuttujat pitäisi mitata mahdollisimman hyvin, jotta niiden mittausvirheistä koituva keskiarvoistuminen olisi minimaalista. Sille ei sinänsä mahda mitään, jos ilmiöiden välinen riippuvuus ei ole vahvaa.



Kuva 127. Regressiomallin keskiarvoistuminen. Kertoimien keskiarvot (odotusarvot) saadaan harhattomasti, vaikka mittauksissa olisikin epätäsmällisyyttä (Kuva 126), mutta regressiomalli keskiarvoistaa sitä enemmän, mitä enemmän mittauksissa on epätäsmällisyyttä tai mitä heikompi korrelaatio on. Yläkuvassa mallin selitysaste on korkea ja residuaalit eivät riipu y:n arvosta. Alakuvassa (kertaluokkaa isompi vaihtelu) näkyy kuinka malli alkaa yliarvioida pieniä y:n arvoja ja aliarvioida suuria arvoja. Huomaa pystyakselin eri skaalat.



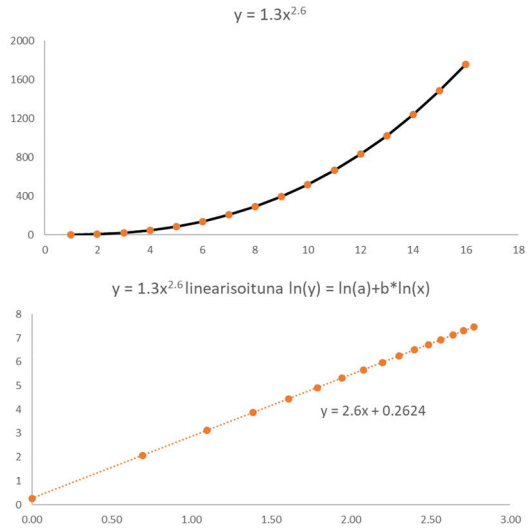
Kuva 128. Tuloksia kahdesta simulaatiosta, joissa sekä x- että y-muuttujaan lisättiin mittausvirhettä. Keskiarvoistava trendi lisääntyi, kun satunnaisvaihtelua lisättiin. Keskiarvoistuminen on sisäänrakennettua regressioanalyysissä aina, kun selitysaste on alle yhden.

3.7.9 Mallin linearisointi

Mallin linearisointi tulee joskus kyseeseen (tehtiin edellä kasvumallin laatimisen yhteydessä), ja tällöin malliin tehdään matemaattinen muunnos, jolla se saadaan kertoimien suhteen lineaariseksi, eikä työlästä iteroivaa (tai optimointi-) ratkaisua tarvita (epälineaarista estimointia siis). Alla esimerkki tulomuotoisen ekspotentiaalisen mallin linearisoinnista logaritmin otolla.

$$y = \beta_1 x^{\beta_2}$$

$$\ln(y) = \ln(\beta_1) + \beta_2 \ln(x)$$



Kuva 129. Alkuperäiset havainnot ($y=1.3x^{2.6}$) ja logaritmimuunnetut havainnot sekä niihin sovitettu regressioyhtälö. ln(y)=0.2624+2.6x.

Metsänmittauksessa käytetään paljon Näslundin pituuskäyrää, jossa on kaksi parametria: *a* ja *b*. Malli antaa puun pituuden (*h*) puun rinnankorkeusläpimitan (*d*) funktiona. Malli on epälineaarinen, koska parametrit ovat lausekkeessa, joka korotetaan toiseen potenssiin. Se voidaan kuitenkin linearisoida tarvittavaan muotoon y = a + b·d:

Alkuperäinen muoto, jolla saadaan pituus läpimitasta on

$$h = 1.3 + \frac{d^2}{(a + b \cdot d)^2}$$

Siirretään 1.3 yhtälön vasemmalla puolelle ja kerrotaan molemmat puolet termillä $1/d^2$.

$$\frac{d^2}{h - 1.3} = (a + b \cdot d)^2$$

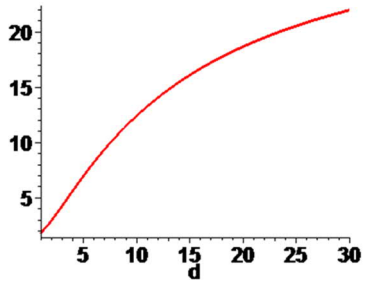
Otetaan neliöjuuri molemmin puolin:

$$\sqrt{\frac{d^2}{h - 1.3}} = a + b \cdot d$$

Tämä muoto on se, josta parametrit a ja b ratkaistaan, koska siinä yhtälön oikea puoli on parametrien suhteen lineaarisessa muodossa. Havaintoaineistosta (jossa on puita, joille on mitattu pituus ja läpimitta) pitää siis laskea ensin muuttuja, joka on yhtälön vasemmalla puolella. Sitä selitetään yhtälön oikean puolen lausekkeella, jossa on vakio ja kerroin, joka kertoo läpimittaa *d*. Selitettävässä (y-muuttujassa) on mukana myös *d*, mikä voi tuntua hämmentävältä. Kyseessä on kuitenkin vain muunnos, jonka avulla saadaan a ja b ratkaisua yksinkertaista lineaarista regressioanalyysiä käyttäen ja vältytään optimointimenetelmien käyttämiseltä. Malli on esitelty yli 100 vuotta sitten. Epälineaarinen optimointi edellyttää paljon enemmän laskutoimituksia (ja algoritmin), jotka tuolloin vielä tehtiin käsin tai alkeellisilla laskukoneilla.

Piirretään Näslundin pituuskäyrän kuvaaja Maple-ohjelmalla, kun *a* = 1.2 ja *b* = 0.18:

```
> plot(1.3+d^2/(1.2+.18*d)^2, d = 1..30, font
=[HELVETICA, BOLD,17]);
```

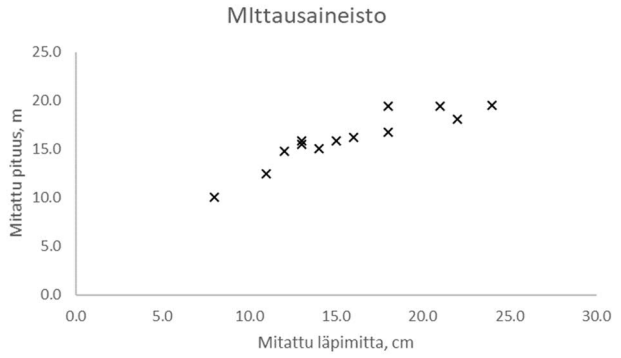


Kuva 130. Näslundin pituuskäyrä parametrien arvoilla a=1.2, b=0.2. Pituus metrejä, läpimitta senttimetrejä. Parametrien arvot annettu Maple-komennossa. Käyrä saturoituu, kun d saa suuria arvoja. Tämä on looginen ominaisuus.

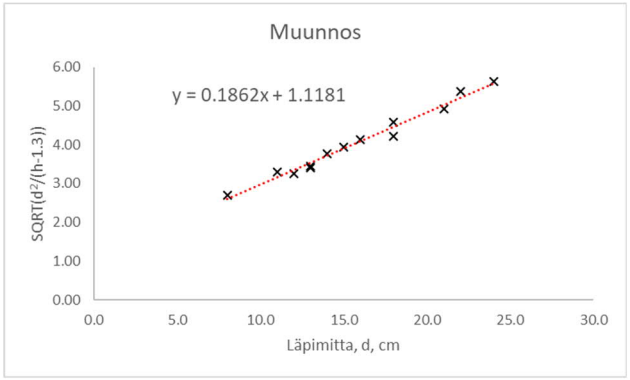
3.7.10 Esimerkki – Näslund – Metsikkö ja sen 13 koepuuta – linearinen ja epälineaarinen regressio

Tässä luvussa esitellään, kuinka sama regressioyhtälö voidaan ratkaista lineaarisella regressioanalyysillä (linearisoidussa muodossa) ja toisaalta optimointia soveltavalla epälineaarisella regressioanalyysillä (alkuperäisessä muodossaan). Muistutuksena todettakoon, että lineaaarinen RA ratkeaa yhdellä iteraatiolla ilman että parametreista tiedetään mitään, kun taas epälin. regressioanalyysi edellyttää alkuarvojen (likiarvojen) asettamisen ja optimointialgorotmin käytön.

Metsiköstä oli mitattu 13 puuta, joista oli havaittu rungon läpimitta ja pituus. Riippuvuus ei ollut suoraviivaista (Kuva 131), joten päätettiin käyttää Näslundin yhtälöä. Sen avulla voisi estimoida pituuden myös niille puille, joista tunnetaan ainoastaan läpimitta. Linearisointi tehtiin aiemmin esitetyllä tavalla ja lin. regressio tuotti parametrit 0.1862 ja 1.1181 (Kuva 132)

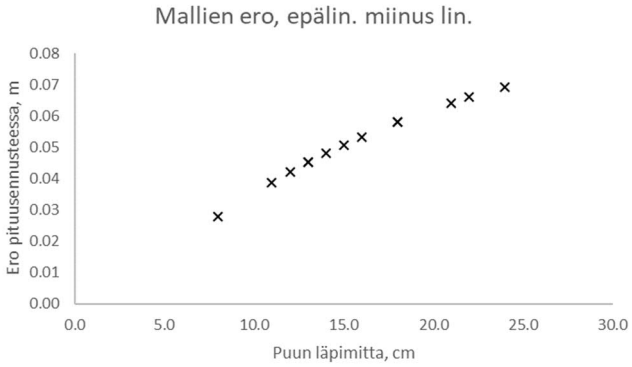


Kuva 131. Eräässä metsikössä mitattiin pituus 13 puusta, joiden läpimitta vaihteli välillä 8-24 cm ja pituus 10.1-19.6 m.



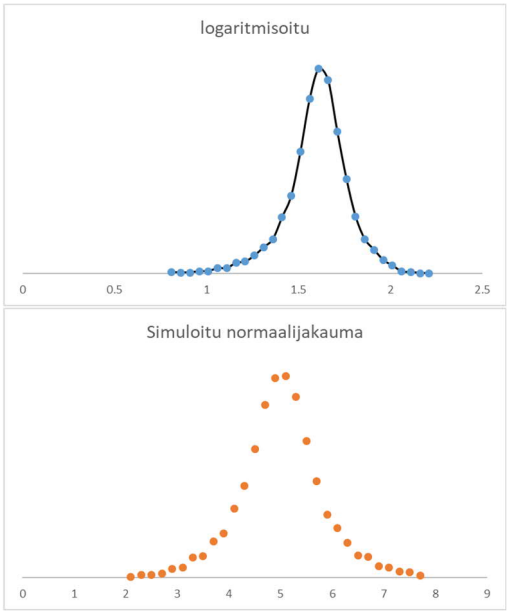
Kuva 132. Muunnoksen ja läpimitan yhteisjakauma, ja siihen sovitettu suoran yhtälö. Parametrit saivat arvot a=1.1181, b=0.1862. Selitysastetta ei esitetä tarkoituksellisesti.

Tehdään estimointi seuraavaksi epälineaarisesti käyttäen Excel-ohjelman Solver-toimintoa. Lomakkeella esitetään kullekin puulle mitattu d, mitattu h, estimoitu h ja näistä laskettu residuaali, kun estimoitu h lasketaan kertoimien *a* ja *b* avulla, joille ensin annetaan likiarvot (ovat omissa soluissaan Excel lomakkeella). Residuaalien neliöt summataan ja saatu summa (ennustevirheiden neliösumma) asetetaan minimoitavaksi suureeksi Solver-työkalussa, s.e. parametreja (soluja) a ja b muutetaan. Solver konvergoi ratkaisuun, jossa saadaan parametreille hieman eri arvot: a = 1.1175 ja b = 0.1857, kun ne edellä olivat 0.1862 ja 1.1181. Herää kysymys siitä, miksi saimme eri ratkaisut lineaarisella ja epälineaarisella regressioanalyysillä. Kuva 133 esittää kyseisillä malleilla laskettujen pituuksien erottukset kolmellatoista läpimitan arvolla. Erot vaihtelevat välillä 3-7 cm ja kasvavat suuremmille puille. Linearisoitu malli antaa pienempiä pituuksia!



Kuva 133. Kun verrataan samojen puiden avulla estimoituja pituuskäyriä, huomataan, että lineaarisella regressioanalyysillä estimoitu Näslundin malli aliarvioi pituuksia 3-7 cm verrattuna epälineaarisella regressioanalyysillä estimoituun malliin, jonka kulku on harhaton.

Linearisointi helpottaa estimointia, mutta hintana ”maksetaan” pieni harha. Esim. logaritmimuunnos vaikuttaa jakauman muotoon ja siksi muunnetuista residuaaleista laskettu pienimmän neliösumman ratkaisu ei ole sama kuin alkuperäisiä muuttujia käytettäessä (Kuva 134).



Kuva 134. Alempi kuva: 10000 simuloidun normaalijakautuneen satunnaisluvun (odotusarvo 5, ln(5) = 1.61) histogrammi. Ylempi kuva: Luvuista logaritmin otolla saatujen lukujen histogrammi (yllä). Logaritmimuunnetun jakauman symmetria särkyy ja jakauman häntä (ja painopiste) leviää vasemmalle. ln(5) = 1.609. ln(5)/ln(6) = 0.89, kun taas ln(4)/ln(6) = 0.86.

3.7.11 Painotettu regressioanalyysi

Painotetussa regressiossa otetaan huomioon havaintojen tarkkuuseroja, tai painotetaan muusta syystä joitakin havaintoja eri tavalla kuin toisia ajatuksena, että näin saatava malli on parempi.

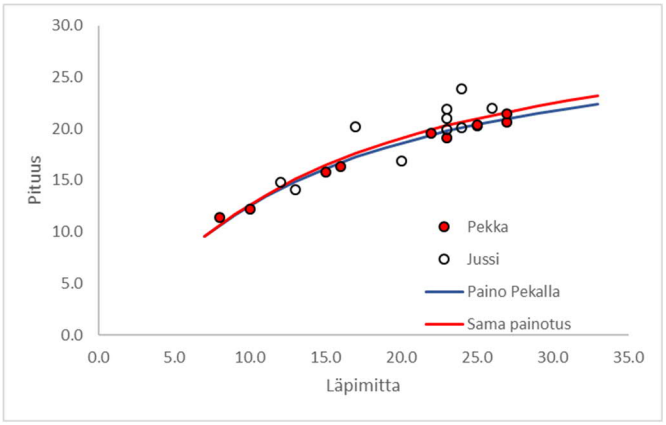
Esim. maanmittauksessa on tehtäviä, joissa ratkaistaan regressioanalyysiä käyttäen tuntemattoman kohteen sijainti, eli kohteen X ja Y-koordinaatit. Regressioanalyysissä ratkaistaan samanaikaisesti yhtälöpari, joista toinen antaa X-koordinaatin ja toinen Y-koordinaatin. Jos paikannus perustuu esim. havaittuihin suuntiin ja etäisyyksiin, on minimoitavassa neliösummassa suunta- ja etäisyysjäännösvirheitä ”sekaisin”. Tällöin on annettava paino sille ”mitä yhden asteen suuntavirhe vastaa suhteessa 1 metrin etäisyysvirhe”. Usein painoina käytetään oletettuja tai tutkitusti todettuja mittaustarkkuuksia (mittausvirheiden variansseja). Maanmittaustieteissä puhutaan yleisesti pienimmän neliösumman tasoituslaskennasta sen sijaan että käytettäisiin termiä epälineaarinen regressioanalyysi. Termi juontaa tähän havaintojen ”sekakäyttöön”. Tasoittaminen (adjustment) sopii termiksi, kun ratkaisuun käytetään hyvin erilaisia havaintoyhtälöitä. Esimerkiksi paikannettavasta pisteestä voidaan mitata etäisyys joillekin entuudestaan tunnetuille pisteille, suuntia niihin ja vielä kolmantena havaintona voidaan käyttää pisteellä tehtyjä GPS-mittauksia. Tasoituslaskennassa nämä kaikki laitetaan samaan ”pienimmän neliösumman myllyyn” omilla painoillaan ja ratkaisuksi saadaan tulos, joka huomioi kaikki hyvinkin erilaiset havainnot. Tulos ei ole yksikäsitteinen, vaan riippuu annetuista painoista, siis siitä, mihin havaintoihin uskotaan eniten.

Esimerkki – Jussi ja Pekka mittasivat puita

(kts. pns_REGRESSIO.xlsx, välilehti ”Painotettu”)

Projekti oli palkannut metsäylioppilaat Pekan ja Jussin mittaamaan puita. Pekka tiedettiin luotettavaksi ja huolelliseksi mittaajaksi, ja niinpä hän sai mitata kaikki puiden läpimitat, mutta pituuksia mittasi myös Jussi, jonka hyveisiin huolellisuus ei kuulu. Tämä huomatiin aina, kun kaverukset kävivät mittaamassa kalibrointipuut, joiden oikeita pituuksia he eivät tienneet. Pekan mittaukset olivat tarkempia. Jussi sai kuitenkin pitää työpaikkansa.

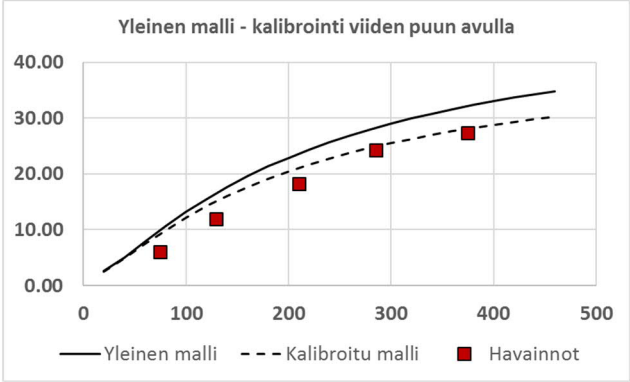
Eräässä metsikössä molemmat mittasivat 10 puuta, jotka yhdistettiin pituuskäyrän estimointia varten. Estimointi tehtiin painottaen enemmän Pekan havaintoja ja toisaalta antaen molempien havainnoille sama paino (Kuva 135).



Kuva 135. Näslundin käyrät, joita estimoitaessa Jussin havaintoja painotettiin ensin samalla tavalla kuin Pekan, mutta toisessa yhtälössä paino oli vain 10%. Painot ovat lukuja joilla residuaalin neliöt kerrotaan ennen niiden summaamista. Paino lasketaan kaavasta $1/s^2$, missä s^2 on mittausvirheen varianssi. Näin ollen Jussin virheiden keskihajonnan oletettiin olevan $\sqrt{10}$ kertaa suurempi eli 3.16-kertainen Pekan täsmällisyyteen nähden.

Kuva 135 havainnollistaa painojen vaikutusta. Käyrä kulkee ”enemmän Pekan havaintojen kautta”, kun Pekan havaintoja painotetaan enemmän. Laskenta löytyy Excel –lomakkeelta.

Painotettua regressioanalyysiä sovelletaan siis paljon maanmittaustieteissä (paikannustehtävät, kameran orientointi, havaintoaineistojen geometrinen yhteensovitus), kun paikannukseen käytetään erilaisia havaintoja, kulmia, etäisyyksiä ja geometrisiä ehtoja, ja mallit ovat epälineaarisia sisältäen ”paljon trigonometrisia funktioita ja Pythagoraan lauseita” (etäisyyden laskenta). Metsänmittauksessa painotettua estimointia voidaan soveltaa esim. kalibroitaessa yleistä (koko maan tasolla määriteltyä) mallia johonkin metsikköön (Kuva 136) muutaman havainnon avulla.



Kuva 136. Pituuskäyrän kalibrointi. X-akselilla on puun läpimitta (d) millimetreinä ja y-akselilla pituus, metreinä. Näslundin käyrän parametrit yleiselle mallille (esim. 50-vuotiaalle kuusikolle Etelä-Suomessa) olivat 15 ja 0.14, ja pienimmän neliösumman ratkaisussa näille kertoimille annettiin suuret painot viiteen läpimitta-pituus havaintoon (mitattuun puuhun) nähden. Ratkaisussa parametrien arvot olivat 15 ja 0.153. Kalibroitu malli ”on taipunut alas” kohti metsiköstä tehtyjä havaintoja, mutta ei kuitenkaan kulje ”niiden kautta”. Painoilla määritetään, kuinka paljon tilanteessa uskotaan yleiseen pituusmallin kertoimiin ja kuinka paljon omiin viiteen havaintoon. Yhtä oikeaa ratkaisua ei ole, mutta lähtökohtaisesti omien havaintojen hyödyntäminen kannattaa aina. Yhdenkin.

3.7.12 k-lähimmän naapurin menetelmä

Thomas M. Cover (1938-2012) esitteli menetelmän, jota voi käyttää niin luokitustehtävissä (luokan estimointiin) kuin regressioon (suhde- tai välimatka-asteikollisen muuttujan arvon estimoimiseen).

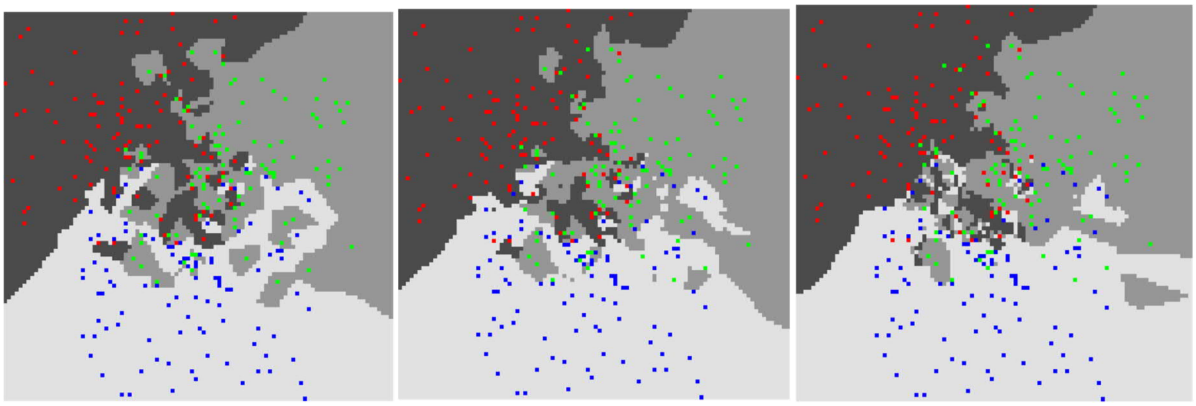
Englanniksi menetelmä on k-nearest neighbour algorithm eli kNN algoritmi. Cover oli informaatioteoreetikko ja tilastotieteilijä. kNN hyödyntää opetusaineistoa ja on ns. *laiska oppija*. Opetusaineiston voi muodostaa esim. joukko puita (havaintoyksikkö), joista on mitattu maastossa mielenkiintoisia ominaisuuksia, joista jotkut ovat vaikeita tai kalliimpia mitata kuin toiset. Metsäalueen puista voidaan valita edustava otos eri puulajin puita, joista mitataan puulaji, rungon läpimitta 1.3 m korkeudelta, ikä, alimman elävän oksan korkeus maasta, rungon läpimitta 6 m korkeudelta, latvuksen leveys ja puun pituus. Opetusaineiston puut valitaan siis s.e. niiden joukosta löytyy mahdollisimman hyvin kaikki se vaihtelu, joka esiintyy metsäalueen puissa. Yksi tapa soveltaa kNN-estimointia olisi tilanne, jossa alueelta on tehty uusia puumittauksia, mutta puista ei ole mitattu latvuksen leveyttä, josta kuitenkin tarvittaisiin jokin arvio esim. puun kasvua ennustavan mallin syötetiedoksi. Toinen mahdollinen kNN-sovellustilanne liittyy kaukokartoituksen käyttöön. Kaukokartoituksella voidaan mitata puun pituus ja latvuksen leveys, mutta rungon läpimittaa ei pystytä mittaamaan. Estimaatti voidaan johtaa sellaisten opetusaineiston puiden avulla, joiden pituus ja latvuksen leveys muistuttavat ilmakuvalta havaittua puuta (ovat naapureita pituus-leveys avaruudessa). Toisaalta, opetusaineiston puut voidaan osoittaa kaukokartoituskuvalta ja esim. tutkia, millaisia sävyarvoja ne saavat ilmakuvalla. Sen jälkeen kNN voidaan hyödyntää ilmakuvalta löytyneiden puiden puulajin määrittämiseen eli luokitustehtävässä. Tällöin opetusaineistosta etsitään puita, joiden ilmakuvalta mitatut ominaisuudet muistuttavat kuvalta paikannettua puun ilmakuvalta mitattuja ominaisuuksia. Nämä ovat puun naapureita ilmakuvan piirteiden virittämässä avaruudessa.

Selittävät piirteet (muuttujat) muodostavat piirreavaruuden. Jos muuttujia on yksi, on piirreavaruus yksiulotteinen, kaksi – kaksiulotteinen, kolme – kolmiulotteinen, jne. Päättely tehdään k:n ”lähimmän” naapurin avulla, ja naapuruus mitataan piirreavaruudessa mitattuna etäisyytenä. Parametri k on positiivinen kokonaisluku ja valitaan tilanteen mukaan (k:n arvo yritetään optimoida).

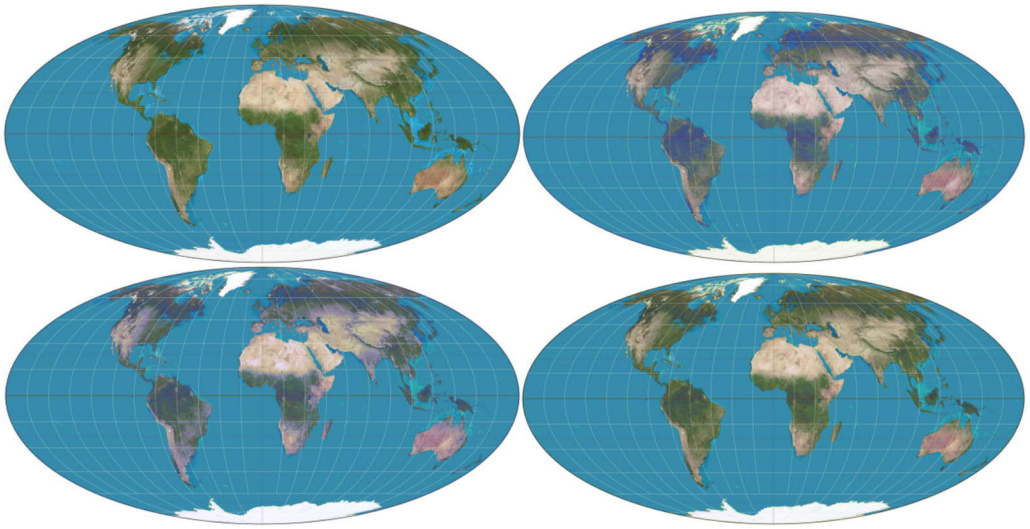
Parametri k vaikuttaa päätösrajoihin (Kuva 137), samoin etäisyyden (ja painojen) laskentatapa, sekä muuttujien matemaattiset muunnokset. Kun k=1, haetaan vain lähin tapaus N-ulotteisessa piirreavaruudessa.

Esimerkki (Kuva 137) havainnollistaa kNN:n käyttöä luokitustehtävässä. Siinä luokitetaan havaintoyksikkö yhteen kolmesta luokasta, kun kohteesta tunnetaan kahden muuttujan arvo eli piirreavaruus on 2-ulotteinen. Luokkia on kolme (puulajit punainen, vihreä ja sininen), ja k:n valinta vaikuttaa kuinka piirreavaruus jakautuu (paikallisiin) päätösalueisiin. Päätösalueet ovat pienipiirteisiä, kun k = 1 ja niitä syntyy runsaasti alueille, jossa opetusaineistossa on eri luokkien edustajia ”sekoittuneina toisiinsa”. Kun k=1 luo yksikin opetusaineiston havainto ympärilleen alueen, johon osuvat tapaukset menevät kyseiseen luokkaan. Kun k on 3 tai 5, häviävät yksittäiset saarekkeet, mutta luokitin ei välttämättä muutu yhtään tarkemmaksi.

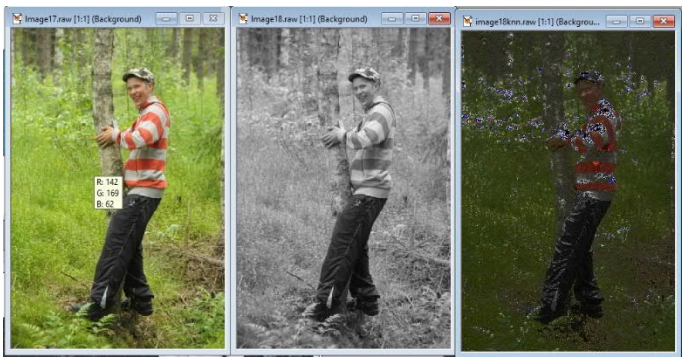
Kun kNN käytetään regressioon, saa estimoitava muuttuja lähimpien naapureiden havaintojen (usein painotetun) keskiarvon. Kuva 138 havainnollistaa kNN käyttöä regressioon. RGB-kuvalla kukin kanava eli R, G ja B voivat saada 256 sävyarvoa, eli jokainen pikseli voi saada 256^3 = 16,777,216 värikombinaatiota. Esimerkin RGB-kuvassa on 634*319= 202246 pikseliä, ja jokaisen määrittää R, G ja B kanavien saamat arvot. Alkuperäisestä kuvasta arvotaan 10, 20 tai 50 satunnaista pikseliä eri opetusjoukkoihin. Esimerkki on hieman kömpelö, mutta ajatellaan että saamme samantyyppisen kuvan, josta B-kanava puuttuu ja se täytyy estimoida kahden jäljelle jääneen kanavan (R, G) avulla. Opetusaineisto muodostaa kaksiulotteisen piirreavaruuden. Täydennettävä kuva käydään läpi pikseli kerrallaan, ja pikselin R ja G arvojen avulla haetaan opetusaineistosta k lähintä näytettä, joiden B-arvoista lasketaan keskiarvo. Tämä asetetaan täydennettävän kuvan B-kanavan arvoksi kyseisessä pikselissä. Esimerkki on keksitty, mutta huomaamme, että 10 ja 20 pikselin opetusjoukko ei sisällä vielä kuvan vaihtelua (visuaalisesti), mutta eräs 50 pikselin satunnaisotos (opetusaineisto) tuotti kuvan, josta ei silmämääräisesti huomaa mitään ”outoa”. Tässä R ja G ennustivat B:tä. Metsäninventoinnin kaukokartoitussovelluksissa satelliittikuvan sävyarvot ja/tai tutkasignaalin arvo selittävät jotain metsämuuttujaa (Kuva 38). Opetusaineiston muodostavat maastossa tarkistetut kohteet, joille tunnetaan niin arvot metsästä ja kaukokartoitusmuuttujien arvot.



Kuva 137. 1NN, 3NN ja 5NN luokitus kaksiulotteisessa piirreavaruudessa. Opetusaineistoa on 300 näytettä, 100 kutakin luokkaa (puulajit punainen, vihreä ja sininen). Kuva osoittaa kuinka piirreavaruus jakautuu puulajeja edustaviin alueisiin (tummaan alueeseen osuva tapaus luokittuu punaiseen luokkaan, keskiharmaa vihreään ja vaalea siniseen). Naapuruus perustuu tässä keksityssä esimerkissä Euklidiseen etäisyyteen ja piirteet ovat muuttujia jotka molemmat saivat arvoja välillä 0-100. Tapauksessa k=1, valinta on helppo, luokka määräytyy lähimmän naapurin mukaan. Tapauksessa k = 3: Jos kaksi tai kolme lähintä on samaa luokkaa, määräytyy luokka enemmistön mukaan. Jos lähimmät havainnot ovat kaikki eri puulajia, luokaksi tulee lähimmän naapurin puulaji. Jos k=5: Luokaksi tulee se, jota on 3, 4 tai 5 lähinaapureissa, muuten lähin.'



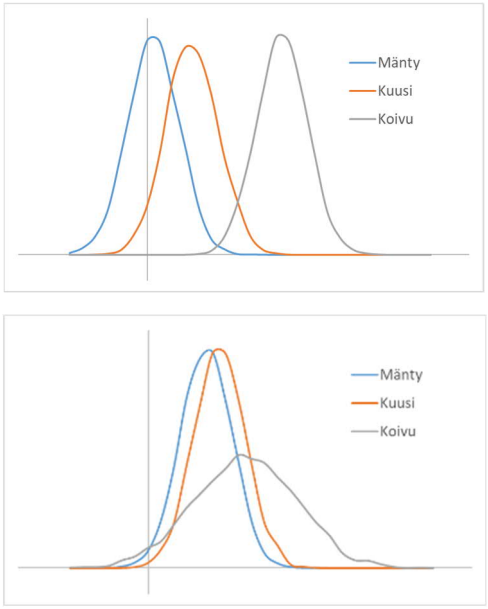
Kuva 138. Alkuperäinen 634x319 pikselin RGB-kuva ja 3NN rekonstruoidut kuvat, kun opetusaineistona oli 10, 20 ja 50 satunnaista samankaltaisen kuvan pikseliä (RGB), joiden avulla estimoitiin "puuttuva" sinisen kanavan pikseliarvo painotettuna keskiarviona 2-ulotteisessa (Red, Green) piirreavaruudessa. R,G,B korreloivat yleensä voimakkaasti ja 50 näytettä riitti rekonstruoimaan kuvan B-kanavan lähes täydellisesti.



Epäonnistunut yritys demota kNN:ää mustavalkokuvan väritystehtävässä. Tässä piirteitä on vain yksi – harmaasävyarvo. Yhtä harmaasävyarvoa vastaa kuitenkin lukuisa joukko eri värikombinaatioita. Mustavalkokuvan värittäminen ei ole helppo ongelma ilman konenäköalgoritmia, joka erottaa maisemasta kasvit, ihmisten kasvon (ihon) ja muut kohteet kuvan rakenteeseen perustuen. Myo Atte Saukkola (MARV1-kurssi, 2010).

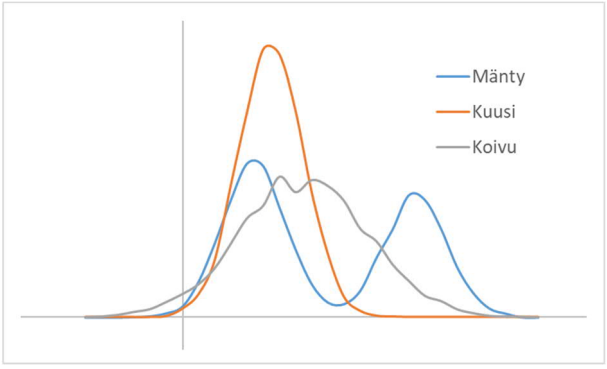
Regressio-estimoinnissa kNN interpoloi: 1-NN ei voi tuottaa muita estimaattien arvoja, kuin juuri niitä, joita opetusdatassa esiintyy, ja nNN (n>1) tuottaa painotettuja keskiarvoja eli arvoja datapisteiden "väliin". Perinteisellä regressiosuoralla (mallilla) voi teknisesti laskea arvoja mille tahansa selittäjien arvoille (interpolointi ja ekstrapolointi), vaikka laadinta-aineistossa ei sellaisia olisi ollutkaan. kNN ei ekstrapoloi. Opetusaineiston edustavuus onkin ratkaiseva ominaisuus kNN-menetelmää sovellettaessa. Jos halutaan löytää tervaleppiä kaukokartoituksella, on kNN opetusaineistosta löydyttävä riittävän monta tervaleppää näytteeksi siitä. Sama koskee puustoja (ikä- ym. ominaisuuksien vaihtelu) – "taimikkoa" ei tule estimaatiksi, jos opetusaineistossa on näytteitä vain jatkuvan kasvatuksen puustoista tai, kasvatus- ja uudistamisvaiheen metsistä.

Piirteiden valinta kNN-estimointiin. Kaukokartoitussovelluksissa voidaan yhdelle koealalle laskea useita selittäviä muuttujia, esim. jos koeala on kuvattu sekä ilmakuvakameralla että laserkeilaimella. Kohteeseen kuuluvista ilmakuva pikseleistä voi laskea kanavittain normalisoituja indeksejä, tekstuuripiirteitä tai erilaisia jakaumatunnuksia. Sama pätee laserkeilaimeen. Hyperspektrikamerassa saattaa olla kymmeniä kanavia. Piirteiden valinnasta on kyse mallin valinnasta.



Kuva 139. Yksittäinen luokitteleva numeerinen piirre ja kolme luokkaa. ANOVAn F-testisuureen arvot vasemman puoleiselle piirteelle oli 12-kertainen.

Yksittäinen hyvä piirre erottelee luokat (Kuva 139). Esim. F-testillä voi ensin etsiä ne piirteet, jotka ovat hyviä yhden piirteen selittäjiä. F-testi ei kuitenkaan löydä ao. kuvan kaltaista tilannetta, jossa piirre erottelee osan männyistä erityisen hyvin.



Jos kaksi piirrettä korreloi hyvin voimakkaasti ei niistä ole juurikaan hyötyä laskennassa. Valinta voi yksinkertaisimmillaan perustua jätä-1-pois ristiinvalidointiin (LOOCV) ja kNN:n itsensä hyödyntämiseen. Kullekin kokoiltavalle piirrejoukolle tehdään LOOCV

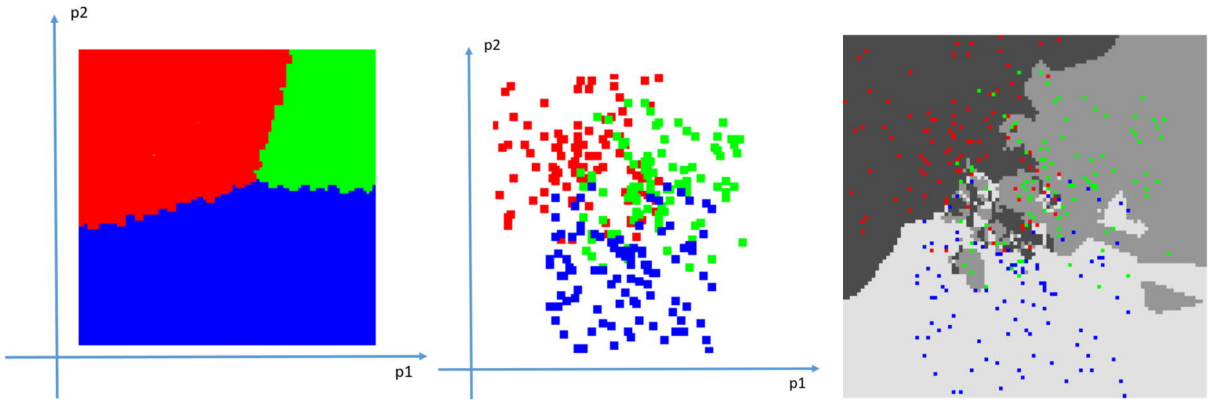
eli kNN ajetaan opetusjoukossa s.e. opetusjoukosta otetaan yksi kerrallaan havainto pois ja sille estimoidaan (luokka tai jatkuvan muuttujan) arvo käyttämällä jäljelle jääneitä havaintoja luokitukseen. Näin tehdään kaikille opetusjoukon alkioille. Tuloksena saadaan tietoa luokitusvirheen (luokitustarkkuus tmv. tunnus) tai jatkuvan muuttujan ennustevirheen (RMSE) suuruudesta, kun käytössä oli kyseinen testattava piirrekombinaatio. Sen jälkeen kombinaatiota vaihdetaan jollakin ”viisalla” tavalla (piirteiden etsintäalgoritmi). Piirteiden valinta on relevantti ongelma monessa luokitus- tai päättelytehtävässä, ja menetelmiä on runsaasti. Menetelmän tulee olla nopea, kun mahdollisia piirteitä on kymmeniä tai satoja, jolloin kombinaatioiden määrä on valtava.

3.7.13 Diskriminanttianalyysi – parametrinen luokitinesimerkki

kNN-luokitin oli esimerkki ei-parametrisesta menetelmässä, jossa ei lainkaan tarvittu luokkien tai selittävien piirteiden jakaumia kuvaavaa parametria, kuten keskiarvo, hajonta tai piirteiden keskinäiset korrelaatiokertoimet (kovarianssit). kNN:ssä riittää, kun määrittää arvon k:lle ja tavan laskea etäisyyksiä N-ulotteisessa avaruudessa (muunnokset ja painojen asettaminen), jonka N selittävää piirrettä muodostavat. Luokitin toimi paikallisesti eikä ”k:n lähimmän ulkopuolella” olevilla opetusaineiston havainnolla ollut mitään vaikutusta tulokseen. Piirteiden valinta on tärkeä vaihe.

Luokitteluun on paljon algoritmeja. Lineaarinen ja kvadraattinen diskriminanttianalyysi (LDA ja QDA) ovat esimerkkejä parametrisista menetelmistä.

Kuva 140 visualisoi QDA-luokittelumenetelmää 2-ulotteisessa piirreavaruudessa. Luokkia on kolme ja selittäviä piirteitä kaksi. Luokitin perustuu yhtälöihin, jotka määräävät rajat, joiden suhteen havainnot luokittuvat. Kunkin luokan keskipiste ja selittävien piirteiden korrelaatiorakenne estimoidaan opetusaineistosta. Ne ovat parametreja, jotka määräävät päätösalueiden rajojen kulun. Keskimmäisen osakuvan opetusaineistosta näkee, kuinka luokat menevät päällekkäin, mutta rajat, jotka määräävät testi/sovellusaineiston luokituksen ovat yksikäsitteiset (eri väriset alueet, vasen osakuva). Reikiä/aukkoja/mutkia ei synny alueen sisään samalla tavoin kuin ”paikallista” kNN-luokitinta käytettäessä.



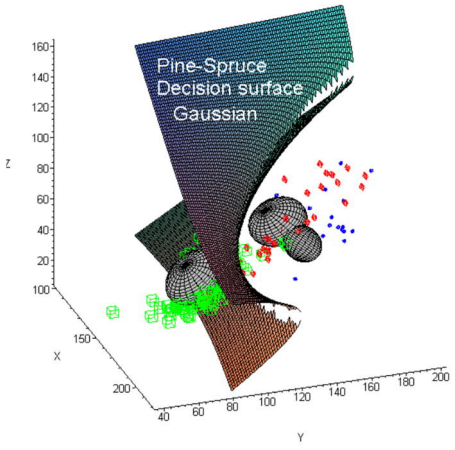
Kuva 140. Kvadraattinen diskriminanttianalyysi (QDA) 2-ulotteisessa (p_1,p_2) piirreavaruudessa. Luokituksessa on kolme luokkaa eli sininen, vihreä ja punainen. QDA:n erottelufunktiot jakavat piirreavaruuden osiin (vasen kuva) ja havainto luokittuu (p_1,p_2)-koordinaattien eli sille laskettujen piirteiden arvojen mukaan joko luokkaan punainen, vihreä tai sininen. Piirteet voisivat esim. olla mittoja kasvista ja luokat kasvilajeja. Kaukokartoituksen yhteydessä piirteet p_1 ja p_2 voisivat olla kahden kanavan sävyarvoja ja kyseiset kolme luokkaa puulajeja. Tulokseen vaikuttavat kunkin luokan keskiarvopiste (p_1,p_2) sekä opetusaineiston 2-ulotteinen jakautuminen sen ympärille. Ne estimoidaan opetusaineistosta (keskimmäinen kuva). Oikea kuva esittää 5-NN luokittimen tavan jakaa piirreavaruus luokkiin samaa opetusaineistoa käyttäen eli vertaa vasenta ja oikeaa kuvaa. Harmaan sävyt vastaavat värejä.

QDA toimii siten, että opetusaineistosta lasketaan kullekin luokalle *k* keskipiste *n*-ulotteisessa avaruudessa (vektori, $\boldsymbol{\mu}_k$), missä n on piirteiden lukumäärä. Lisäksi tarvitaan n×n varianssi-kovarianssimatriisit $\boldsymbol{\Sigma}_k$ kustakin luokasta. Niiden diagoonalilla on piirteen varianssi, ja muut alkiot ovat piirteiden välisiä kovariansseja. Matriisit $\boldsymbol{\Sigma}_k$ ovat symmetrisiä. Jos luokkia *k* on M kpl, syntyy M etäisyysfunktiota f_k.

$$f_k(x) = |2\pi\Sigma_k|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu_k)^T \Sigma_k^{-1}(x-\mu_k)\right)$$

Kaavassa || on determinantti, x^T tarkoittaa transponointia (pystyvektorista vaakavektori) ja Σ^{-1} käänteismatriisia. Kun QDA:lla luokitetaan havainto johonkin M luokasta (k=1..M), lasketaan kyseisillä funktioilla $f_k(x)$ etäisyys kuhunkin luokkaan ja valitaan tapaukselle *x* (n-ulotteinen selittäjien arvojen muodostama vektori) luokaksi se, jossa $f_k(x)$ on maksimi. QDA:n Parametreja ovat keskiarvovektorit ($\boldsymbol{\mu}_k$) ja matriisit ($\boldsymbol{\Sigma}_k$) ja ne estimoidaan opetusaineistosta.

Diskriminanttianalyysista on useita versioita ja lisäksi luokitustehtäviin on kymmeniä erilaisia tilastollisia sekä koneälyalgoritmeja. Tässä esiteltiin QDA, jota verrattiin kNN-menetelmään samaa opetusaineistolla, kolmen luokan luokittelutilanteessa.



Kuva 141. Esimerkki puulajiluokituksesta QDA-luokittimella, kun selittäviä piireitä on kolme kuten puulajejakin. Kovarinassimatriisestä voi piirtää ellipsoidin, jotka kuvaavat luokkien keskipisteen paikkaa ja piirteiden kovariansseja kyseiselle puulaji. Kuvaan on piirretty päätöspinta jonka toiselle puolelle päätyvät havainnot ovat mänty ja toiselle puolelle osuvista tulee kuusia. Muut

kaksi pintaa on jätetty piirtämättä ja repeämä pinnassa johtuu piirto-ohjelman rajallisesta tarkkuudesta.

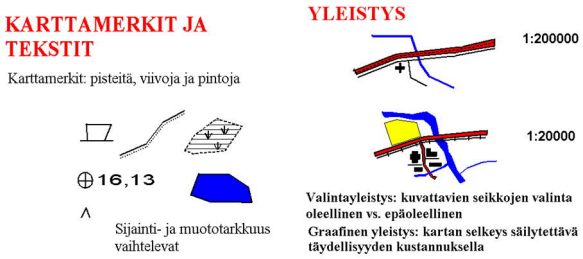
4 Maanmittausta ja kaukokartoitusta

Metsätieto on aika-paikkatietoa. Metsänmittaajan on hyvä hallita maanmittauksen ja geoinformatiikan perusteet. Kaukokartoitukselta ei ole voinut välttyä metsänmittauksessa sitten 1950-luvun alun. Tietojärjestelmien kehittymisen ja digitalisoitumisen myötä tietyistä aiemmin suuria ponnisteluja ja erityisosaamista vaatineista ”paikkatieto-operaatioista” on tullut ”arkipäivää”. Taustalla olevien lainalaisuuksien ja operaatioiden ymmärtäminen on kuitenkin tarpeen, jotta ymmärtää, mitä menetelmillä saadut tulokset merkitsevät, mikä on fysiikan lakien mukaan mahdollista ja mikä ei. Tämä huomautus koskee erityisesti kaukokartoitusta.

4.1 Perusteita ja keskeisiä käsitteitä

Kartta on pienennetty ja yksinkertaistettu maaston kuva. Kohteen sijainti (kartalla) ilmaistaan koordinaatein.

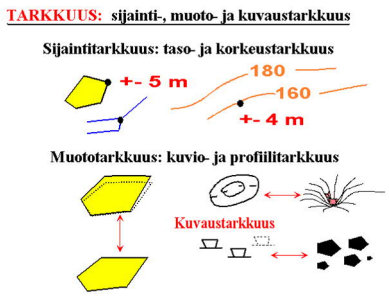
Kartta esittää tilassa (ja ajassa) kuvattavia, meille merkityksellisiä asioita ja kertoo niiden sijainnin ja jotain niiden ominaisuuksista. Määritelmän lausahdus, 'meille merkityksellisiä'', takaa sen, että karttoja on monenlaisia. Kaikkia karttoja kuitenkin yhdistävät tietyt perusperiaatteet, joista seuraavassa.¨



Kartalla esitetään, ja siltä voidaan tulkita, geometria- ominaisuus- ja topologiatietoa. Geometriatiedolla tarkoitetaan koordinaatteja, etäisyyksia ja muotoja. Käsitteet pinta-ala, kohteiden välinen metrinen etäisyys, suunta jne. liittyvät tähän. Geometrinen karttatieto esitetään perusprimitiivien 'piste, viiva ja alue' avulla. Näihin perusolioihin liitetään ominaisuustietoa. Viiva voi olla oja, tie, sähkölinja jne., jolla voi olla ominaisuuksinaan leveys, kantokyky, sähköjännite jne. Topologia kertoo meille kohteiden välisistä suhteista. 'Helsinki ja Vantaa ovat naapureita', 'Valtatie 2 yhdistää Karkkilan ja Porin', 'Soisalo on Saimaan saari' jne.



Kartta on pienennetty, yleistetty ja tarkkuudeltaan epätäydellinen malli sen kuvaamalle todellisuudelle. Tässä määritelmässä esiintyvä geometrinen todellisuus on kolmiulotteista, yksityiskohtia on äärettömästi ja ne voitaisiin kuvata tarvittaessa hyvinkin tarkasti. Kartat ovat kuitenkin useimmiten esim. paperille piirrettyjä 2-ulotteisia olioita, niissä esitetään vain 'tärkeimmät' asiat ja, kun niiden ja todellisuuden välistä yhteyttä tutkii, huomaa, että karttojen tieto on 'sinne päin'.



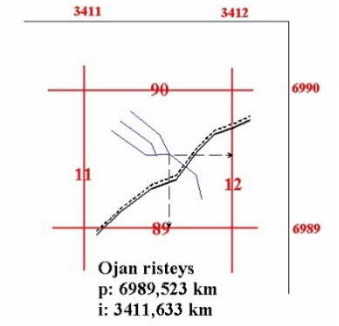
Kolmiulotteisen maailman kohteiden siirto 2-ulotteiseen maailmaan on projisoimista. Käsitteet projektio ja mittakaava liittyvät siihen, kuinka pienennys on tapahtunut. Tärkeimpien kohteiden valitseminen äärettömän monesta mahdollisesta on yleistämistä ja tarkkuus liittyy kuvauksen tarkkuuteen (ominaisuustiedon, topologian ja geometrian tarkkuus).

'Karttakieli' liittyy karttamerkkeihin, joista sovitaan ihmisten kesken. Karttahan on tarkoitettu johonkin käyttöön, ja siksi merkkien ja symboleiden tulisi olla käyttäjälle mahdollisimman ymmärrettäviä, niinkuin koko karttakuvauksen.

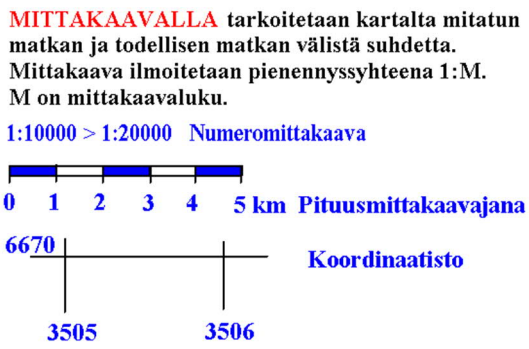
Juuri käyttö erottaa kartat toisistaan. On yleiskarttoja, suunnistuskarttoja, ilmailukarttoja, merenkulkukarttoja, metsäkarttoja, tykistökarttoja jne.

Kartta voi olla paperille piirretty ja sen tiedot mappeihin tallennettu, tai kartan piirtoon tarvittavat tiedot ovat tietokoneessa ja piirtäminen tehdään tietokonealgoritmeilla. Hienosti sanoen kartta ja sen valmistus voivat olla analogista ja/tai digitaalista.

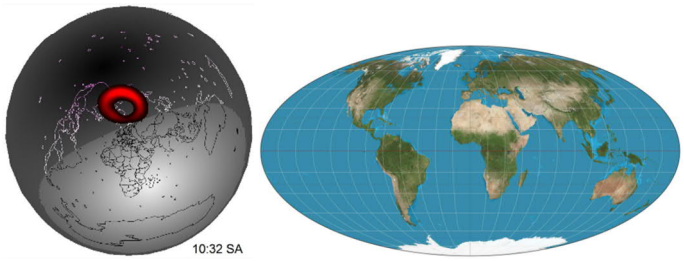
Koordinaattijärjestelmä (KJ). Sen avulla pystytään ilmoittamaan pisteen sijainti yksikäsitteisesti. KJ liittyy joukko parametreja ja määritelmiä, joiden avulla se kiinnitetään reaalimaailmaan (datum). Siinä määritellään koordinaatiston origon paikka, koordinaatiston mittakaava ja orientaatio. Oman paikallisen koordinaattijärjestelmän datumi voisi kuulua: ”*Origo on tämä piste tässä, jonka koordinaatit ovat X=0, Y=0 ja Z=0. Z-akseli osoittakoon siitä painovoima-luotilangan suuntaan (ylös), X-akseli on 90-asteen kulmassa Z-akseliin nähden ja osoittaa tuonne ja Y-akseli suuntaan, joka on 90 astetta vastapäivään Z-akselin suhteen kierrettynä*”. Kartastokoordinaattijärjestelmä kiinnitetään maapalloon, ei esim. lähirakennuksen kulmaan, kuten ”*omiin tilapäisiin tarpeisiin tehdyssä koordinaatistossa*”.



Kartan mittakaava on suhdeluku (MatkaKartalla):(MatkaMaastossa). Esim. 1:2000 tarkoittaa, että 1 cm kartalla vastaa 2000 cm eli 20 m maastossa. Mittakaavajana ilmentää mittakaavaa ja löytyy usein digitaalisista kartoista, jotka ovat pitkälle korvanneet paperiset kartat. Karttakuvaus eli mitä kartalla esitetään, vaihtelee myös mittakaavan mukaan.



Karttaprojektio = ”Pallo rutistetaan/venytetään tasolle” (paperi, alypuhelimen näyttö) jollain tavalla eli tehdään 3D→2D muunnos.

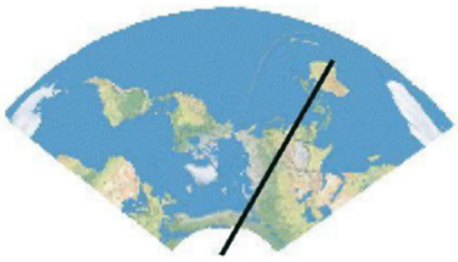


Kuva 142. Atsimuuttiprojektio Helsingistä nähtynä teemoina auringon korkeuskulma 27.11.2020 klo 10:32 ja sen hetkinen revontuliovaali NASAn estimoimana. Esimerkki digitaalisesta-dynaamisesta kartanpiirtämisestä: Rantaviivat ja valtioiden rajat ovat lista pisteitä, joilla on pituus- ja leveyspiiri. Ne on projisoitu monikulmio kerrallaan atsimuuttiprojektioon. Harmaasävy on saatu laskemalla auringon korkeuskulma kussakin paikassa (leveys-ja pituuspiirien tiheä hila) kyseisenä ajankohtana. Revontuliovaalin aineisto noudetaan http-yhteydellä NASAn palvelimelta. Atsimuuttiprojektio antaa antennin suunnan tai muuttolinnun lähtösuunnan ja etäisyyden haluttuun kohteeseen. Oikealla esitetään Mollweide-projektio. Mollweide-projektio säilyttää paremmin kohteiden todelliset pinta-alasuhteet, mutta ”ei tee kunniaa” napa-alueille.



Erilaisia projektioita.: kartio-, lieriö- ja tasoprojektio. Kartoittajan perusongelma näkyy yllä olevista kuvista. Kartasta ei saa muoto- tai pinta-tarkkaa kaksiulotteiselle tasolle. Kokeile itse: piirrä appelsiinikuoren puolikkaaseen jotain ja projisoi se tasolle painamalla kuori pöytää vasten (tasoprojektio), säilyivätkö muodot, pinta-alat, etäisyydet ja suunnat? Karttaprojektiot ovat aina jossain määrin (jonkin eo. ominaisuuden suhteen) virheellisiä.

(3D ilmiöiden kuvaus 2D tasolle) on aina kompromissi. Joissain karttaprojektioissa Tokio näyttäisi olevan ’Idässä’, vaikka oikea atsimuuttisuunta, jonne radioantenni pitää Helsingissä kääntää, on 45 astetta eli koilliseen. Kaksiulotteisilta kartoilta ei koskaan voi mitata todellisia suuntia ja kohteiden välisiä etäisyyksiä täsmällisesti oikein ilman, että kartta jollain tavalla vääristyy.



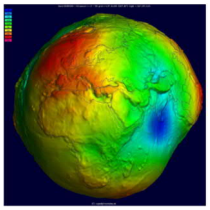
Kuva 143. ”Suuntakartta” antennikääntäjää (moottori) varten, jossa on neulamittarinäyttö. ”Neula” kuvassa osoittaa Australiaan, joka on atsimuuttisuunnassa 90 astetta. Etäisyys kohteeseen luetaan neulalta. Kartta on piirretty Oulun horisontista, ja lähellä olevat kohteet on jätetty pois rajujen vääristymien takia. Etelä on antennin atsimuuttisuunnassa +180 astetta, jossa kartta ”katkeaa”. Karttoihin tottunut pystyy erottamaan maanosat tästäkin ”oudosta” projektiosta.



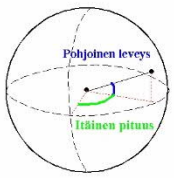
Kuva 144. Atsimuuttiprojektiossa Helsingin horisontista. Kaukana olevat kohteet vääristyvät – esimerkkeinä Uusi-Seelanti ja Etelämanner. Kauimmaiset kohtaat ”maailman toisella puolen” on jätetty piirtämättä, koska ne ”räjähtäisivät kartan ulkoreunalle”. Punaiset viivat kuvaavat raportoituja radioyhteyksiä taajuusalueella, joka on käyttökelpoinen yöaikana. Kartta on piirretty uudelleenprojisoimalla rasterimuotoinen kartta pikseli kerrallaan.



Maapallo on ”kuhmurainen ellipsoidi”, 6378 ja 6357 km puoliakseleiltaan.

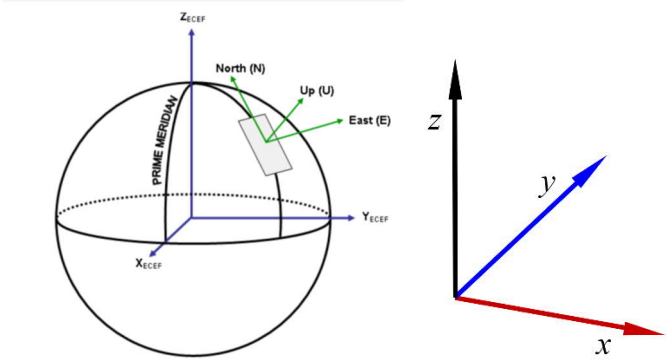


Geoidi, wikipedia.



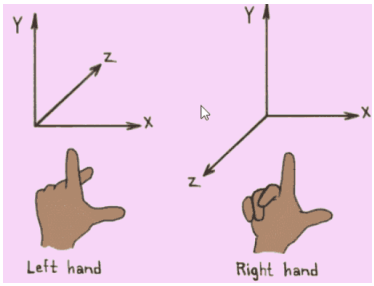
Maapallolla sijaitsevalla pisteellä on leveysaste ja pituusaste (kulma, asteluku) eli yksikäsitteiset maantieteelliset koordinaatit. Ne vastaavat pallokoordinaatiston kahta kulmaa, joiden avulla voidaan osoittaa piste pallopinnalla pallon keskipisteestä katseltuna.

Kulmat ovat 1) kierto Z-akselin ympäri 0–360 astetta ja 2) pystykulma 0–180 astetta. Pituuspiirit määritellään välillä -180–+180 ja 0-meridiaani kulkee navalta toiselle Greenwichin (Lontoo) kautta. Helsinki on pituuspiirillä 25°E (Viikki, Infokeskus 25.013046472° itäistä pituutta). Itäiset ja läntiset pituuspiirit 180°E ja 180°W kohtaavat Tyynellä valtamerellä. Leveyspiiri vastaa ”pystykulmaa” maapallon keskipisteestä nähtynä. Etelänapa on suoraan alhaalla suunnassa 90 astetta ja pohjoisnapa suoraan ylhäällä suunnassa 90 astetta. Helsingin leveysaste on noin 60°N. N viittaa pohjoiseen pallonpuoliskoon. Numeerisissa analyyseissä pitää sopia etumerkistä, eikä aina voi olla varmistumatta selvää kumpaa pituuspiiri -25 tarkoittaa, Helsinkiä (25E) vai jotain pistettä Grönlannissa (lännessä 25W).



Kulma on asteita (0..360°), radiaaneja (0..2π), aikaa (24h). Suuntia/Kulmia mitataan/asetetaan kulmaprismoilla, suuntakehällä, bussolilla ja kompassilla, tai teodoliitilla. Kulma havaitaan johonkin referenssisuuntaan (suuntien välinen kulma) tai –tasoon nähden. Pysty- ja vaakakulma.

Kulma kasvaa myötä- tai vastapäivään (positiivinen kiertosuunta myötä tai vastapäivään) – ja sillä on jokin referenssi (nolla)suunta, esim. ”pohjoisessa” tai ”idässä” tai tunnetun pisteen suunnan suhteen.



Kätisyys, suorakulmaisuus. Karteesisen (suorakulmaisen) koordinaatiston koordinaattiakselit x, y ja z tai (i,j,k) ovat suorassa kulmassa aina siihen tasoon nähden jotka kaksi muuta virittävät. Aseta peukalo, etusormi ja keskisormi kuvan mukaisesti. Oikean käden peukalo osoittaa oikealla (x-akseli), etusormi eteenpäin (y-akseli) ja keskisormi katseen suuntaan, ylös (z-akseli). Jos saman tekee vasemmalla kädellä, peukalo (x-akseli) osoittaakin ylös ja y-akseli (etusormi) oikealle. Keskisormen suunta ei muutu, se osoittaa ”ylös” myös vasenkätisessä koordinaatistossa. Vasenkätistä koordinaatistoa sovelletaan vielä osin maanmittaustieteissä ja esim. tietokoneen ruudun koordinaatisto on vasenkätinen.

Karttakoordinaatistot määritellään s.e. koordinaatisto on vasenkätinen ja koordinaatit annetaan (N,E) muodossa. N eli pohjoiskoordinaatti vastaa X-koordinaattia, ja E eli itäkoordinaatti vastaa Y-koordinaattia. Z-akseli suuntaa ”pois maan keskipisteestä” eli on maapallon muotoa kuvaavan ellipsoidin pinnan normaalivektorin suuntainen. Tästä jo selviää, ettei karttakoordinaatisto ei ole Karteesinen koordinaatisto, vaan esim. Z-akselin suunta muuttuu koko ajan kartalla liikuttaessa. Siksi karttakoordinaatteja ei nimitetä X- ja Y-koordinaateiksi, vaan projektiolla saadut koordinaatit ovat N ja E-koordinaatteja (metrejä).

Omiin tarpeisiin perustettu paikallinen karteesinen XYZ-koordinaatisto suunnistetaan usein siten, että positiivinen Z-akseli "osoittaa ylös", mikä käytännössä on luotisuoran suunta, jolloin XY-taso asettuu vesivaa'an osoittamaan horisonttiin eli vaakatasoon. Taso ei vastaan maapallon muotoa kuin pienellä alueella maan kaareutuvuuden takia. Kaareutuvuuden vaikutus on jo 8 cm kilometrin matkalla ja kasvaa etäisyyden mukana. Esim. Suomenlahdella sijaitsevan Suursaaren korkein kohta on 176 m ympäröivää merenpintaa korkeammalla, ja siksi saari näkyy hyvällä säällä vielä 50 km etäisyydeltä.

Etäisyys – metrejä – saadaan mittanauhalla, optisella etäisyysmittarilla, elektronisella et. mittarilla, jne. Vaakaetäisyys (-matka), Vinoetäisyys (-matka) ja pystymatka ovat tärkeitä omaksua.

Kaltevuus tarkoittaa poikkeamaa tasosta, johon vapaa vesipinta hakeutuu. Ilmaistaan asteina tai prosentteina, jolloin 45 astetta = 100%. Kaltevuus on pystymatkan ja vaakamatkan suhdeluku. Kun pystymatka (nousu) on 1 m ja vaakamatka 10 m, on kaltevuus 10%. Suora vinomatka (etäisyys) on tällöin $\sqrt{(10^2+1^2)} = 10.05$ m.

Suunta viittaa johonkin kulmaan suhteessa jokin referenssisuunta, yleensä pohjoinen. Maanmittauksessa atsimuuttisuunta pohjoiseen on 0° ja 360°, itään se on 90°, etelään 180°. Atsimuuttisuunta kasvaa myötäpäivään. Kompassilla saadaan atsimuutti suhteessa magneettikentän viivoihin. Jos halutaan atsimuuttisuunta karttapohjoiseen nähden, on kompassi kalibroitava eli ratkaistava kartta- ja neulapohjoisen paikallinen ero. Ilmansuunnat 45 asteen välein ovat: pohjoinen, koillinen, itä, kaakko, etelä, lounas, länsi, luode ja pohjoinen.

Korkeus. Korkeus kasvaa luotilangan suuntaan eli ”suoraan ylös”. Näin voidaan määrittää rakennuksen tai puun korkeus suhteessa johonkin lähistön referenssipintaan. Päijänteen (pituus > 100 km) ”pinnankorkeus” on kaikkialla 78.3 m merenpinnan yläpuolella, vaikka maanpinta kaareutuu 100 km matkalla kymmeniä metrejä. Tällöin puhutaan ortometrisista korkeuksista, joihin vaikuttaa painovoimakenttä sekä maankuoren liikkeet (meillä maankohoaminen). Korkeuseroja mitataan ilmapuntareilla, kulmanmittauskojeilla tai vaaitsemalla, nykyään myös cm-tarkoilla GNSS-laitteilla. Esim. oksan (verson) korkeus maasta voi saman oksakiehkuran oksille vaihdella paljonkin, jos puu sattuu kasvamaan jyrkässä rinteessä ja referenssitaso on maanpinta suoraan oksanpään alapuolella.

Pinta-ala. Monikulmion pinta-ala voidaan laskea, kun tiedetään n kpl kulmapisteiden x ja y-koordinaatit:

$$A = \frac{1}{2} \times \sum_{i=1}^{n} x_i \times (y_{i-1} - y_{i+1})$$

Kaava toimii janallekin antaen vastaukseksi 0. Tämä on Gaussin keksimä kaava. https://en.wikipedia.org/wiki/Shoelace_formula

Kartta-aineistot. Digitaaliset aineistot ovat korvanneet paperikartat ja filmi-ilmakuvat lähes täysin. Karttojen taustalla olevat rakennus-, maaston korkeus- jne. tiedot voivat muuttua nopeallakin syklillä ja päivitetyn kartan tuottaa automaattinen algoritmi. Erilaisia karttoja saa mm. osoitteesta

https://avaa.tdata.fi/web/paituli

Kartta-aineistoja tuottavat kunnat ja kaupungit, maanmittauslaitos, topografikunta, liikennevirasto, Finnavia jne.

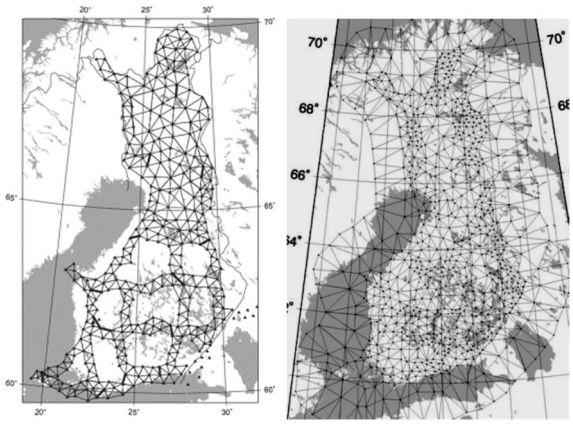
Kiinteistörekisteri sisältää kiinteistöjen sijainti- ja omistustiedot. ”Toimitusmenettelyn käsikirja (TMK)”[31] sisältää hyödyllistä tietoa metsäammattilaiselle koskien kiinteistötoimituksia.

Paikkatietojärjestelmä. Tietokoneohjelma tai kokoelma toimintoja, jolla voidaan käsitellä eri tyyppisiä paikkatietoaineistoja ja tehdä analyysejä, joissa näitä yhdistetään. Aineistot ovat joko rasteri- tai vektorimuodossa. Esim. reittihakuohjelmat tai navigaattorit ovat paikkatietosovelluksia. Hakuun tarvittava aineisto on tallennettuna järjestelmään. Metsätietojärjestelmät ovat paikkatietojärjestelmiä ja voivat olla kytkennässä erilaisiin toiminnanohjausjärjestelmiin ja viranomaisrekisreihin (esim. puunkorjuun ja kaukokuljetuksen suunnittelu). Paikkatiedon moninaisuuden takia on olemassa standardeja, joiden avulla tietoja voidaan siirtää järjestelmistä toiseen. Esim.

https://www.iso.org/committee/54904.html

4.2 Koordinaatistot ja paikantaminen

Spatiaalista tilastotiedettä sivuttaessa todettiin kaiken metsätiedon olevan paikkatietoa, ja aika ajatellaan usein neljänneksi koordinaatiksi.



Kuva 145. Vasen: Suomen I-luokan kolmioverkko (kuva Jorma Jokela). Paksulla merkittyjen pisteiden väliset etäisyydet on mitattu tarkasti mittakaavavirheen eliminoimiksesi. Lapissa kolmiot ovat suurempia, koska sieltä löytyi korkeita kohteita. Oikea: II ja III-luokan kolmiomittauspisteet.

Taustaa ja historiaa. Kaikki metsät Suomessa kuuluvat kiinteistöihin, eli monikulmioihin, joiden kulmissa on (usein) rajapyykit ja niille on pyritty määrittämään mahdollisimman tarkat karttaja(taso)koordinaatit. Maaomaisuus on tarkkaan luetteloitu ja paikannettu, mikä on tärkeää esim. jotta kiinteistön voi kiinnittää lainan pantiksi. Ennen nykyistä satelliittipaikannuksen aikakautta karttakoordinaatistot (koordinaatiston määrittely) perustuivat maastossa tehtyyn kolmiomittaukseen ja tähtitieteelliseen paikanmääritykseen. Valtakunnallisen koordinaatiston määrittelyn voi ajatella tapahtuneen seuraavasti: Aluksi mitattiin pitkä suora, perusviiva, jonka pituus tunnettiin mm-tarkkuudella (esim. Nummelan perusviiva Uudellamaalla on 864 m mittainen ja pituus tunnetaan 0.07 mm tarkkuudella, virheen suuruus 1:12.000.000). Kolmiomittauksin tämä mittakaava siirrettiin (suurennos) varsinaisten kolmiomittauspisteiden välisiksi etäisyyksiksi, jotka puolestaan saattoivat olla kymmeniä kilometrejä. Kolmiomittauspisteet perustettiin korkeiden kallioisten mäkien päälle. Aina välillä mittakaavaa tarkistetaan mittaamalla kahden kolmiomittauspisteen välinen etäisyys mahdollisimman tarkasti[32]. Mittauksien avulla korjataan kolmioverkkoa. Kolmioverkko suljetaan aina välillä ja lopulta se palaa takaisin lähtöpisteille (Kuva 145). Luotu kolmioverkko piti(ää) sijoittaa maapallolle (valitulle ellipsoidille). Se tehtiin eri osissa maata pisteillä, joille oli tähtitieteellisin menetelmin saatu tarkat maantieteelliset koordinaatit (leveys- ja pituuspiiri). Näin saatiin kaikille kolmioverkon pisteille maantieteelliset koordinaatit, ja ne voitiin projisoida ellipsoidille ja sieltä kartalle. Alkuvaiheessaan pisteitä oli kuitenkin harvassa (Kuva 145). Kolmioverkkoa tihennettiin noin 300 I-luokan pisteen avulla ja perustettiin II- ja III-luokan kiintopisteitä, joita saattoi olla 3–10 km välein korkeiden mäkien päällä.

Kolmiomittauspisteiden päälle rakennettiin torni, josta tähdättiin toisille pisteille ja mitattiin pisteiden välinen avauskulma. Kolmiopisteiden sijainti ratkaistiin ns. tasoituslaskennan avulla (epälineaarista regressioanalyysiä). Nykyisin kiintopisteitä perustetaan GPS(GNSS)-mittauksin ja pisteet ovat paljon helpommin saavutettavissa paikoissa.



Kuva 146. Vuonna 1885 perustettu kolmiomittauspiste Vehkälahden (Haminan) Pyötsaaren Tontinvuorella. Tarkka piste on kallioon lyödyn pultin keskipiste (hiusristi).



Kuva 147. Piste on merkitty vuoden 1886 topografiselle kartalle (kolmio).



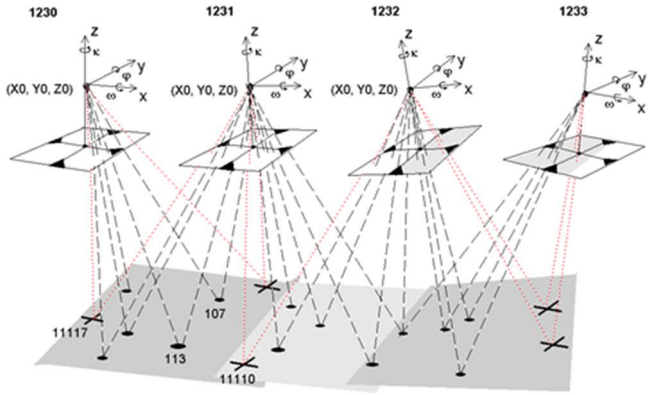
Kuva 148. Vuonna 1988 GPS-mittauksella perustettu kiintopiste pienellä kalliolaikulla Juupajoen Musturinkulman Syväniemen tilalla. Pisteelle tuotiin kesällä 2004 tarkka GPS ilmalaserkeilauksen ajaksi. Oikealla piste alkukesän ilmakuvalla. 1980-luvun lopulta alkaen toi tarkka GPS-mittaus geodeettiset kiintopisteet ”ihmisten ilmoille” korkeiden mäkien laeilta.

[31] https://www.maanmittauslaitos.fi/kiinteistot/asiantuntevalle-kayttajalle/kasikirjat-ja-korvaustiedot/toimitusmenettelyn-kasikirja

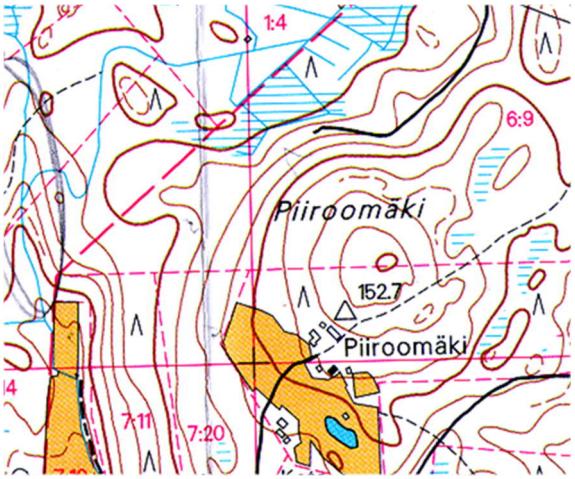
[32] https://en.wikipedia.org/wiki/Tellurometer

Karttakoordinaatiston pisteillä ei ole varsinaista Z-koordinaattia vaan niille voidaan ilmoittaa korkeus johonkin referenssiin nähden. Yleinen referenssi on (ajassa muuttuva) merenpinta, jolloin puhutaan ortometrisistä korkeuksista tietyn ajankohdan suhteen (metriä merenpinnan yläpuolella, m.p.y). Suomessa oli pitkään käytössä N60-korkeusjärjestelmä, joka perustui vuoden 1960 keskiveden korkeuteen Helsingissä. Ortometrinen korkeus määrittyy painovoimakentän perusteella. Pitkän järven vedenpinta asettuu (kaarevaksi) mukaillen painovoimakenttää, mutta sen ortometrinen korkeus on sama koko järven alueella. Jos järvi on iso ja painovoimakenttä vaihtelee sen alueella, on vedenpintakin ”kuhmurainen”, mutta ortometrinen korkeus on silti vakio. Aiheesta lisää myöhemmin.

Erilaissa kartta- ja suunnittelutöissä (peruskartoitus, tiesuunnittelu, rakennustyömaat jne.) tarvittiin taso- ja korkeuskoordinaatteja kolmiomittauspisteiden välisille kartoitettaville alueille. Ilmakuvaus (fotogrammetria) erityisillä ilmakuvauskameroilla mahdollisti kohteiden tarkan kartoittamisen ennen GPS-aikakautta (Kuva 149). Harvassa sijainneet tarkat geodeettiset pisteet signaloitiin ensin kuvausta varten. Kuvauksen jälkeen pisteet etsittiin ilmakuvilta ja niiden avulla pystyttiin laskemaan kunkin ilmakuvan kuvanottopisteen xyz-paikka ja kameran 3D-asento. Sen jälkeen ilmakuvia stereoskooppisesti tulkinnut kartoittaja pystyi piirtämään karttaa s.e. kohteille saavutettiin yleensä muutamien metrien tarkkuus. Kaupunkialueilla lennettiin ja kuvattiin matalammalta ja tarkkuus oli parempi, jopa cm-luokkaa. Ilmakuvalta mitattuja (ilmakolmioituja) pisteitä saatettiin kutsua IV tai V luokan kiintopisteiksi. Kaupungeilla oli myös omia koordinaattijärjestelmiään, koska niiden intressit olivat paikallisia. Kaupungit myös tekivät omia karttojaan. Näiden kiintopisteverkot olivat pienialaisia. Järjestelmän tarkka sijainti maapallolla oli toissijainen paikalliseen tarkkuuteen verrattuna.

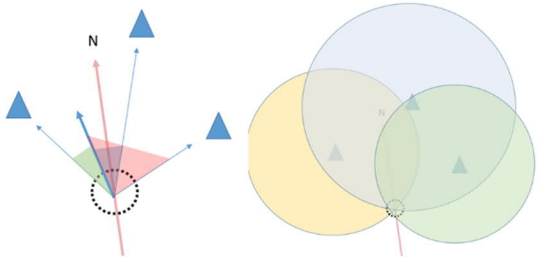


Kuva 149. Ilmakolmiointi, jossa ratkaistaan kameroiden sijainti ja asento ja mitataan uusia pisteitä harvassa olevien tarkkojen kiintopisteiden välialueille. Ilmakuvien avulla voidaan ylittää alueita, joilla ei ollut kolmiomittauspisteitä (ristit, punaiset kuvasäteet) ja saada koordinaatteja kohteille, jotka näkyivät vähintään kahdella ilmakuvalla (ympyrät).



Kuva 150. Kivimäen tilan (kts. 1.3.2 Metsätalouden suunnitteluinventointi) lähellä oleva III-luokan kolmiopiste 1990-luvun paperisella peruskartalla. Ortometrinen korkeus 152.7 m m.p.y. on saatu joko vaaitsemalla (korkeus tuotu tunnetulta tarkkavaaitus/korkeuspisteeltä) tai mittaamalla pystykulma ja etäisyys johonkin kolmiopisteeseen, jolle korkeus on tunnettu (korkeusero on etäisyys kertaa kulman tangentti). Paikalla vieraillut saattoi löytää maahan tai kallioon lyötyjä metallitankoja/tappeja, joista yksi on varsinainen pisteen merkki ja muut varamerkkejä, joiden avulla pisteen voi paikantaa, jos merkki on kateissa tai tuhoutunut. Yhden kolmiomittauspisteen mittaaminen oli iso urakka.

Kolmiomittauksessa tuntemattomalle pisteelle (tai torniin sen yläpuolelle) sijoitetaan laite, joka voi mitata tarkasti vaaka- (ja pysty) kiertoja. Jos pisteeltä näkyy kolme tunnettua jo paikannettua (tai samalla paikannettavaa) kolmioverkon pistettä, voidaan määrittää tuntemattomat kolme parametria: kojeen kierto ja kojeen tasokoordinaatit. Paikannus/kojeen asemointi tapahtuu ottamalla suunta jokaiseen kolmeen pisteeseen (Kuva 151). Hyvältä pisteeltä näkyi kolme tai neljä pistettä mutta verkon reunoilla saattoi olla on pisteitä joista näkyi vain kaksi.



Kuva 151. VASEN: Kolmiomittaus,[33] kun käytössä on kolme tunnettua pistettä. Ratkaistavia parametreja ovat 1) vaakakiertokulmaa mittaavan laitteen (teodoliitti) nollasuunnan ja karttapohjoisen välinen ero ja 2) kojeen XY-koordinaatit. OIKEA: Etäisyyksiin perustuva paikannus (trilaterointi[34]) kolmea kiintopistettä käytettäessä. Tässä tapauksessa riittäisi kaksi pistettä, jos kahdesta kahden ympyrän leikkauspisteestä pystyttäisiin valitsemaan se oikea. Kolme etäisyyttä johtaa tilanteeseen, jossa paikka ratkaistaan regressioanalyysillä, tai, sijainnin voi laskea kolmen ympyräparin leikkauspisteiden keskiarvona.

4.3 Oma puukartta – menetelmiä

Usein tulee eteen tilanne, jossa tarvitaan paikallinen kartta metsän pistemäisistä kohteista: puut, kivet, kasvustot jne. Ensimmäiseksi tarvitsee määritellä koordinaattijärjestelmä ja datum eli origon paikka ja koordinaatiston orientaatio. Yleensä koordinaatistolla tarkoitetaan suorakulmaista Karteesista koordinaatistoa.

[33] https://en.wiktionary.org/wiki/triangulation

[34] https://en.wikipedia.org/wiki/Trilateration

4.3.1 Suunta ja etäisyys –menetelmä

Mikäli tarkoituksiin riittää 2D- eli tasokoordinaatisto, voidaan keskeiselle paikalle mitattavaa aluetta perustaa origo ja mitata tältä pisteeltä suunta ja vaakaetäisyys kuhunkin kartoitettavaan pisteeseen ja laskea XY koordinaatit.

Suunta, johon X- tai Y-akseli osoittaa voi olla mielivaltainen tai voidaan esimerkiksi pyrkiä siihen, että Y-akseli osoittaa ”pohjoiseen”. Tällöin on ennen mittauksia suunnistettava suunnat mittaava laite pohjoiseen esim. kompassin avulla.

Kohteen koordinaatit saadaan yhtälöparista:

$$x = \cos(suunta) \cdot l$$
$$y = \sin(suunta) \cdot l$$

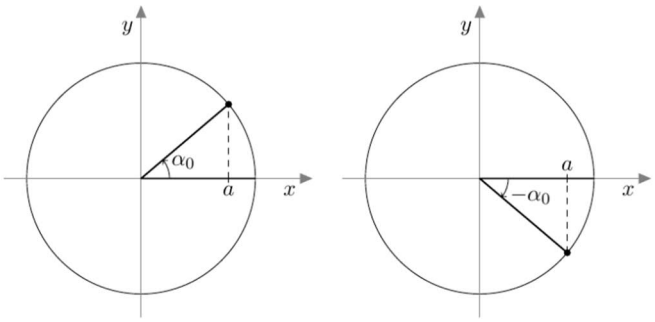
Yhtälöt ovat karteesisen koordinaatiston napakoordinaattiesitys. Havaintosuureet ovat *suunta* ja vaakaetäisyys, *l*.



Suuntakehä © Lusto - Suomen Metsämuseo

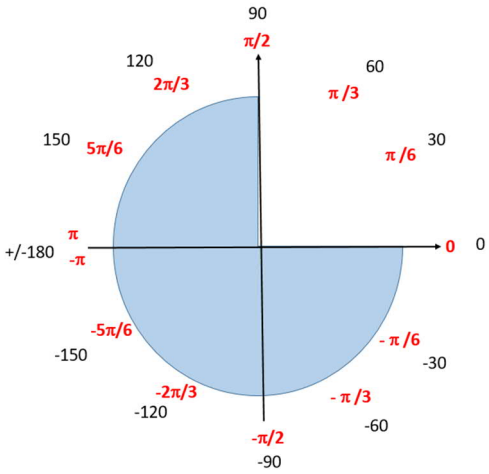
Napakoordinaatiston käänteisyhtälöt etäisyydelle ja suunnalle ovat:

$$l = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$suunta = arctan\frac{y}{x}$$



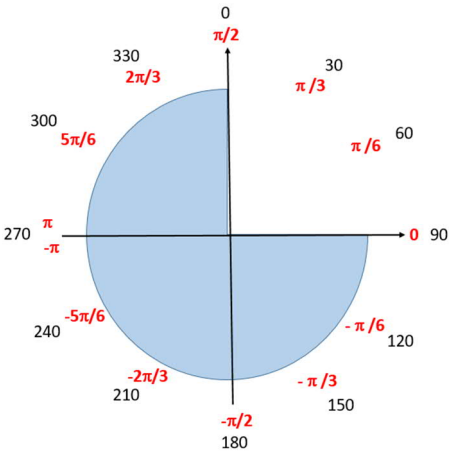
Kuva 152. Positiivinen kiertosuunta vastapäivään. Nollasuuntana positiivinen x-akseli, (Kisallioppiminen.fi)

Suuntien mittaamiseen sisältyy käsite kiertosuunta. Koulumatematiikassa positiivinen kiertosuunta oli vastapäivään ja nollasuuntana positiivinen x-akseli. Kiertokulmat x-akselista vastapäivään ovat positiivisia välillä 0–⁺180°. Kierto x-akselista myötäpäivään tuottaa negatiivisia kulmia 0–⁻180°



Excel-ohjelman trigonometriset funktiot olettavat koulumatematiikan kiertosuunnan ja nollasuunnan, ja funktioille argumentteina syötettävät kulmat pitää esittää radiaaneina. Täysi ympyrä on 360 astetta eli 2π radiaania. Y-akselin positiivinen suunta on kulmana π/2 (+90°) ja negatiivinen vastasuunta vastaa kulmaa -π/2 (-90°). X-akselin positiivinen suunta ”oikealle” on 0-suunta ja akselin negatiivinen suunta ”vasemmalle” on suunnassa +π tai -π eli +/- 180°.

Monasti kiertosuunta ilmaistaan myös atsimuuttisuuntana. Se kasvaa myötäpäivään lähtien liikkeelle ”pohjoisesta” ja päätyen pohjoiseen, jossa suunta on 0° tai 360°. Koillinen (π/4 rad.) on suunnassa 45°, itä (0 rad.) suunnassa 90°, kaakko (-π/4 rad.) on suunnassa 135° jne. Tällöin tarvitaan muunnos, jolla havainnot muutetaan atsimuuttijärjestelmästä triginometristen funktioiden olettamaan geometriaan:



Kuva 153. Punaiset luvut: Positiivinen kiertosuunta vastapäivään, nollasuuntana ”itä” ja suuntakulmat radiaaneina. Mustat merkinnät: Atsimuuttsuunta, positiivinen kiertosuunta myötäpäivään, nollasuunta ”pohjoinen” ja suuntakulma asteina (merenkulku,).

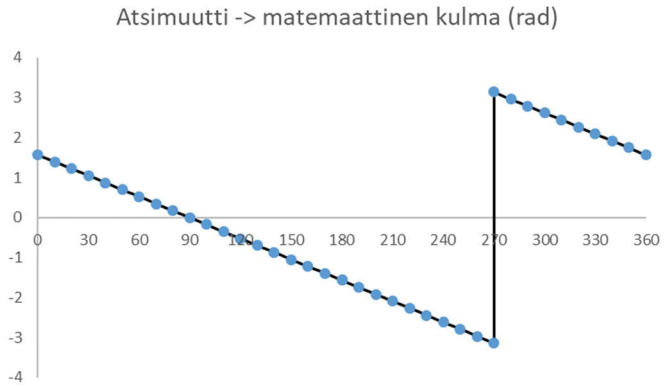
Merkitään kulmia θ_{Atsim} ja $\theta_{matem.}$. Muunnos tehdään koordinaattineljännes huomioiden:

jos θ_{Atsim} 0-270, niin

$\theta_{matem} = (90 - \alpha_{Atsim})/360*2\pi$ rad

jos θ_{Atsim} 270-360 , niin

$\theta_{Excel} = (450 - \alpha_{Atsim})/360*2\pi$ rad



Esimerkki: Suuntakehä antaa atsimuuttikulmaksi 241 astetta. Tämä on matemaattisena suuntana -2.63 radiaania. Etäisyys kohteeseen on 10 m. XY-koordinaatit ovat:

```
X=cos(-2.63)×10=-0.874×10=-8.74 m
Y=sin(-2.63)×10=-0.485×10=-4.85 m
```

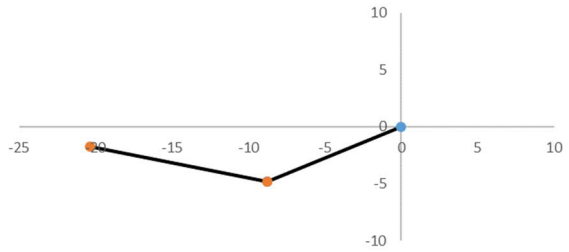
Yhtälö voidaan kirjoittaa myös muotoon

$$x = x_0 + \cos(\theta) \cdot l$$
$$y = y_0 + \sin(\theta) \cdot l$$

Tässä x_0 ja y_0 ovat sen pisteen koordinaatit, jolta suunta ja etäisyys mitataan. Origosta eli pisteestä (0,0) mitattaessa ne ovat nollia eli eivät esiinny laskuissa.

Jos seuraava piste mitataan äsken paikannetulta pisteeltä (-8.74, -4.85) ja se on atsimuuttisuunnassa 285 astetta etäisyydellä 12 m, ovat pisteen koordinaatit:

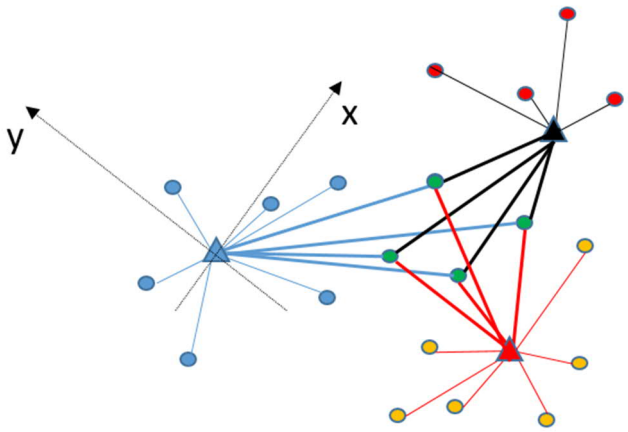
```
X=-8.74+cos(2.88)×12=-20.33 m
Y=-4.85+sin(2.88)×12=-1.74 m
```



Kuva 154. Origosta käsin tavoittamattoman pisteen sijainti kahden mittauksen jälkeen, kun 1. mittausipiste sijaitsi origossa ja 2. sieltä käsin mitatussa pisteessä, jonne mitattava piste näkyi.

Näin tehty ”oma kartta” on sitä tarkempi, mitä tarkempia suunta- ja etäisyyshavainnot ovat. Esim. yhden asteen suuntavirhe vastaa 16 cm virhettä (ympyrän kaarella) 10 m etäisyydellä ja 1.6 metrin virhettä 100 m etäisyydellä = $(2\pi/360°)\times 1° \times$ *etäisyys*. Mikäli kartoitettava alue on suuri, joudutaan mittauspistettä siirtämään aiemmin paikannetulle pisteelle ja täsmäämään suuntakehä (tmv. vaakasuunnan mittaava laite) suuntaamalla sen takaisin jo mitattuun pisteeseen (ellei käytetä kompassia suuntien mittaamiseen, jolloin referenssisuunta on aina sama, pohjoinen). Sen jälkeen tälle uudelle pisteelle näkyvät kohteet mitataan tältä pisteeltä käsin suuntimalla ja mittaamalla etäisyys (Kuva 154). On selvää, että tällainen kartta alkaa vääristyä kuta kauemmas alkupisteestä edetään.

Kohti maanmittausta. Verkkoa voi vankentaa mittaamalla uudelta havaintopisteeltä suuntia useampaan jo mitattuun pisteeseen (ei vain yhteen), mutta silloin laskenta on vaativampaa, sillä syntyy kolmiomittauspisteiden verkko (Kuva 155).



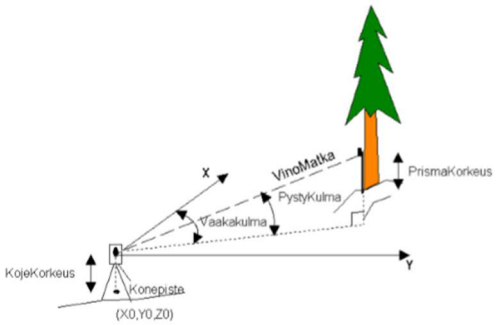
Kuva 155. Yksinkertaista menetelmää, jossa puut paikannetaan suuntaa ja etäisyyttä käyttäen voi ”vankentaa” mittaamalla aina kultakin ”kojepisteeltä” useampi kuin yksi jo mitattu puu/piste. Silloin syntyy vahvennetuilla viivoilla esitetty verkko. Siinä kolme ”kojepistettä” ja neljä yhteistä paikannettavaa pistettä. Kojepisteiden tuntemattomia parametreja ovat niiden XY-koordinaatit ja laitteen kiertosuunta. Puiden tuntemattomia parametreja ovat niiden XY-koordinaatit. Vasen kojepiste on origossa (0, 0) ja se on suunnistettu pisteellä päätetyn y-akselin mukaan, joten sen sijainti ja kiertoasema tunnetaan. Jäljelle jää 2×3 + 4×2 tuntematonta eli yhteensä 14. Havaintoja, jotka koostuvat etäisyydestä ja suunnasta on tehty 4×2 + 4×2 + 4×2 = 24. Vallitsee ylimääritys ja voidaan soveltaa pienimmän neliösumman menetelmää ja optimointia, jossa 14 tuntematonta ratkaistaan minimoimalla etäisyys ja suuntahavaintojen residuaaleja. Vahvennetut viivat näkyvät kuvalta helposti, mutta niiden muotoilu yhtälöryhmäksi, josta ratkaisu saadaan, vaatii erityistä logiikkaa eli erityisen ohjelmiston. Kyseessä on painotettu epälineaarinen regressioanalyysi eli ratkaisu vaatii optimointia, jossa jokaiselle tuntemattomalle on alussa osattava antaa järkevä likiarvo. Tarvitaan myös painot, joilla ”normeerataan” etäisyys- ja suuntaresiduaalit. Kyseessä on geodesian perustehtävä. Nykyään saatavilla on myös ohjelmistojen ilmaisversioita (http://digikom.hu/english/geo_easy_e.html). Kun kojepisteille on saatu ”paremmat” estimaatit niiden sijainnille ja kiertoasemalle, paranevat myös niiden pisteiden paikannukset, joihin on vain yksi tähtäys + etäisyys.

4.3.2 3D paikantaminen pallokoordinaatistossa

Napakoordinaatistossa paikantamiseen riitti suunta (tasossa) ja vaakaetäisyys. Tuloksena saatiin XY-tasokoordinaatteja.

Jos käytössä on laite, joka mittaa sekä vaaka- että pystykulman ja näiden lisäksi myös vinoetäisyyden, voidaan kohde paikantaa pallokoordinaatistossa eli sille saadaan xyz-koordinaatit. Puukartalle saadaan puiden karttakoordinaatit (xy) ja korkeusasema (z).

Takymetri on tällainen mittalaite. Siinä on kiikari, jolla tähdätään kohteeseen ja laite mittaa kiikarin kaksi kiertoa. Etäisyys saadaan laitteen laseretäisyysmittarilla. Takymetrilläkin voidaan mitata vain ne kohteet, jotka näkyvät mittauspisteeseen, ja laitetta täytyy siirtää, jos kartoitettava alue on suuri ja peitteinen. Laitteissa on toiminnallisuus (tietokone, laskentavoimaa), jonka avulla ne voidaan asemoida tähtäämällä uudelta mittapaikalta aiemmin mitattuihin pisteisiin. Uuden paikan sijaintitarkkuudesta saadaan estimaatti, kunhan asemoinnissa käytetään riittävän montaa jo mitattua pistettä.



Kuva 156. Puun (tyven 3D) paikantaminen takymetrillä, jossa käytetään prismaa, joka asetetaan puun eteen. Kuva vanhasta maastomittausohjeesta.

Moderneissa takymetreissä on paikannuksen tukena myös GNSS-paikannus, mutta metsässä se ei ole kovin tarkka. Takymetriä käytettäessä koordinaatisto degeneroituu hitaammin verrattuna esim. kompassin käyttöön edellä kuvatussa suunta- ja etäisyys menetelmässä, koska takymetrin suunta- ja etäisyyshavainnot ovat hyvin tarkkoja. Laitteet maksavat tuhansia euroja, kun puolestaan suuntakehän tai tarkkuuskompassin hinta on kymmenissä tai muutamassa sadassa eurossa.

Pallokoordinaatisto: Kolmiulotteisia koordinaatteja havaittaessa tarvitaan vaakakiertokulma θ ja pystykulma ϕ sekä vinoetäisyys, r:

$$x = r\sin\theta\cos\phi$$
$$y = r\sin\theta\sin\phi$$
$$z = r\cos\phi$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$
$$\theta = arctan\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$$
$$\phi = arctan\frac{y}{x}$$

Esimerkki. Perustettiin koordinaatisto, jonka origoon asennettiin takymetri, joka tasattiin ”kuplattiin” eli sen jälkeen laitteen kiertoakseli osoitti ”suoraan ylös”. Laite kierrettiin haluttuun vaakasuuntaan, joka nimettiin y-akseliksi eli laite antoi tämän jälkeen tuohon suuntaan atsimuuttisuunnaksi 0/360 astetta. Sen jälkeen laite suunnattiin kohteeseen eli mitattiin vaaka- ja pystykulmat sekä suora etäisyys kohteeseen laitteen laseretäisyysmittarilla. Vaakakierto oli atsimuuttisuuntana 45.0 astetta eli $\pi/4$ radiaania ”matemaattisena suuntana”. Pystykulma oli sekin 45.0 astetta yläviistoon eli $\pi/4$ radiaania. Vinomatkaksi mitattiin 3.000 m. Yo. kaavoilla pisteen XYZ-koordinaatit metreinä ovat (1.50, 1.50, 2.12). Saatu z-koordinaatti oli 2.12 m. Se on kohteen korkeus mittalaitteen yläpuolella.

Edellä esitellyt menetelmät 1 ja 2 (napakoordinaatistossa suunta ja etäisyys; pallokoordinaatistossa suunnat ja etäisyys) olivat menetelmiä, joissa havaintoja oli yhtä monta, 2 ja 3, kuin tuntemattomia koordinaatteja (XY ja XYZ). Pistettä paikannettaessa voidaan hyödyntää ylimääritystä. Tällöin riippumattomia havaintoja on enemmän kuin tuntemattomia suureita. Tästä esimerkkinä oli Kuva 155. Ylimäärityksen hyödyntäminen tuli esille regressioanalyysin yhteydessä. Ylimäärityksen myötä syntyy residuaaleja, joista johdettiin regressiomallin keskivirhe, SE(y). Sen avulla voitiin laskea regressioestimaatille luottamusvälit. Sama pätee paikantamiseen, kun käytössä on ylimääritys eli enemmän kuin 2 tai 3 eri suunnista tehtyä havaintoa. Seuraavassa esimerkki, jossa sovelletaan trilaterointia.

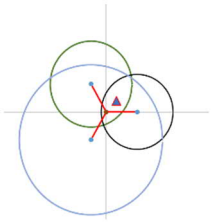
4.3.3 Etäisyysmittauksia hyödyntävä paikannus eli trilaterointi. Ultraääni- ja radiopaikannus (Pallokoord.xlsx)

Johdantoa. Aiemmin todettiin, että piste voidaan paikantaa etäisyyksien avulla toisensa leikkaavien ympyröiden leikkauspisteeseen (Kuva 151). Ympyröiden säteet vastaavat tuntemattomalta pisteeltä tunnetulle pisteelle mitattuja vaakaetäisyyksiä ja ympyröiden keskipisteinä ovat tunnetut pisteet. GPS-paikannus perustuu samaan periaatteeseen, mutta mitattava suure on vinomatka, joten ympyröiden sijasta paikannettava kohde sijaitsee pallopintojen leikkauksessa.



Kuva 157. Postex kolmen transponderin kartoituslaite metsänmittaukseen. © Haglöf, Sweden.

Esimerkki metsästä. Metsään voidaan tuoda kolmijalka, josta osoittaa kolmeen suuntaan puomit. Puomien päähän on asennettu ultraäänitransponderit, joilla voi mitata etäisyyksiä kahden transponderin välillä (Kuva 157). Kolmijalka on vaakittu eli transponderit ovat samalla korkeustasolla ja ne ovat melko matalalla. Mittaajan mukana kulkee oma lähetinvastaanotin, joka mittaa vinoetäisyyden kuhunkin kolmioon kiinnitettyyn transponderiin. Kolmen etäisyyden avulla voidaan laskea mittaajan 3D koordinaatit koordinaatistossa (datum), jonka määrää kolmijalan (lähetinten) asento. Kuva 158 ja Kuva 159 esittävät laskennan kulun. Kyseessä on epälineaarinen regressioanalyysi, jossa tarvitaan aluksi arvaus tuntemattomille parametreille eli kohteen koordinaateille. Optimoinnissa haetaan tuntemattoman pisteen (mittaajan mukana oleva laite) XYZ koordinaateille sellaiset arvot, että pisteestä lasketut etäisyydet täsmäävät mittausten kanssa. Erot ovat residuaaleja, joiden neliösumma menee nollaan, koska tuntemattomia (3) on yhtä monta kuin havaintoja (3). Tulokseksi saadaan 3D koordinaatit (1.77, 3.23, 3.69). Kuva 160 esittää tilanteen, jossa havaittuja etäisyyksiä tulkitaan vaakaetäisyyksiksi ja ratkaistaan ainoastaan tasokoordinaatit X ja Y. Jos maasto on tasaista ja kohteelle viety lähetin on samalla korkeudella kuin kolmijalka, ei ero vaaka- ja vinomatkassa ole merkittävä. Nyt havaintoja on kolme ja tuntemattomia on kaksi. Havainnoista lasketut residuaalit eivät siksi ole enää nollia.

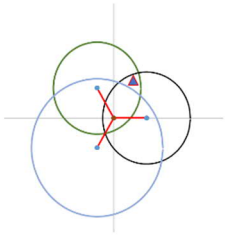


Ultraäänipaikannus

Lähetin	x	y	z	vinoet.	laskenn.	jäännös
1	-1.50	2.60	1.50	4	3.01	0.99
2	3.00	0.00	1.50	4	2.69	1.31
3	-1.50	-2.60	1.50	6	3.91	2.09
Tuntematon					n.summa	**7.08**
x	1					
y	1					
z	1					

Kuva 158. Havainnollistus kolmen transponderin käytöstä 3D paikantamiseen. Transponderit ovat puomilla, joka on vaakittu ja kaikkien lähetinten korkeus on asetettu arvoon z = 1.5 m. Puomien välillä on 120 astetta ja sovitaan, että transponderi (lähetin) 2 sijaitsee x-akselilla, ja se on puomin päässä. Näin sen koordinaatit ovat (3,0). Kahden muun transponderin sijainti

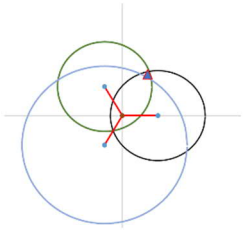
voidaan laskea puomin pituuden ja 120 asteen kulmien avulla. Kohteelle havaitut etäisyydet transpondereista ovat 4.0, 4.0 ja 6.0 m. Käyttäjän antama likiarvo pisteen sijainnille on (1,1,1). Se johtaa alkutilanteessa jäännösvirheiden neliösummaan 7.08 m².



Ultraäänipaikannus

Lähetin	x	y	z	vinoet.	laskenn.	jäännös
1	-1.50	2.60	1.50	4	4.00	0.00
2	3.00	0.00	1.50	4	4.00	0.00
3	-1.50	-2.60	1.50	6	6.00	0.00
Tuntematon					n.summa	**0.00**
x	1.769226					
y	3.297416					
z	3.696152					

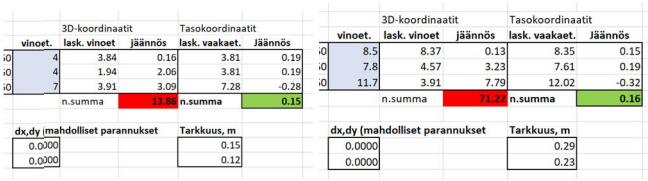
Kuva 159. Tilanne optimoinnin jälkeen. Neliösumma on minimoitu muuttamalla tuntemattoman pisteen XYZ-koordinaatteja, jotka alussa olivat (1,1,1). Ratkaisussa ne ovat x=1.77, y=3.30 ja z=3.69 m. Kolmio karttakuvalla on pallojen 3D-leikkauksessa, mutta emme näe kuin pallojen 2D-ääriviivat. Piste on 2.19 m korkeammalla (z=3.69 m) kuin kolmio (z=1.5 m) Koska tuntemattomia ratkaistavia parametreja oli sama määrä kuin lähettimiä ja havaittuja etäisyyksiä, menee neliösumma nollaan, sillä ylimääritystä ei ollut.



Ultraäänipaikannus

XYZ ja XY tapaukset					3D-koordinaatit		Tasokoordinaatit	
Lähetin	x	y	z	vinoet.	lask. vinoet	jäännös	lask. vaakaet.	Jäännös
1	-1.50	2.60	1.50	4	3.84	0.16	3.81	0.19
2	3.00	0.00	1.50	4	1.94	2.06	3.81	0.19
3	-1.50	-2.60	1.50	7	3.91	3.09	7.28	-0.28
Tuntematon					n.summa	13.86	n.summa	0.15
x	2.141204							
y	3.708674							
z	1							

Kuva 160. 2D-ratkaisu. Kolmella etäisyydellä saa ratkaistua 2D (XY) koordinaatit, kun minimoidaan etäisyyserojen (jäännösvirheiden) neliösummaa. Nyt yhtälöitä on 3 ja tuntemattomia on 2. Ratkaisussa piste (kolmio) on hakeutunut pisteeseen, joka minimoi jäännösvarianssin. Residuaalit ovat 19, 19 ja -28 cm ja niistä laskettu neliösumma 0.15 m2. z-koordinaattia ei käytetä laskennassa lainkaan, vaan oletetaan mitatun vinoetäisyyden vastaavan vaakaetäisyyttä, mikä ei tietenkään pidä paikkansa mäkisessä maastossa, tai jos vastaanotinta ei pidetä samalla korkeudella kuin mittalaitteen kolmiota.

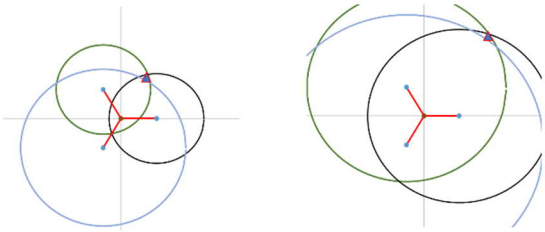


	3D-koordinaatit		Tasokoordinaatit	
vinoet.	lask. vinoet	jäännös	lask. vaakaet.	Jäännös
4	3.84	0.16	3.81	0.19
4	1.94	2.06	3.81	0.19
7	3.91	3.09	7.28	-0.28
	n.summa	13.86	n.summa	0.15

dx,dy (mahdolliset parannukset		Tarkkuus, m
0.0000		0.15
0.0000		0.12

	3D-koordinaatit		Tasokoordinaatit	
vinoet.	lask. vinoet	jäännös	lask. vaakaet.	Jäännös
8.5	8.37	0.13	8.35	0.15
7.8	4.57	3.23	7.61	0.19
11.7	3.91	7.79	12.02	-0.32
	n.summa	71.22	n.summa	0.16

dx,dy (mahdolliset parannukset		Tarkkuus, m
0.0000		0.29
0.0000		0.23



Kuva 161. Kaksi XY-paikannusta samoista havaintopisteistä eli mittalaitetta (kolmiota) ei siirretä. Toinen kohde on lähellä, toinen kauempana. Paikannukset johtivat samaan jäännösvirheen neliösumman arvoon, 0.15 m2. Ensimmäinen piste on lähellä laitetta ja tarkkuusestimaattorit (keskivirheet, SE) ovat SE(x)=0.15 m, SE(y)=0.12 m. Toinen piste on kaukana ja jäännösvirheet ovat samaa luokkaa, mutta etäisyydestä johtuen keskivirheet (68% luottamusväli) ovat 0.29 m ja 0.23 m. Tarkkuusestimaatit lasketaan geometriaa kuvaavasta erityisestä matriisista (laskentaa ei käydä tässä läpi).

Keskivirhe-estimaattorit. Yhden muuttujan regressiomallin yhteydessä SE(y) laskettiin jäännösvirheiden ja havaintojen lukumäärän avulla, vapausasteet huomioiden. Residuaali oli luku. Pituusmallissa (Näslundin yhtälö) residuaali laskettiin mitatun pituuden ja mallin antaman pituuden erotuksena.

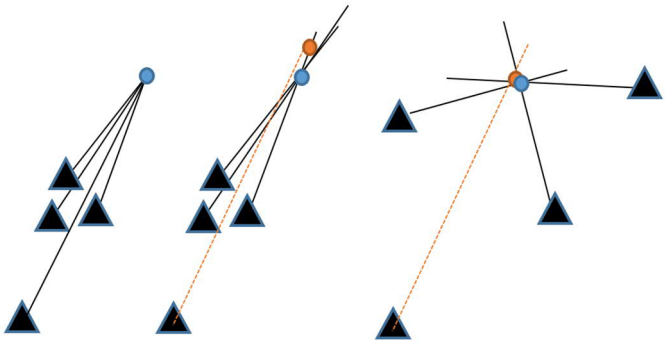
Paikannusestimaatin virhe (residuaali) ei ole yksi luku vaan vektori, jolla on suunta ja pituus. Tämän takia keskivirheiden laskennassa täytyy ottaa huomioon havaintogeometria, mitä Kuva 161 pyrkii havainnollistamaan. Kuvan kolmio (jonka nurkissa kiintopisteet sijaitsevat) ”näkyy suurena” kun sitä katselee paikannettavalta pisteeltä, joka on lähellä, mutta kolmio ”supistuu pieneksi pisteeksi”, kun sitä katselee kauempaa eli paikannettava kohde on kaukana. ”Etäisyysympyröiden” kaaret ovat yhä enemmän samansuuntaisia, mitä kauempana piste sijaitsee, ja pienikin virhe etäisyydessä siirtää ratkaisua merkittävästi. Keskivirhe-estimaattorit saaduille X ja Y-koordinaateille huomioivat jäännösvirheen lisäksi tekijän (kerroin), joka saadaan geometrian perusteella ja lasketaan matriisista, jonka alkioita ovat koordinaattien osittaisderivaatat havaintojen (mitatut etäisyydet) suhteen (Satelliittipaikannuksessa tekijää kutsutaan DOP-luvuiksi[35]). Kun kaikki kiintopisteet ovat pienessä nipussa, ei niistä juuri ole hyötyä. Esimerkeissä käytetyn Postex-laitteen rakenteen avulla kiintopisteet on saatu mahdollisimman hyvään geometriaan annetulla määrällä alumiinipuomia, kun puomit ovat 120 asteen kulmassa toisiinsa nähden. Puomin pituus on kompromissi, koska laite pitää kantaa matkassa, ja mukana on muutakin välineistöä.

Toinen (prototyyppivaiheessa 2019) vaihtoehto esitetylle Postex laitteelle on asettaa (heitellä) metsään lukuisia radiotranspondereita eli pseudoliitteja[36], jotka ovat paikallisia ”GPS-satelliitteja”. Niistä kaksi (mielivaltaiset) muodostavat X-akselin jommankumman ollessa origo. Pseudoliitit mittaavat toistensa välisiä etäisyyksiä sekä etäisyyksiä mittaajaan, joka kartoittaa kohteita mittausalueella. Ratkaisuna saadaan mittaajan 3D-koordinaatteja. Lopuksi jotkut pseudoliiteistä paikannetaan GPS-laitteella, jolloin koko mitattujen pisteiden joukko saadaan yleiseen karttakoordinaatistoon. Etäisyyksiä käyttäviä tekniikoita sanotaan trilaterointitekniikoiksi.

[35] https://en.wikipedia.org/wiki/Dilution_of_precision_(navigation)
[36] https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudolite

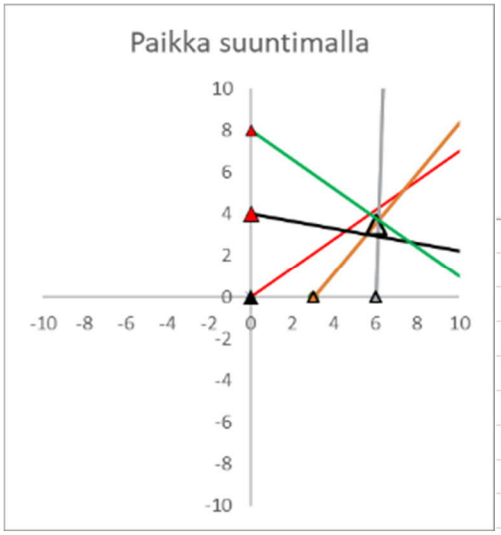
4.3.4 Monta suuntaa (kolmiointi) – versio eteenpäinleikkaus

Kolmiointia voidaan soveltaa puiden paikantamisessa ja jos vaakasuuntia (leikkaavia suoria) otetaan enemmän kuin kaksi, saadaan XY koordinaateille myös tarkkuusarvio kuten edellä, jos etäisyys mitataan kolmesta pisteestä. Eteenpäinleikkauksessa otetaan tunnetuilta pisteiltä suuntia paikannettavalle pisteelle. Kuva 163 havainnollistaa tilannetta. Oma paikallinen koordinaatisto on perustettu mittaamalla origosta (#3) kaksi pistettä X-akselille (#2 ja #3) ja kaksi X-akselille (#4 ja #5). Pisteet sijaitsevat tunnetun etäisyyden päässä eli niiden koordinaateista aina toinen on etäisyys ja toinen on nolla. Optimoinnilla haetaan ratkaisuksi XY-piste, joka sopii parhaiten tehtyihin suuntahavaintoihin. Suunnat voi ajatella mitatuiksi esim. kompassilla.



Kuva 162. Havaintogeometria on tärkeä myös leikkauksessa. Kuva esittää tilannetta, jossa pieni virhe yhdessä neljästä havainnosta siirtää ratkaisua huomattavasti, jos kiintopisteet ovat nipussa. Sama virhe ei vaikuta yhtä paljon, jos leikkauksen geometria on hyvä. Vertaa Kuva 161. Yksi tukipiste on muita kauempana. Sieltä tehty yhden asteen virhe "kampeaa" ratkaisua enemmän verrattuna tilanteeseen, jossa piste olisi samalla etäisyydellä muiden kanssa.

kts. Pallokoord.xlsx – välilehti Suuntiminen



Pisteeltä	Atsim. suunta	Matem. suunta, aste	Laskennallinen suunta, aste	Suunnan residuaali	residuaalin neliö(rad)
1	55	35	30.2	4.8	0.007024
2	40	50	49.2	0.8	0.000204
3	2	88	89.5	-1.5	0.000661
4	100	-10	-4.6	-5.4	0.008757
5	125	-35	-36.7	1.7	0.000837
					0.109853
					Neliösumma

Kuva 163. Esimerkki, jossa on perustettu suorakulmainen koordinaatisto, ja mitattu sen x-akselille 2 tukipistettä samoin kuin y-akselille. Ne ja origo muodostavat 5 tuki(kiinto)pistettä, joilta on otettu suunta kohti paikannettavaa pistettä. Paikannuksessa haetaan optimoimalla xy-piste, joka minimoi suunta-erot (residuaalit) eli havaintojen ja laskennallisten suuntien erojen neliösumman. Esimerkin tarkkuus on varsin huono, koska lyhyellä matkalla suuntavirheet ovat suurimmillaan +4.8 ja -5.4 astetta. Saman näkee suorien leikkausgeometriasta. Laskennallinen suunta lasketaan arctan(y/x) avulla., kts. napakoordinaattiesitys.

4.3.5 Puut tukipisteinä –menetelmät.[37]

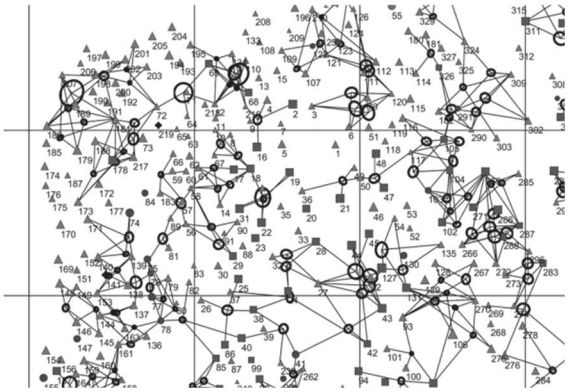
Tähän asti on todettu, että kohteita voidaan paikantaa mittaamalla etäisyyksiä ja/tai suuntia, kun käytössä on tunnettuja kiintopisteitä, tai perustetaan verkko, jossa on origo ja yhteisiä pisteitä. Metsässä näkyvyys on usein heikkoa, minkä takia tarkkuus huononee kauempana lähtöpisteestä. Mittaaminen vaatii yleensä myös kaksi henkilöä.

Monisteen kirjoittaja kehitti puukartan laatimiseen menetelmän, joka osin ratkaisee molemmat ongelmat. Menetelmässä kiintopisteinä käytetään puita, jotka voidaan paikantaa ilmakuvalta ja myöhemmin maastossa. Ilmakuvalta tai laserpistepilvestä paikannettava 3D piste on latva, koska rungot eivät kuvalla yleensä näy. Jos latvus on terävä ja runko on suora, ovat latvapisteen XY-koordinaatit melko hyvä estimaatti rungon sijainnille.

Menetelmän 1. vaihe on paikantaa puiden latvoja kaukokartoituksen avulla. Syntyvä "puukartta" todennetaan maastossa, eli puut merkitään maastossa esim. numeroin. Näin syntyy XY-tukipisteiden verkko, jonka tarkkuus riippuu siitä, kuinka suoria rungot ovat, ja kuinka hyvin latvapiste onnistuttiin mittaamaan. Menetelmässä etuna on, että puiden koordinaatit tiedetään suoraan kaukokartoituksen käyttämässä "globaalissa" koordinaattijärjestelmässä. Kohteet (pienet puut ym. katveeseen jäävät kohteet), jotka puuttuvat kaukokartoituksen avulla saadulta kartalta paikannetaan käyttämällä puita tukipisteinä, joihin mitataan tuntemattomilta puilta käsin kompassisuuntia ja/tai etäisyyksiä (Kuva 164). Jos käytetään

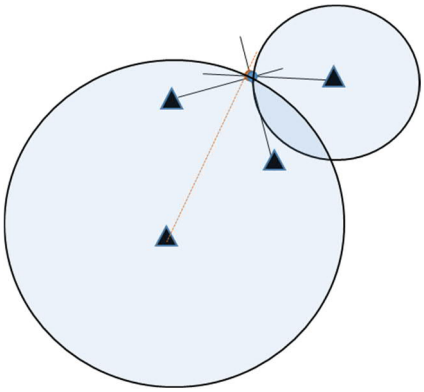
[37] https://silvafennica.fi/pdf/article283.pdf

pelkkiä suuntia, on kyse taaksepäinleikkauksesta. Eteenpäinleikkaus käsiteltiin edellä. Siinä paikannettavaa kohdetta tähdätään tukipisteiltä. Taaksepäinleikkaus (Kuva 166) on metsässä nopeampaa, kun ei tarvitse kuin ”pyöriä paikannettavan puun lähellä”. Eteen- ja taaksepäinleikkauksella ei ole käytännössä eroa matemaattisesti, koska havaitut suunnat voidaan aina kääntää 180 astetta eli vastasuunniksi.

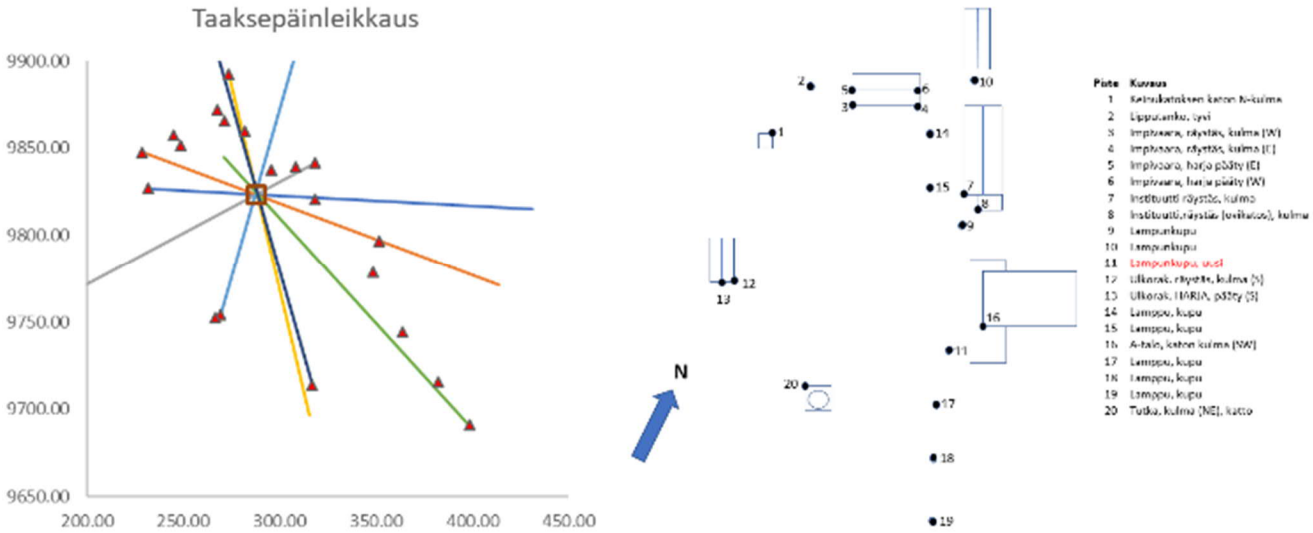


Kuva 164. Kuvassa esitetään kartta, jossa näkyvät kaukokartoitetut puut numeroituina ja niitä käyttäen tehdyt uudet paikannukset. Viivat näyttävät mitä puita on hyödynnetty kunkin kohteen paikannuksessa. Ellipsoidit ovat ns. virhe-ellipsoideja, jotka voidaan laskea jo maastossa, jos mukana on maastotietokone. Tällöin mittaaja tietää heti, kuinka tarkka mittaus oli, ja pystyy tarvittaessa korjaamaan virheen.

Huomionarvoista on, että suuntien lisäksi voidaan mitata myös etäisyyksiä. Laskennassa nämä havainnot yhdistetään ja optimoinnilla haetaan tuntemattomalle pisteelle sijainti, joka parhaiten vastaa havaintoja. Toisin sanoen, kyseisestä pisteestä nähtynä tukipisteet ovat niissä suunnissa, jotka havaittiin ja niiden etäisyydet vastaavat mitattuja. Esim. jos paikannus tapahtui 4 tukipisteen avulla, joista jokaiseen mitattiin suunta ja kahteen mitattiin etäisyys, on laskentalomakkeella 6 yhtälöä, joista neljän residuaalit ovat radiaaneja ja kahden ovat metrejä. Nämä korotetaan toiseen potenssiin ja jokaista havaintoa painotetaan kertoimella, joka yhteismitallistaa radiaanit ja metrit. Luvuista saatua summaa (neliösumma) minimoidaan (painotettu pienemmän neliösumman ratkaisu) hakemalla tuntemattomalle sijainti, joka minimoi neliösumman. Katso myös lukua epälineaarinen painotettu regressioanalyysi.



Kuva 165. Paikannus käyttäen neljää tukipistettä, joilta jokaiselta on mitattu suunta, ja kahdelta myös etäisyys, Tuntemattomia on kaksi eli kohteen koordinaatit, kun havaintoja on kuusi.



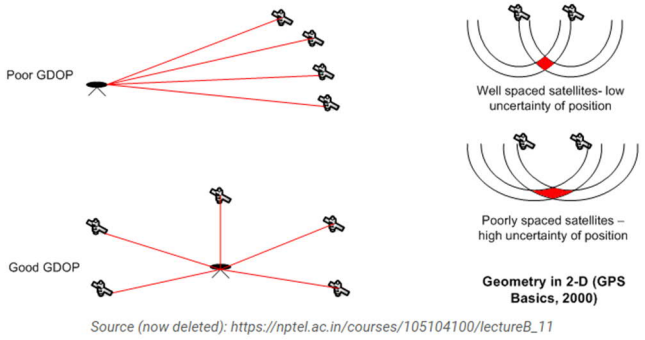
Kuva 166. Taaksepäinleikkaus käyttäen ilmakuvalta paikannettuja pisteitä (rakennettu ympäristö, Hyytiälän metsäaseman pihapiiri). Paikannukseen on käytetty 7 tukipistettä, joihin on mitattu suunta tuntemattomalta pisteeltä. Puukartta puita tukipisteinä käyttäen perustuu samaan periaatteeseen.

4.4 Satelliittipaikannus (GNSS)

Eri valtioiden maanmittausorganisaatiot ovat ”kautta aikain” tuottaneet omilta alueiltaan mahdollisimman tarkkoja karttoja. Maapallon epämuotoisuuden takia alueellisten karttojen koordinaatit poikkeavat toisistaan. Erityisesti avaruuslentoja, ilmailua ja sotilaskäyttöä varten kuitenkin tarvittiin koko maailman kattava yhtenäinen koordinaattijärjestelmä. Satelliittien keräämien tietojen perusteella kyettiin maan massakeskipiste määrittämään tarkemmin, mikä mahdollisti maan keskipisteeseen sidottujen koordinaattijärjestelmien luomisen. Työ on tarkentunut ja noin vuoden 2002 jälkeen on globaali WGS84 koordinaatisto pystytty määrittämään alle 1 cm tarkkuudella, mikä on huikea tarkkuus. Tarkkuuden ansioista pystytään seuraamaan esim. mannerlaattojen cm-tason vuotuisia liikkeitä[38]. Aiemmissa luvuissa on käsitelty puiden kartoittamista ”itse perustetussa” koordinaatistossa. On melko monta kertaluokkaa vaikeampi tehtävä pitää globaali koordinaatisto stabiilina verrattuna siihen, että pitää muutaman hehtaarin alueen peittävän cm-tarkan koordinaatiston määritelmän olemassa yhden työpäivän ajan. Mikäli koordinaatiston määrittelyn halutaan säilyvän cm-tarkkana vuosia, on metsään perustettava liikkumattomia pisteitä, mikä ei aina ole helppoa. Puupaalut lahoavat, ja routa liikuttaa irtolohkareita. Puita ei voi käyttää huipputarkkoina pisteinä. Esim. suolla koordinaatiston määrittelevät kiintopisteet joudutaan lyömään pitkillä paaluilla pohjamaahan tai sitomaan ympäristön kallioihin, jos halutaan että suon korkeusvaihteluiden mittaaminen on luotettavaa ja mm-tarkkaa.

GNNS-paikannus perustuu etäisyyden käyttöön (trilaterointi vrt. Kuva 151). Paikannus tapahtuu 3D-koordinaatistossa, jonka origo on maan massakeskipisteessä ja X-, Y- ja Z-koordinaattiakselit määritelty kulkemaan tiettyjen pisteiden kautta. Tämä karteesinen eli suorakulmainen koordinaatisto on globaali ja perustuu satelliittipaikannukseen. Jokaisen satelliitin sijainti (XYZ) tunnetaan tarkasti kunakin ajanhetkenä tässä järjestelmässä (vrt. Kuva 157) ja satelliittivastaanotin pyrkii ratkaisemaan samanaikaisesti etäisyytensä mahdollisimman moneen satelliittiin. Sen jälkeen voidaan laskea mihin XYZ-pisteeseen nämä etäisyydet pätevät. Minimissään tarvitaan kolme etäisyyttä (satelliittia), mutta paikannuksessa on vielä neljäs tuntematon, joka on vastaanottimen kellon poikkeama satelliittijärjestelmän ajasta. Siksi tarvitaan aina vähintään neljä satelliittia.

Paikannuksen tarkkuus riippuu olosuhteista: kuinka monta satelliittia on taivaalla, miten ne sijaitsevat (supussa vai tasaisesti yli taivaankannen), ollaanko kasvillisuuden alla vai vapaassa tilassa (kasvillisuus aiheuttaa katkoksia kuuluvuudessa). Kallis vastaanotin pystyy mittaamaan etäisyyksiä useisiin satelliittijärjestelmiin samanaikaisesti ja etäisyyshavainnot ovat tarkkoja. Vastaanotin, joka on kytketty RTK-järjestelmään[39] (verkkoyhteydellä) saa jatkuvasti tarkkaa tietoa signaalien vääristymisestä alueella, jossa laitetta käytetään ja pystyy avoimella alueella jopa cm-tarkkaan paikannukseen, jossa aikaa yhteen mittaukseen kuluu vain joitakin sekunteja. Korjaustieto perustuu paikallaan pysyvien jatkuvasti mittaavien satelliittipaikantimien verkkoon, joiden avulla voidaan interpoloida ja mallintaa korjaukset mihin tahansa paikkaan verkon sisällä. On olemassa myös muita järjestelmiä, joilla sijaintia voi tarkentaa joko reaaliaikaisesti tai jälkilaskentana. RTK-järjestelmä ei yleensä toimi metsässä (vastaanotin ei pysty ratkaisemaan kaikkia tuntemattomia satelliittiyhteyksien katkeillessa jatkuvasti puiden takia), ja siellä joudutaan tyytymään metri- ja desimetritason paikannukseen reaali- ja jälkilaskentaa sovellettaessa.



Kuva 167. Aiemmassa Postex-esimerkissä (Kuva 158) paikannus perustui kolmeen ”satelliittiin”, jotka olivat puolien päissä, kun puomien välillä oli 120 asteen kulma. Kuva 157 havainnollisti hyvää ja huonoa PosTex-paikannuksen geometriaa. Sama pätee GNSS trilaterointiin. Keskivirheeseen ei vaikuta ainoastaan etäisyyshavaintojen jäännösvirhe, vaan se ”kerrotaan geometrialla”. Hyvätkään etäisyysmittaukset eivät takaa hyvää 3D tarkkuutta, jossa niin X, Y kuin Z koordinaatin keskivirhe on pieni. Esim., Jos satelliitit ovat ”nipussa pään yläpuolella”, saadaan korkeus tarkemmin kuin pituus- ja leveysaste.

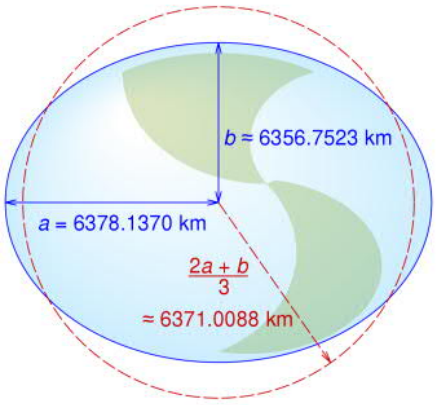


Kuva 168. Vuonna 2000 Suomessa ei vielä ollut pysyvää GNSS-vastaanottimien verkkoa, jota hyödyntää RTK-paikannuksessa. Asia ratkaistiin sijoittamalla oma tukiasema tunnetulle kolmiomittauspisteelle (Pätsäinmäki Hyytiälä), jossa sijaitsivat myös radiolähetin ja antenni, jolla korjaustiedot saatiin toiselle liikkuvalle vastaanottimelle cm-tarkkaa paikantamista varten (DI Jaakko Uusitalo, myo Jarno Kallonen). Korjaus tärkoittaa likipitäen sitä, että tarkasti tunnetulla pisteellä oleva vastaanotin kertoi toiselle, kuinka se liikkuu häiriöiden takia ja liike (virhe) oletetaan samaksi liikkuvassa vastaanottimessa, joka ei saa sijaita liian kaukana, jotta korjaukset vielä pätevät.

Kun pisteen koordinaatit tunnetaan WGS84 XYZ-koordinaatistossa, niille voidaan laskea maantieteelliset koordinaatit (leveys- ja pituusasteet) ja ne voidaan projisoida karttakoordinaatistoon. Projisointiin tarvitaan referenssi-ellipsoidia, joka jäljittelee maapallon muotoa. WGS84 järjestelmään kuuluu ellipsoidi, jonka avulla kaikille mitatuille XYZ- pisteille saadaan laskettu pituus- ja leveyspiiri sekä korkeus ellipsoidin pinnalta. Ellipsoidi on sileä pinta, eikä huomioi kaikkia maapallon kuhmuroita ja kuoppia.

[38] https://www.iris.edu/hq/files/programs/education_and_outreach/aotm/14/1.GPS_Background.pdf

[39] https://en.wikipedia.org/wiki/Real-time_kinematic



GNSS-vastaanotin ratkaisee sijainnin tietämättä sitä, onko vastaanotin lentokoneessa kilometrien korkeudella, jonkun kännykässä tai kaivon pohjalla. Leveys- ja pituuspiiri määrittävät puolisuoran, joka alkaa maan keskipisteestä ja ”puhkaisee reiän” ellipsoidiin. Satelliittivastaanotin on sijainnut tuolla suoralla. Vastaanottimen kohtisuora etäisyys ellipsoidiin on ellipsoidikorkeus, mutta maapallon muoto ei noudata ellipsoidin muotoa, jolloin tästä korkeudesta ei suoraan voi päätellä sitä, onko vastaanotin ollut maan pinnalla vai korkealla ilmassa. Tähän tarvitaan korkeusmalli, joka kertoo maaston korkeuden ellipsoidin suhteen.

WGS84 järjestelmään kuuluu siis maapallon muotoa jäljittelevä ellipsoidi, ja pisteen korkeuden voi määrittää sen pinnalta. Jos halutaan ortometrisiä korkeuksia m.p.y tarvitaan lisäksi geoidimalli[40], joka kertoo, kuinka ellipsoidikorkeutta tulee korjata, jotta saa ortometrisen korkeuden. Geoidimalli huomioi gravitaation alueelliset erot. Esim. Kymenlaaksossa ja Karjalan kannaksella painovoimakentässä on kuoppa, joka johtuu alueen rapakivikallioperästä.

Suomessa on erittäin hyvä geodeettinen infrastruktuuri. Vanhat kolmioverkot on saatu korjattua (oikaistua) satelliittipaikannuksen avulla tarkasti. Niissä oli noin 0-2 m vääristymiä, mikä sinänsä kertoo huipputarkkuudesta, kun huomioi, että kolmioverkot ovat ulottuneet yli koko maan ja verkko oli sidottu maantieteellisiin koordinaatteihin tähtitieteellisin havainnoin. Uuden (2010) satelliittipaikannukseen perustuvan karttakoordinaatiston (TM35FIN) ja vanhan kolmiomittauksiin perustuvan (KKJ-) koordinaatiston väliset paikalliset muunnokset ovat cm-tarkkoja. Muunnoksia käyttäen on reksitereiden tiedot muutettu uuteen järjestelmään (esim. rajapyykkien sijainnnit). Tarkkavaaitusten ja GPS-mittausten ansiosta ortometriset korkeudet saadaan nekin cm-tarkasti GPS-havainnoista, koska laaditut geodimallit ovat tarkkoja koko maassa. Vaaitusverkkoja on yhdistetty lähimaiden verkkoihin, jolloin voidaan mm. seurata maanpinnan nousua Itämeren – Pohjanmeren alueella. Metsäammattilainen voi halutessaan paikantaa itsensä taimikoissa cm-tarkasti RTK-GNSS laitteella (laitevuokra 50-100€/päivä) ja 0.2–2 m tarkkuudella puustoisissa kohteissa. Mobiililaitteiden GNSS kykenee metritason tarkkuuteen ja saatavilla on koordinaatistoon oikaistuja ilma- ja satelliittikuvia, joilta voi paikantaa maastonkohtia – kännykän näyttöä maastoon vertaamalla – kaikki tuttua nykyihmiselle, joka kantaa mukanaan laskentavoimaa, josta saattoi vain uneksia vielä 20 vuotta sitten. Kaukokartoitus hyötyy myös geodeettisesta infrasta, sillä kuvauslaitteet saadaan paikannettua cm-tarkasti 1-2 kertaa sekunnissa, jonka ansioista ilmakuvat ja laserpulssit saadaan tarkasti orientoituja jopa täysin ilman maastoreferenssipisteitä (signaloituja tunnettuja pisteitä).



Kuva 169. Metsikkökoealan paikallisen korkeusvaihtelun mittaaminen vaaituskoneella ennen nykyisiä noin 25 cm tarkkuuteen yltäviä laserkeilaus korkeusmalleja [41]. Hyytiälä 2002 (kuva Markus Holopainen, mittaaja myo Esko Välimäki).

4.5 ETRS-TM35FIN taso(kartta)koordinaattijärjestelmä

ETRS-TM35FIN Otettiin käyttöön vuonna 2010 maanmittauslaitoksen tuotteissa. KKJ, joka perustui kolmioverkkoihin, jäi pois käytöstä. Muutokset näiden välillä tehtiin tarkoilla korjausyhtälöillä. ETRS-TM35FIN projektio on käänteinen lieriöprojektio (Transverse Mercator) ja taustalla on eurooppalainen vertausjärjestelmä ETRS89 ja sen suomalainen sovellus EUREF-FIN. ”Olemme kiinnittyneet” Euraasian mannerlaatan yhtenäiseen osaan, ja koordinaatit muuttuvat mannerlaatan liikkuessa ja tätä muutosta ja deformaatiota voidaan mitata GNSS-asemaverkon avulla. GPS-järjestelmän pohjana olevan WGS84 vertausjärjestelmän ja eurooppalaisen ETRS89 ero on alle metrin, mutta muuttuu jatkuvasti. Käytännössä WGS84:ään pohjautuvat UTM35-tasokoordinaatit ja suomalaiset ETRS-TM35FIN tasokoordinaatit ovat millimetritasolla yhtenevät. Niinpä, jos GNSS vastaanotin antaa UTM35 tasokoordinaatteja ja ellipsoidikorkeuksia, niitä voi hyvin käyttää ETRS-TM35FIN koordinaatteina.

Esimerkki: Piste Juupajoen Hyytiälässä

Vanhat KKJ-2 koordinaatit
6860000 m Pohjoista leveyttä, 2516000 m Itäistä pituutta

Muunnos coordtrans.fgi.fi –sivustolla ETRS-TM35FIN-järjestelmään
6860030.4886 m Pohj., 357922.0445 m Itä

Muunnos coordtrans.fgi.fi –sivustolla EUREF-FIN Maantieteellinen (2D) järjestelmään
61.846484899° N, 24.300429423° E

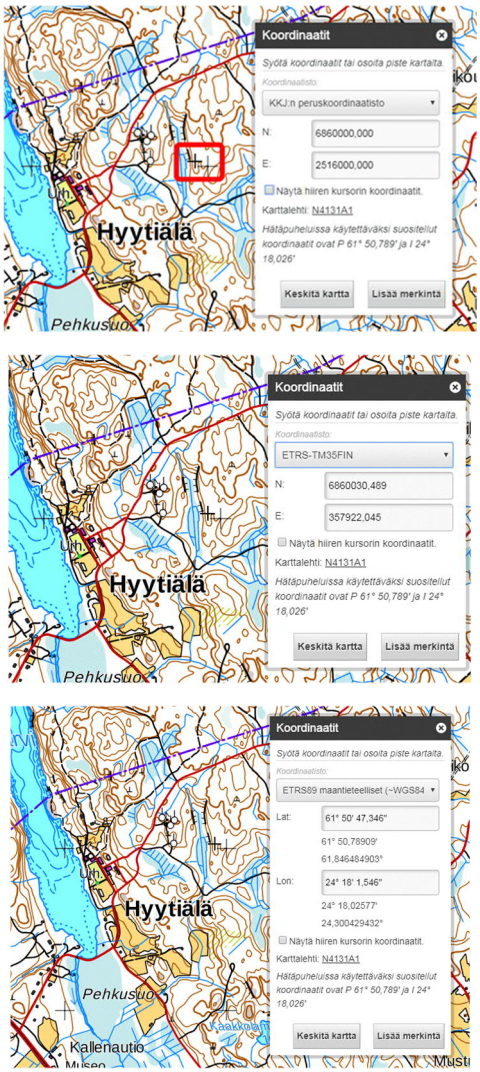
Muunnos https://www.ngs.noaa.gov/TOOLS/utm.shtml takaisin UTM35 tasokoordinaateiksi
6860030.489 m Pohj, 357922.045 m Itä

Kuva 170 havainnollistaa koordinaattimuunnoksia Kansalaisen karttapaikka –sivulla. Koordinaattimuunnokset on hyvä aina tarkistaa. Maantieteellisissä (leveys- ja pituuspiiri) koordinaateissa käytetään niin desimaalista esitystä kuin aste-minuutti-sekunti –

[40] https://www.maanmittauslaitos.fi/tutkimus/teematietoa/geoidi

[41] https://www.maanmittauslaitos.fi/kartat-ja-paikkatieto/asiantuntevalle-kayttajalle/tuotekuvaukset/korkeusmalli-2-m

muotoa tai aste + desimaaliminuutti -muotoa. Niiden kanssa tulee usein ongelmia, koska luvut eivät ole yksikäsitteisiä.



Kuva 170. Muunnokset Kansalaisen karttapaikka –sivulla. Samalle pisteelle esitetään kkj, etrs-tm35fin ja etrs89 maantieteelliset koordinaatit kolmella tavalla esitettynä. Hätäpuheluihin suositellaan muotoa "asteet ja desimaaliminuutit".

Hanko on leveyspiirillä 59.83° N. Lännessä sijaitsevan Eckerön pituuspiiri on 19.48° E, kun Ilomantsin itäisin kolkka on 31.56° E pituuspiirillä, ja Utsjoen pohjoisimman pisteen leveyspiiri on 70.10° N. Suomi jää tämän "laatikon" sisäpuolelle. Koordinaatit olivat desimaaliasteita eli 59.6000 jälkeen tulee 59.6001, jos esitystarkkuus on neljä desimaalia. Koska maapallon säde on noin 6700 km, on matka etelänavalta pohjoisnavalle pituuspiiriä seuraten noin 21000 km. Yksi aste vastaa noin 117 km matkaa (leveyspiiriltä seuraavalle, pitkin maapallon kaarevaa pintaa), jolloin 0.001 astetta leveyspiirin esitystarkkuutena vastaa 117 metriä. 0.000001 asteen tarkkuus antaa 0.11 m tarkkuuden. Pituuspiirin esitystarkkuuden osalta on huomioitava sijainti maapallolla, koska pituusppiiriltä toiselle kuljettava matka on pisin päiväntasaajalla.

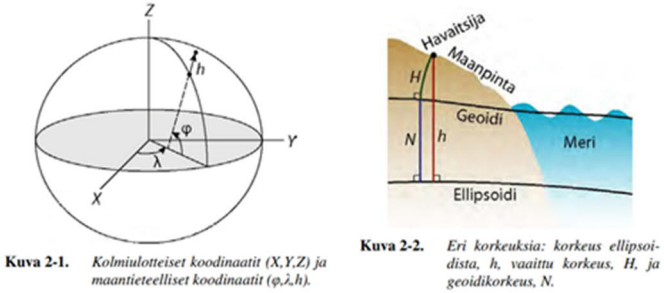
4.6 Ortometrinen ja ellipsoidikorkeus, kartan korkeuskäyrät ja korkeusmalli

Olemme joltisenkin tottuneita korkeuden käsitteeseen. Tunturi laki on 480 m merenpinnan yläpuolella, ja samaan tunturiin voi olla perustettu laskettelurinne, jonka korkeusero on 220 m. Jokin on "ympäristöään" tai "merenpinnan tasoa" korkeammalla. Kappale putoaa korkeammalta alemmas. Korkeus liittyy selkeästi painovoimakenttään. Maata kiertävä astronautti joutuukin pinnistelemään, jotta tulee sinuiksi sen kanssa, että maa sijaitsee "alapuolella". Etelänapamantereen jäätutkija ei seiso pää alaspäin, vaikka meistä pohjoisen asukkaista siltä saattaisi tuntuakin. Painovoimakenttä määrää vapaan liikkeen suunnan. Sitä sanotaan myös luotisuoran suunnaksi. Painovoimakenttä ei ole kaikkialla vakio, koska maapallon massan jakauma ei ole homogeeninen.

Ennen GPS-mittausten aikaa korkeus mitattiin ja ilmaistiin ortometrisenä korkeutena. Yksikkö oli metrejä merenpinnan yläpuolella. Tässä järjestelmässä korkeus nousee, kun liikutaan samassa vesistöalueessa ylävirtaan. Vapaa vesipinta asettuu painovoimakentän mukaan ja jatkaa matkaansa alavirtaan, jos se vain on mahdollista. Lentokoneen korkeus määritettiin esim. ilmanpaineen avulla, kun tunnettiin ilmanpaine maanpinnalla tietyllä ortometrisellä korkeudella. Ilmanpaine pienenee, kun lentokorkeus kasvaa. Pilotilla oli käsitys jonkinlainen käsitys sijainnistaan (lennonjohto auttoi) ja kartalta saattoi lukea millä ortometrisellä korkeudella maanpinta on kyseisellä seudulla. Korkeuksien erotus oli arvio lentokorkeudesta. Jos ilmanpainemittariin tuli toimintavirhe, saattoi sillä olla katastrofaaliset seuraukset. Koneessa saattoi myös olla tutka, jolla saatiin mitattua etäisyys maanpintaan. Siitä oli iloa erityisesti huonolla säällä ja pimeässä lennettäessä.

GPS-mittausten aikana tilanne muuttui. Tekniikka mahdollisti paikantamisen globaalissa 3D koordinaatistossa. Lähelle koordinaatiston origoa meillä ei ole asiaa, koska se sijaitsee maan massakeskipisteessä. Liikumme vyöhykkeessä, joka on noin 6370 km etäisyydellä sieltä. Muutama sata ihmistä on käynyt 7000 km etäisyydellä origosta (satelliittien kiertoradalla) ja vielä harvempi kauempana eli kuussa. Aurinko "kiertää" tätä origoa hurjaa vauhtia noin 150 miljoonan kilometrin etäisyydellä. Paikallaan olevien maanpinnan kohteiden koordinaatit eivät muutu, vaikka maapallo pyörii, koska koordinaatisto pyörii mukana. Pieniä muutoksia tapahtuu esim. maanjäristysten yhteydessä, kun mannerlaatat liikkuvat toisiinsa nähden. Silloin tosin myös maan massakeskipiste saattaa hieman liikkua.

Globaalin (huipputarkan) XYZ-koordinaatiston huono puoli on se, että sen X-, Y- ja Z-akselit eivät ole meille intuitiivisia. Siirryttäessä Helsingistä Rovaniemelle muuttuvat sijaintia ilmaisevat XYZ-koordinaatit: X ja Y pienenevät, kun Z-kasvaa (Kuva 171). Kun kiipeää 300 m korkeaan TV-mastoon Espoossa, Z pienenee vain vähän, mutta sekä X että Y kasvavat.



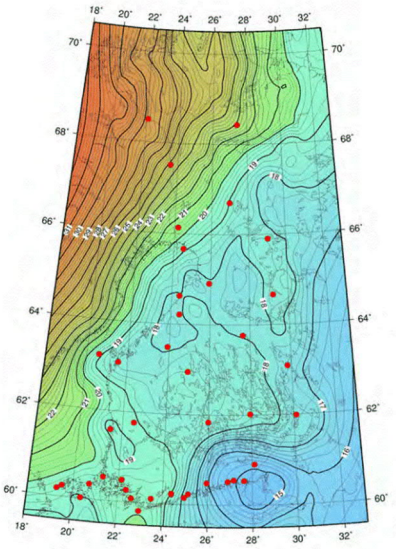
Kuva 2-1. *Kolmiulotteiset koodinaatit (X,Y,Z) ja maantieteelliset koodinaatit (φ,λ,h).*

Kuva 2-2. *Eri korkeuksia: korkeus ellipsoidista, h, vaaittu korkeus, H, ja geoidikorkeus, N.*

Kuva 171. Koordinaatistojen ja korkeusjärjestelmien havainnollistus (Bilker-Kaartila ja Ollikainen, 2009)

”Apuun tulee” GPS-järjestelmän vertailuellipsoidi. Sen pinta kulkee kahden puoliakselin määräämällä etäisyydellä maan keskipisteestä, yleensä melko lähellä merenpinnan tasoa kyseisessä maapallon kolkassa. Tämä päätee myös keskellä laajaa mannerta, josta merelle on matkaa tuhansia kilometrejä. Minkä tahansa ellipsoidin pinnalla olevan pisteen XYZ koordinaatit tunnetaan tarkasti, koska ellipsoidi on maapallon keskipisteen ympärille asetettu matemaattisen täsmällisesti määritelty pinta. Jos lentokoneessa oleva GPS mittaa tietyt XYZ-koordinaatit, voidaan laskea tämän pisteen kohtisuora etäisyys ellipsoidin pinnalta. Näin saadaan ”lentokorkeus metriä ellipsoidin yläpuolella”. Tämä ei vielä paljoa lisää lentoturvallisuutta, koska maapallon muoto ei noudata tätä ellipsoidia. Tarvitaan lisäksi maanpinnan pisteiden sijainti samassa GPS-koordinaatistossa, ja jos pisteitä on tiheässä, voidaan niistä interpoloida pintamalli, esim. 1 m hilana (korkeusmalli), jossa jokaiselle pisteelle tunnetaan pisteen leveys- ja pituuspiiri sekä korkeusero (vertailu)ellipsoidiin nähden. Nyt lentäjä voi laskea korkeuseron, joka saadaan, kun vähennetään lentokoneen ellipsoidikorkeudesta maanpinnan ellipsoidikorkeus samassa karttapisteessä, jonka pituus- ja leveyspiiri määräävät. Lentoturvallisuus laskeuduttaessa (autopilotilla jopa) on taattu, jos maaston korkeusmalli ja lentokoneen GPS-paikannus ovat tarkkoja.

Entä vesilaitoksen insinööri? Pärjääkö hän korkeusmallin ja sen ellipsoidikorkeuksien avulla työssään? Otetaan esimerkiksi Päijänne-tunneli Lahden Vesijärveltä (Päijänteestä Asikkalassa) Helsinkiin. Vesijärjen keskivedenpinnan ortometrinen korkeus on 81 m ja Silvolan tekojärven noin 41 m, altaan ollessa 17 m syvyinen. Matkaa kertyy noin 87 km. Korkeusero on 40 m pintojen välillä. Tästä saadaan 0.4 mm yhtä metriä kohden. Kyllä siitä vesi alas virtaa, virtaahan Vesijärvestä vesi lopulta Laatokkaankin. Matkaa on 90 km. Maapallon kaareutuvuus on satoja metrejä tuolla matkalla. Päijännetunneli rakennettiin nimensä mukaisesti tunneliin. Sen syvyys on 30-100 m maanpinnan alapuolella. Vesi kulkee tunnelissa omalla paineellaan, joka tulee ortometrisesta korkeuserosta. Jos vesi sen sijaan olisi johdettu maanpinnassa (”alamäkeen”), olisi tarvittu samaa logiikkaa kuin aikanaan adveduktеja rakennettaessa[42]. Tasainen akveduktin vietto 0.4 mm/m olisi edellyttänyt massiivisia maansiirtotöitä ja vieläpä sen huomioimista, ettei maan painovoimakenttä ole vakio Helsingistä Asikkalaan. Akveduktin uomasta olisi pitänyt rakentaa valtavan leveä, jotta olisi saavutettu sama 3 m3 sekunnissa virtaama, joka on Päijänne tunnelissa. Suomen alueella siis painovoimakentässä eroavaisuuksia (Kuva 172), Rapakivialueella painovoima on heikompaa kuin muualla Etelä-Suomessa ja painovoimakenttä lisääntyy kaakosta koilliseen. Jos haluaa hyödyntää maanpinnan (ellipsoidi)korkeusmallia ”satoja kilometrejä pitkän adveduktin” rakentamisessa, tulee tämä painovoimakentän vaihtelu ottaa huomioon. Kartoille merkitäänkin ortometrisiä korkeuksia ja korkeuskäyriä, eli korkeuksia suhteessa merenpinnan tasoon. Ne ovat esim. tulvantorjunnassa hyödyllisempiä. Geoidimalli kertoo merenpinnan tason ja ellipsoidin välisen korkeuseron. Helsingissä se on noin 17 m, Porissa 19 m ja Viipurissa vähän alle 15 m. Vedenpinta Haminassa on monta metriä maan keskipistettä lähempänä verrattuna Helsinkiin! Suomen alueella lisäksi maankuori kohoaa, jolloin rantaa paljastuu meren alta. Geodeeteille tämä on positiivinen asia, koska se työllistää heitä aina aik'ajoin tekemään tarkkoja vaaitusmittauksia ja laatimaan uuden korkeusjärjestelmän.



Kuva 3-4. *FIN95-geoidimalli ja sen laskennassa käytetty GPS/vaaituspisteistö.*

Kuva 172. Suomalainen Geioidimalli, joka antaa ellipsoidikorkeuden ja ortometrisen korkeuden välisen eron. Huomaa rapakivialue Kaakkois-Suomessa. (Bilker-Kaartila ja Ollikainen, 2009). Siellä merenpinta asettuu lähemmäs maan keskipistettä. Ero Ouluun on useita metrejä. Kartta ilmentääNorjan geologisia eroja ja perustuu gravimetrisiin mittauksiin[43].

Maanpinnan korkeusmalli, jossa esitetään ellipsoidikorkeuksia: Kuvaa maanpinnan muodot ja on hyödyksi esim. lentoliikenteessä. Korkeudet voidaan muuttaa ortometrisiksi korkeuksiksi geoidimallin avulla. Korkeusmallista, jossa esitetään ortometrisia korkeuksia on hyötyä, kun pohditaan veden virtauksia. Ero elliopsoidikorkeuden ja ortometrisen korkeuden välillä on esim. Juupajoen Hyytiälässä 16.67 m suhteessa N60-järjestelmään ja noin 17 m suhteessa N2000-korkeusjärjestelmään.

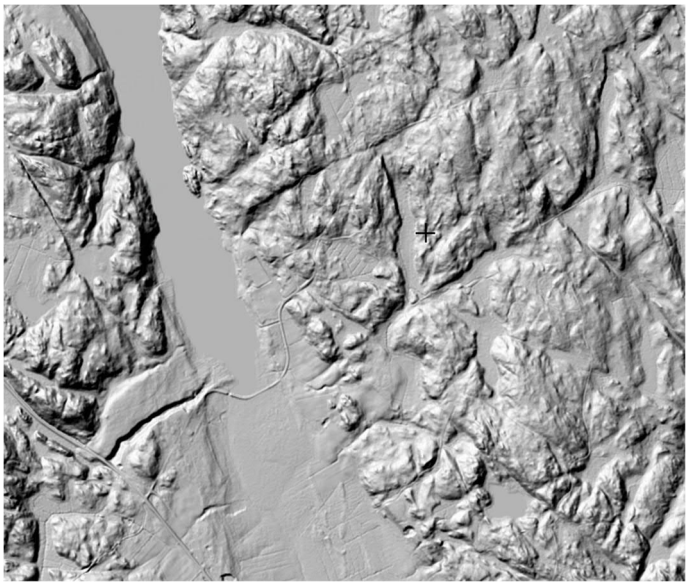
Lentoliikenteen kannalta oli oleellista tuntea maaston korkeusmalli ja erilaisten lentoa haittaavien esineiden sijainti globaalissa koordinaatistossa. Merenkulun kannalta oleellista on tietää veden syvyys, mihin vaikuttavat vuorovesi-ilmiö ja vallitsevat tuulet (meriveden korkeus) sekä pitkällä aikavälillä maankuoren kohoaminen. Väylät myös liettyvät. Maankuoren kohoaminen madaltaa väyliä.

Ellipsoidikorkeus ”ei periaatteessa muutu”, koska siinä on kyse matemaattisesta maapallon muodosta. Maanpinnan kohoaminen näkyy ellipsoidikorkeuksien ja ortometristen korkeuksien muutoksena (koska on erisuuruista eri osissa Suomea ja lähiympäristöä) ja on Suomessa positiivista, Alankomaissa lievästi negatiivista – ainakin lähellä rannikkoa.

Korkeusmalli siis kuvaa maanpinnan muotoja, ja siltä voi lukea ellipsoidikorkeuksia tai ortometrisia korkeuksia (m.p.y), jotka voi muuttaa toisikseen, jos käytössä on geoidimalli.

[42] https://fi.wikipedia.org/wiki/Akvedukti

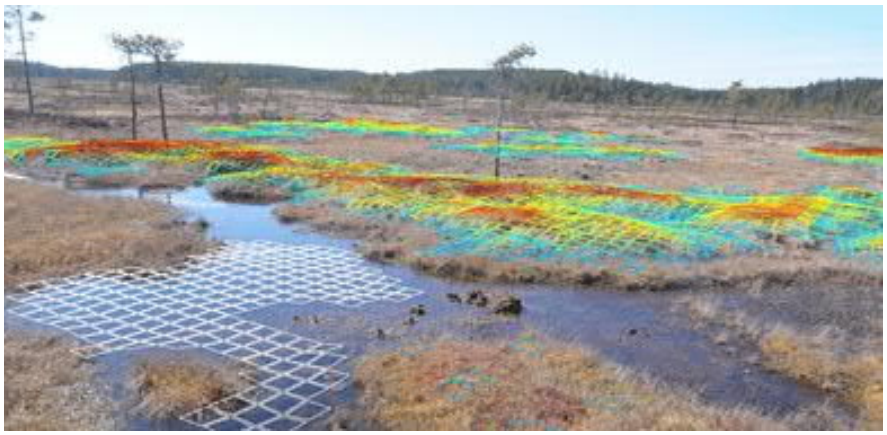
[43] https://en.wikipedia.org/wiki/GRACE_and_GRACE-FO



Kuva 173. Korkeusmallin rinnevarjostuskuva (Maanmittauslaitoksen laserkeilausmalli vuodelta 2013, Kansalaisen Karttapaikka). HyytiÄlän Kuivajärven S-pää.

Korkeusmalli voidaan esittää rasterina tai kolmioverkkona (TIN) tai muussa matemaattisessa muodossa, ja, se on projisoitu tasokoordinaatistoon. Google Earth-ohjelman korkeusmallissa käytetään maantieteellisiä koordinaatteja (pituus ja leveys), kun taas Maanmittauslaitoksen (MML) korkeusmallituote on rasteri (Kuva 173), jossa jokainen pikseli liittyy ETRS-TM35FIN koordinaatteihin. Pikselin arvo on metrejä ja vastaa ortometristä korkeutta N2000-järjestelmässä.

Rasterista. Jos korkeusmalli on rasterimuodossa ja siinä jokainen pikseli vastaa 1 × 1 metrin pinta-alaa, ja pikseleitä on 10000 × 10000, kattaa malli 100 km2 (10 × 10 km) alueen. Mallin vasemman yläkulman koordinaatit on annettu: esim. 350000.00 m ja 6860000.00 m UTM35 (ETRS-TM35FIN) tasokoordinaattijärjestelmässä. Jos olemme kiinnostuneita pisteen (355000.50, 6855000.50) ortometrisestä korkeudesta, tulee meidän lukea se tietyltä rasterin riviltä ja sarakkeelta. Rivi lasketaan seuraavasti: Piste on 6860000-6855000.5 metriä rasterin yläreunasta alas eli 4999.50 metrin etäisyydellä. Rasterin ensimmäinen rivi kattaa välin ”0-1 m alas”, toinen välin 1-2 m jne. Rivi on siis 5000. Piste on 355000.50-350000.00 metriä rasterin vasemmasta reunasta oikealle (itään), eli etäisyydellä 5000.5 metriä. Sarake on siksi 5001. Tässä esimerkissä mallia ei interpoloida, vaan arvo otetaan siitä pikselistä, mihin piste osuu (lähimmän naapurin interpolaatio) eli riviltä 5000, sarakkeesta 5001. Jos rasterimalli on tallennettu 2 tavun kokonaislukuina, on tiedoston (pakkaamaton) koko 200 miljoonaa tavua. Korkeusarvo luetaan (5000-1) × 2 + 5001×2 tavun päästä tiedoston alusta, jos rasteri on tallennettu binääriseen muotoon. Nämä tekniset yksityiskohdat on tietenkin yleensä piilotettu käyttäjältä eri ohjelmistoissa, mutta esitettiin, jotta rasterin käsite avautuisi. Tärkeää on kuitenkin huomata, että mallin origo ja pikseleiden XY-koordinaatit voidaan määritellä pikselin keskelle tai pikselin kulmaan. Tästä ei vallitse yksimielisyyttä. Jos tätä ei ohjelmia käyttäessään huomioi oikein, voi kaikki mennä systemaattisesti ”puoli pikseliä väärin”. Sama huomio koskee kaikkia rasterimuotoisia paikkatietoaineistoja. Jos tiedostosta luettu kokonaislukuarvo oli 17234, voidaan se tulkita esim. korkeudeksi 172.34 m m.p.y., jos mallin laatinut tahoa on korkeuslukemat näin koodannut (mainitaan tuoteselosteessa tai on koodattu itse tiedostoon).



Kuva 174. Korkeusmallin osia (20 cm rasteri) projisoituna maastovalokuvalle. Parhaimmillaan korkeusmallin tarkkuus voi olla muutamia senttimetrejä, kun korkeuspisteaineisto kerätään ilmalaserkeilaimella käyttäen matalaa lentokorkeudelta, jolloin pisteitä on tiheässä ja niiden korkeustarkkuus on joitakin cm.

4.7 Kaukokartoitus

Ilma- ja avaruuskaukokartoitus ovat melkein aina käytössä metsänmittauksessa. Kun ajatellaan havainnot-mallit-otanta perusasetelmaa, edustaa kaukokartoitus tapaa kerätä havaintoja. Kaukokartoitus on sitä, että kohdetta koskematta tehdään siitä havaintoja ja päätelmiä. Havainnot ovat syöte malleille (malliketjuun). Esim. pikseliarvo –> puulajimalli –> puulaji. Mallit ovat usein hyvin erilaisia verrattuna malleihin, joihin syötteenä on maastomittauksia.

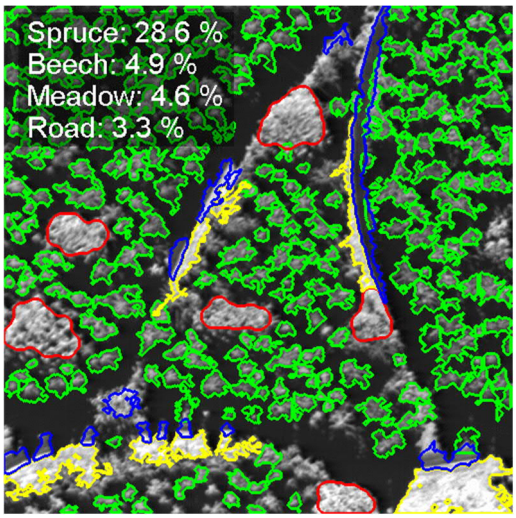
Lähikaukokartoitusta (close-range) on lennokki-, drone-, mönkijä-, kolmijalka-, reppu-, käsiskanneri/kameramittaus.

Ilma- ja avaruuskaukokartoitus ”näkee enemmän”, ja havaintoja saadaan yleensä koko tutkittavalta alueelta (wall-to-wall mapping), eli kaukokartoitusta käytettäessä ei sovelleta otantaa paitsi maastossa, kun kerätään tulkintaa varten opetus ja validointiaineistoja.

Havaintojen tekoon käytetään sähkömagneettista säteilyä. Jos se tuotetaan itse, puhutaan aktiivisesta kaukokartoituksesta, kun taas passiivisessa kaukokartoituksessa käytetään yleensä auringosta peräisin olevaa energiaa. Esimerkkeinä olkoon Microsoft Kinect[44], tutka-[45] ja laserkeilaus[46] sekä valo-[47] ja lämpökuvaus[48].

Puhutaan 2D, 3D ja 4D menetelmistä.

2D:llä tarkoitetaan yleensä XY-tasossa (kartalla, pinnalla) tapahtuvaa tulkintaa, jossa XY-pisteeseen haetaan jonkin muuttujan arvoa, esim. 0/1-arvoista turvemaa/muu luokkatietoa tai puuston runkotilavuutta m^3/ha. Kuvan/alueen segmentointi on myös 2D sovellus. Metsää tulkittaessa segmenttejä voivat olla esim. latvukset, kuviot, puuryhmät jne.



Kuva 175. Latvussegmentoitu ilmakuva (http://www.imageops.com).

3D-menetelmät ovat yleistyneet viimeisten 10-15 vuoden aikana. Niiden avulla pyritään rekonstruoimaan kohteen 3D muoto, rajaamaan kohde 3-ulotteisesti tai tulkitsemaan kohdetta 3D-hilassa (vokselit) tai 3D pinnalla (maastomalli, latvuston korkeusmalli). Kuva 174 havainnollista erästä 3D menetelmää, jossa suokasvillisuuden tulkinta tapahtuu pinnanvaihtelu huomioiden. Esimerkiksi useaa ilmakuvaa käyttäen voidaan ratkaista kuvilla näkyvien yksityiskohtien 3D-sijainti, ja laserkeilauksella saadaan suoraan kohteesta 3D kaikuja.



Kuva 176. Laserkailaus ja fotogrammetria ovat 3D tiedonkeruumenetelmiä. Fotogrammetria on kohteen ominaisuuksien mittaamista valokuvilta, kun taas laserkeilaus perustuu lähetetyn valon käyttöön (valotutka). Lähifotogrammetriselle kuvaparille on tulostettu kilometrin korkeudelta ammuttujen ilmalaserpulssien kulkureitti ja matkalta vastaanottimeen takaisinsironneen signaalin voimakkuus. Hyytiälä, Konehalli. Kuvassa MMT Lauri Korhonen Joensuusta.

[44] https://en.wikipedia.org/wiki/Structured_light

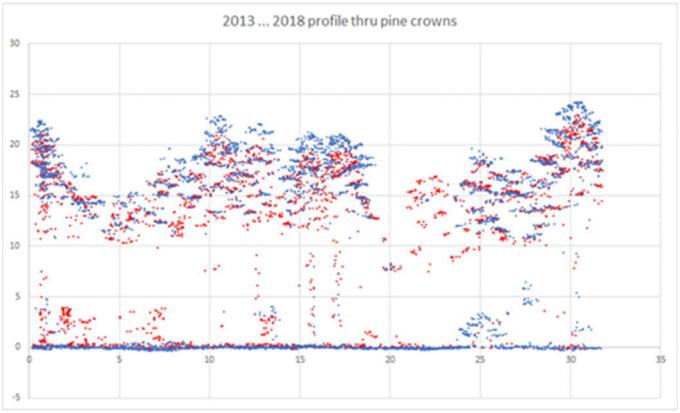
[45] https://en.wikipedia.org/wiki/Synthetic-aperture_radar

[46] https://en.wikipedia.org/wiki/Laser_scanning

[47] https://en.wikipedia.org/wiki/Aerial_photography

[48] https://en.wikipedia.org/wiki/Thermography

4D-menetelmillä tarkoitetaan 3D tulkintaa yli ajan, kun havaitaan 3D rakenteiden muutoksia.



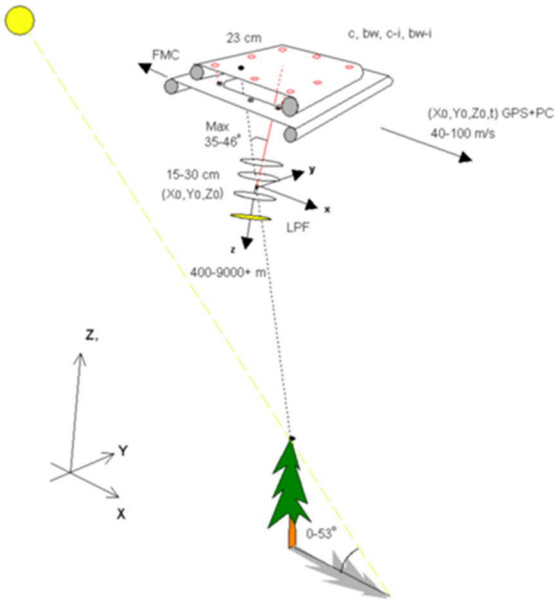
Kuva 177. 4D-tulkintaa. Ilmalaserkeilauspistepilvet vuodelta 2013 (punaiset) ja 2018 (siniset) Juupajoen Hyytiälän SMEAR-männikössä. Pisteet on valittu 2 m leveältä kaistalta, jota kuvassa katsellaan "sivulta". Pisteiden korkeus maasta on 0-24 m. Puiden kasvu ja poistuma on helppo havaita ihmissilmin, mutta näiden koodaaminen muutostulkinta-algoritmiksi ei ole triviaali tehtävä.

Metsänmittauksen kehitys viimeisten 10-25 vuoden aikana on ollut pitkälle uusien kaukokartoitus- ja tulkintamenetelmien ansiota. Kaukokartoituksessa sovelletaan paljon samoja menetelmiä kuin konenäkösovelluksissa. Tiedonsiirto-, säilytys- ja käsittelykapasiteetti ovat parantuneet samalla ja nykyisin datamäärät ovat valtavia. Esimerkiksi koko Suomen ilmakuvaaminen 40 cm resoluutiossa tuottaa 75 teratavua kuvatietoa, kun kuvaus tehdään niin että jokainen maanpinnan kohde näkyy keskimäärin viidellä kuvalla. Tässä oletettu ilmakuva on nelikanavainen ja jokaisen kanava esitetään 16 bitillä eli tilaa tarvitaan 8 tavua per pikseli. Pelkkä datan siirto 50 Mbps yhteydellä vie 3580 tuntia eli 5 kuukautta.

4.7.1 Ilmakuvaus

Ilmakuvauksen hyödyt metsänmittauksessa todettiin jo 1930-luvulla, mutta laajamittainen ilmakuvien hyödyntäminen alkoi Suomessa vasta 1970-luvulta lähtien, kun yksityismetsien metsäsuunnittelu yleistyi ja organisoitiin. Aina noin vuoteen 2005 fotogrammetria oli erityisiä laitteita ja erityisosaamista vaativaa. Digitaalisten kameroiden, drone-tekniikan ja konenäköalgoritmien kehityksen myötä fotogrammetriasta ja 3D konenäkö on tullut kaikkien ulottuville ja periaatteessa kännykällä voi tehdä 3D mittauksia.

Ilmakuvilla on nopea liikkua, niitä voi tarkastella stereoskooppisesti, niiltä voi automaattisesti laskea 3D muotoja, ja niistä pystyy ihmisilmin ja algoritmisesti tulkitsemaan kuvilla näkyviä kohteita. Ilmakuvilta voidaan tulkita maastoa, mitata koordinaatteja ja piirtää karttoja. Seuraavassa ilmakuvausta käsitellään metsätiedon keruun näkökulmasta. Katso myös luku "1.3.3 Puiden mittaus ilmakuvilta ja laserkeilaushavainnoista, puu kerrallaan".



Kuva 178. Periaatepiirros filmikameroiden ajalta kun kameroissa oli yksi linssi. Kuvaukseen vaikuttavat valo-olot, ilmakehän vaikutukset, kuvauskorkeus, kameran suodattimet, polttivälin pituus, linssin kyky piirtää kuvasäteet keskusprojektiossa (ilman geometrisia tai värivääristymiä), aukon koko (valon määrä), suljinaika, filmin/sensorin ominaisuudet, ja liikkeenkompensointi.

Vakavasti otettava ilmavalokuvaus maksaa noin 2500-3000 €/h sekä noin 5-6000 € lähtö- tai mobilisaatiokustannuksia (pilotti + navigaattori, nopea paineistettu potkuriturbiinikone). Kuvattaessa kone lentää nopeudella 60-80 m/s, lentokorkeus on 1-10 km ja mukana on kamera, jossa on ainakin yksi linssi ja kuvan tallentava sensori. Kuva 178 esittää aikaa, jolloin kuva otettiin filmille, jonka koko oli 23 x 23 cm ja filmi kelautui isolta rullalta toiselle sitä mukaa, kun kuvia otettiin ja filmille valottui maisemaa koneen alta. Valittavana oli mustavalko (bw), mustavalkoinfra (bw-i), väri (c) tai väri-infrafilmi (cir). Kameran polttoväli oli 15, 21 tai 30 cm, ja (vaihdettava) optiikka oli kallista, sillä kuvissa oli hyvin vähän piirtovirheitä (eli kuvat olivat +/- täydellisiä neulanreikäkamerakuvia) tai optiikasta aiheutuvia tummuuseroja (valonsäteet jotka taittuvat paksummasta optiikasta vaimentuvat, vinjetointia[49]) tai kromaattista aberraatiota[50] (eri valon värit taittuvat eri tavoin sotkien kuvaa).

Kuvia otetaan kirkkaina aurinkoisina päivinä, jolloin aurinko kipuaa maksimissaan 53 asteen korkeudelle (Etelä-Suomessa, keskikesällä). Hyvät kuvaussäät ovat "kortilla", sillä pilviä tai varjoja ei sallita ja auringon korkeuskulman tulisi olla yli 25[51] astetta. Ilmakuvauskameraa (kalustoa) voi kuitenkin siirtää säiden mukana toisin kuin satelliitissa olevan kameraa, joka kiertää ennalta määrättyä rataansa. Satelliittikuva-aineiston saatavuus onkin usein vielä huonompaa sääoloista ja joustamattomasta kuvausten järjestelystä johtuen. Drone-kuvia otetaan joskus tasaisen pilviverhon alta hajavalon vallitessa (Kuva 184). Tällöin kuvilla ei ole suoran valon varjoja, vaan jäljelle jää taivaankannen valon aiheuttamat varjot.

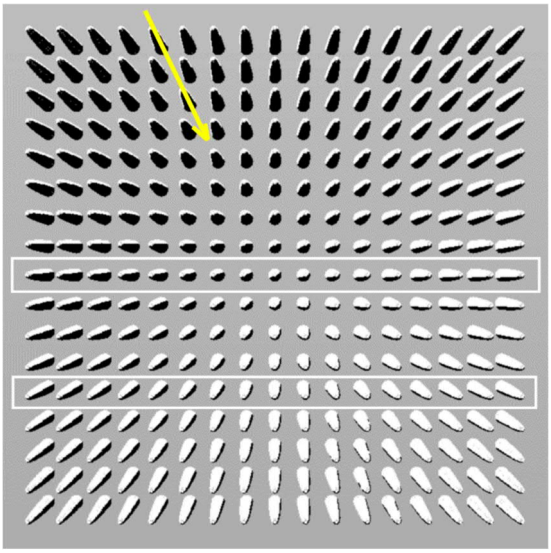
Ilmakuva(kehys) kamera tuottaa keskusprojektion alapuolella näkyvästä maisemasta (Kuva 179). Ellei jonkin syyn takia ole tar-

[49] https://fi.wikipedia.org/wiki/Vinjetointi

[50] https://en.wikipedia.org/wiki/Chromatic_aberration

[51] Vaatimus filmikameroille oli 33 astetta, mutta vaatimus on pudotettu 25 asteeseen digitaalisten kameroiden myötä.

peen, pyritään kamera pitämään pystysuorassa eli kameran optinen akseli on luotisuoran kanssa yhdensuuntainen[52]. Kohteet, joissa on korkeusvaihtelua kuvautuvat keskusprojektion takia kuin ne kaatuisivat poispäin kuvan keskipisteestä (Kuva 179). Tämän säteissiirtymä -ilmiön takia ilmakuvaa ei voi käyttää tarkkana karttana, koska esim. lipputanko, jolla on yksi ja ainut XY-sijainti, näkyy kuvalla viivana, kun ilmakuva oikaistaan kartalle (karttaprojektioon). Mitä lyhyempi on kameran polttoväli, sitä suurempi on avautumiskulma, jonka kamera näkee, ja sitä suurempi on keskusprojektion aiheuttama efekti. Ellei kuvaa oteta tasaisen pilviverhon alta näkyy kuvalla aina suoran valon aiheuttamia varjoja paitsi sen kuvapisteen lähellä, jossa lentokoneen varjo näkyy (Kuva 184). Vastavalon puolella, kuvan laidoilla olevat puiden latvukset näkyvät tummina, koska kameraan näkyy niiden varjoon jäävä puoli. Vastaavasti latvukset ovat kirkkaampia myötävalon puolella (Kuva 179).



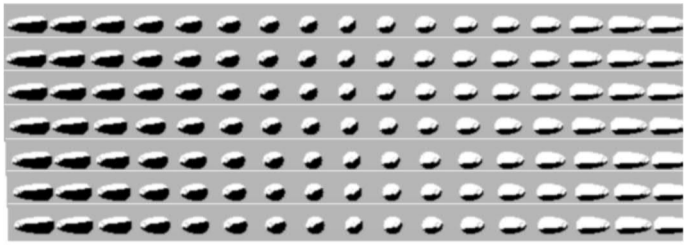
Kuva 179. Ilmakuvan keskusprojektio. Auringonvalon tulosuunta on merkitty keltaisella nuolella. Kuvan kohteita ei pystytä oikaisemaan jälkikäteen "suoraan ylhäältä geometriaa" vaan esim. ortoilmakuvalle (ilmakuvakartta) jää aina säteissiirtymän aiheuttamia virheitä, jotka kasvavat poispäin kuvan keskipisteestä (nadirista) kuvan havainnolistamalla tavalla. Puut "kaatuvat" ja ne näyttäytyvät erilaisina vasta-sivu-myötävalon vaihtelusuunnissa.

Kehyskameroiden lisäksi on olemassa rivikameroita. Satelliittien kuvat otetaan rivikameroissa. Hyperspektrikamerat ovat rivikameroita. Niissä ei ole mekaanista suljinta, vaan lennettäessä kuvatasolla olevia "pikselirivejä" valotetaan esim. 4 millisekuntija, jonka jälkeen kuva luetaan ja pikselit nollataan, ja ne ovat jälleen valmiina kuvaaman 4 millisekuntia alla "vilistävää maisemaa" (Kuva 180).

Kamera mittaa valoa, eli kameran jokaiseen pikseliin lankeaa tietty määrää (energia) fotoneja, jotka kulkeutuvat pikseliin läpi kameran aukon (apertuurin) ja linssin. Kun aukko on iso ja/tai valotusaika[53] on pitkä, energiaa kertyy enemmän. Isompi pikseli myös kerää enemmän fotoneja kuin pieni, ja siksi kuvan radiometrinen laatu (sävyjen lkm on suurempi) on parempi kamerassa, jonka pikselit ovat suuria.



Kuva 180 Kehyskameroiden lisäksi käytetään rivikameroita. Niissä ei ole suljinta, vaan CCD-kennon sijaan kuvatasolla on useita CCD-pikselirivejä. Niille kullekin ohjataan eri taajuusalueen valoa prismalla, joka hajottaa valon osiin. Maisemaa kuvataan rivikerrallaan eli kuvalle ei synny keskusprojektiota kuin toisessa suunnassa. Jos kameraa ei ole tuettu kallistuksia stabiloivaan alustaan (gyro-stabiloitu), vaan esim. helikopterin laskeutumistelineeseen – on kuva tämän näköistä ortokuvaksi (kartalle oikaistuna).

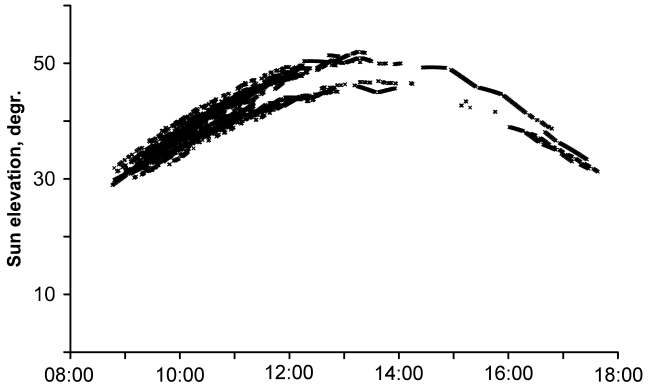


Kuva 181. Rivikamerakuvassa keskusprojektio vaikuttaa vain lentosuuntaa kohtisuorassa suunnassa. Puut koneen toistavat samaa "kaavaa". Tässä on lennetty kohti aurinkoa. Auringon valo tulee vasemmalta edestä. Kuvatulkinnassa on etua toistuva rakenteesta ja siitä, että keskusprojektion virheet ovat yksiulotteisia.

Ilmavalokuvauksessa kaikki valo on peräisin auringosta, ja vain sitä valoa voi kulkeutua pikseliin. Valon laadun ymmärtäminen on olennaista kuvatulkinnan kannalta. Esim. salamavalon avulla kuvattu kuva on erilainen verrattuna luonnonvalolla otettuun valokuvaan. Syitä ovat valon tehospektrin erot (valon koostumus eri aallonpituuksista) ja valon suuntajakauma. Ammattivalokuvaajat käyttävät useita salamalaitteita ja pehmentävät valoa ja varjoja vaaleilla varjoilla. Ilmakuvauksessa tähän ei ole mahdollisuuksia. Kuvataan, kun on pilvetöntä ja aurinko on tarpeeksi korkealla, ja toivotaan, ettei pilviä tulisi pian. Kameroissa on suotimia, joilla vaikutetaan siihen, minkä aallonpituusalueen fotoneja pääsee pikseliin (filmille). Kapea kaistanpäästösuodin vähentää pikseliin tulevan energian määrää, mutta fotonien aallonpituus on pienellä alueella ja kuvilta "nähdään paremmin värieroja".

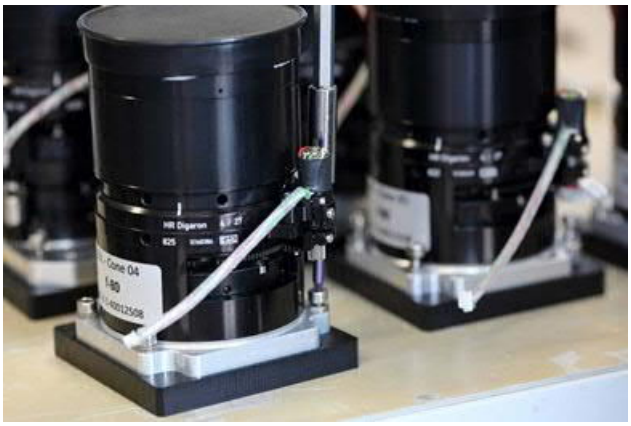
[52] On olemassa erityisiä sensoreita, joissa on useita kameroita, joista jotkut "katsovat" suoraan alas ja osa sivuille, jolloin esim. kaupunkialueilta saadaan tuotettua virtuaalimalleja, joissa näkyvät paremmin myös rakennusten seinät.

[53] https://en.wikipedia.org/wiki/Shutter_speed



Kuva 182. Kesällä 2002 erään firman ottamien ilmavalokuvien kuvanottoajat ja auringon korkeuskulma kuvattaessa. Ajat Suomen kesäaikaa. Suurin osa kuvista otetaan aamuisin ennen kuin iltapäivän cumuluspilvet tulevat taivaalle.

Noin vuoteen 2005 käytössä oli yksinomaan filmikameroita (ilmakuvauskamerat), vaikka satelliittisensoreissa filmistä luovuttiin jo 1960-luvulla. Nykyaikaiset digitaaliset (kehys) ilmakuvakamerat muodostuvat usein monesta erillisestä (vierekkäisestä) kamerasta, ja useampi objektiivi katsoo +/- samaan suuntaan. Kameroiden suotimet poikkeavat toisistaan, ja kukin mittaa omaa kanavaansa. Kuvattaessa kaikkien kameroiden sulkimet aukeavat +/- samanaikaisesti ja alueen monikanavakuva (esim. Red, Green, Blue + infrared) muodostetaan jälkikäteen laskennallisesti.



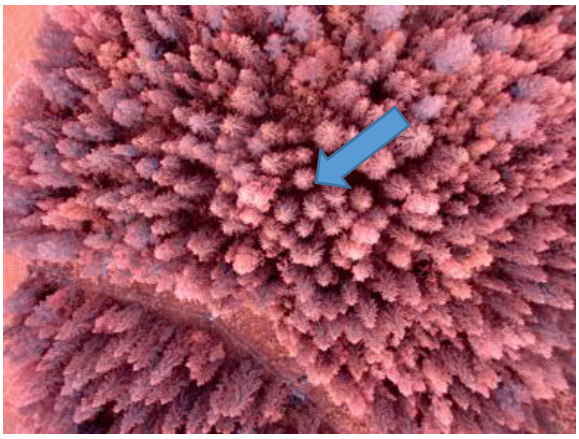
Kuva 183. Microsoft UltraCAM kameroissa on useita objektiiveja (kameroita), jotka valotetaan samanaikaisesti kuvanottohetkellä. Osa syntyvistä kuvista on herkkiä halutulle spektrille, osa taas laajakaistaisia (mustavalko). Kuvia yhdistelemällä saadaan aikaiseksi erotuskyvyltään ja sävyiltään erilaisia kuvatuotteita. https://www.vexcel-imaging.com/ultracam-eagle/.

Kun ilmakuva otetaan, sijaitsee kameran polttopiste (projektiokeskus, linssin sisällä) tietyssä XYZ-pisteessä (toki kamera hieman liikkuu kuvaa valotettaessa). Pistettä sanotaan kuvanottopisteeksi. Kuvataso (aiemmin filmiemulsio, nyttemmin CCD/CMOS-kenno) on polttopisteen ”takana” tietyllä etäisyydellä, jota sanotaan kameran polttoväliksi (*f*) tai kameravakioksi. Tyypilliset digi-ilmakuvakameroiden polttoväliarvot ovat noin 3-10 cm, kun ne filmi-ilmakuvakameroiden aikakaudella olivat 15-30 cm (kännykässä polttoväli on muutama millimetri). Fotoni saapuu kohteesta polttopisteeseen ja jatkaa matkaansa suoraan ja pysähtyy kuvatasolle aikaansaaden muutoksen filmissä tai CCD-kennon pikselissä. Kameran kierrot (kallistukset) kuvanottopisteen ympärillä vaikuttavat siihen, mihin pikseliin fotoni päättyy. Nämä kierrot, polttopisteen paikka ja kameravakio tulee minimissään tuntea, jos halutaan käyttää kuvia 3D mittauksiin tai ortoilmakuvan laskentaan. Silloin on mahdollista nimetä (osoittaa) pikseli ja määrittää siitä lähtevä puolisuora, joka kulkee projektiokeskuksen kautta kohti maisemaa kameran edessä.

Yhden pikselin koko maastossa (GSD. ground sampling distance) lasketaan etäisyyden, pikselin koon ja kameran polttovälin avulla. Jos pikseli on 9 um leveä, kameran polttoväli on 10 cm ja etäisyys kohteeseen on 3 km, on ”pikselin leveys” (d) maassa (etäisyydellä 3 km) laskettavissa verrannon 0.0000009/0.1 = d/3000 avulla.

d = 0.000009/0.1*3000 = 0.27 m eli 27 cm.

Jos pikselin on pienempi, esim. 4 mikronia, pienenee d arvoon 12 cm. Jos kamera viedään 8 km korkeuteen ja pikselin leveys on 4 um, on pikselin leveys maassa 32 cm.



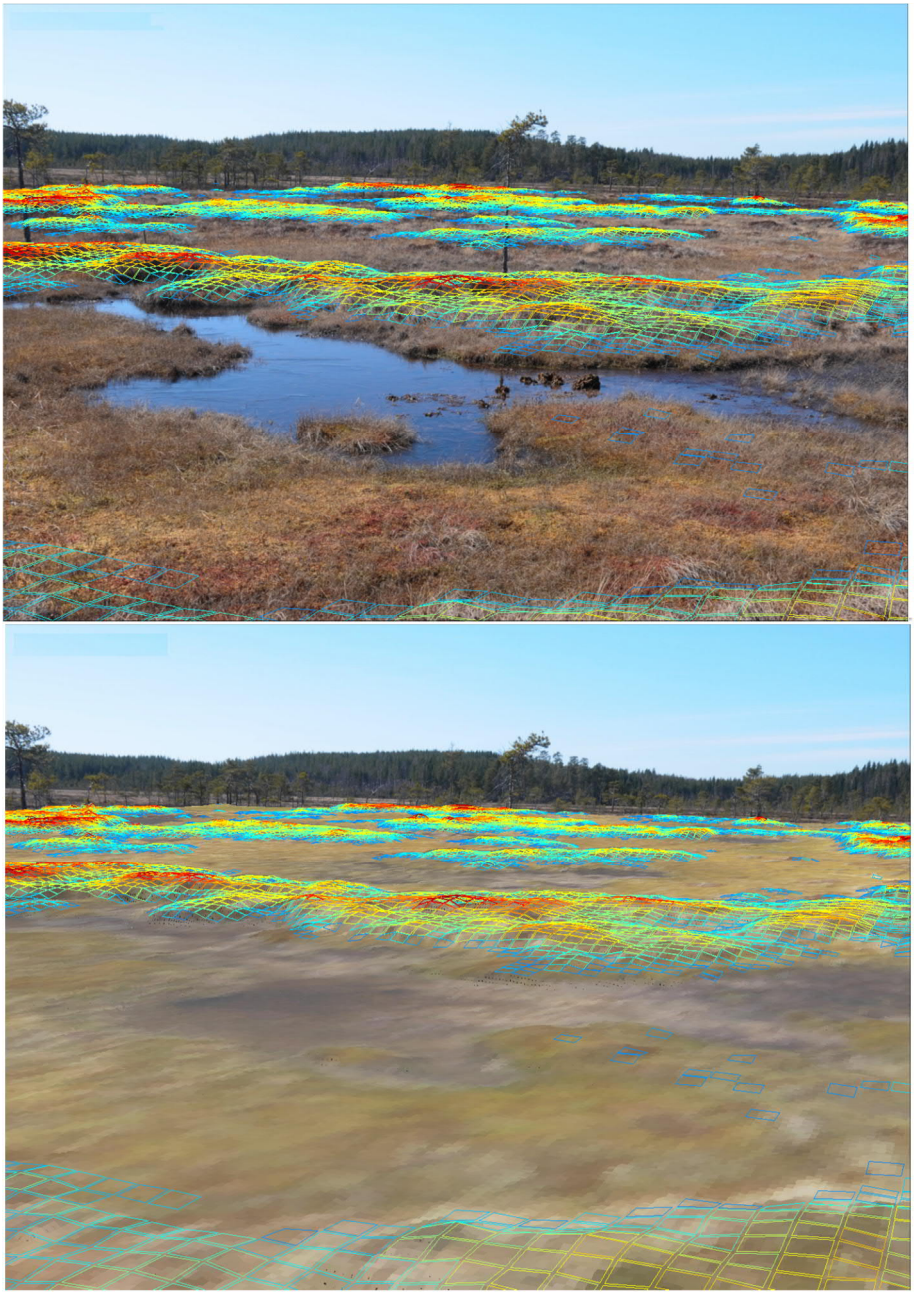
Kuva 184. Modifioidulla RGB-kameralla pilvisenä päivänä otettu lennokkikuva. Varjot puuttuvat (pilvinen kuvaussää), valon määrä vähenee alempana latvustossa, kun diffuusi (joka suunnasta tuleva) valo sammuu puiden varjostuksen lisääntyessä. Punainen kanava ”näkee” myös infrapunavaloa, koska pikseleiden edestä on (modifioitu) poistettu infrapunasäteilyn estävä ylipäästösuodatin. Lehtipuut ovat kirkkaan punaisia, koska ne heijastavat enemmän infrapunavaloa verrattuna havupuihin. Keskusprojektio kaataa pystysuoria puita poispäin nadirista, joka sijaitsee suoraan kameran alla, mutta ei välttämättä kuvan keskellä, ellei kuva ole täydellinen pystykuva.



Kuva 185. Hyytiälän metsäaseman vanha pihapiiri; mustavalkofilmi 1946, mustavalkoinfrafilmi 1985, värifilmi 2002, väärävärifilmi 2002, digitaalinen kamera ja väärävärikuva 2006, digitaalinen RGB-kamera 2013. Kuvaussuunnat ja korkeudet ovat vaihdelleet eri kertoina. Maisemaa tunteva näkee kuvsita että 2013 on ainoa, joka on otettu iltapäivällä.



Kuva 186. Pihapiiri kuvattuna 4 km korkeudesta ADS40 rivikameralla, jossa on 4 tarkkaa (kaistanleveys 50 nanometriä) aallonpituusaluetta: BLUE, GREEN, RED ja NEAR-INFRARED. Huomaa sinisen kanavan heikko kontrasti (sumeus) ja heikot varjot. Iso osa pikseleihin päätyneistä fotoneista on sironnut ilmakehästä kameran ja kohteen välistä, mikä selittää sameuden. Varjojen "heikkouteen" vaikuttaa kohteeseen lankeavan sinisen valon tasaisempi jakautuminen yli taivaankannen. Infrapuna-alueella kasvillisuus on kirkasta ja kirkas peltikattokin (rakennus vasemmalla) näkyy tummana. Kanavakohtaiset kuvat esitetään tässä mustavalkoisina (intensiteetti) kuvina. Kasvillisuus on tummaa näkyvän valon alueella, ja kirkasta lähi-infraalueella.



Kuva 187. Tavallisella digikameralla on otettu valokuva suolta. Kameran orientointitiedot on ratkaistu, jolloin sille voi projisoida 3D kohteita. Ylemmässä kuvassa on kuvalle piirretty suon (kermiräme) pinnan korkeusmallilta mättäiksi tulkitut 20 cm rasterisolut, ja väritys vastaa mättää korkeutta suhteessa lähiympäristöön. Alempaan kuvaan on projisoitu 300 m korkeudelta otetun ilmakuvan pikselit ja sen päälle samat mättäät. Ilmakuvan projisointi on tehty siten, että suon pintamallin päällä on kuljettu 5 cm välein, ja ko. XYZ piste on projisoitu ilmakuvalle, mistä on "otettu" kyseisen pikselin RGB-arvot ja niillä on puolestaan väritetty maakuva kyseisessä XYZ-pisteessä.

Ortoilmakuva[54] on ilmakuvakartta, jossa jokaisella pikseleillä on tasokoordinaatit eli ilmakuva on oikaistu kartaksi "maanpintaa myöten". Ortokuvat ovat tärkeitä, sillä niiltä tulkintaan metsäalueen metsikkörakennetta ja voi mitata pinta-aloja. Erilaisten selainpohjaisten karttasovellusten ilma- ja satelliittikuvat on orto-oikaistu eli niiltä voi mitata kuvalla näkyvien kohteiden tasokoordinaatteja kuljettamalla hiiren kursoria kuvan päällä.. Ortokuvan laskennassa tarvitaan maanpinnan korkeusmalli ja alueen kattavat ilmakuvat. Ortoilmakuva lasketaan siis halutulle alueelle ja alueen koko voi olla esim. 6×6 km vastaten karttalehtijakoa. Jos haluttu pikselikoko on 30 cm, on syntyvän kuvan koko 6000/0.3×6000/0.3 eli 20000×20000 pikseliä. Kuvaa aletaan rakentaa pikseli kerrallaan käyden kaikki 400 miljoonaa pikseliä läpi yksi kerrallaan. Pikselillä on tasokoordinaatit ja maastomallilta saadaan maanpinnan korkeus. Tämä maanpinnan pisteen projektio (sijainti) ilmakuvalla voidaan laskea helposti, ja "napata" pikseli, ja asettaa sen sävyarvot orto-kuvan pikselin sävyarvoksi. Tämä toistetaan 400 miljoonaa kertaa, jolloin koko kuva syntyy pikseli kerrallaan. Ilmakuvan keskusprojektion takia maanpinta ei kuitenkaan näy esim. "rakennusten takaa", eikä se näy kasvillisuudenkaan takia. Orto-oikaisu on differentiaalinen kuvakorjaus ja ortokuvan pikselin sävyarvon määrää se kohde, joka linjalla maanpinta-kamera oli lähimpänä kameraa. Orto-oikaisu ei pysty kääntämään keskusprojektiossa kaatuneena näkyvää puuta tai mastoa "pystyyn". Orto-oikaistulta kartalta saa siksi oikeita koordinaatteja ainoasta kohteille, jotka ovat maanpinnalla tai hyvin matalia.

Kuva 188 ja Kuva 189 havainnollistavat ortoilmakuvan laskentaa. Alue, jolle orto-kuva lasketaan on pieni, vain 15 × 30 m kooltaan. Alueelta on olemassa maanpinnan korkeusmalli, jolta saa haluamassaan pisteessä maanpinnan korkeuden. Alue on kuvattu kah-

[54] https://en.wikipedia.org/wiki/Orthophoto

desta hyvin eri suunnasta. Kaksi kuvista on otettu vinosti talon katolta (viistokuvaus järjestelmäkameralla) ja kolmas 1 km korkeudelta melko suoraan kohteen yläpuolelta.



Kuva 188. Kaksi viistokuvaa, jotka on otettu rakennuksen katolta kahdesta kuvanottopisteestä, noin 5 metrin etäisyydellä toisistaan (punaiset neliöt ilmakuvalla) sekä ilmakuva, jossa näkyy sama pihapiiri ja kuvan keskusprojektiovirheet ovat pieniä. Kuville on merkitty 15 x 30 m alue, jolle ortokuvapala lasketaan 5 cm pikseliresoluutiossa eli (301 x 601) xy-pisteessä, joille on luettu maastomallilta korkeus (Z). Kuva 189 näyttää a) viistokuvista ja b) ilmakuvasta lasketun ortokuvan.

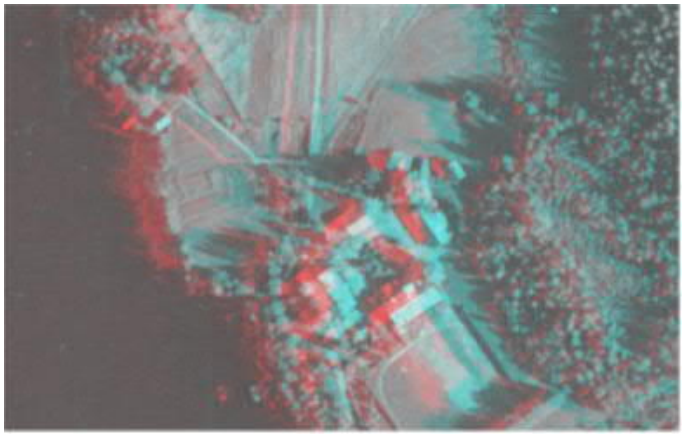


Kuva 189. Maanpinnan tasoon oikaistut ortokuvat. Pikselikoko on molemmissa 0.05 m. Keskusprojektio aiheuttaa ongelmia viistokuvalla siellä, missä (kohoava) maanpinta ei näy. Parkkeeratun auton muoto särkyy,, koska muoto kuvaa maaston muotoa. Auto ei ollut parkissa ilmakuvauksen aikana. Viistokuvasta tehdyssä ortokuvassa puuttuu lisäksi maapisteitä ortokuvan alareunasta (mustaa kuvaa). Ne eivät näkyneet alkuperäisissä kuvissa, joista "pikseleitä siirrettiin ortokuvalle". Ortokuvan vasen alakulma on pisteessä 2515245 m E, 6859890 m N (kkj-2) ja kuvan koko on 15 x 30 m. Kuvan rivit ovat itä-länsisuuntaisia ja sarakkeet pohjois-eteläsuuntaisia.

Ilmakuvamittaukset. Ortoilmakuvalta (tai satelliittikuvalta) voi mitata 2D koordinaatteja, etäisyyksiä ja pinta-aloja, koska se on oikaistu tunnettuun koordinaatistoon. (Kuva 190). Maanpinnan yläpuolella olevien kohteiden sijainnin voi tarkasti mitata vain, jos ortokuva on alkuperäisen kuvan keskiosista, läheltä nadiria, missä kohteet eivät "kaadu". Muutoin sijaintimittauksiin tulee keskusprojektion aiheuttamia virheitä. Ilmakuvia tulkitsemalla voi piirtää metsikkökuvioiden rajoja. Stereoskooppinen tarkastelu auttaa havaitsemaan puuston koko- ja korkeuseroja (Kuva 191). Stereokuvia ei ainakaan toistaiseksi ole esillä verkon karttapalveluissa. VR-laseihin saattaa jo olla tullut. Stereotarkastelumahdollisuus on implementoitu moniin GIS-ohjelmistoihin, mutta yleisesti kuviorajoja piirretään suoraan ortoilmakuvan päälle.

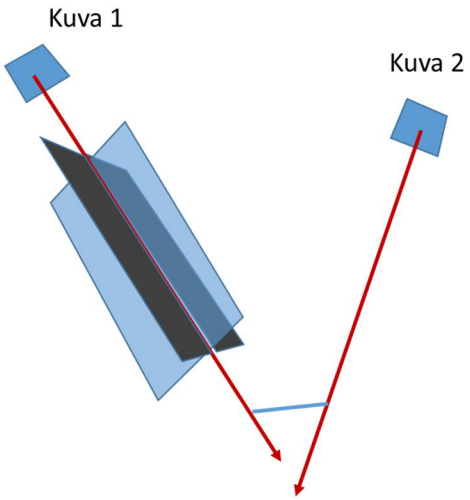


Kuva 190. Ortoilmakuvamosaaikin sauma. MML - Kansalaisen karttapaikka, Nyby Porvoo. Huomaa katon harjan "liike" kuvasaumassa samoin kuin puiden erilainen "kaatumissuunta" sauman eri puolilla. Mosaiikki on koostettu eri ilmakuvilta ja keskusprojektion erot aiheuttavat saumoissa "ongelmia" kohteille, jotka ovat maanpinnan yläpuolella, kuten rakennuksen katon harja. Myös sävyt muuttuvat saumassa, koska kuvat on voitu ottaa jopa eri kesinä, mutta ainakin eri kellonaikoina, jolloin auringon suunta ja kameran katselusuunta eivät täsmää.



Kuva 191. Vuoden 1946 ilmakuvista muodostettu anaglyfistereopari. Hyytiälän metsäasema.

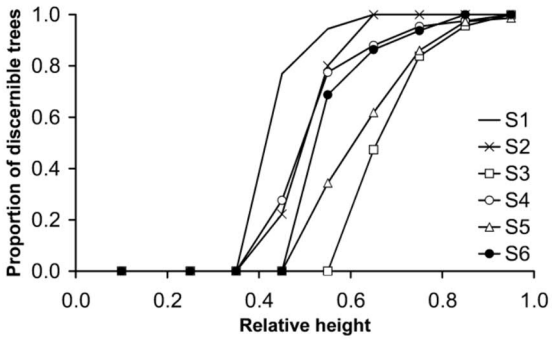
Ilmakuvalta voidaan mitata kohteen 3D koordinaatteja, jos kohde näkyy vähintään kahdelle kuvalle. Sama piste osoitetaan eri kuvilta, ja kohteen sijainti lasketaan kuvasäteiden leikkauspisteeseen (Kuva 194) eteenpäin leikkauksena. Leikkaus lasketaan samaan tapaan kuin 2D-paikannettaessa puita/pisteitä suuntimalla niitä tunnetuilta pisteiltä. Ilmakuvan tapauksessa suorat ovat 3D puolisuoria, jotka alkavat pikselistä ja suuntautuvat kohti paikannettavaa kohdetta. Ratkaisu tarvitsee lähtölikiarvon ja ratkaisu haetaan optimoinnilla.



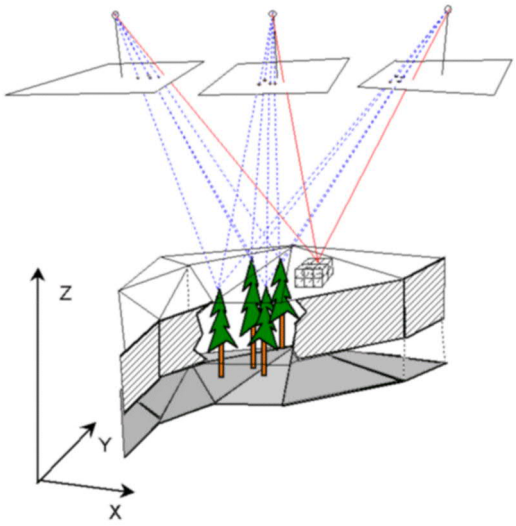
Kuva 192. Eteenpäinleikkaus: Piste sijaitsee kuvasäteiden "leikkauksessa". Matemaattisesti 3D suora on kahden tason leikkaus. Kaksi 3D suoraa eivät leikkaa käytännössä koskaan, mutta "leikkauspisteen" sijainti saadaan optimoinnilla, jossa minimoidaan kuvatason virheitä, eli haetaan "hyvä 3D piste" jonka kuvapiste jokaisella ilmakuvalla vastaa sitä pistettä (pikseliä), josta se havaittiin. 3D ratkaisuun tarvitaan vähintään kaksi kuvaa. Tällöin ratkaisuun on käytössä neljä havaintoa, kun tuntemattomia on kolme, eli pisteen xyz-koordinaatit.

Ilma- ja lennokkikuvilta voidaan mitata automaattisesti 3D pisteitä kohteista, jotka näkyvät kahdelle tai useammalle kuvalle. Tätä kutsutaan kuvien automaattiseksi yhteensovittamiseksi. Tällöin algoritmi löytää eri kuvilta saman pisteen ja laskee sille eteenpäin leikkauksena koordinaatit. Ilmakuvien yhteensovitus on myötätuulessa drone-tekniikan kehittymisen ansiosta. Sitä kutsutaan nykyisin nimellä Structure from Motion (SfM)[55]

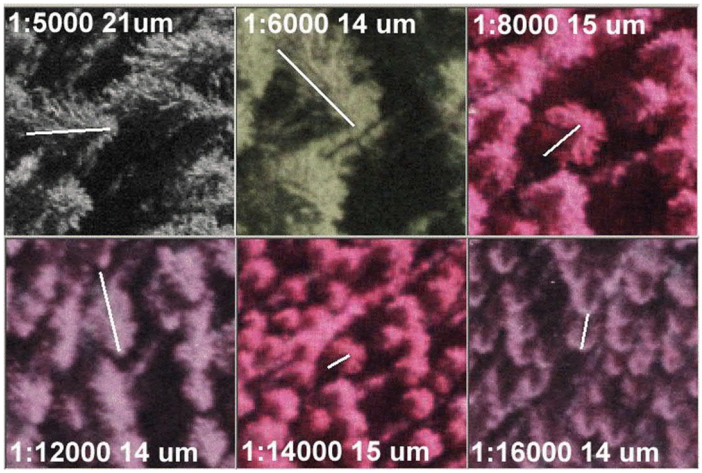
3D havainto edellyttää, että sama piste näkyy kahdella kuvalla, joita ei ole otettu liian läheltä toisiaan, jotta eteenpäin leikkauksen geometria avulla saadaan luotettavia 3D pisteitä. Metsässä maanpinta näkyy harvoin usealle kuvalle, ja siksi maanpinnasta saadaan sulkeutuneessa metsässä vain vähän havaintoja. Yleisesti voidaan todeta, että pää- ja lisävaltapuut näkyvät ilmakuvalla, mutta iso osa väli- ja aluspuista jää "näkymättä" eli katveeseen tai täysvarjoon.



Kuva 193. Puun latvan 3d-mitattavuus ilmakuvilla. Kuudessa kuusikossa tutkittiin, mikä osa puista näkyi, kun puunasemaa kuvaa sen suhteellinen pituus, jos pisimpien puiden pituus on 1. Koeala S3 on luonnonnormaali, kun taas koeala S1 on alaharvennuksin käsitelty.



Kuva 194. Monikuvamittaus. Kun kuvat on orientoitu tarkasti, kohtaavat kuvasäteet melko tarkasti (3D) kohdetilassa.



Kuva 195. Monikuvamittaus kohteena yksittäinen metsäkuusi, jonka "runko" (pystysuora vektori latvasta maanpinnalle) on projisoitu kuville, jotka on kuvattu eri korkeuksilta ja eri ajankohtina (1997, 2002 ja 2004). Mikrometri-(um)lukema kuvaa filmin skannausresoluutiota. Kuvien tarkka orientointi on

[55] https://en.wikipedia.org/wiki/Structure_from_motion

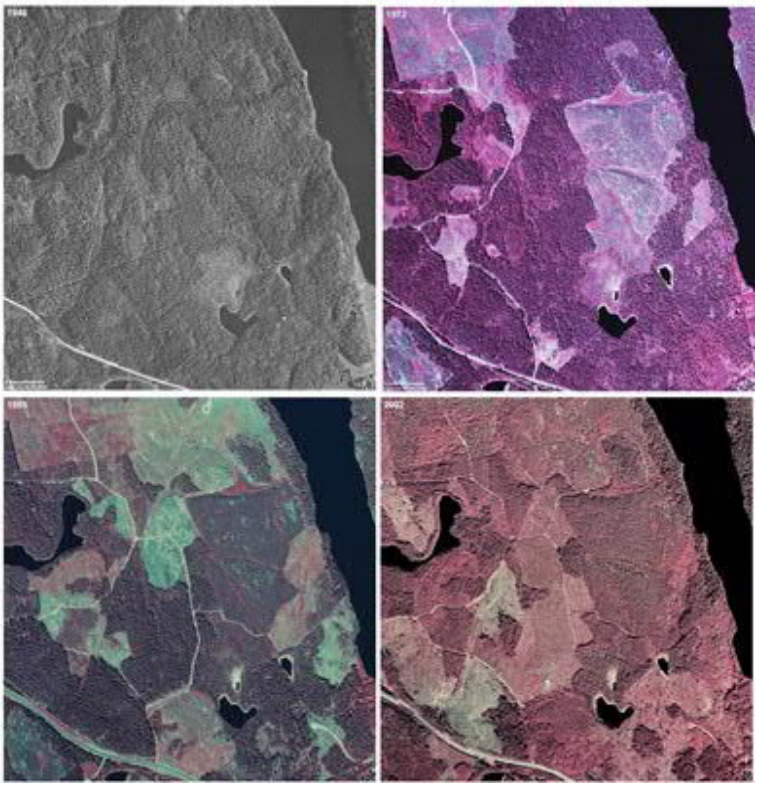
edellytys kuvien yhteensovitukselle, on kyse saman ajankohdan (kuvauksen) kuvista tai eriaikaisten kuvien analyysistä kuten tässä esimerkissä.

Ilmakuvalta voi mitata valta- ja välipuille:

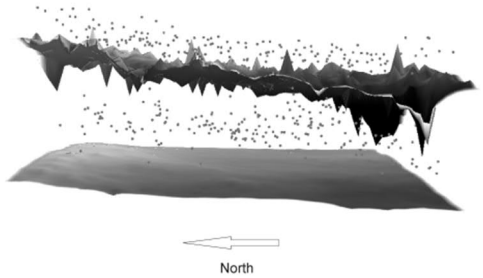
- Latvan 2D tai 3D sijainnin, piste
- Latvuksen leveyden/pinta-alan (2D segmentistä) tai muodon kuviin sovitetusta 3D latvusmallista.
- Pikseliarvoja latvuksen eri osista (suorassa valossa oleva latvuksen osa ja varjoon jäävä) – käytetään puulajin estimointiin, kuolleiden puiden tunnistamiseen
- Puun pituuden, jos latva paikannettu 3D ja käytössä on korkeusmalli, jolta saadaan maanpinnan korkeusasema

Puun rungon läpimitta voidaan estimoida noin 10% tarkkuudella, kun puulle tunnetaan puulaji, pituus ja latvuksen läpimitta, virheettä. Estimointi tapahtuu yksinkertaisilla regressiomalleilla. Tarkkuus tarkoittaa, että 30 cm paksun rungon estimaatti on +/- 3 cm 68% tapauksissa. Kovin täsmällisiin mittauksiin ei siis kyetä ilmakuvien avulla, mutta jos prosessi saadaan automatisoitua, saadaan paljon mittauksia, joiden satunnaiset virheet kumoavat toisensa suuressa määrässä mittauksia.

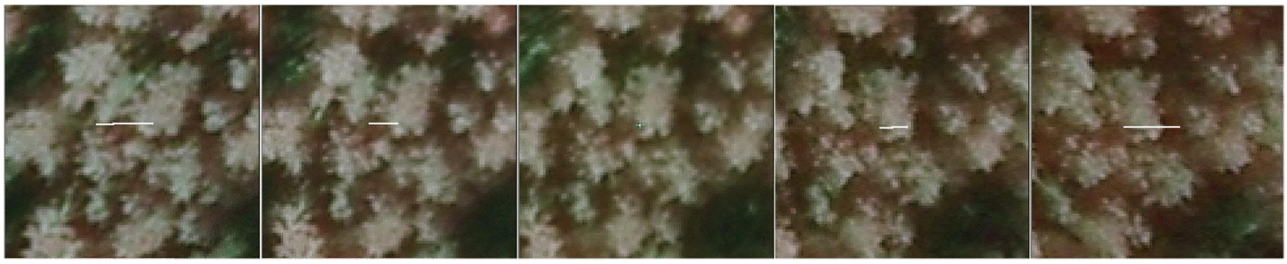
Ilmakuvalta voi mitata aluetunnuksia. 4-6 km korkeudelta otetun ilmakuvan maastoresoluutio on luokkaa 40-60 cm. Kuvalla näkyy tekstuuri, jonka muodostavat erikokoiset ja eri puulajin latvukset, aluskasvillisuus, kivet, maanmuokkausjäljet jne. Yksittäiset latvukset erottuvat, jos ne ovat tarpeeksi suuria, 2-3 m läpimitaltaan. Jos metsää on käsitelty kuvioittain, on kuviorakenne usein erotettavissa kuvan väreissä ja tekstuurissa. Tätä voi hyödyntää myös automaattisessa ilmakuvan segmentoinnissa kuvioihin. Kuvilta laskettua tekstuuripiirteitä ja sävyarvoja on myös kokeiltu malleissa, joissa niillä selitetään puuston ominaisuuksia, kuten runkotilavuutta, runkojen lukumäärää, keskiläpimittaa ja –pituutta sekä puulajijakaumaa. Värisävyjen (ja tekstuurin) käyttöä vaikeuttaa kuvan alueella vaihteleva aurinko-kamerageometria (ja keskusprojektio) (Kuva 179), eivätkä varsinkaan puulajitulkintaa koskevat tulokset ole olleet ”kehuttavia”.



Kuva 196. Erään neliökilometrin metsikkörakenteen kehitys kuvattuna vuosien 1946, 1973, 1985 ja 2002 ortoilmakuvilla. Vuoteen 1946 mennessä alueella ei oltu tehty lainkaan avohakkuuta (== harrastettu metsikkötaloutta).



Kuva 197. Ilmakuvien automaattisella yhteensovituksella (image matching, Structure from Motion) saadaan tuotettua 3D pisteaineisto, josta voi parhaimmillaan erottaa yksittäisiä latvuksia tai laskea ns. korkeusjakaumapiirteitä. Tässä ajatellaan, että on olemassa maanpinnan korkeusmalli, ja jokaiselle pisteelle voidaan laskea korkeus maasta (vrt. laserkeilaus). Esimerkin latvuston korkeusmalli on laskettu ilmakuvaparista (v. 2002). Digitaalisten ilmakuvakameroiden ansiosta filmiä ei enää tarvitse säästää, ja yhteensovituksessa voi olla mukana jopa kymmeniä kuvia (lennokkikuvaus).



Kuva 198. Ilmakuvaus, jossa kuvien peitto on yli 80% ja sama kohde (17-metrisen männyn latvus) näkyy viidellä kuvalla, jotka on otettu lennettäessä yli alueen. Latvaa on klikattu keskimmäisessä kuvassa ja kuville on piirtynyt ko. kuvasäde +/- 5 m syvyydessä oletetusta latvan korkeudesta. Kuvan automaattinen yhteensovitus pyrkii löytämään vastinpisteiden eri kuvilta automaattisesti . Kuvien tarkka keskinäinen orientointi rajaa haun yksiulotteiseksi (kuvien viivanpätkät, epipolaarisuorat). Ihmissilmä pystyy erottamaan kuvista samat puut. Kuvien yhteensovitus onnistuu parhaiten selkeille pinnoilla. Puut ovat "fraktaalisia kohteita", "piikkejä maisemassa" – ja siksi yhteensovitus (image matching, Structure from Motion) metsässä on haastavaa.

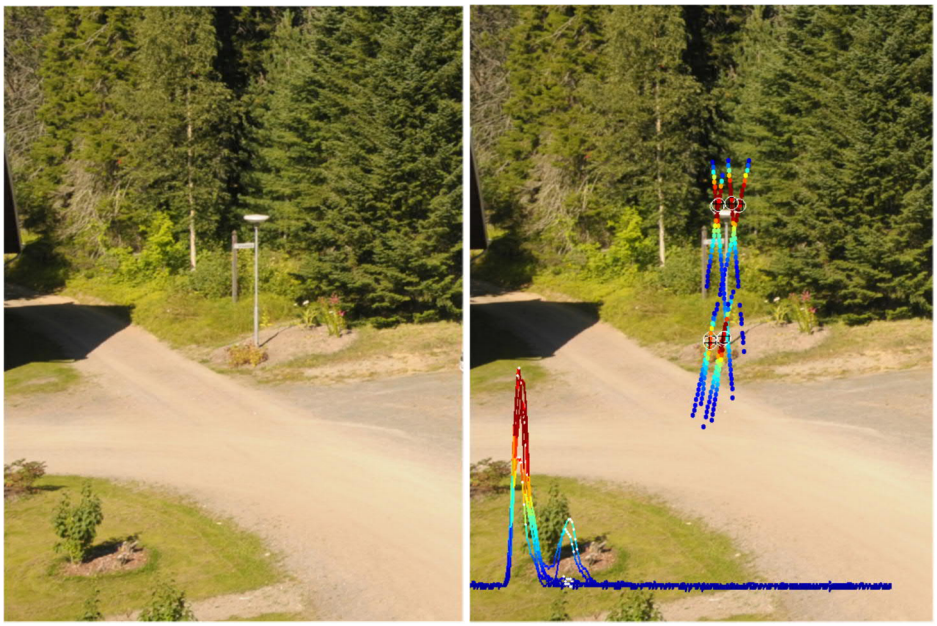
4.7.2 Laserkeilaus

Ukkosenilmalla voimme arvioida "kuinka lähellä ukkonen on". Näköhavainto antaa suunnan salamaan, ja, jos laskemme ajan, joka kuluu äänen saapumiseen, saamme selville etäisyyden äänen etenemisnopeuteen perusteella. Havaitsemme salaman "napakoordinaatistossa", jonka origossa itse olemme. Ajanmittauksen aloittaa näköhavainto ja lopettaa kuuloaistimus. "Nyt osui naapuriin" voi joku todeta, tai "ainakin lähelle"

Kaikuluotaus ja tutka toimivat samalla periaatteella, joskin näissä tekniikoissa tarvitaan laite, joka tuottaa signaalin tiettyyn suuntaan ja laite joka kuuntelee viivettä, joka signaalilla kestää kulkea eestakaisina. Äänen nopeus on noin 340 m/s, kun taas sähkömagneettinen säteily etenee n. 300,000 km/s. Jos kaiku vastaa kahden sekunnin viipeellä, on kohde noin 340 metrin etäisyydellä. Kuuntelemme joko kaiun alkua tai loppua, kun arvioimme kuluneen ajan Ajanmittauksen kannalta hyvä huuto voi olla lyhyt ja napakka. Jos kaiku on pidempi kuin huuto, voi epäillä, ettei kohde ollut aivan selkeä. Jos valokaiku viipyy matkalla kaksi nanosekuntia, on kohde 30 cm päässä. Jos valokaiku viipyy matkalla 2-3 ns, heijastui se takaisin kohteista, jotka esiintyivät 30-45 cm etäisyydellä.

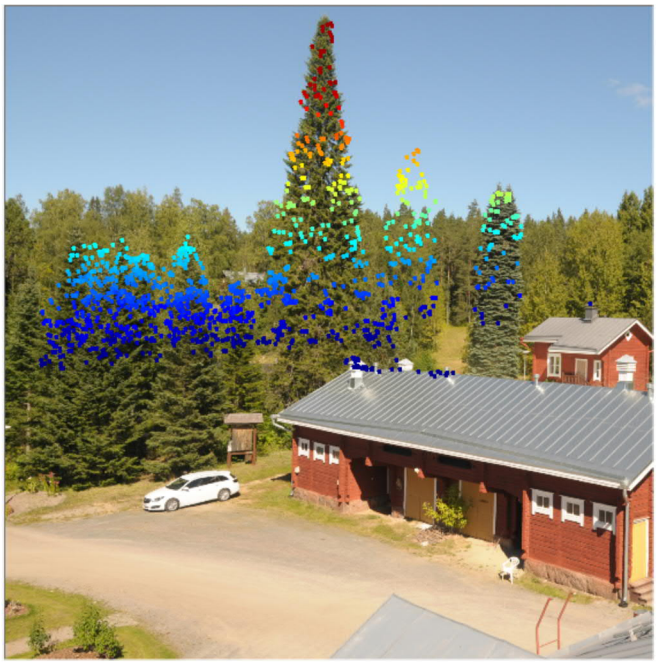
Kaksi "militääriteknologian saavutusta" tuli 1990-luvulla siviilien ulottuville. Reaaliaikainen cm-tarkka satelliittipaikannus mahdollisti lentokoneeseen asennetun sensorin tarkan paikannuksen jopa 2 kertaa sekunnissa (2 Hz). Tämä tarkoittaa lentoreitin cm-tarkkaa paikantamista noin 40 metrin välein, jos kone etenee nopeudella 80 m/s. Jos koneen liike on tasaista, voidaan sijainti interpoloida melko tarkasti tuolle 40 metrin välille, josta ei ole GNSS-havaintoa. Toinen mullistava tekniikka liittyi juuri tähän. Inertiaalimittarit (IMU), jotka havaitsevat kolmiulotteisia kiihtyvyyksiä jopa 200 kertaa sekunnissa auttavat päättelemään, missä kone oli GPS-havaintojen välissä, silloinkin kun lentorata ei ole tasainen. Sivutuotteena saadaan koneen kallistukset (lentosuunta (heading), nokan pystykulma (pitch) ja siipien kallistukset (roll)) mikä myös kertoo, mihin suuntaan sensori, esim. kamera, kulloinkin on kallellaan, varsinkin jos IMU kiinnitetään kameraan, eikä koneen runkoon (kamera tai laserkeilain kiinnitetään usein jalustaan, joka kompensoi koneen liikkeitä pitäen sensorin halutussa suunnassa). Yhdistämällä GPS ja IMU saadaan aikaiseksi INS (inertial navigation system), jonka avulla saadaan melko tarkka tieto sensorin paikasta ja asennosta ajanhetkellä, jona kuva on otettu tai tutkasignaali vastaanotettu. Parhaat IMU:t antavat roll- ja pitch- kallistukset 40 mikroradiaanin tarkkuudella, mikä vastaa 4 cm virhettä yhden kilometrin etäisyydellä. IMU:t halpenevat jatkuvasti ja pienikokoisia laitteita saadaan lennokkikäyttöön.

INS-systeemit mahdollistavat lentolaserkeilauksen. Tässä käsitellään vain pulssimuotoista signaalia tulkitsevia keilaimia. On olemassa myös jatkuvan kantoaallon laitteita. Laserkeilain on periaatteessa laseretäisyysmittari, joka pystyy tekemään kymmeniä tai satoja tuhansia mittauksia sekunnissa. Lähetin lähettää valopulssin, jonka pituus on vain muutamia metrejä (alle 10 nanosekuntia) ja pulssi etenee 30 cm/nanosekunti. Pulssin teho nousee muutamassa nanosekunnissa nollasta huippuunsa (kymmeniä kilowatteja) ja laskee taas muutaman nanosekunnin kuluessa nollaan. Lähetysaika laitetaan talteen pikosekuntien tarkkuudella. Sen jälkeen "herätetään" vastaanotin, joka käyttää samaa kelloa. Vastaanotin "katselee" (optiikan läpi) matkalleen lähetetyn hyvin kapean pulssin suuntaan ja tallentaa signaalin, kun se nousee esiin kohinasta. Aikaerosta (joka fotoneilta kului edestakaiseen matkaan) voidaan laskea miltä syvyydeltä (etäisyydeltä) kaiku palasi. Joskus kaiussa on vain yksi selkeä piikki, kun se osuu maahan tai selkeään pintaan, mutta kasvustosta tulee usein monihuippuinen kaiku (Error! Reference source not found.).

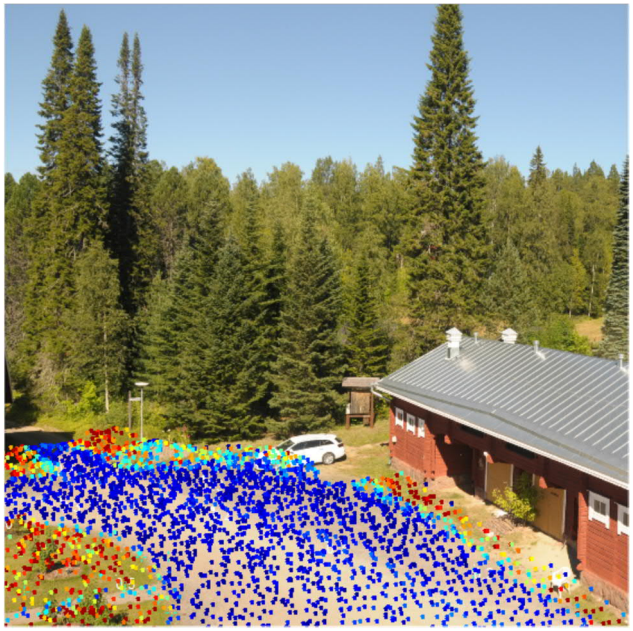


Kuva 199. 4 m korkeaan lyhtytolppaan osuneita laserpulsseja projisoituna maavalokuvalle (Kuva 188). Paluusignaalin amplitudiarvot on vastaanotettu 1 nanosekunnin eli 15 cm etäisyysvälein ja piirretty pisteinä pulssin reitille, jos amplitudi on ylittänyt kohinatason. Jokaisen pulssin 256 amplitudiarvoa on myös tulostettu asteikolle, joka on 38 m syvä (256 nanosekuntia pitkä aika-asteikolla). Tulostetut aaltomuodot on keskistetty ajan suhteen kaikuun, joka saatiin ensimmäisenä, joka "piikkaa" noin syvyydessä 4 m (aaltomuodon tallennus käynnistyy 1. kaiusta ja tallennus sisältää puskuriin tallennettuja amplitudiarvoja noin 4 "edeltävän metrin" matkalta). Yksi pulsseista on tuottanut kaksi kaikua, toisen heikon lyhdystä, toisen vahvemman maasta. Lisäksi joukossa on lyhdystä kaiun tuottaneita pulsseja, joista on saatu heikko signaali maasta. Laserkeilauksessa käytettiin maksimissaan 15 asteen keilauskulmaa ja kyseistä maastonkohtaa keilattiin usealta lentolinjalta, mikä näkyy pulssien tulosuuntien vaihteluna.

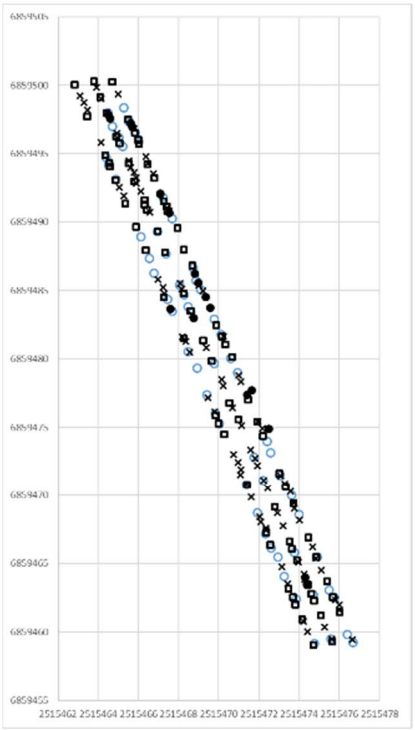
"Keilain" –sana tulee siitä, että tätä "nopeaa etäisyysmittaria" kuljetetaan lentokoneessa ja lähetyn pulssin suuntaa poikkeutetaan jatkuvasti (esim. peilillä), ja maisema koneen alla tulee näytteistetyksi yleensä noin 30-40 asteen avautumiskulman leveydeltä lentosuuntaa vastaan. Kolmenkymmenen (+/- 15) asteen avautumiskulmalla keilattu kaista on 482 m leveä yhden km lentokorkeudelta.

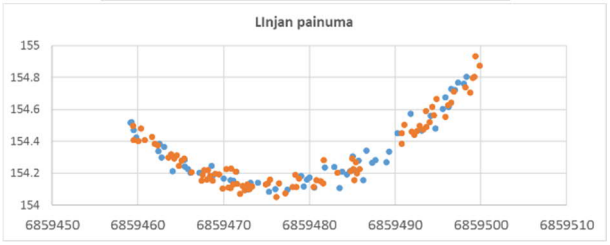


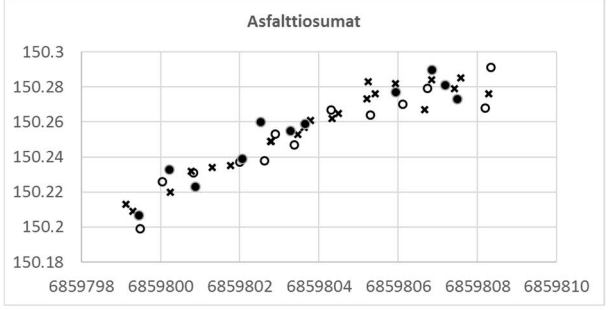
Kuva 200. Laserkeilaus tuottaa pistepilven, jossa jokaisella pisteellä korkeus maasta ja tieto heijastuksen voimakkuudesta / muodosta. Tässä on tulostettu pisteitä (pieneltä alueelta), joiden korkeus on yli 6 m maasta. Yksi puu on kaadettu laserkeilauksen ja kuvanoton välisenä aikana.



Kuva 201. Kuvaan on tulostettu pisteitä, joiden korkeus pintamallilta on alle 1 m. Väri tulee heijastuksen voimakkuudesta, joka on kasvillisuudessa voimakkaampaa kuin hiekalta.



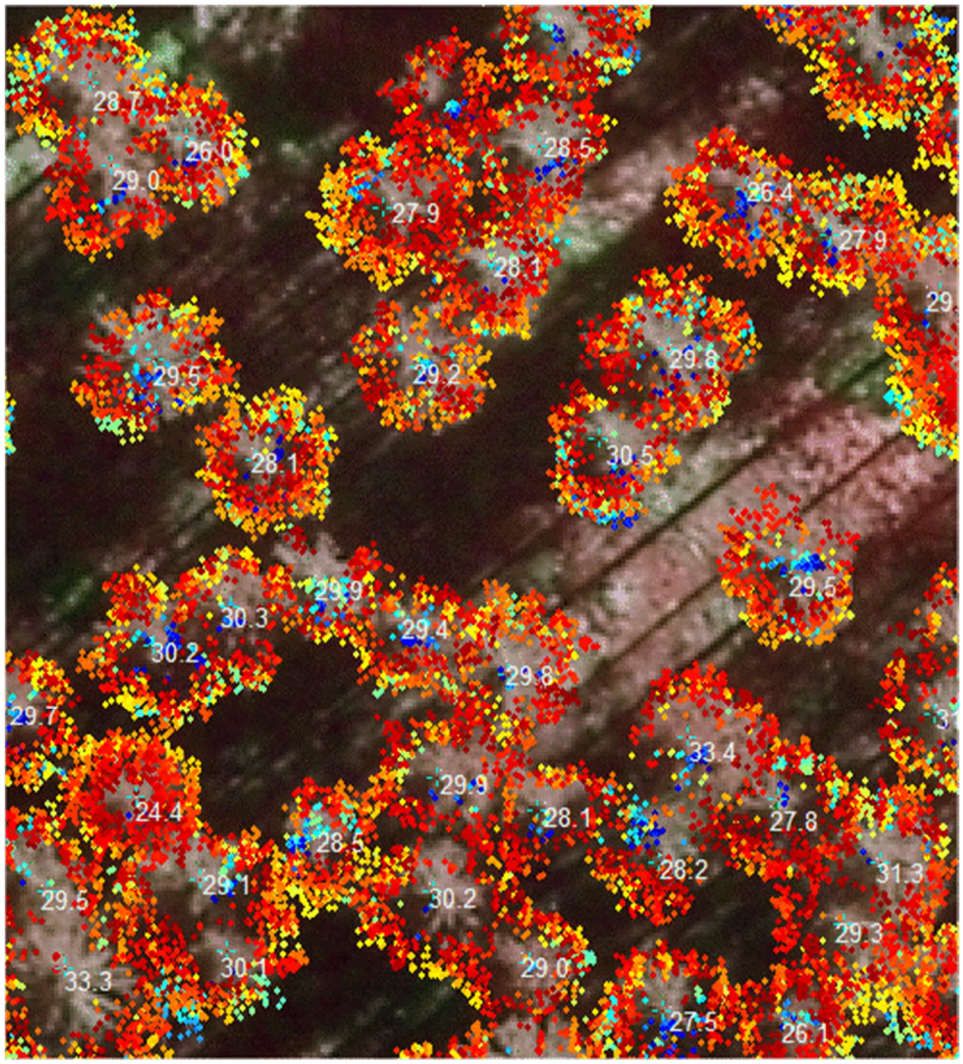




Kuva 202. Laserkeilaus 700 m korkeudelta voi olla tarkkaa. Ylemmässä kuvassa neljän lentolinjan osumat voimalinjaan, jossa johdot ovat 1.2 m toisistaan (näkymä suoraan yläpuolelta). Eri lentolinjojen pisteet on saatu "kohtaamaan samassa paikassa" (linjasovitus, strip matching). Alemmassa kuvassa on kahden lentolinjan osumat "sivuprofiilissa". Johtimien z-arvot vaihtelevat noin 10 cm, mitä voi pitää mittauksen korkeussuunnan kohinana, sillä johtimet kulkevat samalla korkeudella. Johtimien painuma on lähes metrin 25 m matkalla. Asfalttipinnalla korkeusarvot vaihtelevat vain muutaman senttimetrin. Laserkeilain mittaa selkeät kohteet tarkasti.

Laserkeilaus mullisti korkeusmallinnuksen, sillä 1-2 km korkeudesta pystytään keilaamaan 500-1000 m leveää kaistaa s.e. yhdelle neliömetrille osuu jopa useita pulsseja – jopa kymmeniä, jos lennetään matalalta. Tiheässäkin metsässä fotoneja päätyy maanpintaan asti s.e. paluukaiku voidaan havaita. Näistä pisteistä pystyy rakentamaan mallin maanpinnan muodoista, myös latvuston alta.

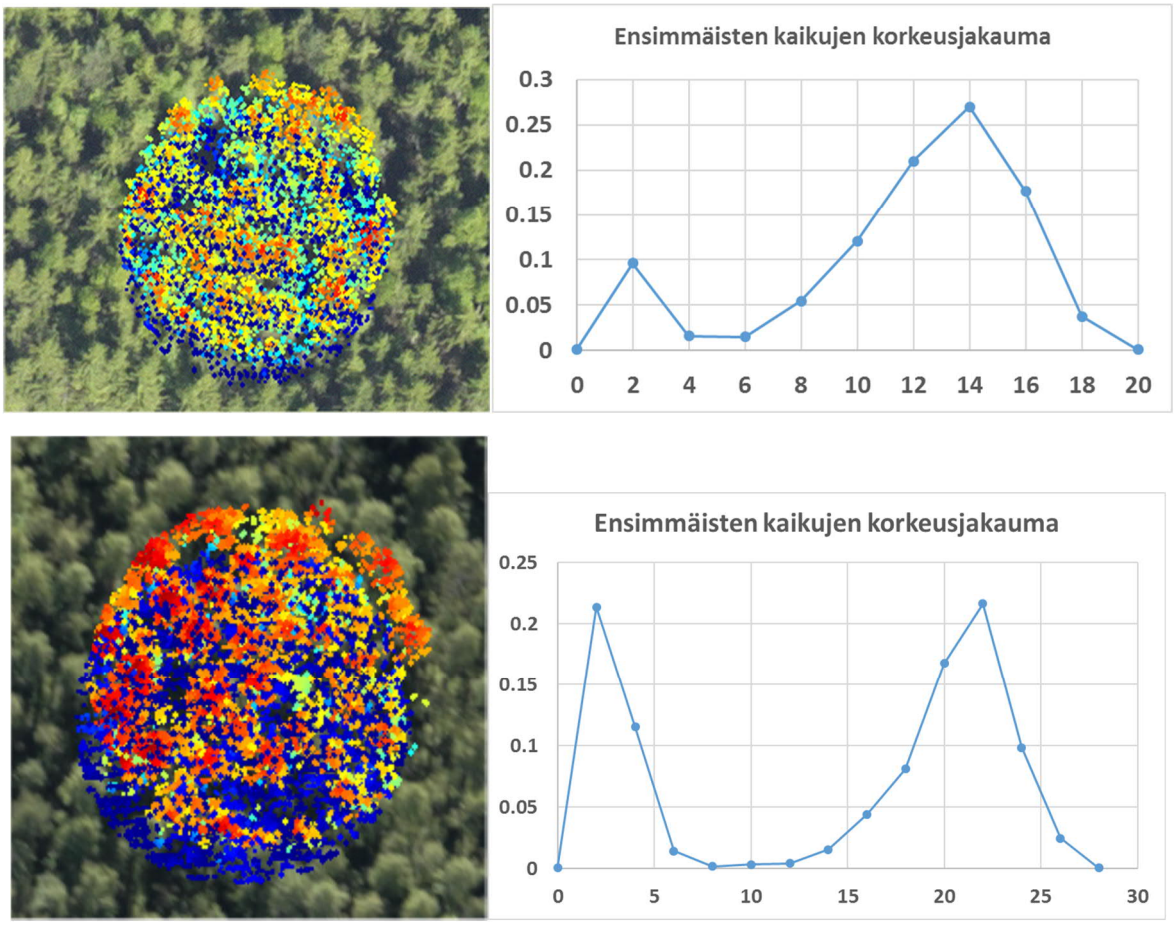
Pistepilveä voidaan analysoida ja siltä voidaan yrittää paikantaa yksittäisiä puita (latvuksia) samaan tapaan kuin ilmakuvilta. Puulajin tunnistaminen voi perustua latvuksen muotoon tai kymmenien latvukseen osuneiden pulssien heijastusominaisuuksien tulkintaan. Puun pituus, latvuksen koko ja puulaji ennustavat rungon läpimittaa, mutta RMSE-tarkkuus on vain 10%, vaikka tunnukset saataisiinkin virheettä. Toisin sanoen 20 cm läpimittaisen (rungon) puun läpimitta-arvio on vain +/- 2 cm oikeasta 68% tapauksista, vaikka kaikki menisi oikein – puulaji, pituus ja latvuksen koko.



Kuva 203. Väljennetty varttunut kuusikko nadiri-ilmakuvalla, jolla kohteet näkyvät suoraan päältä. Tulostetut pisteet ovat laserosumia korkeusväliltä 5-25 m, muut on jätetty projisoimatta. Suurten kuusten latvat näkyvät siksi ”reikinä” pisteiden keskellä. Operaattori on klikannut kuvan perusteella latvoja, ja näin saatu kuvasäde (ilmakuvan pikselistä kameran polttopisteen kautta kohti maata) on pysäytetty siellä missä ensimmäinen laserkeilauspiste on ”tullut vastaan” (monoplotting). Tästä pisteestä on laskettu korkeus maahan, ja saatu puulle pituus.

Yksittäisten puiden mittaaminen vaatii suurta pistetiheyttä (keilauksen tiheyttä), mikä taas edellyttää matalalta lentämistä, mikä lisää kustannuksia, kun yksi lentolinja kattaa pienemmän alueen. Ns. aluepohjaisessa lasertulkinnassa ei tarkastelun kohteena ole enää puu vaan näyteala, ympyrä tai hilan solu. Siihen osuneista pulsseista analysoidaan korkeusjakaumapiirteitä. Toisin sanoen, jokaisella pistellä on korkeus maasta. Näistä muodostetaan jakauma, josta voidaan laskea esim. kuinka suuri osuus pulsseista painui alle 2 m korkeudelle, mikä mittaa latvuston sulkeutuneisuutta. 90% prosenttipisteen korkeus kertoo puuston maksimipituudesta. Maksimikorkeus on karkea estimaatti valtapituudelle jne. Kuva 204 ilmentää tilannetta. Tiheässä rehevällä kasvupaikalla kasvaneessa kuusikossa vain 10% pulsseista läpäisee latvuston ja antaa kaiun 2 m alapuolelta.

Katso myös luku ”1.3.4 Puuston mittaus laserkeilaushavainnoista pala metsää kerrallaan”.



Kuva 204. Ylempi kuvapari: Tiheään ensiharventamattomaan (42 v) istutuskuusikkoon on rajattu 11 metrin säteinen ympyräkoeala. Kuvissa esitetään laser-pisteet ilmakuvalla (vasen) ja kunkin pulssin ensimmäisen kaiun korkeusjakauma (oikea). Luokissa alle 0 m ja 18-20 m on muutamia kaikuja. Minimi on -0.11 m ja maksimi 18.3 m. Alemmassa kuvaparissa kyseessä on saman ikäinen istutuskoivikko, joka myöskin on kasvanut harventamatta, ylitiheänä. Koivujen latvat ovat pyöreämpiä -> jakauman yläpää tulee jyrkästi alas. Latvukset ovat lyhyitä, supistuneita ja siksi jakauman ylempi huippu (latvukset) on (suhteellisesti ottaen) kapeampi, kun taas kuusikossa latvukset jatkuvat alas 5-8 m korkeuteen. Koivikossa on 3-6 metrinen kuusialikasvos, mikä selittää 12 % osuuden luokassa 2-4 m maasta. Alle 1 m pulsseista päätyi 14% (ei näy kuvasta) eli kuusialikasvos pidätti maaosumia lisää, kun 0-2 m luokan osuus on 22%. Saman ikäiset koivut ovat pidempiä, kuten saattaa odottaa.

5 Puu ja sen tunnukset



5.1 Puiden morfologiasta ja toiminnasta

Puun rakenne on kasvun (toiminnan) tulos, johon ympäristö vaikuttaa. Esimerkiksi avoimen paikan mänty kasvattaa laajan latvuksen ja jää lyhyeksi – kasvattaen paksun rungon. Puuston tiheys ja latvuston sulkeutuneisuus vaikuttavat valon (ja lämpöoloihin, lumisuuteen, routaan jne.) määrään latvustossa ja metsän pohjalla. Elävä latvus ulottuu korkeudelle, jossa valoa on vielä riittävästi, ja, sydänpuun muodostuminen on yhteydessä elävän latvuksen alarajan korkeuteen (mantopuun voidaan ajatella ”ruokkivan” eläviä oksia). Rakenne, toiminta ja ympäristö vaikuttavat toisiinsa ja taustalla on geneettisiä tekijöitä, joita ilmentää mm. puulaji.

Puulajien välillä on eroja – puhutaan valopuista ja varjoa sietävistä puulajeista; nopea- ja hidaskasvuisista puulajeista; sukkession pioneeri- ja sekundäärilajeista; kosteiden, rehevien tai karujen kasvupaikkojen puulajeista; lahoa kestävistä ja lahottajille alttiista lyhytikäisistä puulajeista jne.

Puiden kasvutapa vaihtelee. Mänty ja kuusi noudattavat monopodiaalista kasvutapaa. Kärkisilmu dominoi ja metsäpuilla on yleensä yksi runko. Kaksihaaraisia runkoja tapaa myös. Kuusi voi lisääntyä myös kasvullisesti alaoksasta ja joillakin puulajeilla, kuten haavalla, kasvullinen lisääntyminen on vallitsevaa. Löydettyäsi yhden lehmuksen tai haavan, seuraava läheltä löytyvä on todennäköisesti samaa yksilöä. Puuteknisesti hyvälaatuisen rungon kasvattaminen on haastavaa monilla lehtipuilla, joiden kasvutapa on sympodiaalinen (haarajatkoinen) ja monirunkoiset tai runsashaaraiset puut ovat yleisiä.

Latvus, ja sen lehdet tai neulaset (haavalla runkokin) muodostavat yhteyttävän koneiston. Elävää hengittävää solukkoa on rungon mantopuussa, jälsisolukossa sekä juuristossa. Puun rakenne ja toiminta ovat tasapainossa, ja siinä missä puu voi selvitä neulasia vioittavan pistiäisen yhden kesän tuhoista, se ei välttämättä selviä seuraavana keväänä iskeytyvistä kaarnakuoriaista, koska energiavarat eivät enää riitä ylläpitohengitykseen. Metsäpalo, hyönteis- tai myrskytuho tapahtuvat äkkiä. Monet muut muutokset ympäristön, toiminnan ja rakenteen vuorovaikutuksessa ovat hitaita. Esimerkiksi kuusen neulaset (neulasvuosikerta) säilyvät puussa 5-10 vuotta. Puu ei pysty nopeasti uusimaan yhteyttävää koneistoaan hyödyntääkseen esim. lisääntyneen kasvutilaa tai lannoituksen tuomaa kasvupotentiaalia. Lannoituksen tuoma lisäkasvu saattaakin siksi tulla useamman vuoden viipeellä. Puiden kasvattaminen on pitkäjänteistä toimintaa. Vuonna 2017 uudistettavat puustot ovat syntyneet pääosin ennen 1950-lukua pois lukien nopeakasvuisimmat harvennuksin hoidetut istutusmetsät. Nyt hyväkuntoiset puustot on hoidettu vuosikymmeniä aiemmin ja nyt tehty uudistamis- ja hoitotyö näkyy vuosikymmenten kuluttua. Puiden vuotuinen pituuskasvu on vaatimatonta, yleensä alle 30 cm vuodessa (keskiarvona). Pituuskasvu taittuu 20-30 vuoden iällä ja paksuuskasvu hieman myöhemmin. Vuosilustot ovat nekin yleensä alle 2 mm leveydeltään, joskus lustoja on kymmeniä 2 mm matkalla. Taimikon kehityksen 3-metriseksi viidessätoista vuodessa huomaa, mutta varttuneen metsän puiden kasvua tuona samana aikana ei tahdo panna merkille.

Puu tuottaa biomassaa - puuainetta, lehtiä, neulasia, kukintoja, siemeniä, kuorta, pihkaa jne. Hyödynnämme puista runkopuuta, selluloosaa, kaarnaa, mahlaa, öljyjä, terpeenejä, niillä eläviä muita organismeja jne. Toisaalta puu on kaunis maisemassa, rauhoittaa mieltä, ylläpitää biodiversiteettiä, on vaan, tmv.

5.2 Puutunnukset

Metsänmittaajan puu on helposti mitattavia ja kuvailtavia havaittuja puutunnuksia sekä toisaalta mittausten ja mallien avulla selville saatavia johdettuja puutunnuksia.

Seuraavassa esimerkkejä

- Puulaji
  Koodaus yleisesti VMI:n mukainen (1=mä, 2=ku, 3=ra-ko, 4=hi-ko, 5 =ha, 6 = ha-le,.., 13 = raita) jne.

- Runkolaji
  - tukkipuu, saa tukin tai useamman
  - kuitupuu, ei saa tukkia
  - mät, kut, kot, mäk, kuk, kok –lyhenteet
  Tukeilla laatuluokitus lisämääreenä

- Latvuskerros
  Latvuksen asema lähiympäristössä, puiden pituussuhteiden avulla määritys. Vallitsevat (pää- ja lisävaltapuut (pituus 80-90% päävaltapuista), Vallitut latvuskerrokset (väli- (70-80%) ja aluspuut (50-70%). Lisäksi erotetaan ylispuut (40+ vuotta vanhempia) ja alikasvos (nuorempia, pituus alle 50%).

- Puuluokka (latvusluokka)
  Vajaalatvuksiset, huonorunkoiset, vioittuneet ja sairaat sekä kuolleet (kelot, pökkelöt, maapuut).

- Rinnankorkeusläpimitta (d) ja pohjapinta-ala (g) (poikkileikkausala). Mittauskorkeus voidaan määrittää myös muuksikin ja ilmaistaan alaindeksein, esim. d_k tai d_6.

- Rungon ympärysmitta (c).

- Puun pituus (h)
  Etäisyys, ei korkeus.

- Elävän latvuksen pituus (h_l)
  Sääntöjä alarajan määrittämiseksi

- Kuori (kaarna + jälsi + nila) (b)
  Kuoreton läpimitta du = d – 2b

- Ikä
  Biologinen ikä, rinnankorkeusikä jne.

- Puun muoto
  muotoluku f, muotokorkeus v/g, solakkuusaste h/$d_{1.3}$, muotosuhde d_x/d_y, kapeneminen d_x-d_y, latvussuhde (h-hl)/h, kokonaistilavuus v, kuoren tilavuus, puun biomassa, puutavaralajit, rungon arvo.

Puutunnusten symboleista

d, $d_{1.3}$, DBH	rungon rinnankorkeusläpimitta
d_x, d_6, $d_{.1h}$	korkeuden x, 6 metrin, 10% läpimitta
d_k, d_{base}	läpimitta kannon korkeudelta
d_{cr}	latvuksen leveys
h, h_c	puun pituus, latvuksen alarajan korkeus
l_{crown}	latvuksen (elävän) pituus
v, $v_{sortiment}$	rungon tai rungonosan tilavuus
g	rungon poikkileikkausala 1.3 m kork.
i_x	puutunnuksen x kasvu (increment)
sp	puulaji
t	ikä

Runkolaji

Puuluokka

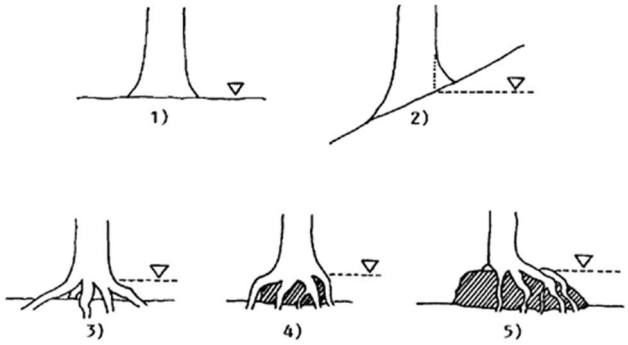
Harsuuntuneisuus

Viat ja tuhot	Tapauskohtainen
Syntytapa	Luontainen, kylvö, istutus

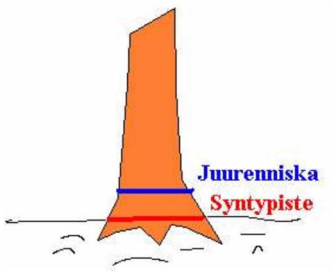
5.2.1 Syntypiste

Juuriston määrä ja biomassa arvioidaan malleilla, joissa niitä yleensä selittävät maanpäällisen rungon dimensiot. Juuriston biomassan mittaaminen on ymmärrettävästi erittäin vaikeaa. Runko alkaa syntypisteestä, jonka alapuolella on juuristo (tätä määritelmää pitää ”soveltaa” kasvullisesti lisääntyneille puille) ja yläpuolella runko. Kaadetun ja paikalta pois viedyn puun jäljiltä metsään jäävä kanto käsittää siis ”vaihtelevan mittaisen pätkän runkoa”. Lisäksi metsään jää usein latvakappale, puhutaan latvahukkaosasta.

Syntypiste tarvitaan, jotta rungolta voidaan tehdä mittauksia yksikäsitteisessä ja yli ajan samana pysyvässä koordinaatistossa, jolla on origo. Tavallisin mittauskorkeus on ”rinnankorkeus”, jolla tarkoitetaan (yleisesti) 1.3 m korkeutta syntypisteestä, mikä pysyy samana puun kasvaessa toisin kuin esim. 20% suhteellinen korkeus tai juurenniska.



Kuva 205. Syntypisteen määrittäminen eri tilanteissa.



Kuva 206. ”Puun origo” erilaisissa mittauksissa ja malleissa oli aiemmin ”juurenniska”, joka määrittyi korkeutena, josta puun saattoi pitkällä justeerilla katkaista, eli oli tapauskohtainen. Määritelmästä on luovuttu, mutta mm. 1950-luvulta peräisin olevat Nyyssösen relaskooppitaulukot (muotokorkeusmallit) perustuvat juurenniskan käyttöön, ja puita tulisikin relaskoopilla tähdätä 10-20 cm rinnankorkeutta ylemmäs, mikäli aikoo relaskooppitaulukosta määrittää puuston runkotilavuuden.

5.2.2 Pituus, latva, latvus, latvustunnukset

Rungon (puun) pituuden (h) määrittämiseksi ”tarvitaan latva”, joka sekään ei aina ole helppo määrittää, esimerkkinä laajalatvuksiset lehtipuut. Vinon puun pituus ei ole latvan korkeus maasta, vaan syntypisteen ja latvan välinen etäisyys, mikä vaikeuttaa maastomittauksia, jotka yleensä perustuvat oletukseen puun pystysuoruudesta. Latvan voi ajatella olevan puun korkein piste, latvus taasen on 3-ulotteinen volyymi, joka kätkee sisäänsä elävät (elävä latvus) ja kuolleet oksat. Latvukselle voidaan määrittää tunnuksia kuten maksimileveys (d_{cr_max}) tai elävän latvuksen alarajan korkeus (h_c). Latvuksen projektioala on myös yksi puutunnus, vaikka projektioala onkin usein ”fraktaalinen”, kun yksittäiset oksat ja latvusaukot haittaavat sen täsmällistä määrittämistä. Laserkeilauksella tai ilmakuvia yhteensovittamalla saadusta 3D pistepilvestä voidaan yrittää mitata latvuksen 3D muoto. Latvusta voidaan kuvailla subjektiivisesti arvioimalla sen harsuuntumisaste, ylimalkainen ”elinvoimaisuus” tai latvusta kohdanneita ”tuhoja” (hyönteiset, sienitaudit) – onhan latvuksen kunto oleellinen esim. harvennuksen yhteydessä, kun huonokuntoiset puut ovat usein niitä, jotka leimataan. Osa puutunnuksista on selkeästi määritettäviä ja suhde- tai luokka-asteikolla havaittavia, kun taas osa on subjektiivisesti havaittavia tunnuksia. Jälkimmäisiin kuuluvat harsuuntumisen ohella myös latvuskerrosluokka (päävalta-, lisävalta-, väli- ja aluspuu) ja biologinen puuluokka (latvuskerrosluokka + latvuksen lisämäärä).



Kuva 207. Samassa metsikössä männyn latvukset ovat yleensä selvästi lyhyempiä kuin metsäkuusten latvukset.

5.2.3 Rungon koko, muoto, laatu, arvo ja tilavuus

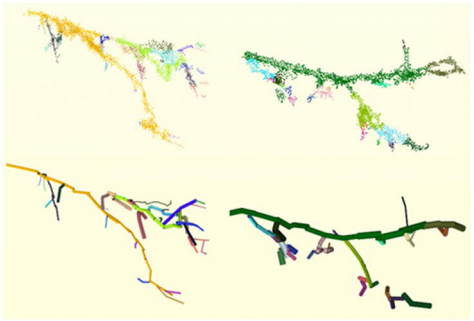
Rungon koko, muoto ja laatu ovat tärkeitä puun ominaisuuksia. Koko mitataan yleensä tilavuutena (v) paitsi milloin tarvitaan biomassa- ja energialaskelmia, jolloin käytetään kuiva- tai tuoremassaa sekä niistä laskettua lämpöarvoa.

Puun arvonmääritys vaihtelee, mutta Suomessa on vallalla puutavaralajimenetelmä, jossa runko katkotaan jo metsässä eri puutavaralajien pölleiksi. Eri puutavaralajien kysyntä (ja hinnat) vaihtelee alueellisesti, ja rungon kantoraha-arvoon vaikuttavat lisäksi korjuuolosuhteet (korjuukustannukset). Rungon arvonmäärityksessä käytetäänkin yleensä keskiarvoisia kantoraha-arvoja eri puutavaralajeille. Sahayrittäjät arvostaisivat oksattomia tasapaksuja ja suoria (ei kapenemista kohti latvaa) runkoja, joiden poikkileikkaus olisi suorakaiteen muotoinen. Tällaisesta puusta sahattu pölli (”palkki”) olisi taas melko epäedullinen vaneriviiluja sorvattaessa. Hierresellun valmistaja arvostaisi puuta, jossa olisi vain pitkäkuituista pintapuuta, ja puunostajat eivät yleisesti arvosta tuotantolaitokselle kertyvää kuorta, jonka osuus rungon tilavuudesta pienenee iän mukana, ollen noin 10% vanhalla puulla.

Puiden rungon muoto (runkomuoto) muuttuu puun kasvaessa ja siihen vaikuttavat kasvuolosuhteet sekä puulaji. Huonolla kasvupaikalla valtapuutkin jäävät lyhyiksi pitkänkin ajan kuluessa. Harvassa kasvaneiden puiden rungot ovat tyvekkäitä, valtapuiden katveeseen jääneet puut ovat solakampia (solakkuus), eli niiden rungon paksuuden ja pituuden välinen suhde poikkeaa valtapuista. Taimen rungon tilavuuden voi arvioida karkeasti kartion kaavalla, kun kartion pohjan alaa vastaa rungon poikkileikkausala kannonkorkeudella. Isomman puun rungon tilavuuden saa karkeasti arvioitua kaavalla $v = 0.5 \times g_{1.3} \times h$. Kaavassa esiintyvät kolme tulotekijää: muotoluku, poikkileikkausala rinnankorkeudella ja pituus. Rungon tilavuus on siis noin 50% sellaisen sylinterin tilavuudesta, jonka poikkileikkausala (g) ($\pi/4 \times$läpimitta^2) ja pituus (h) ovat samat kuin puulla. ”Nesteeksi muutettu runko” siis täyttäisi tällaisesta sylinteristä puolet. Karkea arvio puiden muotoluvusta on siis 0.5. Pienillä puilla se on suurempi kuin 0.5 ja vanhoilla puilla alle 0.5. Runko kapenee ylöspäin mentäessä. Muutos on nopea heti tyvellä, kun ”tyvipaksunnos muuttuu rungoksi”, sen jälkeen kapeneminen on melko tasaista kohti latvaa.

Kun puu ”katkaistaan nilkasta” (kaadetaan), voidaan tilavuus määrittää luotettavammin kuin pystypuusta. Hakkuukoneen kaatopään anturit lukevat kuorellisia läpimittoja esim. 30 cm välein, samalla kun kaatopää karsii rungon. Koneenkuljettaja saattaa myös merkitä korkeuksia rungolla: ”tästä alkaa elävien oksien rungonosa”, tai, ”tähän korkeuteen on oksatonta tukkia”. Hakkuukoneen tietokone käsittelee saamansa (korkeus & läpimitta 30 cm välein ja korkeuksia) –aineiston ja antaa ehdotuksensa katkonnasta. Pöllien tilavuudet saadaan esimerkiksi laskemalla yhteen 30 cm korkeat laskennalliset lieriöt, joista pölli muodostuu, ja joille läpimitat saatiin kaatopään mittauksista. Tulos on hyvin tarkka, vaikka metsänomistajat ja puunostajat ovatkin kiistelleet viime aikoina tyven tilavuuden laskennasta, koska kaatopää ei pysty siellä tarkkoihin mittauksiin. Nila-aikana kuori myös irtoaa helposti ja metsänomistaja voi hävitä kantoraha-arvossa, kun läpimitat eivät olekaan kuoren päältä ja todelliset kuorelliset tilavuudet aliarvioituvat konemittauksessa. Hakkuukone mittaa paljon ja olettaa vähän. Poikkileikkauksen oletetaan olevan ympyrän muotoinen ja rungon läpimitat 30 cm havaintojen välissä saatetaan interpoloida eri menetelmin.

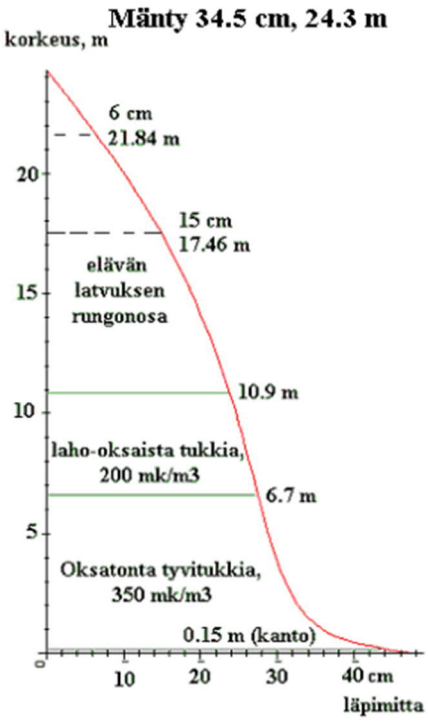
Pystypuun rungon ja rungonosien tilavuuksien määrittäminen ei voi käytännössä perustua esim. 3 dm välein mitattuihin rungon läpimittoihin, paitsi milloin käytössä on maastolaserkeilain tai droneen kiinnitetty laserkeilain, joka nousee rungon sivua ylös. Tällöinkin syntyvä kohinainen pistepilvi on luokitettava rungoksi ja siihen on sovitettava geometrinen malli.



Kuva 208. Oksan mallinnus maastolaserpisteistä (Åkerblom, Raumonen & Kaasalainen. TUT Dept. Mathematics)

5.2.4 Pystypuun apteeraus, runkokäyrä

Pystypuun apteeraus ja tilavuuden mittaus perustuu Suomessa pitkälti prof. Jouko Laasasenahon polynomimuotoisiin runkokäyriin (ja tilavuusmalleihin), jotka laadittiin 1970-luvulla Valtakunnan Metsien Inventoinnin (VMI) yhteydessä mitatusta kaadettujen ja pystykoepuiden aineistosta. Tuohon aikaan ei ollut juurikaan hakkuukoneita käytössä, joten puut kaadettiin ja mitattiin maassa, tai, puuhun kiivettiin. VMI tarjosi hyvän otantakehikon, sillä aineisto edustaisi puita tasaisesti eri osissa maata. Laasasenahon malli antaa puun rungon läpimitan (d_x) korkeudella x maasta, ja, malli on jatkuva ja integroituva, jolloin sillä voidaan laskea rungonosan tilavuus mille tahansa korkeusvälille $x = a...b$ pyörähdyskappaleen integraalina. Mallin käyttö kuitenkin edellyttää, että puulle tunnetaan pituus.



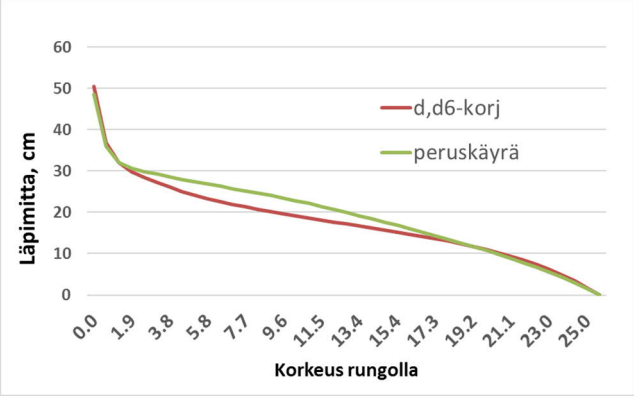
Kuva 209. Jos puusta tunnetaan laho(kuiva)-oksarajan korkeus, elävän latvuksen alarajan korkeus, puulaji, $d_{1.3}$ ja pituus (h), voidaan runkokäyrältä arvioida läpimitat kyseisillä korkeuksilla, sekä korkeudet, joissa läpimitta saavuttaa 15 cm (ostajan asettama tukin minimilatvaläpimitta) ja 6 cm (kuitupöllin minimilatvaläpimitta) sekä laskea tilavuudet eri rungonosille, joiden yksikköhinnat yleensä vaihtelevat.

Laasasenaho oivalsi, että runkokäyrämalli kannattaa laatia suhteelliselle läpimitalle, suhteellisen korkeuden funktiona. Y-

muuttuja on läpimittasuhde (dx/d0.8) ja *x*-muuttuja suhteellinen korkeus rungolla. Mallien suhteellinen korkeus, jossa läpimittasuhde (dx/d0.8) = 1, on 20% korkeus, eli 4 m korkeus puulle, jonka pituus on 20 m. Polynomi on kahdeksan eri x:n potenssin summa kertoimineen. Potenssit noudattavat Fibonacci-sarjaa ja korkein potenssi on 34 (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34). Latvassa suhteellinen korkeus *x* = 0, jotta läpimitta ja lpm-suhde siellä menisivät nollaan. Syntypisteessä suhteellinen korkeus *x* = 1, ja rungon suhteellinen läpimitta on sama kuin kahdeksan kertoimen summa, koska luvun (x) 1 kaikki potenssit saavat arvon yksi.

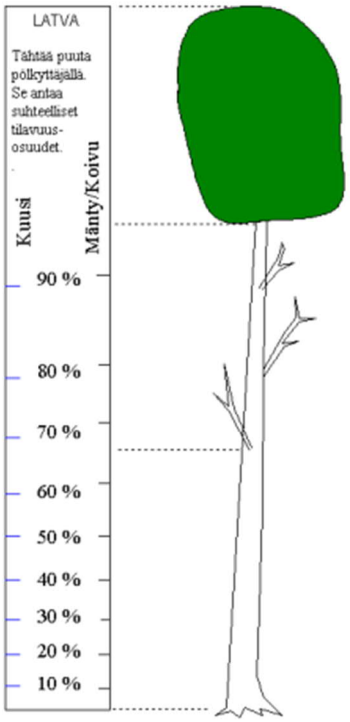
$$\frac{dx}{d.8} = b_1x^1 + b_2x^2 + b_3x^3 \ldots + b_8x^{34}$$

Ensin Laasasenaho estimoi regressioanalyysillä keskimääräiset kertoimet b1,..,b8 (peruskäyrät) jokaiselle puulajille käyttäen tuhansia puita aineistona. Tämä malli antaa kullekin puulajille keskimääräisen suhteellisen runkomuodon riippumatta puun pituudesta tai läpimitasta. Sen jälkeen hän rakensi puulajikohtaiset korjausyhtälöt, joilla matala-asteisia peruskäyrien kertoimia b_1, b_2 ja b_3 muutetaan s.e. runkokäyrä kulkee tunnetun 1.3 m läpimitan kautta pituudelle h, tavalla, joka on regressio-estimoitu suuresta puuaineistosta. Toiset korjausyhtälöt estimoitiin tilanteeseen, jossa puusta tunnetaan $d_{1.3}$, d_6 ja h.



Kuva 210. Kuusen runkokäyrät, kun puun d13 = 32 cm, d6 = 23 cm ja pituus 25.6 m. Yhtälöt korjaavat peruskäyrän kulkemaan annettujen pisteiden kautta.

HISTORIAA: Ennen koneellisen puunkorjuun yleistymistä puukaupat saattoivat monesti perustua pystymittaukseen (vaihtoehtona pinomitalle ja yksittäisten tukkipöllien mittaamiselle kuormauspaikalla). Leimikon puut siis mitattiin pystyyn ja tulokset muodostivat puukaupan kohteen ja hinnanmäärityksen. Tarkkuuden piti olla sovituissa rajoissa, +/- 4%. Jotta puutavaralajien arviointi onnistuisi, tarvittiin runkokäyrät, joilla saattoi laskea (arvioida) kullekin puulle rungonosien (tukkien ja kuitupöllien) tilavuudet. Pystymittaus toteutettiin niin, että kaikki leimikon puut luettiin (ja merkittiin värileimasimella), eli niistä arvioitiin puulaji, läpimitta rinnankorkeudelta ja runkolaji. Runkolaji oli joko normaali (tarkoitti sitä, että puun saattoi apteerata runkokäyrällä) tai poikkeava (puussa vikoja eikä siitä saa tukkeja, tai puussa oli leikko tai muu laatuvika tai -poikkeama). Leimikko jaettiin silmävaraisesti koepuualueisiin, joiden sisällä puusto oli samankaltaista s.e. puille saattoi ennustaa pituuden ja d6-läpimitan mittaamalla sen vain osasta puita, ja laatimalla mittauksista pituus- ja d6-mallit, joilla saatiin ennusteet pelkän rinnankorkeusläpimitan avulla niille lukupuille, joista h ja d6 tunnuksia ei mitattu. Poikkeaville puille käyttöosan jako puutavaralajeihin tehtiin ”apteeraamalla puu pystyyn” Nisulan pölkyttäjällä (Kuva 211), joka on yksinkertainen viivottimen kaltainen mittalaite, jonka asteikko noudattaa keskimääräisen runkokäyrän (puun tilavuuden) integraalia tyveltä latvaan, eli kun pölkyttäjällä tähtäsi puuta, saattoi arvioida, mikä osuus tilavuudesta siirtyi esimerkiksi tukkipuusta leikoksi (hukkaa). Pystymittaryhmä saattoi olla 2- tai 3-henkinen, ja koska koepuiden valinta sekä pituuden ja d6-läpimitan mittaaminen veivät helposti muutaman minuutin per koepuu, olivat mittauskustannukset otaksuttavasti useita euroja per kuutiometri nykyrahassa mitattuna. Koneellistettu korjuu yleistyi 90-luvun alussa valtamenetelmäksi, ja pystymittaryhmät katosivat metsistä, mutta hyvät runkokäyrämallit jäivät elämään.

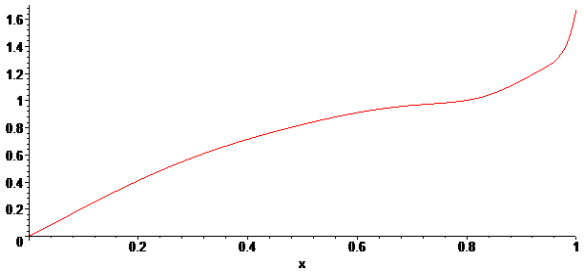


Kuva 211. Puun rungonosien tilavuuden arviointi Nisulan pölkyttäjällä. Viivainta pidetään kädessä pystyssä ja käsi ojennetaan suoraksi, jonka jälkeen haetaan etäisyys, jolla ”viivain on puun mittainen”. Asteikko kertoo tilavuuden kertymän syntypisteestä latvaan. Tässä esimerkissä kuolleiden oksien rungonosassa on 93-66% tilavuudesta eli 27%, kun taas elävän latvuksen sisällä olevassa rungonosassa on 7% tilavuudesta.

Runkokäyräesimerkki Maple ohjelmalla.

Syötetään ensin polynomi (rk), sitten annetaan kertoimille B1-B8 arvot ja piirretään suhteellisen läpimitan kuvaaja latvasta (x=0) tyvelle (x=1).

```
> rk:=B1*x+B2*x^2+B3*x^3+B4*x^5+B5*x^8+B6*x^13+
B7*x^21+B8*x^34;

> B1:=2.0646;B2:=0.9644;B3:=-5.3643;B4:=8.4354;
B5:=-11.1002;B6:=11.8042;B7:=-.8388;B8:=2.7065;

> plot(rk,x=0..1);
```



Syötetään puun tiedot: pituus ja läpimitta metreissä ja lasketaan 1.3 m vastaava suhteellinen korkeus:

```
> h:=20; d13:=.25; h13:=1-1.3/h;
```

```
h := 20
d13 := .25
h13 := .9350000000
```

Puun läpimitta 20% suhteellisella korkeudella (d08; 20.4 cm) saadaan sijoittamalla funktioon rk x:n arvoksi 1.3 metrin suhteellinen korkeus (h13) ja kertomalla saatu suhdeluku rinnankorkeusläpimitalla.

```
> d08:=1/subs(x=h13,rk)*d13;
                    .2042123574
```

Lasketaan seuraavaksi 4-metrisen tyvipöllin tilavuus. Pöllin alapää (kanto) on korkeudella 0.1 m ja yläpää 4.1 m syntypisteen yläpuolella. Integroimisrajat suhteellisina korkeuksina:

```
> alaraja:= 1-0.1/h; ylaraja:=1-4.1/h;
                    alaraja := .9950000000
                    ylaraja := .7950000000
```

Runkokäyrän integraali, rk*d08 antaa läpimitan (d) kaikilla korkeuksilla. Pi/4*d^2 antaa poikkileikkausalan, pituus h skaalaa funktion:

```
vol:=h*Pi/4*int((rk*d08)^2,x=ylaraja..alaraja);
                    vol := .05729171715 Pi
```

Jotta symbolinen vastaus muuttuisi reaaliluvuksi, kutsutaan evalf() funktiota, ja pyydetään vastaus neljällä merkitsevällä luvulla:

```
> evalf(vol,4);
                         .1800
```

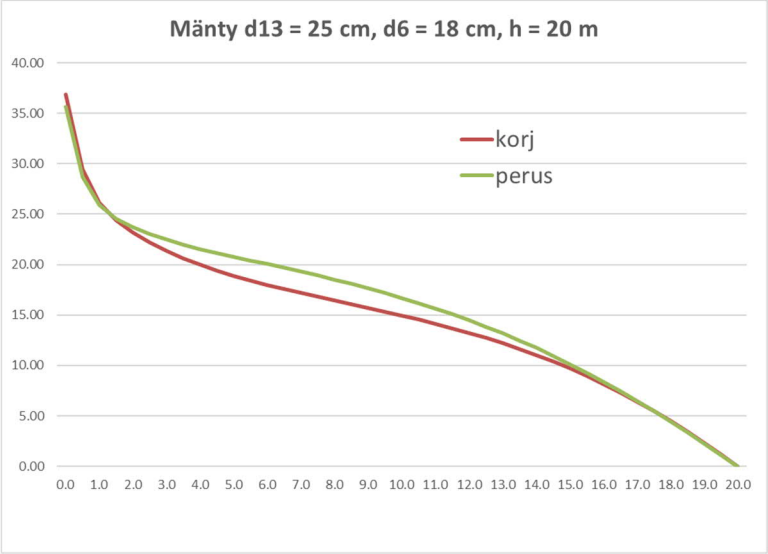
Tyvipöllin tilavuus oli siis 0.18 m3 eli 180 litraa. Koko rungon tilavuus laskentaan välillä 0...1:

```
> vol:=evalf(h*Pi/4*int((rk*d08)^2,x=0..1),4);
                          .4474
```

Tilavuus on 447 litraa ja likimääräiskaavalla $v = 0.5 \times g_{1.3} \times h$ saadaan arvioksi 490 litraa. Likimääräiskaavan muotoluku 0.5 on siis yliarvio tässä tapauksessa.

```
> vol:=evalf(0.5*(Pi/4*d13^2)*h,4);
                        vol := .4908
```

Runkokäyrien käyttö on suoraviivaista, jos käytetään vain peruskäyrää, kuten edellä olleessa esimerkissä, jossa ei laskettu tarkennuksia kertoimiin b1, b2 ja b3. Excel-työkirjassa Mannyn_apteeraus.xlsx ne on implementoitu:



Kuva 212. Peruskäyrän kulku puulle, jonka d13 = 25 cm ja pituus 20 m sekä korjattu runkokäyrä. Korjauksessa on hyödynnetty kaikkia kolmea mitattua muuttujaa d13, d6 ja h. Huomaa, että punainen käyrä asettuu arvoon d6 = 18 cm, eli kulkee mitatun d6-havainnon kautta.

Puiden runkomuodosta on hyvä muistaa mm. että

- Puun alin 10% muodostaa 25% koko rungon tilavuudesta.
- Puoliväliin runkoa on kertynyt jo noin 80% tilavuudesta
- Latvaosassa tilavuus on pieni, reilusti alle 1% koko tilavuudesta sijaitsee ylimmässä 10% runkoa.

Lasketaan tilavuuden osuus (24.8%) alimmassa 10% osassa runkoa:

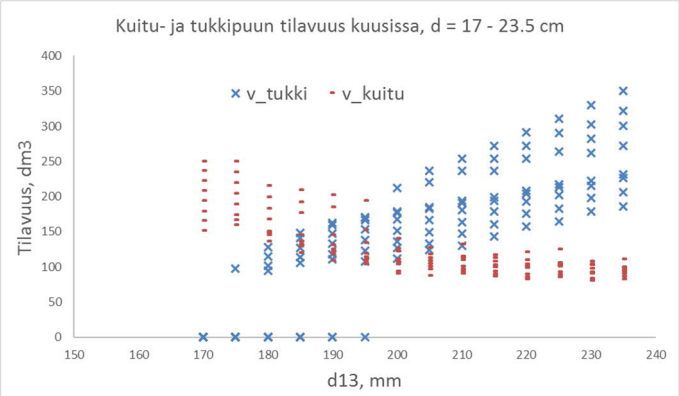
```
vtot:=(h*Pi/4*int((rk*d08)^2,x=1..0));
                    vtot := -.1423889894 Pi
```

Alin 10% integrointiväli (x = 1.0..0.9)

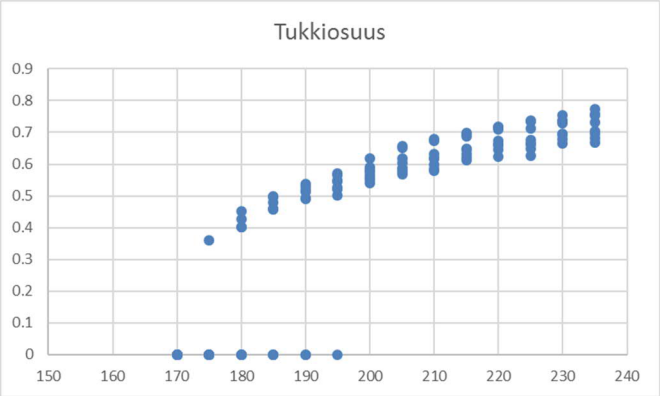
```
vsuht:=evalf(h*Pi/4*int((rk*d08)^2,x=1.0..0.9)/vtot
*100,3);
                      vsuht := 24.8
```

Runkokäyrän avulla voidaan laskea arvioita rungon arvolle, vaikka puutavaralajien mittavaatimukset muuttuisivatkin, käyttäen jotain pölkytysalgoritmia, joka apteeraa matemaattisesti puun runkokäyrän avulla, eli hakee esim. sellaisen sallitun tukki- ja kuitupöllikombinaation (rungon teoreettisen katkonnan), joka esim. maksimoi rungon arvon. Puutavaralajin mittavaatimukset voivat koskea niin pöllien sallittuja pituuksia kuin läpimittojakin. Runkokäyräpolynomilta saa suoraan läpimitan (y-muuttuja) jollekin korkeudelle (x), mutta käänteiseen suuntaan kulku vaatii iteratiivisen ratkaisun, siis kun tarvitsee tietää, millä korkeudella (x) vallitsee tietty läpimitta (y). Jotta tämä taas onnistuu yksikäsitteisesti, on huolehdittava, että käyrä laskee monotonisesti, eikä sama läpimitta voi esiintyä usealla korkeudella.

Kuva 213 näyttää, kuinka runkolaji muuttuu laskennallisesti runkokäyrää ja pölkytysalgoritmia käyttäen. Puut, joiden läpimitta oli 17 cm ja pituus vaihteli välillä 14-21 m eivät tuottaneet yhtään tukkipölkkyä. Kun d13 oli 17.5 cm ja puu oli 21 m pitkä, sai siitä tukin, Kahden tukin runkoja ilmaantuu kun d13 on 20 cm ja puu on 21 m pitkä. Läpimitan kasvaessa tukkiosuus nousee pykälittäin, kun rungosta saa ensin yhden, sitten kaksi jne. tukkipölkkyä. Kuidun osuus laskee nopeasti alle 20% kokonaistilavuudesta suurilla kahden tai useamman tukin puilla.



Kuva 213. Pölkytysalgoritmille annettiin d13 ja h arvoja, s.e. d13 vaihteli 5 mm välein 17 ja 23.5 cm välillä ja pituus sain arvoja 14...21 m. Laskenta tehtiin kuusen runkokäyrillä. Sallittuja tukin pituuksia olivat 37-61 dm, 3 dm välein, ja minimilatvaläpimitta tukille 15 cm ja kuitupölkylle 7 cm



Kuva 214. Yllä olevan kuvan puiden tukki-osuus d13:n eli rinnankorkeusläpimitan funktiona .

5.2.5 Tilavuusyhtälöt

Pystypuun runkotilavuuden ennustamiseksi on olemassa myös tilavuusyhtälöitä. Alla männyn, kuusen ja koivun tilavuusyhtälöt Maple-formaatissa, kun tunnetaan d13, (d13, h) tai (d13, d6 ja h). Läpimitat syötetään senteissä, pituus metreissä ja tilavuus saadaan litroina. Mitä enemmän käytössä on selittäjiä, sitä tarkempia saadut estimaatit ovat. Suhteelliset RMSE-tarkkuudet ovat noin 17%, 9% ja 4%, kun selittäjät ovat edellä mainitut kolme ryhmää.

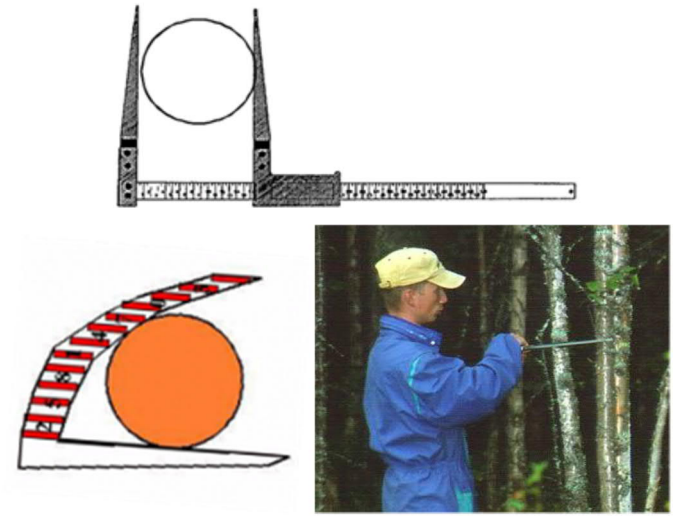
Suhteellinen RMSE on mallin ”tuoteseloste”. Jos yhden selittäjän mallilla saa puun tilavuudeksi 1000 litraa eli 1 m3, on estimaatin 67%:n luottamusväli 830...1170 litraa eli 1000 litraa ± 170 litraa. Jos taas on käyttänyt kahta selittäjää, eli d13 ja h on mitattu tarkasti, on luottamusväli 910...1090 litraa. Edelleen, jos vielä d6 on mitattu, ja malli antaa tulokseksi 1000 litraa, on kyseisen estimaatin luottamusväli 960...1040 litraa.

```
Restart; d:=20; d6:=16; h=18;

v:=exp(-5.22553+ 3.434904*ln(2+1.25*d)-0.03526*d);
v:=exp(-5.39934 + 3.464680*ln(2+1.25*d)-0.0273199*d);
v:=exp(-5.41948 + 3.5763*ln(2+1.25*d)-0.03955855*d);

v:=.036089*(d^2.01395)*(0.99676^d)*(h^2.07025)*((h-1.3)^(-1.07209));
v:= 0.022927*(d^1.91505)*(0.99146^d)*(h^2.82541)*((h-1.3)^(-1.53547));
v:= 0.011197*(d^2.10253)*(0.986^d)*(h^3.98519)*((h-1.3)^(-2.659));

v:= 0.268621*d^2 - 0.0145543* d^2*h - 0.0000478628* d^3*h + 0.000334101* d^2 *h^2 + 0.0973148* (d^2 + d*
d6 + d6^2) + 0.0440716* d6^2 *(h-6) ;
v:= 0.208043*d^2-0.000114406*d^3*h +0.000436781*d^2*h^2+ 0.133947*(d^2+d*d6+d6^2)-
0.0149567*d^2*h+0.0374599*d6^2*(h-6);
v:= 0.226547*d^2 - 0.000122258*d^3*h + 0.000438033*d^2*h^2 + 0.099162*(d^2+d*d6+d6^2)-
0.0104691*d^2*h+0.0334836*d6^2*(h-6);
```

5.3 Puutunnusten mittaaminen

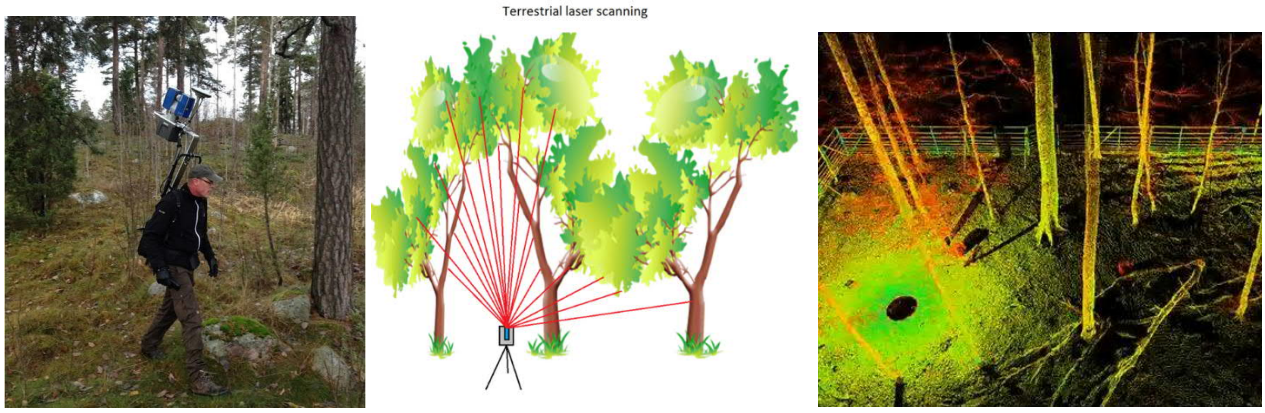
5.3.1 Rungon läpimitta tai ympärysmitta

Rungon läpimitta tai ympärysmitta mitataan aina joltain korkeudelta syntypisteestä katsottuna. Mittasakset ovat yksinkertainen mittaväline (Kuva 215). Mitatessa huolehditaan, että ne ovat oikealla korkeudella, kohtisuorassa runkoon nähden, ja oikeassa ilmansuunnassa, mikäli mittaussuunnalla on merkitystä - esim. puu tullaan mittaamaan joskus uudelleen. Mittasaksia on analogisia, ja niissä lukema luetaan mitta-asteikolta sekä digitaalisia, joissa lukema saadaan joko näytölle ja/tai suoraan tiedonkeruulaitteeseen. Lukematarkkuus on yleensä millimetri. Kaulain (Kuva 215) on nopea mittaväline, kun tyydytään cm-luokan tarkkuuteen, mikä on aivan riittävä, ellei kyseessä ole pysyvä mittapaikka, jossa puiden runkojen kehitystä on tarkoitus seurata pidempään tai muuten ei tarvita mm-tarkkuutta. Kuuden metrin läpimitta (d6) mitataan joko tikkaiden avulla tai kiinnittämällä kaulain 5 metrin pituiseen (alumiini)varteen (*yläkaulain*). Läpimittaeroa 1.3 m ja 6 m välillä kutsutaan kapenemiseksi. Tallmeter on mittanauha, jonka cm-asteikkoa on ”venytetty piillä kertoen”, jolloin mittanauhalta ympärysmitta muuttuu suoraan läpimitaksi senttimetreinä. Läpimitta voidaan tarkkuutta vaativissa töissä mitata useammasta suunnasta, esim. ristiin (ristimitta), kiertäen puuta 90 astetta mittausten välillä. Uudet mittavälineet kuten käsiskannerit voivat tulla kyseeseen aivan lähitulevaisuudessa.

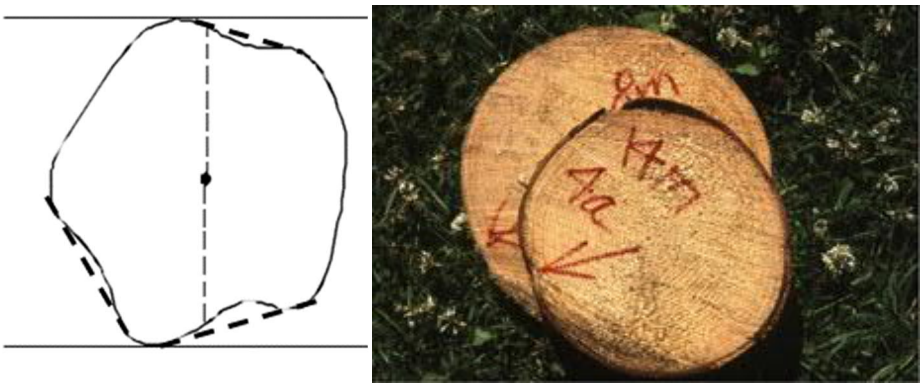


Kuva 215. Mittasakset, kaulain ja läpimitan mittaus saksilla.

Maastolaserkeilaimella voidaan olosuhteisen salliessa (näkyvyys, tyyni sää) tuottaa rungoista pistepilviä ja saada tarkka käsitys rungon muodosta tutkimustarkoituksiin[56]. Tulevaisuudessa voi esim. olla mahdollista, että 1.3 m korkeudella metsässä eteneviin lennokkeihin asennetut laserkeilaimet tuottavat puukartan ja puiden puulaji- ja läpimittatiedot. Nyt jo tehdään kokeiluja mönkijöihin ja reppuihin asennetuilla keilaimilla (Kuva 216).



Kuva 216. Reppulasaerkeilain. GNSS-vastaanotin ja inertiaalisensorit huolehtivat karkeasta paikannuksesta, joka jälkilaskennassa tarkentuu, kun reitin eri paikoista näkyneet samat kohteet sovitetaan yhteen korjaamalla reittiä. Laserscanning.fi (CoE in laser scanning reserach, http://wiki.awf.forst.uni-goettingen.de)



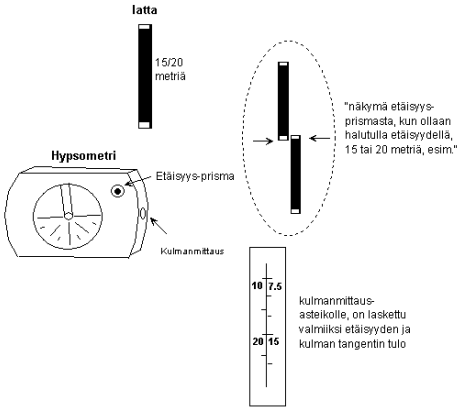
Kuva 217. Vasen: Läpimitan mittaus kahden samansuuntaisen janan etäisyytenä (mittasakset ja kaulain). Epäpyöreys vaikuttaa tuloksiin, kun mittaussuunta vaihtuu. Ympärysmitta (Tallmeter) mittaa konveksin (kuperan) piirin. Oikea: runkoanalyysikiekkoja, jotka on sahattu 8 ja 14 m korkeudelta runkoa (syntypisteestä lähtien).

[56] http://128.197.168.195/wp-content/uploads/2016/07/liang_2011.pdf

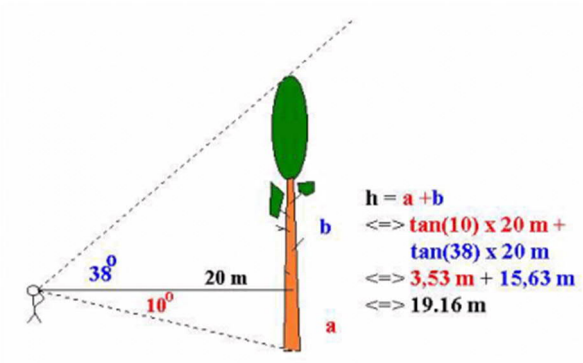
5.3.2 Pituus

Puun pituus mitataan (pystyyn) yleensä kulmahavaintojen avulla olettaen, että puu kasvaa pystysuorassa (Kuva 219). Puusta hakeudutaan tarpeeksi kauas paikkaan, josta sekä latva että tyvi näkyvät. Silmä muodostaa kahden suorakulmaisen kolmion yhteisen kulman. Vaakaetäisyys silmästä puun runkoon pitää tuntea, joten se mitataan esim. mittanauhalla tai laseretäisyysmittarilla. Pystykulmamittarilla tähdätään sekä latvaan että tyveen (syntypisteeseen). Kertomalla etäisyys kulman tangentilla, saadaan vastaisen kateetin pituus. Saadut korkeuslukemat summataan tai vähennetään toisistaan sen mukaan, oliko silmä syntypisteen ylä- vai alapuolella. Hypsometri on kulmamittari, jonka asteikolle on laskettu korkeusero = tan(kulma) × vaakaetäisyys –lukuja, yleensä kaksi rinnakkain, toinen 15 m ja toinen 20 m etäisyydelle. Hypsometriin kuuluu ns. latta, joka on musta kappale, jonka päissä on valkoiset mittamerkit. Se kiinnitetään runkoon ajatellulle silmänkorkeudelle s.e. se näkyy mittauspisteestä. Hypsometrissä on prisma, josta lattaa tähdätään, ja prisma taittaa kuvan latasta erityisellä tavalla, kun etäisyys 15 tai 20 m toteutuu. Toinen vaihtoehto on käyttää esim. 20 metrin metsurinmittaa. Tällöin mittausetäisyyden voi valita vapaammin. Esim. jos jää 10 m etäisyydelle mittaamaan ja käyttää 20 m asteikkoa hypsometrissä, voi saadun pituuden jakaa kahdella. 7.5 m etäisyys 15 m asteikolla tuottaa saman relaation. Jos pituuden laskee vasta ”toimistolla”, tarvitsee kirjata sekä vapaa mittausetäisyys että saadut lukemat (kulmat) 15 tai 20 m asteikolla. Hypsometrillä on mahdollisuus päästä 0.3-0.7 m RMSE tarkkuuteen isoilla puilla.

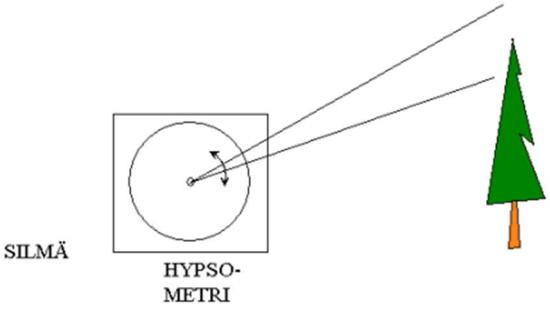
Elektronisissa pituusmittareissa laite mittaa kulman, kun käyttäjä ”painaa liipaisinta” latvaa tähdätessään. Etäisyys saadaan joko laserilla tai ”ultraäänitutkalla”, jossa tapauksessa puuhun kiinnitetään ensin transponderi. Lasermittauksen ongelma on maaston peitteisyys. Lasersäde antaa helposti kaiun oksasta ennen runkoa, jolloin pituuden aliarvioituvat helposti etäisyyden tultua aliarvioiduksi. Laserin valaisema piste on myös vaikea havaita kirkkaalla säällä ilman erikoislaseja. Pituus voidaan mitata myös vertailutangolla tai teleskooppisella varrella, jonka sisällä kulkee mittanauha, jonka lukeman mittaaja näkee. Varren pituus voi olla jopa 10 m ja ne ovat erityistä huolellisuutta vaativia voimalinjojen muodostaman vaaran takia. Pituus voi olla vaikea tunnus mitattavaksi, kun latvusto on sulkeutunutta. Puiden ja puuston pituuden mittaaminen on helpottunut ilmalaserkeilauksen myötä, sillä laite antaa pisteitä niin latvustosta kuin maan pinnalta.



Kuva 218. Hypsometrin osat ja toimintaperiaate.



Kuva 219. Pituus saadaan kahdesta kulma- ja yhdestä vaakaetäisyyshavainnosta, kun puu seisoo pystysuorassa. Tässä silmäntaso on tyven yläpuolella.

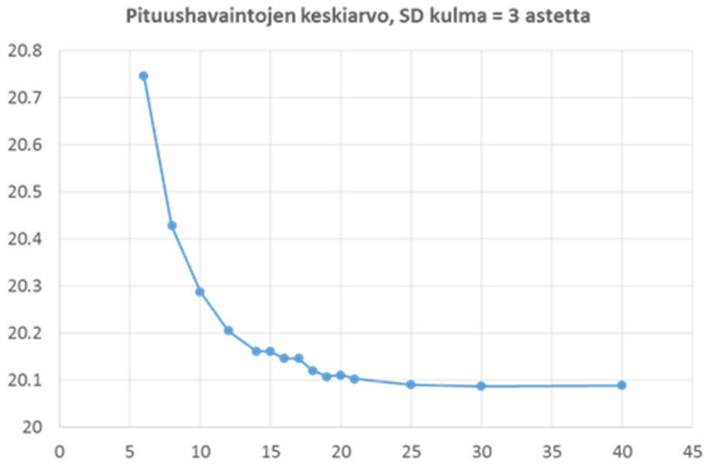


Kuva 220. Tähdättäessä latvaan ja tyvelle havaitaan pystykulmia, ja koska laite heiluu kädessä syntyy niihin pieniä havaintovirheitä, joiden vaikutus pituusarvioon ei ole symmetrinen.

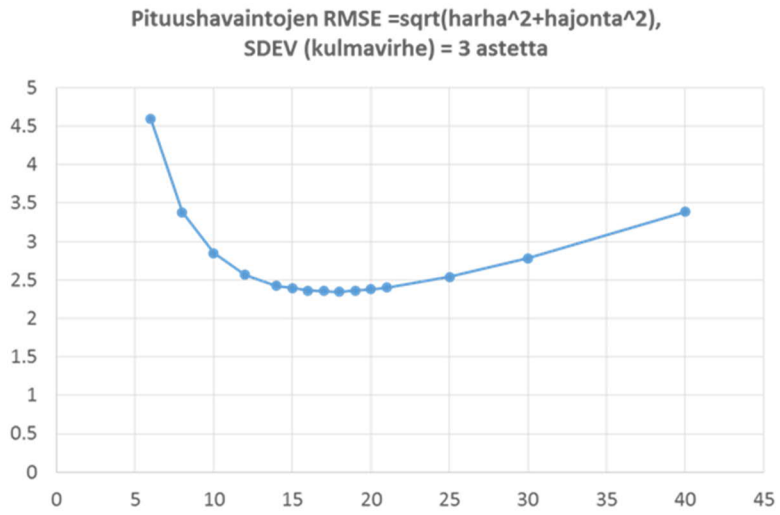


Kuva 221. Pituusmittaus hypsometrillä. Vasen: etäisyys puuhun mitattu metsurinmitalla, tähtäys latvaan käynnissä. Oikea: Etäisyyden mittaus latan avulla, jota tarkastellaan hypsometrin prisman läpi.

Oikea mittausetäisyys hypsometrille? Hypsometriä käytettäessä hakeudutaan tarvittavalle etäisyydelle, josta sekä latva (tai oksaraja tmv. haluttu korkeus) että tyvi näkyvät. Jos etäisyys mitataan väärin, esim. arvoon 20 m, kun se todellisuudessa latvaan tähdättäessä olikin 19 m, on saatu tulos pituudelle yliarvio. Kulmanmittauksessa tulee aina pieniä virheitä, koska kulma-asteikko heilun käden tärinän mukana, ja tuulikin saattaa heiluttaa latvaa. Pituus saadaan kaavalla h = etäisyys × tan(*a*), missä a on hypsometrillä (mittalaitteella) havaittu kulma. Jos kyseessä on 20 m pitkä puu, ja siitä hakeudutaan 20 m etäisyydelle, näkyy latva 45 asteen kulmassa, jos silmä on tyven korkeudella. Pituus kannattaa mitata tarpeeksi kaukaa, muttei kuitenkaan liian kaukaa, koska kulmahavaintojen virheiden vaikutus alkaa jälleen kasvaa tietyn etäisyyden jälkeen, samalla kun mittaamiseen alkaa kulua lisää aikaa (Kuva 222).



Kuva 222. Tapaus, jossa 20 metristä puuta mitataan hypsometrillä 20 m etäisyydeltä. Jos hypsometri tärisee kädessä s.e. saadut kulmalukemat vaihtelevat oikean arvon, tässä 45 astetta, molemmin puolin tasaisesti (normaalijakauma, 3 asteen keskihajonta), jää tuloksiin aina harhaa (systemaattista virhettä), koska itseisarvoltaan saman suuruisilla negatiivisilla ja positiivisilla kulmavirheillä on erilainen vaikutus tan(a) arvoon. Harha kasvaa suureksi, jos puuta mitataan kovin läheltä. Kokeile itse, laske tan(47°) ja tan(43°) arvot kun tan(45°)=1.

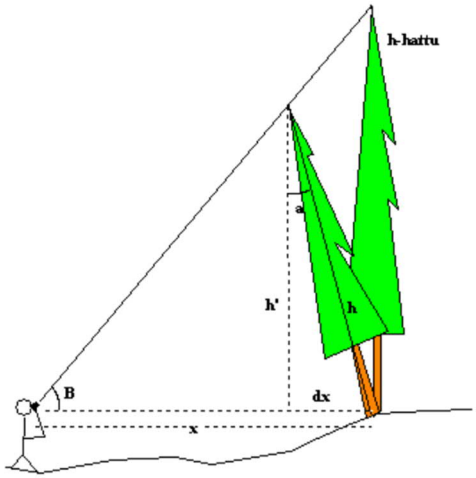


Kuva 223. Tapaus, jossa 20 metristä puuta mitataan hypsometrillä 20 m etäisyydeltä. Harhaa ja hajontaa mittaava RMSE minimoituu, kun 20-metristä puuta tarkastellaan 16-18 m etäisyydeltä. Hyvä peukalosääntö on mitata puu 75-90% etäisyydeltä otaksutusta pituudesta.

Hypsometrillä voi mitata mitä tahansa korkeuksia rungolta. Näitä voivat olla esim. elävän latvuksen alarajan korkeus, kuivaoksaraja, rungon haarautumiskorkeus, linnunpesän korkeus maasta jne. Hypsometrillä voi tehdä pieniä ja isoja, satunnaisia ja systemaattisia virheitä, jotka johtuvat: käden tärinästä, väärin luetusta lukemasta (väärä asteikko 15/20 m hypsometrissa), laskuvirheestä (tyvi- ja latvalukeman yhteenlasku hypsometria käytettäessä), etäisyyden mittausvirheestä, väärän puun latvan havaitsemisesta tai puun vinoudesta (puun korkeus vs. puun pituus). Taustalla oleva kaava silmän_korkeusero = tan(kulma) × vaakaetäisyys on syytä muistaa virheiden vaikutuksen ymmärtämiseksi.



Kuva 224. Pihtakuusia, lehtikuusi ja metsäkuusi.



5.3.3 Latvuksen leveys

Latvuksen leveyden voi arvioida Kajanuksen putkella, joka on eräänlainen periskooppi, n. 30 cm pitkä putki, jonka yläpäässä on akseloidut kahvat, jotka ovat kiinni kehässä, joka on akseloitu (kohtisuorassa suunnassa) sisempään kehään, johon itse putki on kiinnitetty. Rakenteen ansiosta, kahvoista pideltäessä putki asettuu aina pystysuoraan. Putken alapäässä on katseluaukko, josta näkyy 90 astetta taittavan peilin kautta ”maisema putken läpi, suoraan ylös”. Putken yläpään lasissa on risti tähtäystä varten. Putkeen voi kiinnittää luotilangan, jolloin putken (ylhäällä olevan kohteen) sijainti maanpinnalla määräytyy paremmin. Putkella voi tarkastella latvuksen ääriviivoja ja hahmotella ja merkitä projektion maanpinnalle mittauksia varten.

5.3.4 Puun pituuskasvu

Pituuskasvun kertamittaaminen on mahdollista havupuilla, jos oksakiehkurat ovat selkeitä. Niitä katsellaan kiikareilla (paitsi taimia), joissa on kiinteä avautumiskulma (suurennussuhde). Mittausperiaate on käytännössä sama kuin hypsometrillä, mutta kiikareilla havaintaan kulmaeroa nykyisen latvan ja esim. 5 vuotta sitten olleen latvan välillä (viides kiehkura alaspäin). Kiikarista näkyy asteikko, josta kulmaero luetaan. Kasvukiikareita käytettäessä tarvitaan siksi myös hypsometri (kiikareiden korkeusasema tyveen nähden) ja etäisyysmittaus (kuinka kaukaa puuta katsellaan). Pituuskasvu voidaan mitata myös toistamalla pituusmittaukset kahtena ajankohtana. Jos puu on kasvanut esim. viidessä vuodessa metrin pituutta (20 m ... 21 m), voivat saadut arviot pituuskasvusta vaihdella melko paljon, sillä pituusmittausten virheiden keskihajonta on yleensä vähintään 0.3 m. Eli todelliset pituudet 20 m ja 21 m saadaan 68% tapauksissa +/- 0.3 m oikeasta tuloksesta eri ajankohtina. Pituushavaintojen erotuksena saatu kasvulukeman hajonta lasketaan esim. kahden riippumattoman satunnaisluvun summan (tai erotuksen) keskihajonnan kaavalla neliöjuuri ($0.3^2+0.3^2$) = 0.42 m. Tällöin tulokset pituuskasvulle vaihtelevat käytännössä vaihtelevat välillä 0–2 m, ja 68% estimaateista mahtuu välille 0.58–1.42 m ja 95% välille 0.1–1.84 m (95% luottamusväli on noin kaksi keskihajontaa). Pituuskasvun johtaminen pituusmittausten erotuksena ei siis ole kovin tarkkaa lyhyelle kasvujaksolle.



Kuva 225. Havupuiden pituuskasvun voi auttavasti pystyä määrittämään kiikareilla, jolloin latvasta hahmotetaan kasvujakson vuosikasvaimet.

5.3.5 Rungon paksuus- ja pohjapinta-alan kasvu

Rungon paksuuskasvu (sädekasvu, läpimitan kasvu, pohjapinta-alan kasvu) voidaan sekin joko kerta- tai toistomitata. Puu jättää vuotuisen jäljet vuosilustoihin, joissa erottuvat kevät- ja kesäpuu. Lehtipuilla ne eivät erotu selvästi, ja niitä mitattaessa joudutaan joko käyttämään näkyvöittäviä kemikaaleja tai viemään näyte mikroskopoitavaksi. Puusta voidaan ottaa vuosilustonäyte erityisellä kairalla, joka on ontto putki, jonka kärki on teroitettu (kuten taltassa) ja kärjen ulkopinnassa on lyhyet kierteet. Kaira painetaan kuoren läpi s.e. kärki ottaa kiinni puuainekseen, jonka jälkeen se kierretään puuhun. Alussa tulee olla huolellinen, jotta putkeen leikkautuva pyöreä lastu (vrt. taltta) ei katkea. Kairalla tähdätään kohti rungon poikkileikkauksen keskipistettä (rungon keskelle), jotta siitä voi mitata rungon poikkileikkauksen säteen kasvun kairaussuunnassa. Kasvukausi alkaa noin toukokuussa ja päättyy elokuussa (vaihtelee puulajeittain, maantieteellisesti, sääolojen mukaan), jona aikana viimeisen vuosiluston kehitys on kesken. Kairauksia voi tehdä useammasta suunnasta tulosten tarkentamiseksi, mutta kairaus lisää riskiä sieni-infektioille. On tärkeä huomata, että kairaamalla saadaan kuorettoman läpimitan puolikkaan (huom. sädekasvu, läpimitta on 2×säde, kun puun poikkileikkaus oletetaan ympyrän muotoiseksi) kasvun. Puun kuoren paksuus lisääntyy yleensä puun vanhetessa, joten todellinen kuoren päällinen lpm-kasvu voidaan mitata vain toistomittaamalla puu eli mitataan puu kerran ja palataan mittaamaan se uudelleen. Ongelmaksi muodostu tällöin mittaussuunnan ja mittauskorkeuden vakioiminen eri ajankohtien välillä. Sama puukin pitäisi vielä löytää, kun paikalle palataan uudelleen. Rungot voivat joskus olla varsin epäpyöreitä, jolloin pienikin poikkeama mittaussuunnassa voi pilata lyhyen ajanjakson millimetritason lpm-kasvun mittauksen. Tutkimusmetsissä maalataankin tästä syystä runkoihin pienet merkit (jos mahdollista, ei silloin, kun kyseessä on seurantakoeala, joka halutaan pitää omistajalta salassa, esim. Valtakunnan metsien inventoinnissa), jotka kertovat 1.3 m korkeuden ja mittaussuunnan. Joskus puihin maalataan myös numerot, ellei puun löytyminen uudelleen perustu puukarttaan. Jos aikaa on kulunut 5 vuotta ja todellinen läpimitta on kasvanut 1 cm arvosta 20 cm arvoon 21 cm, on vuotuinen sädekasvu (i_r) = 1 mm/a ja vuotuinen läpimitan kasvu (i_d) = 2 mm/a. Pohjapinta-alan kasvu (i_g) viidelle vuodelle lasketaan kaavalla

$$i_g = \frac{\pi}{4}(21^2 - 20^2) = 32\ cm^2$$

Samoin kuin pituuskasvun toistomittauksissa huomattiin, voi toistomittausten tuloksen erotuksena saatu lpm-kasvu ”peittyä” eri ajankohtien lpm-havaintojen mittausvirheisiin.

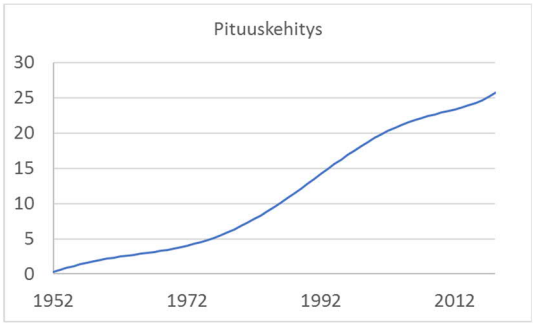
5.3.6 Runkoanalyysi

Jos rungon kehitys halutaan selvittää mahdollisimman tarkasti, ja puun kaataminen on mahdollista (destruktiivinen näytteenotto), voidaan vuosilustonäytteet ottaa täydellisinä, ”tallennettuina” kiekkoihin, joita sahataan puusta halutuilta korkeuksilta. Jos kiekkoja sahataan paljon, pystytään puun historiallinen kehitys rekonstruoimaan tarkasti, joskin jälleen vain ”kuorettoman rungon” osalta. Kyseessä on tällöin runkoanalyysi. Jokaisesta kiekosta voidaan laskea vuosilustot ajassa taaksepäin, ja sisimmäinen lusto kertoo vuoden, jolloin puun latvakasvain oli tällä korkeudella (joku sen osa, oletus = kasvaimen keskikohta). Metriä ylempää sahattu kiekko antaa ajankohdan (kasvukauden, vuoden), jossa ”latvakas-

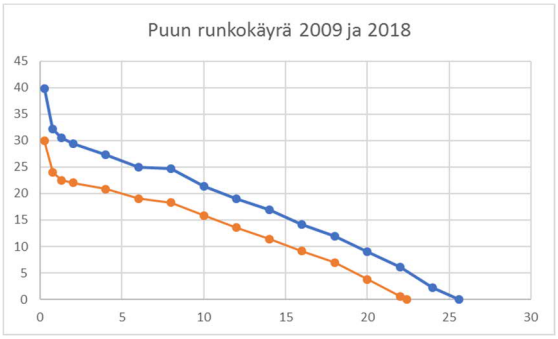
vain huiteli", kun ollaan metriä korkeammalla. Näin voidaan rekonstruoida (interpoloida) puun pituuskehitys noin puolet vuotuisesta pituuskasvusta -tarkkuudella.



Kuva 226. Runkoanalyysikiekkoja. Kuusen kiekosta erottuu sydän- ja mantopuun raja selvänä.



Kuva 227. Erään v. 2018 kaadettaessa 67-vuotiaan metsäkuusen pituuskasvukehitys ratkaistuna vuosilustojen lukumäärästä eri korkeuksilta otetusta puukiekoista.



Kuva 228. Erään mittaushetkellä 67-vuotiaan kuusen kuorettomat runkokäyrät mittaushetkellä ja 9 kasvukautta aiemmin. Kiekkoja on sahattu 0.22, 0.75, 1.3, 2, 4,6, 9,..., 22 ja 24 metrin korkeudelta. Vuoden 2009 lustoa ei enää näkynyt 24 metrin kiekossa.

Rungon kuorettomat läpimitat tietyssä mittaussuunnassa (kiekkoihin merkitään suunta, kun se katkaistaan rungosta, epäpyöreyden aiheuttaminen erojen eliminoimiseksi) voidaan määrittää mittaamalla lustoista puun vuotuinen (tai 5 vuoden välein) läpimitta esim. elektronisella työntömitalla tai mikroskoopilla. Samalla voidaan määrittää sydänpuun läpimitat mittaushetkellä. Näin saadaan havaintoja puun (kuoreton, kuoren alla) runkokäyrästä eri ajankohdille ja voidaan laskea runkoa koskevia tunnuksia eri ajankohtiin kuten läpimitan ja pohjapinta-alan kasvu, tilavuus ja muotoluku (Kuva 228). Nykyhetkelle voidaan laskea sydänpuun tilavuus (runkokäyrä) sekä kuorellisen puun tunnukset ja runkokäyrä, onhan kuori mukana sahatuissa kiekoissa.

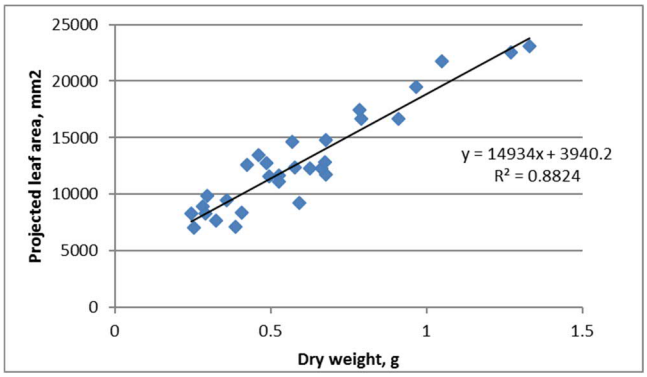


5.3.7 Kuori

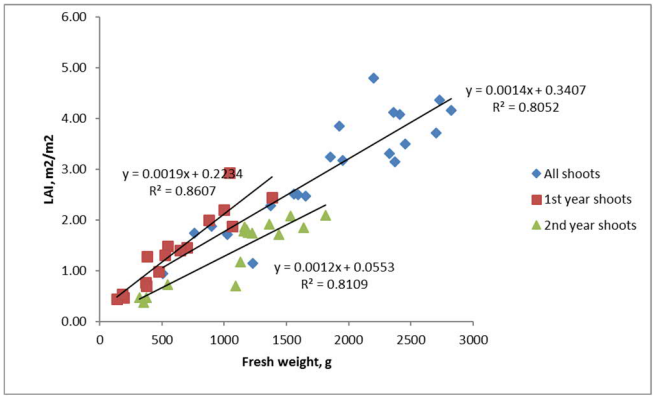
Kuoren paksuuden mittaus pystypuusta perustuu siihen, että kuori ja nila ovat puuainetta pehmeämpi, jolloin puuhun voi iskeä erityisen ”taltan”, joka pysähtyy tälle rajalle, ja työntymästä voi arvioida kuoren paksuuden, joka vaihtelee muutamista millimetreistä useisiin senttimetreihin (vanhat männyt, lehtikuuset). Kuori ei yleensä jää ehjäksi kairatessa, joten kairanlastusta sitä ei varmuudella pysty mittaamaan. Kuoren paksuus (B), on tarpeen, kun määritetään puun pohjapinta-alan ja tilavuuden kasvua kairaamalla saadusta kuorettoman läpimitan kasvusta. Tällöin saatetaan otaksua, että kuoren paksuus aiempana ajankohtana oli sama kuin mittaushetkellä tai, että kuorettoman ja kuorellisen läpimitan suhde pysyi vakiona. Kuoren osuus puun runkotilavuudesta voi olla merkittävä. Yksinkertaistaen: jos mänty on läpimitaltaan 30 cm ja pituus on 25 m, voidaan karkeasti ajatella, että kuoreton runko on läpimitaltaan 28 cm paksu, sillä männyn kuoren paksuus on usein 10 mm tai enemmän tämän kokoisilla puilla. Tutulla kaavalla v = fgh saadaan tilavuudeksi 883 ja 769 litraa ja kuoren osuudeksi 13% kuorellisesta tilavuudesta. Pienillä puilla suhde voi olla jopa 30%. Näitä osuuksia on mallinnettu ja on olemassa taulukoita, joilta arvon voi määrittää eri kokoisille eri puulajin puille. Aivan kuten sädekasvumittauksissa, tulee kuoren paksuutta mitattaessa huomioida, että saatu arvo tulee laskea kaksinkertaisena, kun lasketaan kuorettoman puun läpimittaa.

5.3.8 Lehtimassa ja –ala

Neulasmassa tai neulas/lehtiala on työläs mitata, mutta apuna voi käyttää otantaa. Puusta valitaan systemaattisesti koeoksia, joiden neulaset nypitään, tai annetaan kuivua ja ravistellaan. Tuore- ja kuivamassan suhde pitää kuitenkin selvittää samoin kuin neulasalan ja massan välinen suhde. Esim. eräässä tutkimuksessa haluttiin selvittää vadelmakasvustojen lehtialan vaikutusta laserkeilaimen mittaamaan valon takaisinsirontaan. Ensin selvitettiin lehtien tuoremassan ja lehti-alan välinen suhde (m2/kg) näytteestä lehtiä, jotka skannattiin ja pinta-alat mitattiin saaduista kuvista. Sama lehtierä oli punnittu hyvin tarkasti. Sen jälkeen maastossa mitattiin 1 m2 näytealoja, jonka kasvustot katkaistiin ja niistä riivittiin tuoreena lehdet punnitusta varten. Näytealojen sijainnit mitattiin cm-tarkalla GNSS-laitteella, ja näin saatiin luotua yhteys laserkeilaimen havaintojen ja toisaalta lehtialanäytteiden välille. Puiden kohdalla tämä on työlästä ja siksi tarvitaan otantaa, koeoksia ja versoja.



Kuva 229. vadelman lehden pinta-alan ja kuivamassa välinen suhde sekä 1. että 2. vuoden versoissa. Aineiston on mitannut MMT Aarne Hovi. 10000 mm2 vastaa 100 cm2 eli 10 x 10 cm pinta-alaa.



Kuva 230. Kun 1 m2 näytealan vadelman versot riivittiin, saatiin lehtien tuoremassat erikseen 1. ja 2. vuoden versoille (lehdet ovat rakenteeltaan erilaisia), ja pystyttiin yhdistämään kaukokartoituksella arvioitu (kasvustotunnus) lehtiala-indeksiruudusta riivittyjenlehtien tuoremassaan.

5.3.9 Puun ikä

Puun ikä on helppo määrittää ikäkairan lustonäytteestä. Biologisen iän määrittämiseen tarvitaan kairaus puun tyveltä. Rinnankorkeusikä kairataan 1.3 metrin korkeudelta. On olemassa taulukoita (malleja), joista voi arvioida 1.3 m korkeuden saavuttamiseen kuluneen ajan (ikälisäystaulukot). Viljelymetsissä ei ole ikävaihtelua paitsi luontaisesti syntyneiden puiden osalta. Havupuun taimen ikä saadaan oksakiehkuroista, mutta lehtipuiden iäksi oletetaan usein sama kuin havupuilla, sillä lehtipuiden kairaamista yleensä halutaan välttää lahottajien takia. Ikä kertoo puun ja puuston kehitysvaiheesta alaharvennuksin käsitellyissä metsiköissä, joiden uudistamisessa pyritään tasaikäiseen uuteen puusukupolveen. Esimerkiksi pituuskasvukehitys hidastuu merkittävästi yleensä n. 100 vuoden iällä, vaikka riippuen puulajista, puut (rungot) saattavatkin saavuttaa satojen vuosien kokonaisiän. Puiden rungot jatkavat kasvuaan, koska niiden on pakko, mutta puuston kasvu voi muuttua negatiiviseksi puiden vanhetessa, koska puita alkaa kuolla ja tämä ns. luonnonpoistuma lasketaan usein negatiiviseksi kasvuksi.

5.3.10 Biomassamittaukset

Biomassamittauksissa hankitaan siis tietoa runkopuun, kuoren, oksien, oksien kuoren, neulasten ja lehtien, epifyyttien jne. kuiva- ja tuoremassasta. Näitä ei useinkaan voi mitata suoraan puuta tuhoamatta. Välineitä ovat vaa'at ja kuivauskaapit.



Kuva 231. Männyn oksien tuoremassa punnistusta Hyytiälässä 2001 (kuva Markus Holopainen)

5.3.11 Puutunnusten johtaminen malleilla

Kaikkia (useimpia) puutunnuksia ei voi mitata suoraan, kuten edellä olevasta on käynyt ilmi, vaan tarvitaan malleja. Pohjapinta-alan (*g*) johtamiseksi tarvittu malli otaksui poikkileikkausalan olevan ympyrä, jolloin $g = \mathrm{pi}/4 \times d^2$. Estimoimiseen tarvitaan läpimitta, *d*.

Runkokäyrät ja tilavuusyhtälöt, jotka jo esiteltiin, ovat puutunnusten (läpimittoja, korkeuksia, tilavuuksia) estimointimalleja. Niissä tarvitaan tietoa puulajista, läpimitoista ja/tai puun pituudesta. Yksinkertaisin tilavuusyhtälö on $v = 0.5 \times g \times h$.

Ikälisäystaulukot, joilla korjataan rinnankorkeusikää ja vältetään kairaaminen ovat myös puutunnusmalleja. Niissä tarvitaan tietoa puulajista ja kasvupaikasta sekä maantieteellisestä sijainnista. Kuoren tilavuusosuutta ennustetaan malleilla, joissa selittäjiä ovat puulaji ja puun kokoa ilmaisevat puutunnukset.

Pituusmallit ovat yhtälöitä, joilla voi ennustaa puulle pituuden. Niitä on yleisiä ja metsikkökohtaisia. Yleisiä malleja käytettäessä tarvitaan tietoa (selittäjät) esim. kasvupaikan ominaisuuksista, puun läpimitasta, puuston iästä ja tiheydestä. Mallilla saa puille pituudet mittamatta yhdestäkään puusta pituutta. Taustalla on isoja aineistoja, joista mallien parametrit on estimoitu. Metsikkökohtaiset mallit laaditaan läpimitta-pituus –havainnoista, joita kerätään metsikön puista koepuiden avulla. Näslundin pituuskäyrä on eräs esimerkki.

5.3.12 Puutunnusten kasvu (kasvuun liittyvät käsitteet)

Absoluuttinen kasvu. Jos puun pituus on 18 m, on sen pituuden kokonaiskasvu 18 m. Samaisen puun maanpäällisen biomassan kokonais(brutto)kasvua ei voi mitata kaatamalla puuta, koska saadusta tuloksesta jää uupumaan poistuma (oksa, ja neulaskarike). Voimme havaita vain kokonaisnettokasvun.

Jos puu on viimeisten 5 v aikana kasvanut pituutta 0.8 m, on se menneen jakson pituuskasvu. Jos puu on 50-vuotias, on keskimääräinen vuotuinen pituuskasvu 18/50 = 36 cm. Keskimääräinen vuotuinen jakson pituuskasvu on 0.8/5 = 16 cm/v.

Suhteellinen kasvu (%). Suhteelliseen kasvuun tarvitaan vertailusuure. Jakson kasvu-% arvioitaessa jakajassa voi olla tunnuksen alku- (rabatti-%) tai loppuarvo (diskontto-%) tai näiden keskiarvo (keski-%).

$$p = \frac{100}{n}\frac{h_t - h_{t-n}}{h_{t-n}}$$

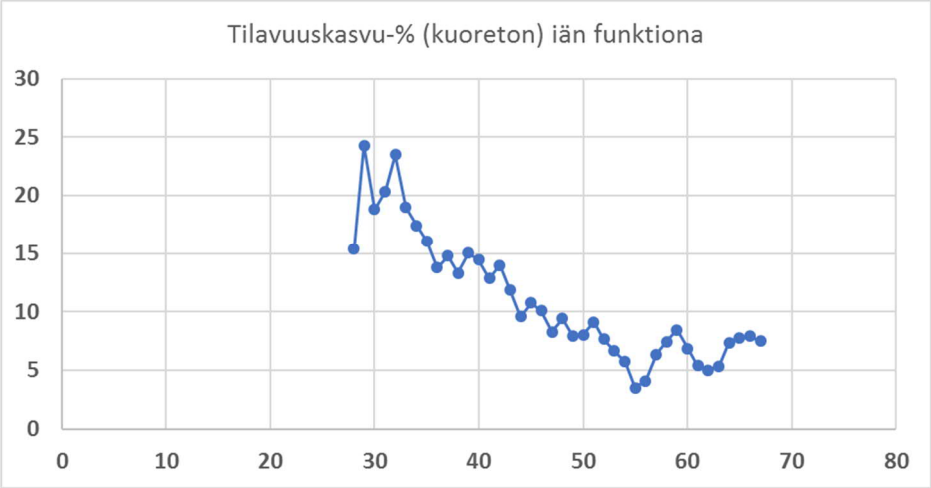
$$p = \frac{100}{n}\frac{h_t - h_{t-n}}{h_t}$$

$$p = \frac{200}{n}\frac{h_t - h_{t-n}}{h_t + h_{t-n}}$$

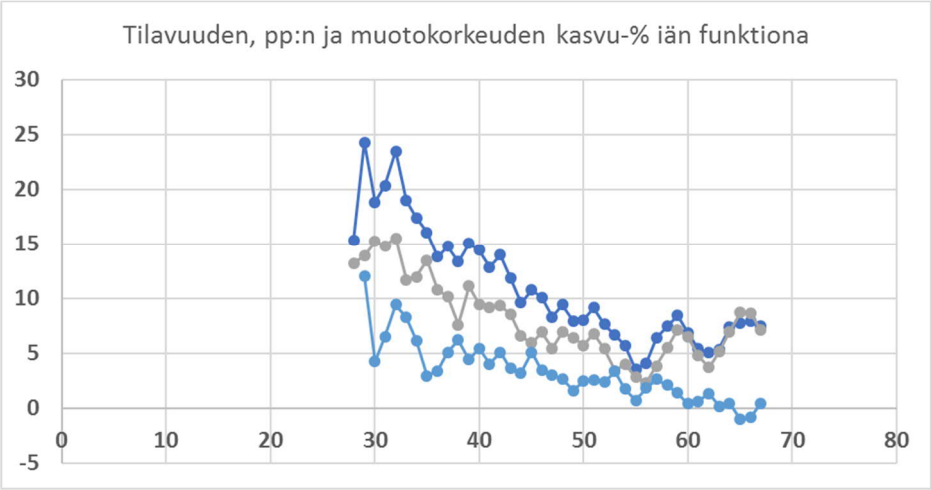
Korkoa korolle-%: $p = 100 \times \left(\sqrt[n]{\frac{h_t}{h_{t-n}}} - 1\right)$;

$$h_t = (p)^n \times h_{t-n}$$

Edellä käsiteltiin sädekasvun (ir), läpimitan kasvun (id) ja pituuskasvun (ih) mittaamista (i = increment). Muotoluvun kasvu on yleensä negatiivinen eli muotoluku pienenee. Muotokorkeuden (fh) kasvu on positiivista, mutta pienenee vanhoilla puilla lähelle nollaa, kun pituuskasvu tyrehtyy ja muotoluku (f) pienenee. Tilavuuskasvua (iv) voidaan arvioida kaavalla pv = pg + pfh, missä termit ovat (rabatti) kasvuprosentteja (Kuva 233). Pystypuulle pohjapinta-alan kasvuprosentti (pg) saadaan kairaamalla ja muotokorkeuden kasvu-% (pfh) vanhoista taulukoista (Ilvessalo, Pystypuiden kuutioimis- ja kasvunlaskentataulukot, Tapio, 1948) puulajin, pituuskasvun, ja puun kapenemisen perusteella (ellei puuta kaadeta ja tehdä runkoanalyysiä). Kaavalla saatu luku p_v on tilavuuskasvuprosentti. Toinen vaihtoehto määrittää tilavuuskasvu (iv) on mitata puu tarkasti kahtena ajankohtana. On hyvä muistaa, että kun puusta mitataan d, d6 ja h, antavat mallit tilavuuden noin 4% tarkkuudella, jota tarkempaan arvioon on pystypuun kohdalla vaikea päästä.



Kuva 232. Erään 67-vuotiaan kuusen vuotuisen tilavuuskasvun perusteella laskettu (rabatti) kasvuprosentti. Puuta on lannoitettu noin iällä 55 vuotta ja se on saanut harvennuksessa kasvutilaa, jolloin kasvuprosentin luontainen iän mukaan laskeva kehitys on pysähtynyt ja kasvunopeus on noussut tasolta 4 tasolle 8%!. 8 % kasvuprosentti on erityisen suuri 67-vuotiaalle puulle ja johtuu lannoituksesta ja harvennuksesta. Puusta on tehty runkoanalyysi, jossa läpimitta on laskettu jokaisena vuotena usealta korkeudelta runkoa sahatuista kiekoista. Kasvua ei siis ole laskettu mallilla.



Kuva 233. Saman 67-vuotiaan kuusen (runkoanalyysi tehty) kasvuprosentit: p_v, p_g ja p_{fh} eli tilavuuden (sininen), pohjapinta-alan (harmaa) ja muotokorkeuden (vaaleansininen) kasvuprosentit iän funktiona ikävälillä 29-67 vuotta. Lannoitus ja harvennus ovat vaikuttaneet runkomuotoon s.e. tyvi on kasvanut voimakkaasti ja puun muotoluku pienennyt, mistä johtuen muotokorkeuden kasvu on ollut negatiivista viime vuosina.

6 Puustotunnukset

Puutunnuksin kuvaillaan yksittäistä puuta. Puustotunnukset kuvaavat jonkun puujoukon puutunnusten jakaumapiirteitä. Puujoukko voi olla esim. pihapuut, leimatut rungot, metsikön kaikki tai jonkun puulajit puut tai alikasvoksen muodostavat puut, leimikon markkinakelpoiset puut, metsäkiinteistön puut tai koko Suomen puut.

Seuraavassa ajatellaan metsikköä ja sen puustotunnuksia.

- Puujakso: ainoa (vallitseva) tai ylempi ja alempi. Kaksijaksoisessa metsässä ajatellaan, että jokin toimenpide tehdään jommankumman jakson hyväksi tai takia. Esim. ”Ylemmän jakson pääpuulaji on mänty”, ”alemman jakson muodostavat kuusi ja hieskoivu”, ”alempi jakso raivataan ennen hakkuuta”
- Metsikköluokka liittyy edelliseen ja metsikkö on joko yksi- tai kaksijaksoinen. Eri-ikäisrakenteisuus voidaan ilmaista metsikköluokkana.
- Vallitseva puulaji. Esim. tilavuudeltaan nyt tai harvennuksen/taimikonhoidon jälkeen. Ajatellaan puulajin merkitystä metsänkasvatuksessa.
- Kehitysluokka. Tasaikäisessä metsässä. Kuvaa kehitysvaihetta. Ei standardimääritelmiä. Aukea, taimikkovaihe, kasvatusvaihe, uudistamisvaihe, uudistamistapa. Metsiköiden kehitysluokkajakauma kuvaa metsälön puustojen tilaa.
- Runkoluku (N), puiden keskietäisyys, pohjapinta-ala (G), Puuston rakenne (runkolukusarja, puutavaralajijakauma), keskiläpimitat (Dg DgM), keskipituudet (Hg, HgM), keskipuu, valtapituus (Hdom), runkotilavuus (V), rungon keskitilavuus, puutavaralajirakenne, ikä (T), poistumat.

6.1 Puustotunnusten symboleja

D_{gM}, D_g	PPA-mediaani ja ppa-painotettu keskilpm
H_{gM}, H_g	PPA-mediaani ja ppa-painotettu keskipituus
H_{dom}	Valtapituus
G, G_x	Pohjapinta-ala (PPA, m2/ha), koko puujoukossa tai osajoukossa x
V, V_x	Runkotilavuus (m3/ha), koko puujoukossa tai osajoukossa x
T	Ikä

Hg ja Dg ovat painotettuja keskiarvoja. Painoina on g, eli kunkin puun pohjapinta-ala. DgM ja HgM ovat pohjapinta-alan suhteen mediaanipuun mitat. Eli laskettaessa puut laitetaan suuruusjärjestykseen ja lasketaan ppa:n kertymää, ja mediaani on puu jota pienemmissä ja suuremmissa on noin 50% pohjapinta-alasta. Relaskooppikoealalla läpimitaltaan keskimmäinen puu edustaa mediaanipuuta, kun pyritään nopeisiin mittauksiin ja tarvitaan arvot muuttujille DgM ja HgM.

6.2 Puustotunnusten kasvu

Valtapituuden kasvu noudattaa iänmukaista puulajille ja kasvupaikalle ominaista kehitystä. Jos metsää harvennetaan ylhäältä tai harsitaan, valtapituus pienenee. Jatkuvan kasvatuksen metsätaloudessa valtapituus on lähinnä tekninen tunnus.

Keskiläpimitta ja –pituus kasvavat puuston järeytyessä, mutta harvennukset, jotka kohdistuvat systemaattisesti joko pieniin tai suuriin puihin, voivat muuttaa niin keskiläpimittaa kuin keskipituutta. Runkolukusarja muuttuu, kun isot puut järeytyvät ja ”pienemmät tulevat perässä”, riippuen kasvupaikasta, tiheydestä ja puulajista. Runkolukusarjaa (puiden läpimittajakaumaa) muutetaan harvennuksissa ja siihen vaikjuttaa luonnonpoistuma sekä uusien puiden syntyminen ja kasvu.

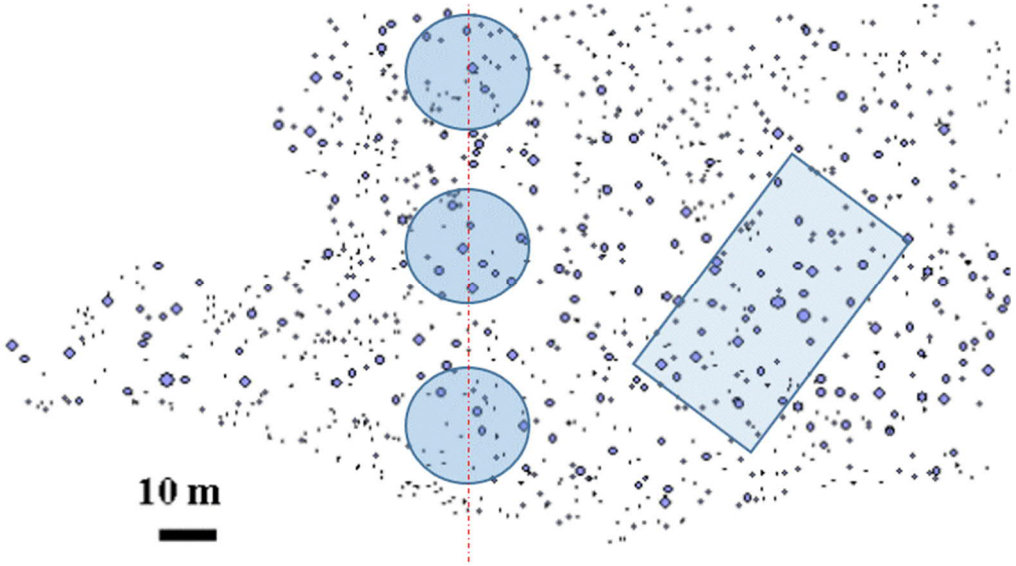
Pohjapinta-ala alkaa kertyä, kun puusto saavuttaa rinnankorkeuden. Pohjapinta-ala kuvaa tiheyttä ja eri puulajin puustot tulevat ns. itseharvenemisrajalle tietyllä pohjapinta-alalla. Esim. kuusikoissa tiheys alkaa vaivata (puita kuolee), kun PPA on 35 m/ha tai yli. Pohjapinta-ala putoaa harvennuksissa.

Tilavuuskasvu. Luonnontilainen metsä: Elävät puut kasvavat tilavuutta. Tilavuuden kokonaiskasvu on elävien puiden tilavuus jaettuna puuston iällä. Bruttokasvuun (tuotokseen) kuuluu lisäksi kuolleiden puiden runkopuun tilavuus, luonnonpoistuma. Jakson tilavuuskasvuun kuuluu jakson aikana tapahtunut kasvu, josta osa voi olla luonnonpoistumaa, joka ei ole jakson nettokasvua. Hakkuin käsitelty metsä: Jos metsää harvennetaan, syntyy hakkuupoistumaa. Jos mittauksesta on kulunut esim. 3 vuotta, jonka jälkeen puusto harvennetaan, ja mitataan jälleen 2 vuoden kuluttua (mittausjakso on viisi vuotta) on tuona ajanjaksona puita voinut kuolla, harvennetut (poistetut) puut kasvaneet jne. Puhutaan jakson loppuun säilyvän puuston kasvusta, jakson aikana poistuvan puuston kasvusta jne. Tuotosta (m3, kg) laskiessa tulee olla tarkkana.

Kokonaistuotos sisältää kaiken kasvun johonkin ajankohtaan mennessä, siis myös poistuma lasketaan mukaan. Keskituotos on kokonaistuotos jaettuna puuston iällä ja voi suurimmillaan olla 7-8 m3/ha/a Suomessa, kun juokseva (jakson, ”hetkittäinen”) kasvu voi olla parhaimmillaan jopa 15 m3/ha/a hyväkasvuisissa puustoissa rehevillä kasvupaikoilla. Kokonaispoistumaan kuuluvat luonnonpoistuma (kuolleet puut) ja hakkuupoistuma.

Kun metsikköä seurataan pysyvällä näytealalla, jossa puut on kartoitettu tai muuten yksilöity, voidaan puiden syntymistä, luonnonpoistumaa ja hakkuupoistumaa seurata puutasolla. Mittausajankohtien välillä tapahtuneet muutokset saadaan kiinni, kunhan puustoa mitataan riittävän tiheään. Kertakoealalla harvennuspoistumaa voi yrittää mitata kannoista, ja mallintamalla ”kantojen päälle rungot sellaisina kuin ne olivat hakattaessa”.

6.3 Puustotunnusten mittaaminen ja johtaminen



Kuva 234. Määräalaisia näytteitä (koealoja) puukartalla.

Puustotunnukset voi mitata

a) koealalla, josta mitataan luku- ja koepuita ja sovelletaan puutunnusmalleja, ja lasketaan puustotunnukset saatujen puutunnusten summina ja keskitunnuksina.

Toinen vaihtoehto b) on pyrkiä mittaamaan joitakin puustotunnuksia suoraan ja mallintaa loput puustotunnusmalleilla.

6.4 Vaihtoehto a) – Puustotunnukset puutunnuksin

Ensin päätetään, mitataanko alueen/puupopulaation kaikki puut vai valitaanko näyte (otos) puita (pinta-alaa) edustamaan puujoukkoa. Jälkimmäisessä tapauksessa hyväksytään tuloksiin otantavirhettä, koska kaikkia alueen puita ei sisällytetä mittauksiin. Näytettä kutsutaan koealaksi, ja niitä on kahta tyyppiä: määräalaiset ja muuttuva-alaiset koealat. Esim. metsikköön rajattu ympyrä tai suorakaide on määräalainen koeala. Koko metsikön rajaus näytteeseen on sekin periaatteessa määräalainen koeala, jolla on koko alueen pinta-ala.

Koeala voi olla myös osa koejärjestelyä, esim. lannoituskokeen ruutu, jolloin kyse on ruutujen (käsittelyjen) välisestä vertailusta puustotunnusten osalta. Ruutujen koossa voi olla eroja, ja siksi vertailun kannalta on hyvä, jos saadut tulokset normeerataan vertailukelpoisiksi. Summatunnusten osalta esim. hehtaarikohtaisiksi arvoiksi.

6.4.1 a.1. Tavoitteena kantoraha-arvo: Mitataan kaikki puut ja tarvittavat tunnukset määräalaista koealaa käyttäen.

Otaksutaan, että 3 hehtaarin metsikköön sijoitetaan 50 x 50 m koeala. Seuraavassa vaiheessa rajataan puujoukkoa.

Kun tavoitteena on selvittää puuston kantoraha-arvo, asetetaan mitattavien puiden läpimitalle (d13) alaraja, sillä pieniä runkoja ei voi myydä. Se voi olla esim. 86 mm. Sen jälkeen voidaan jokainen 86 mm rajan ylittävä puu mitata, ja havaita niistä puulaji, d13, d6, h ja mahdolliset rungon arvoon vaikuttavat viat. Jokaiselle puulle voidaan sen jälkeen laskea tilavuus tilavuusyhtälöillä ja/tai runkokäyrillä. Runkokäyriä soveltaen (pölkytysalgoritmilla) saadaan puutavaralajien (saha- ja kuitupuu) tilavuudet per puu. Sen jälkeen kaikille puille on saatu

- puulaji,
- d13,
- d6,
- h,
- viat,
- tilavuus (m3/puu),
- tukkipuun tilavuus (m3/puu) ja
- kuitupuun tilavuus (m3/puu)

Nämä ovat puutunnuksia, joista osa on havaittu ja osa johdettu.

Puusta tehdyt vikaisuutta koskevat havainnot vähentävät esim. runkokäyräarviota tukkitilavuudelle. Kustakin puusta on esim. voitu arvioida oksattoman tyvitukin korkeus, joka on huomioitu runkokäyrällä puuta pölkytettäessä (Kuva 209).

Nyt puustotunnuksia voidaan laskea seuraavasti:

Runkoluku eli puiden lukumäärä hehtaarilla, r/ha, saadaan laskemalla (Runkoja koealalla × (10000 m2/ha / 2500 m2).. Tässä 2500 m2 on koealan pinta-ala (50 x 50 m) ja 10000 m2 on hehtaari ilmaistuna neliömetreinä. Kerrointa (10000 m2/ha / 2500 m2) tai × (10000 m2/ha / koealan pinta-ala m2) voidaan kutsua muuntokertoimeksi, jolla tulokset saadaan normeerattua hehtaarikohtaisiksi vertailuja helpottamaan.

Kokonaistilavuus, V, m3/ha saadaan laskemalla yhteen puukohtaiset tilavuudet, ja saatu summa jaetaan koealan koolla. (Tilavuuksien summa × (10000 m2/ha / 2500 m2).

Keskiläpimitta, Dg. Jokasen puun läpimitta kerrotaan painolla, joka on puun poikkileikkausala (g). Tämä summa jaetaan painojen summalla eli puiden pohjapinta-alojen (g) summalla.

Kantoraha-arvo, lasketaan summaamalla ensin puittaiset tukki- ja kuitupuun tilavuudet samaan tapaan kuin kokonaistilavuus. Sen jälkeen sovelletaan kantohintoja (€/m3) kullekin puulajille (mäntytukki, kuusitukki, mäntykuitu, jne.) ja saadaan kerto- ja yhteenlaskujen summana kokonaisarvo € puutavaralajien summana. Jos se halutaan ilmaista hehtaarikohtaisena, tehdään kertolasku muuntokertoimella.

Esimerkki (kts. Taulukot alla). Mitataan säteeltään 7.98 m ympyrä vanhassa kuusikossa. Koealan pinta-ala on 200 m2 (pi×7.98×7.98). Puita on yhdeksän, ja runkoluku on siten 10000/200 × 9 = 450 r/ha. Karkealla likiarvokaavalla 0.5 × g × h saadaan puille tilavuusestimaatit 320–855 litraa. Tilavuuksien summa 5.56 m3 vastaa hehtaarilla arvoa 10000 / 200 × 5.56 = 278

m3/ha, mikä on puuston kokonaistilavuuden (V) estimaatti. Jokaiselle puulle lasketaan pohjapinta-ala, g. Näiden summa on 0.46 m2, mikä on hehtaarikohtaisena 10000 / 200 × 0.46 = 23 m2/ha. PPA-painotettujen keskitunnuksien Dg ja Hg laskennassa tarvittavat apusummat on laskettu omiin sarakkeisiin.

Dg = summa(g*d)/summa(g).

Hg = summa(g*h)/summa(g).

Taulukko 8: Puustotunnusten lasketa 7.98 m säteisellä ympyräkoealalla.

n	sp	d13	H, m	Tilavuus	g*d	g*h	g
1	2	23	19	0.395	9555.9	7894.0	415.5
2	2	21	18.5	0.320	7273.6	6407.7	346.4
3	2	26	24.5	0.650	13804.2	13007.8	530.9
4	2	28	26.2	0.807	17241.1	16132.7	615.8
5	2	25	26	0.638	12271.8	12762.7	490.9
6	2	28	26.2	0.807	17241.1	16132.7	615.8
7	2	23	22.1	0.459	9555.9	9182.0	415.5
8	2	26	23.8	0.632	13804.2	12636.1	530.9
9	2	29	25.9	0.855	19155.1	17107.5	660.5
			Summa	5.563	119902.8	111263.2	4622.1
			Dg, cm	25.9			
			Hg, m	24.1			

Huomaa, että esimerkissä puista ei mitattu muuttujaa d6, ainoastaan d13 ja h. Lisäksi oletetaan, että kaikki puut ovat virheettömiä, ja runkokäyrällä saadaan puutavaralajit oikein.

Kun puille laskee runkokäyrää soveltavalla pölkytysalgoritmilla puutavaralajien tilavuudet, saadaan:

Taulukko 9. Puustotunnusten Vtukki ja Vkuitu laskenta määräalaisella ympyräkoealalla, kun yksittäisten runkojen tukki- ja kuituosan tilavuudet ratkaistaan runkokäyrää soveltavalla pölkytysalgoritmilla.

ID	plaji	d13	h	tukki	kuitu	hukka	Kok
1	2	230	19	282.2	98.1	4.5	384.8
2	2	210	18.5	192.3	122	4.8	319.1
3	2	260	24.5	545.8	99.2	4.5	649.4
4	2	280	26.2	697.7	94.9	4.3	796.9
5	2	250	26	541.5	106.3	4.9	652.7
6	2	280	26.2	697.7	94.9	4.3	796.9
7	2	230	22.1	357.6	103.1	4.7	465.5
8	2	260	23.8	523.6	98.7	4.4	626.7
9	2	290	25.9	735.8	92.4	4.2	832.4
			summat	4574.2	909.6	40.6	5524.4

(kts. 3_laskarit_rk_polkytys_mod_Turunen.xlsm Excel makro)

Nyt tukkia on 4.574 m3 × 50 = 228.7 m3/ha ja kuitua 0.9096 × 50 = 45.5 m3/ha. Runkokäyriä käyttäen kokonaistilavuus on 5.524 × 50 = 276.2 m3/ha, kun se likimääräiskaavalla oli 278 m3/ha. Jos yksikköhinnat ovat 60 ja 20 euroa/m3, on puuston arvo yhteensä 14632 euroa.

Esimerkki jatkuu - Kasvun arviointi. Jos olemme kiinnostuneita puuston (puhdas kuusikko, josta 9 puuta koealalla) kasvusta, tarvitaan kasvua koskevia mittauksia. Jos halutaan suurta tarkkuutta, kaadetaan jokainen puu ja tehdään puille runkoanalyysi, jolloin saadaan selville jokaisen puun kuoreton tilavuuskasvu-% esim. viimeisten viiden vuoden aikana. Sen jälkeen voidaan otaksua suhteellisen kasvutason (%) pysyvän samana ja laskea jokaiselle puulle seuraavan vuoden kasvu (m3/puu) ja summina (m3/koeala) ja (m3/ha).

Jos puita ei voida kaataa, mutta niistä voidaan kairata sädekasvunäyte ja mitata pituuskasvu kiikareilla, saadaan jokaiselle puulle arvio siitä, kuinka suuri se oli esim. 5 vuotta aiemmin eli mitkä olivat sen d13 ja h tuolloin. Sen jälkeen voidaan jokaisen puun tilavuus laskea tlavuusyhtälöillä tai runkokäyrällä kumpanakin ajankohtana, ja saadaan tilavuuskasvu (iv) m3/5a ja suhteellisena (pv) (%). Sen jälkeen koealan kasvu on puiden kasvun summa (esim. otaksuen kasvu-% säilyvän samalla tasolla), joka voidaan muuntokertoimella muuntaa hehtaarikohtaiseksi.

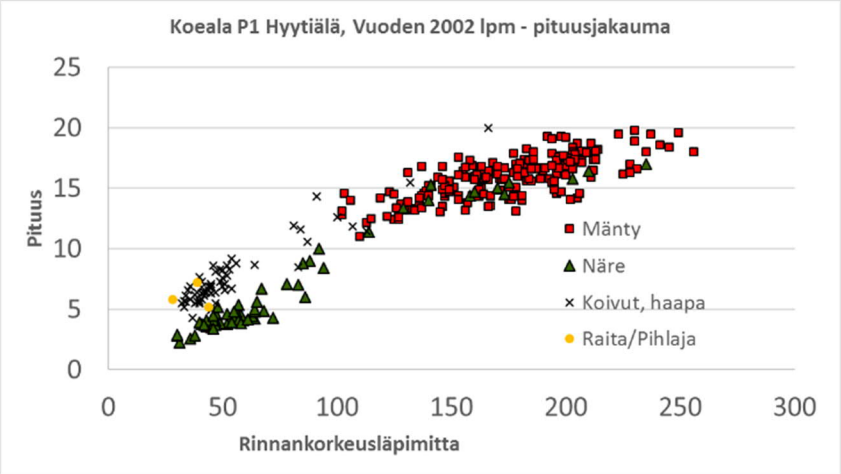
Taulukko 10. Kasvunlaskenta 9 puun koealalla. Tässä oletetaan mittaus tehdyn 5 vuotta myöhemmin toistomittauksena, jolloin samoille puille on saatu uudet arvot muututjille d13 ja h. Samalla logiikalla voidaan ajatella että vanhat arvot saadaan kairaamalla puu ja arvioimalla pituuskasvu. Kokonaistilavuudet on laskettu puille runkokäyrillä. Koska koealan säde on 7.98 m on muuntokerroin 50. Vuotiuiseksi kasvuksi saadaan 6.4 m3/ha/a kun 5 vuoden kasvu oli 31.8 m3/ha/5a.

id	plaji	d13	h	v_kok	d13	h	v_kok
1	2	230	19.0	384.8	239	19.7	429.6
2	2	210	18.5	319.1	215	19.1	345.8
3	2	260	24.5	649.4	272	25.1	721
4	2	280	26.2	796.9	295	28.0	940.7
5	2	250	26.0	652.7	262	26.8	732.7
6	2	280	26.2	796.9	289	26.6	855.0
7	2	230	22.1	465.5	234	22.9	500.7
8	2	260	23.8	626.7	275	24.0	694.6
9	2	290	25.9	832.4	303	27.0	940.4
			summat	5524.4			6160.5
			Tilavuus	276.2	m3/ha		308.0
			Kasvu	31.8	m3/ha/a		
				6.4	m3/ha/a		

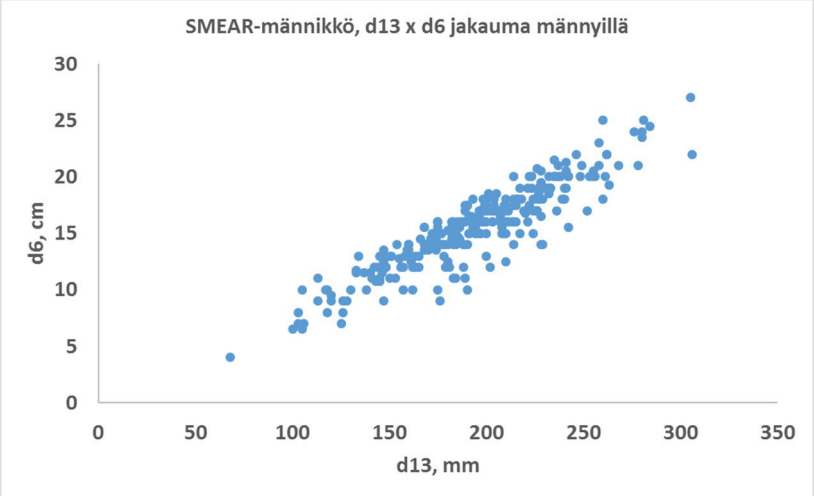
6.4.2 a2. Tavoitteena kantoraha-arvo: Mitataan tarkentavia puutunnuksia vain osasta puita

Tämä vaihtoehto poikkeaa edellisestä siinä, että koealan jokainen puu kyllä luetaan eli mitataan puulaji ja d13 sekä runkolaji, mutta aikaa vievät mittaukset tehdään vain osasta puita, hyödyntäen riippuvuuksia d13 ja aikaa vievien muuttujien välillä.

Kurssilla esitellyt runkokäyrät edellyttävät, että puusta tunnetaan vähintään puulaji, d13 ja h, mutta jos puusta tunnetaan myös d6, tarkentuvat runkokäyrät (kuten tilavuusyhtälötkin). Muuttujat d6 ja h korreloivat yhdessä metsikössä rinnankorkeusläpimitan kanssa. (Kuva 235, Kuva 236)



Kuva 235. Rinnankorkeusläpimitan ja pituuden yhteisjakauma puulajeittain Hyytiälän P1 koealalla.



Kuva 236. Rinnankorkeusläpimitan ja kuuden metrin läpimitan yhteisjakauma vuoden 2018 mittauksissa Hyytiälän SMEAR-männikössä.

Nyt voidaan säästää muuttujien d6 ja h mittauksissa, jos osalle puita nämä tunnukset estimoidaan yhtälöillä, jotka estimoidaan hyödyntäen riippuvuuksia (korrelaatiota).

Tällöin mittaus etenee s.e. osa puista valitaan jollain logiikalla koepuiksi ja näistä joko *h* tai *h* ja *d6*. Näistä mittauksista laaditaan yhtälöt, jotka puulajin ja d13 avulla selittävät muuttujia d6 ja h, jolloin ne saadaan estimoiduiksi kaikille puille. Sen jälkeen laskenta etenee kuten edellä: puut pölkytetään runkokäyrillä ja saadaan jokaisen puun tilavuus ja puutavaralajien tilavuudet. Puustotunnukset ovat puutunnusten summia ja keskitunnuksia. Arvo saadaan tukki- ja kuitupuun määrän (m3) ja yksikköhintojen (€/m3) avulla. Sama logiikka pätee kasvun arviontiin. Koepuut kairataan ja niistä mitataan pituuskasvu, jolloin saadaan kullekin koepuulle koepuutunnuksena tilavuuskasvu-%, joka yleistetään kaikille puille d13 muuttujan avulla. Kasvu-% korreloi yleensä d13:n kanssa, ollen isoilla puilla pienempi kuin metsikön pienemmillä puilla, ja d13 ja pv välille voidaan rakentaa yhtälö.

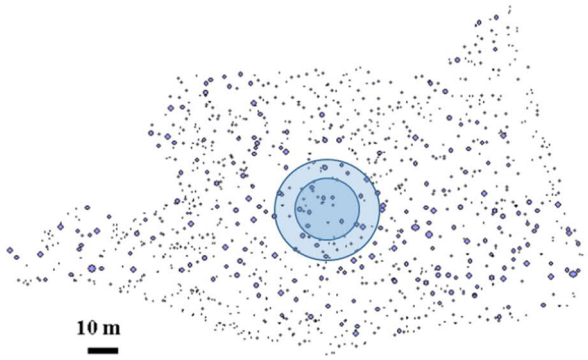
Se, kuinka koepuiden valinta kannattaa tehdä eli miten ja puut valitaan, ja paljonko niitä valitaan, ja kuinka koepuiden avulla lasketaan malli, jolla d6 tai h ennustetaan, käsitellään myöhemmin.

6.5 Koealatyypit: määräalainen ja muuttuvalainen

Edellä metsikköön sijoitettiin suuri 50 x 50 m2 koeala, jollaisella voi olla useita satoja puita, jos metsä on nuorta – jopa tuhansia.

Koeala oli määräalainen, 2500 m2 kooltaan ja saadut summatunnukset muutetaan hehtaarikohtaisiksi jakolaskulla 10000/A, missä A on koealan pinta-ala neliömetreissä. Kaikilla 86 mm paksummilla puilla oli sama todennäköisyys p=1 tulla mitatuksi, kun taas 86 mm pienemmillä se oli kaikilla nolla.

Keskitunnuksia (Dg ja Hg) laskettaessa koealan pinta-alaa ja muuntokerrointa ei tarvinnut huomioida, koska kaikilla puilla oli sama todennäköisyys kuulua koealaan, kunhan läpimitta ylitti mittausrajan.



Kuva 237. Vaihtuva-alainen kahden ympyrän koeala.

Koeala voi olla myös ympyrän muotoinen, ja paljon pienempi, kuten esimerkki edellä osoitti (Taulukko 8).

Esimerkissö läpimittaraja (86 mm) painotti mittausta. Rajaa pienempien puiden otantatodennäköisyys oli nolla. Ne eivät kuuluneet mielenkiinnon kohteena olevaan populaatioon. Yhtä lailla raja voisi koskea elävää ja kuollutta puustoa, maa- tai pystypuita jne.

Mikäli mittauksessa halutaan painottaa erilaisia osajoukkoja, voidaan niiden otantatodennäköisyyteen vaikuttaa koealakoon avulla. Esim. mäntyjen koeala voi olla ympyrä, jonka säde on 10 m ja kuusten 20 m. Tällöin kuusten puustotunnukset ovat tarkemmat, koska niitä mitataan enemmän – otantatodennäköisyys on nelinkertainen (pinta-alasuhde). Joskus rajoja on useita: esim. pintakasvillisuudelle, alikasvokselle, alle 10 cm ja yli 30 cm puille, jos arvokkaiden puiden osalta halutaan tarkempaa tietoa, mutta samalla arvio alikasvoksesta ja pinta-kasvillisuudesta. Tällöin puustotunnuksia laskettaessa tarvitsee huomioida painot eli koealojen pinta-alasuhteet. Yksi puu edustaa 10000/A puuta, kun se on luettu ympyrältä, jonka pinta-ala on A.

Esimerkki. Puut luettiin säteeltään 7.98 ja 11.28 m ympyröiltä s.e. läpimittaa 10 cm pienemmät luettiin 7.98 m ympyrältä ja tätä suuremmat 11.28 m säteiseltä. Alle 10 cm puita oli 7 kpl ja yli 10 cm puita 8 kpl. Runkoluku on 50 × 7 + 25 × 8 = 550 runkoa hehtaarilta. Alle 10 cm puiden yhteenlaskettu tilavuus oli 1.2 m3 ja yli 10 cm puiden 3.2 m3. Kokonaistilavuus on siten 50 × 1.2 + 25 × 3.2 = 140 m3/ha. Luvut 50 ja 25 vastaavat 200 m2 ja 400 m2 määräalaisten koealojen muuntokertoimia hehtaarikohtaisten summatunnusten laskemiseksi.

Relaskooppi on mittaväline, jolla puut valitaan otokseen, jos niiden runkojen poikkileikkausalan peittämä kulma on suurempi, kuin relaskoopin avauskulma, joka vastaa suuretta jota kutsutaan relaskooppikertoimeksi. Jokainen puu, joka tulee näin valituksi edustaa samaa pohjapinta-alaa (m2/ha), eli relaskoopilla voi mitata suoraan puustotunnusta pohja-pinta-ala (G), joka on puuston tiheyden mitta (mitataan täysi ympyrä ja luetaan rungot).

Avauskulma voidaan valita siten, että kunkin luetun puun edustama pohjapinta-ala on esim. 0.5, 1, 2 tai 4 m2/ha.

Ajattele hehtaarin ympyrä. Sellaisen säde on noin 56.4 m. Ajattele puu, jonka rungon poikkileikkausala on 1 m2 tällöisen ympyrän kaarelle. Rungon läpimitan 1.13 m ja 56.4 m välinen suhde antaa avauskulman relaskoopille, jonka kerroin on 1 m2/puu.

Jos kulma on pieni, tulee puita valituksi paljon. Jos puu on pieni, ei se täytä kulmavaatimusta kuin aivan läheltä. Kaksi saman paksuista puuta tulee valituksi vielä yhtä kaukaa mittaajasta. Jos kahden puun välillä on pienikin läpimittaero, on se (raja)etäisyys erilainen, jolla ne täsmällisesti täyttävät avauskulman.

Jos runko on epäpyöreä, tulee se näytteeseen hieman eri todennäköisyydellä, riippuen siitä, mistä suunnasta relaskoopilla (avauskulmalla) sitä satutaan tähdätään. Relaskoopilla mitatessa mitataankin ääretön määrä ympyräkoealoja samasta pisteestä ja se antaa otantatodennäköisyyden, joka riippuu puun koosta ja suosii isoja puita, koska tn on pohja-pinta-alasta riippuva.

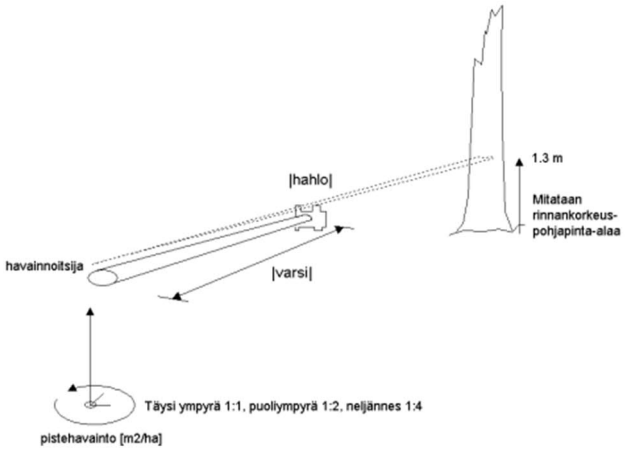
Koska puiden oletetaan olevan poikkileikkaukselta ympyrän muotoisia, voidaan laskea se etäisyys, jolla puu (läpimitta d) vielä tulee otokseen, kun relaskooppikerroin on q (m2/puu):

$$rajaetäisyys, r = \frac{50 \times d}{\sqrt{q}}$$

Tällöin jokainen puu luetaan ympyrältä A, jonka pinta-ala on

$$A = \pi r^2$$

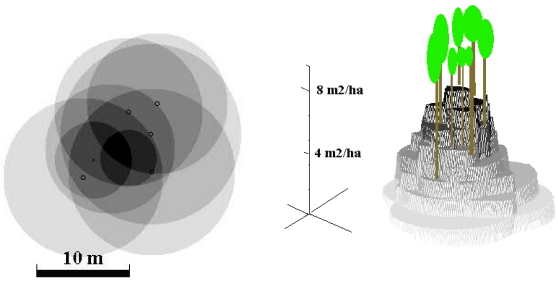
Jokaisen puun edustama puumäärä hehtaarikohtaisena saadaan kaavalla 10000/A, mutta siinä missä määräalaisella koealalla kaavoja (A:n arvoja) on yksi, usean ympyräkoalan systeemissä on useita, on relaskoopilla puita valittaessa kaavoja yhtä monta kuin on puita, koska jokaisella on oma läpimitta (d).



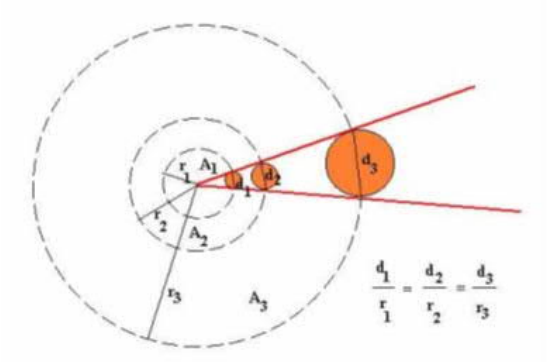
Kuva 238. Nimestään huolimatta relaskooppi on yksinkertainen. Varsirelaskoopin varren pituus ja hahlon leveys määräävät vaakakulman, jossa puita tarkastellaan, joka puolestaan määrää relaskooppikertoimen.



Kuva 239. Tiheän alikasvoksen vallitessa on relaskoopilla mittaaminen vaikeaa ja altista virheille.



Kuva 240. Ajatusleikki: Kun relaskooppikerroin valitaan, muodostuu puiden ympärille otantatodennäköisyys- tai pohjapinta-alakenttä. Kussakin kentän pisteessä tietyt puut täyttävät relaskoopin avautumiskulman, ja pisteeseen saadaan sen mukainen estimaatti pohjapinta-alaksi eli ko. puut kuuluvat koealaan/otokseen.



Kuva 241. Relaskoopin periaate: puun läpimitan ja rajaetäisyyden suhde pysyy vakiona (puun koon vaihtuessa), samoin puun poikkileikkausalan ja ympyrän pinta-alan välinen suhde.

6.6 Vaihtoehto b) - puustotunnukset puustotunnuksin ja puustotunnusmallein

Puustunnusmalleilla tarkoitetaan malleja, joissa Y-muuttuja on puustotunnus ja X-muuttujat puusto- tai kasvupaikkatunnuksia. Puustotunnusmalleilla puustotunnuksia mitattaessa tehdään vähemmän mittauksia kuin edellä esitetyssä vaihtoehdossa a) (Puustotunnukset puiden summina ja keskiarvoina) ja mallitkin ovat erilaisia. Kts. Kuva 242ja Kuva 243.

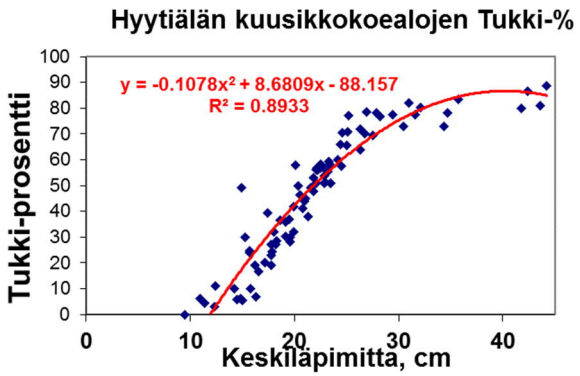
Puutunnusmalleilla laskettaessa jokainen runko kuutioitiin runkokäyrällä tai tilavuusmalleilla. Relaskooppitaulukko taasen antaa suoraan puuston kokonaistilavuuden (V, m3/ha) pohjapinta-alan (G, m2/ha) ja keskipituuden (Hg, m) avulla. Taustalla ovat muotokorkeusmallit (Nyyssönen). Puun muotokorkeus fh liittyi tilavuuden määrittämiseen kaavalla v = fgh, jossa f on muotoluku. Muotokorkeus (FH) ja keskimääräinen muotoluku (F) voidaan määritellä myös puustolle ja ajatella tilavuus kaavalla V = FGH tai pikemmin V = FH(H)G, mikä on taustalla relaskooppitaulukossa. FH(H) on muotokorkeusmalli, jossa keskipituus selittää puuston muotokorkeutta.

Puutunnusmalleilla puutavaralajeja laskettaessa kukin runko pölkytettiin runkokäyrällä, mutta tukkipuuston tilavuusosuus –mallit antavat suoraan tukki-%-arvion puulajin ja keskiläpimitan (Kuva 242) tai puulajin, keskiläpimitan ja keskipituuden avulla (esimerkiksi), ja, saadulla tukkiosuuden arviolla voidaan kertoa relaskooppitaulukosta saatu kokonaistilavuus ja saada näin estimaatti tukkipuuston tilavuudelle.

Metsikkötason kasvumallit ennustavat puuston juoksevaa kasvua esimerkiksi lämpösumman, metsätyypin ja puulajin avulla. Puutunnuksin ja puutunnusmalleilla (vaihtoehto a)) kasvu voidaan selvittää kairaamalla koepuita ja mitattu kasvu-% yleistetään muille puille ja kasvu saadaan kaikkien puiden summana, mistä oli esimerkki edellä.

Metsikössä voidaan menetellä seuraavasti vaihtoehdossa b). Mitataan eri kohdista metsää relaskooppikoealoja ja niiltä relaskoopilla pohjapinta-ala $G_{puulaji}$ puulajeittain sekä valitaan keskipuut puulajeittain, ja niistä mitataan estimaatit muuttujille keskiläpimitta ($DgM_{puulaji}$) ja keskipituus ($HgM_{puulaji}$). Kunkin koealan puulajeittaisista G, DgM, HgM tietoja hyödyntäen voidaan malleilla ennustaa tilavuus ja tukkipuuston tilavuus puulajeittain. Koealojen keskiarvona saadaan metsikölle ko. tunnukset. Pohja-pinta-alahavainnoista voidaan myös ensin laskea metsikkökohtaiset keskiarvot, kuten myös keskipituusta ja keskiläpimitasta, ja, soveltaa näitä keskiarvoja puustotunnusmalleihin. Puuston kasvu voidaan arvioida metsätyypin, puuston tilavuuden ja kairatun tai muuten tunnetun iän avulla, kasvumallista (taulukosta/mallista).

Vaihtoehto b) ei lähtökohtaisesti ole yhtä tarkka kuin a), mutta kummankin tarkkuus riippuu siitä, paljonko mitataan eli kuinka suuri osa puista vaihtoehdossa a) mitattiin ja toisaalta siitä, kuinka monta (G, DgM, HgM)-koealaa metsiköstä vaihtoehdossa b) mitattiin. Niin puutunnus- kuin puustotunnusmallit sisältävät lisäksi oman epävarmuutensa (”relaskooppitaulukko ei istu metsikköön” tai ”runkomuodot metsikössö ovat runkokäyrän ennustamasta poikkeavia”).



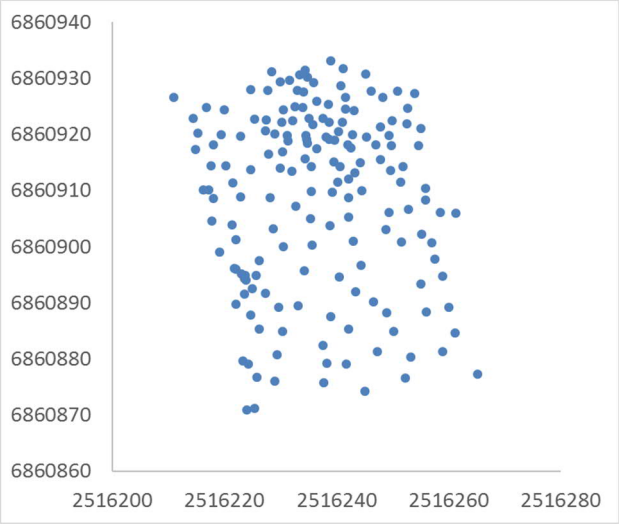
Kuva 242. Yksinkertainen puustotunnusmalli, jolla ennustetaan puuston tukki-%:a (Y) keskiläpimitan (X) funktiona. Aineistona on forstien 1975-1995 mittaamat metsikkökoealat Juupajoen Hyytiälässä. Malli kertoo, että keskiläpimitan saavuttaessa 12 cm, alkaa puustosta löytyä yksittäisiä tukkirunkoja, ja että maksimissaan tukkiosuus on noin 90 järeissä puustoissa

Til/Ikä	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145
40	3.6	3.3	3.0									
60	5.0	4.5	4.1									
80	6.3	5.7	5.1	4.7								
100	7.5	6.7	6.0	5.5								
120	8.7	7.7	6.9	6.2	5.7							
140	9.8	8.6	7.7	6.9	6.2							
160	10.8	9.5	8.4	7.5	6.8	6.1						
180	11.8	10.3	9.1	8.1	7.3	6.5						
200	12.8	11.1	9.8	8.7	7.7	6.9	6.2					
220	13.7	11.9	10.4	9.2	8.2	7.3	6.4					
240	14.6	12.6	11.0	9.7	8.6	7.6	6.7	5.9				
260	15.5	13.3	11.6	10.1	8.9	7.8	6.9	6.0	5.3	4.5		
280	16.3	14.0	12.1	10.6	9.3	8.1	7.1	6.2	5.3	4.5	3.8	
300	17.1	14.6	12.6	11.0	9.6	8.3	7.2	6.2	5.3	4.5	3.8	3.1
320	17.9	15.3	13.1	11.4	9.9	8.6	7.4	6.3	5.4	4.5	3.7	2.9
340	18.7	15.9	13.6	11.8	10.1	8.7	7.5	6.4	5.3	4.4	3.6	2.7
360	19.5	16.5	14.1	12.1	10.4	8.9	7.6	6.4	5.3	4.3	3.4	2.6
380		17.0	14.5	12.4	10.6	9.1	7.7	6.4	5.3	4.2	3.3	2.4
400		17.6	14.9	12.7	10.9	9.2	7.7	6.4	5.2	4.1	3.1	2.2
420		18.1	15.4	13.0	11.1	9.3	7.8	6.4	5.1	4.0	2.9	1.9
440		18.7	15.7	13.3	11.2	9.4	7.8	6.4	5.0	3.8	2.7	1.7
460		19.2	16.1	13.6	11.4	9.5	7.8	6.3	4.9	3.7	2.5	1.4
480			16.5	13.8	11.6	9.6	7.8	6.2	4.8	3.5	2.3	1.1
500			16.8	14.1	11.7	9.6	7.8	6.2	4.7	3.3	2.0	0.8

Kuva 243. Samasta kuusikkokoealojen datasta laskettu kasvumalli. Puuston ikä esitetään sarakkeissa ja runkotilavuus riveillä. 300 m3/ha 75-vuotias kuusikko kasvaa 9.6 m3/ha/a mallin mukaan. Koska aineisto oli suppea, ei malli ole kovin luotettava, erityisesti vanhoissa puustoissa.

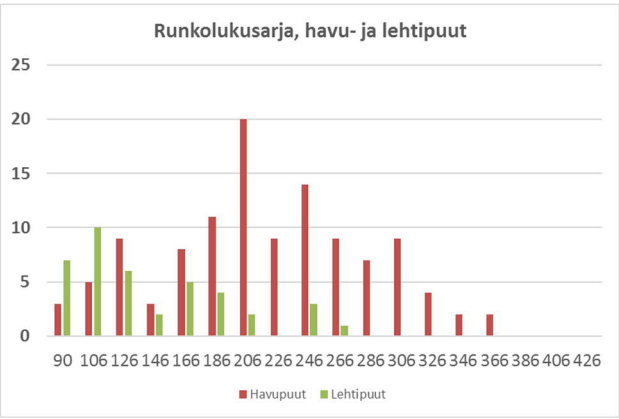
6.6.1 Lisäesimerkki puustotunnusten määrittämisestä puutunnuksin eli vaihtoehto a)

Kesällä 2017 mitattiin Hyytiälässä opiskelijavoimin suurkoeala ”Texas”, joka oli jaettu kahteentoista 3160 m2 ruutuun, tai, suorakaidekoealaan. Yksi niistä oli Texas_02. Koealan puut (latvat) oli paikannettu ilmalaserkeilausaineistosta pois lukien pienet puut, jotka paikannettiin maastossa käyttäen jo paikannettuja puita tukipisteinä.



Kuva 244. Koealan Texas_02 puustokartta. Kasvupaikka oli soistunutta puolukka/mustikkatyypin kangasta / kangaskorpea. Koealan pohjoispäässä oli harventamaton soistunut laikku, joka kasvoi tiheää hieskoivikkoa ja kuusta sekapuuna. Muuten koeala oli kuusivaltainen. Koordinaatisto on vanha KKJ-2, ja luvut ovat metrejä.

Saatuaan aikaiseksi puukartan, jossa jokaisella puulla on oma numeronsa, mittausryhmä luki kaikista puista (lpm yli 65 mm) puulajin, d13 ja runkolajin.



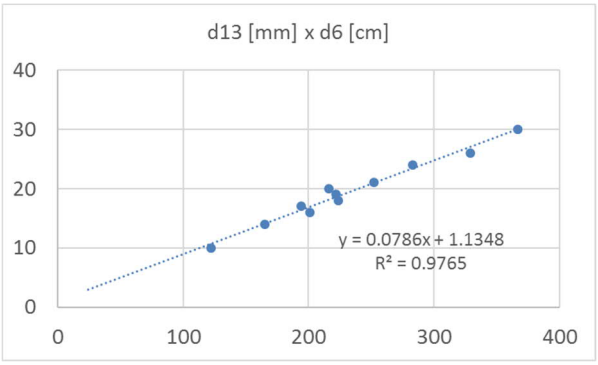
Kuva 245. Puidenlukutiedoista saattoi piirtää elävien puiden (151 kpl) runkolukusarjat 20 mm luokissa. Kuvaaja paljastaa, kuinka hieskoivut ovat pienempiä kuin havupuut.



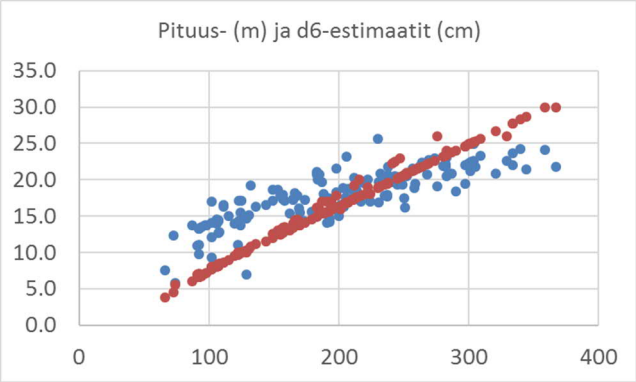
Kuva 246. Puiden paikantaminen bussolilla käynnissä koealan pohjoislaidalla, jossa puusto oli tiheää ja pienempää, ja kasvupaikka kangas-mustikkakorpea.

Runkolukusarjasta (Kuva 245) näkee, että koealalla on sekä tukki- että kuiturunkoja, puiden koon puolesta, jos ajatellaan, että puusta saa tukin, kun läpimitta ylittää n. 18 cm (vrt. Kuva 213 ja Kuva 214).

Seuraavassa vaiheessa valittiin koepuita, joista tultaisiin mittaamaan d6 ja h, eli koepuutunnukset. Muuttujien d6 ja d13 välinen relaatio oli lineaarinen ja voimakas (Kuva 247). Saadun suoran avulla estimoitiin d6 kaikille puille. Koska puut oli mitattu laserkeilauksella (poikkeuksellista, yleensä pituuksista ei ole tietoa), oli suurille puille pituusarviot olemassa. Ne olivat lieviä aliarvioita koepuuaineistossa. Niinpä puiden pituudet saatiin joko maastomittauksena, laserkeilauksesta pienellä harhakorjauksella, tai pituusmallilta, joka laadittiin maastomittauksista (Kuva 248).

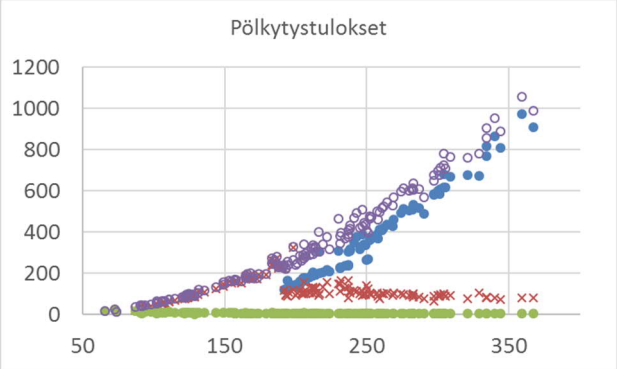


Kuva 247. d6 havukoepuita mitattiin vain 11 kpl, mutta riippuvuus oli vahva ja suoraviivainen rinnankorkeusläpimitan ja kuuden metrin läpimitan kesken.



Kuva 248. Puiden d13 (mm), d6 (cm) ja h-estimaatit (m). Koska pituuksia oli mitattu paljon laserkeilauksella, eivät havainnot noudata puulajikohtaisia käyriä, kuten d6 tapauksessa, jossa erottuvat koivun ja kuusen mallit "pistesuorina".

Kun jokaisella puulla oli joko maastossa tai kaukokartoituksella mitattu tai mallinnettu arvo muuttujille puulaji, d13, d6 ja h, voitiin tiedot syöttää pölkytysalgoritmiin, joka runkokäyriä ja sallittuja puutavaralajien mittoja käyttäen pölkytti runkot (Kuva 249).

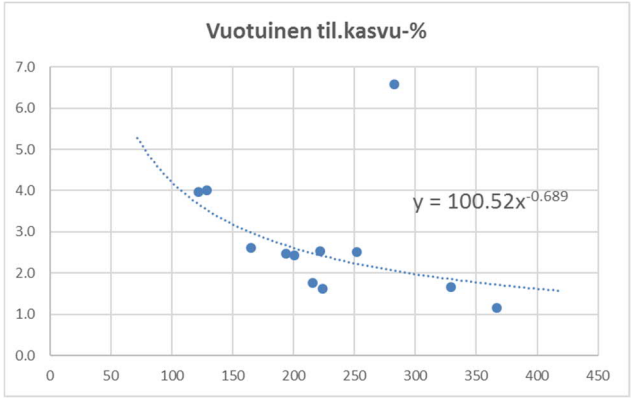


Kuva 249. Puiden pölkytystulokset. X-akselilla on läpimitta (mm) ja y-akselilla (kokonais, tukkiosan, kuituosa, hukkaosan) tilavuus litroina. Kuvaaja paljastaa, että läpimittaan 25 cm asti esiintyy yhden tukin runkoja. Suurimmat kuuset olivat 1 m3 puita – siihen tarvittiin 37 cm läpimitta ja 25 m pituus.

Koko puuston tilavuus oli 50.7 m3 koealalla eli 10000/3160 kertaisena 157 m3/ha. 3160 m2 on koealan pinta-ala, kun 10000 m2 on hehtaarin pinta-ala. Puustoa oli harvennettu ja kasvupaikka oli soistunut, joten tilavuus 157 m3/ha vaikuttaa järkevältä. Tukkipuuta oli koealalla yhteensä 33 m3 eli 104 m3/ha (67%). Kuitupuuta puolestaan oli 16.6 m3 eli 52 m3/ha. Puuston arvo oli noin 5800€, kun arvo laskettiin ajankohdan hinnoilla, noin 46 €/m3 ja 16€/m3, tukki- ja kuitupuu.

Pohjapinta-alalla punnitut keskitunnukset olivat (Dg) 24.9 cm ja (Hg) 19.7 m. Valtapituudeksi saatiin 22 m. Valtapituus oli 32 paksuimman puun keskipituus, koska koealan pinta-ala oli 31.6 aaria.

Puiden kasvua arvioitiin mittaamalla koepuista pituuskasvu viimeisen 5 vuoden aikana sekä kairaamalla vuosilustonäyte, josta mitattiin kuoreton läpimitan kasvu samalta ajanjaksolta. Otaksuen, että kuoren suhteellinen osuus läpimitasta ei ole muuttunut, voitiin laskea koepuiden läpimitta 5 vuotta aiemmin. Vähentämällä pituudesta pituuskasvu, saatiin vastaavasti pituus 5 vuotta aiemmin. Näin pystyttiin laskemaan koepuiden tilavuudet molempina ajankohtina ja laskemaan vuotuinen tilavuuskasvu-% koepuille sekä sovittamaan siihen malli (Kuva 250).



Kuva 250. Kasvukoepuista laskettu muuttujien d13 ja tilavuuskasvuprosentti välinen riippuvuus. Koepuuksi oli osunut yksi tienlaidan hyvin kasvanut metsäkuusi. Kun jokaisen lukupuun tilavuus kerrottiin käyrän antamalla kasvuprosentilla saatiin tilavuuskasvuksi koealalla 23 m3/ha/5v eli 4.6 m3/ha/a eli puuston kasvu on noin 2.5%. Puuston arvokasvu on tn. hieman tätä suurempaa, koska puissa tapahtuu siirtymää kuitupuusta tukkipuuksi. Toisaalta, koealalla oli paljon kuolleita ja kuolevia puita, eli luonnonpoistuma vähentää nettokasvua.

Huomioitavaa oli, että koealan nuorin koepuu oli 51-vuotias, kun vanhin kairattu kangaskorven valtapuu (kuusi) oli 175-vuotias. Ikävaihtelun selittää luonnontilaisen karun korven hidas kasvu sekä se, että soistunut kuvion osa on todennäköisesti jätetty uudistamatta huonojen korjuuolosuhteiden takia.

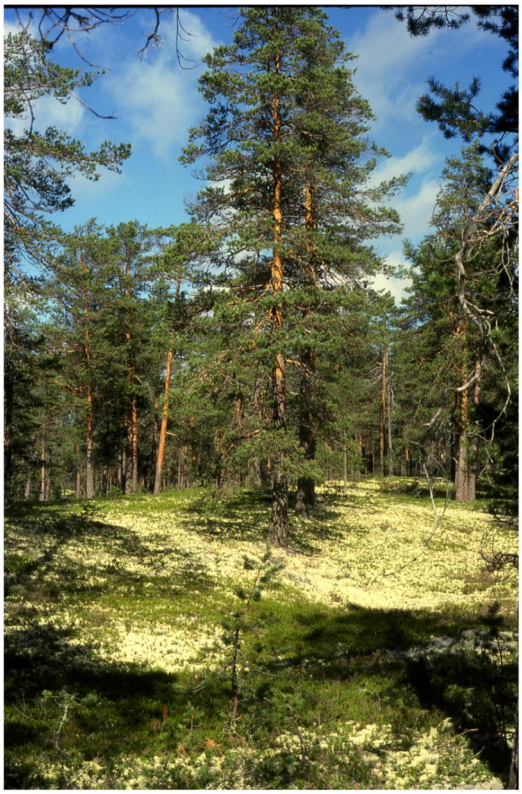
6.7 Kasvupaikan kuvaus ja boniteetti

Kasvupaikan kuvaus liittyy usein puuston kehityksen ennustamiseen (kasvupaikan puuntuotoskyky) tai metsänhoidollisen toimenpiteen arviointiin (luontainen uudistuminen, taimikon kehittyminen jne.). Kasvupaikalla tarkoitetaan laajassa mielessä pienalueen topografiaa, maaperää ja pintakasvillisuutta. Kasvupaikkatyyppejä ovat mm. vuorenaluslehto, jäkäläkangas, lyhytkorsineva tai kalkkikallio. Kuvausta voi täsmentää arvioimalla kivisyyttä (onko puilla tilaa kasvaa), kallioisuutta (humuksen tai kivennäismaakerroksen paksuus kallion päällä), rinteen kaltevuutta ja suuntaa (ekspositio), maalajia (lajittunut, moreeni, päälajite), humuksen paksuutta jne. Kasvupaikka voi ominaisuuksiensa takia olla harvinainen ja suojeltava.





Kuva 251. Tummaraunioinen kielii 'paremmasta' (kalkki) kivilajista, kun taas ######### on lähteisyyden indikaattori.



Kuva 252. Jäkäläkangasta Hailuodossa.



Kuva 253. Maalaji ja humuskerroksen ominaisuudet selvitetään lapion avulla. Hietamoreenia.

Suomessa metsää kasvaa lähes kaikissa olosuhteissa. Poikkeuksen muodostava märät ja karut avosuot, pohjoisen puurajan taakse jäävät alueet, kivirakat, rantavyöhykkeet ja laajat avokallioalueet, jotka nekin yleensä metsittyvät ajan kanssa.

Kasvupaikka ei ole pysyvä ominaisuus. Metsäojitus ja –lannoitus sekä maanmuokkaustoimenpiteet pyrkivät ”parantamaan” kasvupaikkaa (ehdollinen kasvupaikan puuntuotoskyky). Luonnontilaiset suot muuttuvat ”turvekankaiksi” ojituksen seurauksena, kulotettu taimikko on lämpimämpi kuin kulottamaton, mätästys luo taimille parempia ”minikasvupaikkoja”, ja ojitetun suon ennallistaminen saa aikaiseksi soistumisprosessin, jolla pyritään palauttamaan ojitusta edeltänyt tila.

Tärkeitä kasvupaikkaa kuvaavia ominaisuuksia ovat lisäksi kasvukauden (ilmasto) lämpöoloja kuvaavat lämpösumma ja kasvukauden pituus. Lämpösummaa kertyy, kun vrk:n keskilämpötila ylittää 5 astetta. Jos lämpötilat viitenä kevään päivänä ovat 6, 10, 12, 10 ja 7 astetta, kertyy lämpösummaa 1+5+7+5+2 = 19 dd-yksikköä. Etelässä lämpösumma voi olla 1300 dd ja kasvukauden pituus 200 vrk, kun taas käsivarren Lapissa jäädään 500 dd ja 125 vrk:een. Sääolot

vaihtelevat, ja tästä syystä mm. puiden paksuuskasvussa näkyy vuosittaisia poikkeamia.

Suomessa on hyvä tuntea

- Metsätalouden metsätyypit (kangasmaille) lisämääreineen (kivisyys, maalaji, soistuneisuus).
- Metsätalouden suo- ja turvekangastyypit (suppeampi luokitus verrattuna biologisiin ja kasvitieteellisiin luokituksiin)
- Pituusbonitointi. Tasaikäisessä metsässä voidaan puulajiin, valtapituuteen ja ikään perustuen määrittää puuntuotoskyky H100 tai H50-arvona, joka vastaa valtapituutta referenssiällä 100 tai 50 vuotta. Esim. käenkääli-mustikkatyypin (OMT) kuusikon H100 on noin 27 metriä, Etelä-Suomessa. Menetelmää ei voi käyttää, jos puustoa on harvennettu kaatamalla valtapuita. Ruotsissa on käytössä myös ns. välikasvumenetelmä, jossa tartapuiden kasvunopeutta. Tämä soveltuu nuoriin puustoihin.

Metsä- ja suotyypit perustuvat kasviyhdyskuntiin eli pintakasvillisuuden lajeihin ja niiden runsaussuhteisiin. Luokitettaessa on huomioitava puuston kehitysvaihe (sukkessio), sillä taimikkovaiheen lajisto poikkeaa sulkeutuneen puuston alla vallitsevasta lajistosta. Kangasmaiden metsätyypeille on joukko opaskasveja, jotka esiintyvät tiettyä boniteettia paremmilla kasvupaikoilla, mutta eivät tätä huonommilla. Metsätyyppien kasviyhdyskuntien kuvaus on yli 100 vuotta vanha, ja maankäytön muutosten (laidunnus, metsikkötalousjärjestelmän käyttöönotto, maanmuokkaus, ojitus) takia yleisten metsäkasvien runsaussuhteet ovat muuttuneet, mistä aiheutuu tiettyä päänvaivaa metsätyypittäjälle. Esimerkkinä olkoon mustikkatyyppi (MT). Sen opaskasvit metsämansikka, metsäkurjenpolvi ja metsäimarre ovat harvinaistuneet ja mustikkatyyppi tunnistetaan esim. metsälauhan runsaudesta tai vadelman esiintymisestä – sääntöjä, joita ei ollut alkuperäisessä metsätyyppiteoriassa. ”Hyvin ojitetuilla” soilla (turvekankailla) kasvillisuus muuttuu ja muistuttaa kangasmaiden kasviyhdyskuntia. Luonnontilaisilla soilla luokittaja kiinnittää huomiota puulajin, mätäs-painanne vaihteluun, rämevarpujen esiintymiseen, sekä saroihin ja suosammaleihin, jotka kukin kertovat kasvupaikan eko-hydrologiasta ja määräävät suotyyppiä.



Kuva 254. Soilla kasvava villapääluikka kielii märkyydestä (painenne-välipintalaji) ja kohtalaisesta ravinteisuudesta (meso-eutrofi). Sitä tapaa ruohoisilla nevoilla ja avoimilla letoilla.

FAO:n määritelmä metsälle:

According to the FAO, forest is defined as

“*land with tree crown cover (or equivalent stocking level) of more than 10 percent and an area of more than 0.5 hectares (ha).*

The trees should be able to reach a minimum height of 5 meters (m) at maturity in situ.

May consist either of closed forest formations where trees of various storey and undergrowth cover a high proportion of the ground or open forest formations with a continuous vegetation cover in which tree crown cover exceeds 10 percent.

Young natural stands and all plantations established for forestry purposes which have yet to reach a crown density of 10 percent or tree height of 5 m are included under forest,

as are areas normally forming part of the forest area which are temporarily unstocked as a result of human intervention or natural causes but which are expected to revert to forest.”

Metsätalouden maa jaetaan Suomessa kolmeen luokkaan puuntuotoskyvyn eli boniteetin perusteella. Siinä ajatellaan kasvupaikalle puusto, jota kasvatetaan kiertoaika, jonka kuluessa keskimääräinen runkopuun tuotos (boniteetti) on 0-0.1, 0.1-1 tai yli 1 m3/ha/a (kuutiometriä hehtaarilla vuotta kohden). Luokat ovat joutomaa, kitumaa ja metsämaa. Lisäksi määritellään muu metsätalouden maa, johon kuuluvat mm. varastot ja metsätiet. Metsätalousmaahan kuuluu siis metsämaa, kitumaa, joutomaa ja muu metsätalouden maa. Aiemmin, kun metsän tuottoa verotettiin pinta-alaperusteisesti, verottaja luokitti kaiken maan näihin luokkiin, ja metsämaan vielä neljään alaluokkaan I, II, III ja IV. Verotus perustui tähän tuotoskykyyn ja paikkakunnalla vallitsevaan puutavaran kysyntään ja hintoihin. Joutomaata ovat avosuot (nevat ja avoletot) ja kalliot, joilla kasvaa vain kituvia yksittäisiä puita. Kitumaata ovat karut rämeet (mm. rahkaräme, tupasvillaräme, kallioset metsät) ja metsämaalle on tyypillistä se, että puusto saavuttaa lopulta vähintään 15-17 m valtapituuden. Ravinteisia jouto- ja kitumaan soita on muutettu paljolti metsämaaksi ojituksen (metsänparannus) keinoin. Jäljelle jääneet on suojeltu. Etelä-Suomen boniteetiltaan parhaat metsämaat tuottavat noin 7-8 m3/ha/a (keskikasvua) korkeimpaan metsänkasvuun johtavaa kiertoaikaa käytettäessä. Vertailuksi voidaan todeta, että puuston vuotoinen kasvu on viime vuosina ollut Suomessa noin 5 m3/ha/a.



Kuva 255. Juupajoen Hyytiälän Muistokuusikko on vuodesta 1932 tuottanut runkopuuta yli 600 m3 eli 7 m3/ha/a. Kasvupaikka on OMT, ekspositio lounaaseen viettävässä rinteessä. Syntytapa istutus. Maalaji hietamoreeni.

Kasvupaikat voidaan kuvata myös suppeammalla luokituksella: Kangas, korpi, räme, neva, letto.

Soista voidaan mm. todeta ovatko ne luonnontilaisia, ojikoita, muuttumia vai turvekankaita.

7 Metsäalueen tunnukset

Metsälöä, joka koostuu tyypillisesti useista metsiköistä voi kuvata esim. jakaumin, keskitunnuksin, kartoin jne.

Esim. pinta-alan jakautuminen
- Kasvupaikkaluokkiin
- Ikäluokiin, kehitysluokkiin
- Maaluokkiin (Metsätalousmaa, maatalouden maa, rakennettu maa, liikenteen ja voimalinjojen maa, sisävesi ja merivesi)

Esim. puuston jakautuminen
- järeysluokkiin puulajeittain

Esim. kasvua ja boniteettia koskien
- puuston tämänhetkinen keskikasvu, m3/ha/a
- kuvioiden boniteetin keskiarvo, m3/ha/a

Kartat laaditaan sen mukaan, onko metsätieto kerätty kuvioittain vai kenties systemaattisella koealaverkolla.

7.1 Inventointimenetelmät

Monisteen alkuosan esimerkeissä käsiteltiin metsän inventointia. Inventointimenetelmät voidaan karkeasti jakaa sen mukaan, halutaan tieto paikallistaa alueen sisälle (esim. kuvioittainen arviointi tai hilaan tuotettu laserkeilausinventointi), vai ollaanko kiinnostuneita yksinomaan alueen kokonaistuloksista.

7.1.1 Suomen VMI, Valtakunnan metsien inventointi

Suomen metsävarat inventoidaan virkatöinä koeala-arviointia käyttäen. Inventointi on nimeltään VMI eli valtakunnan metsien inventointi.

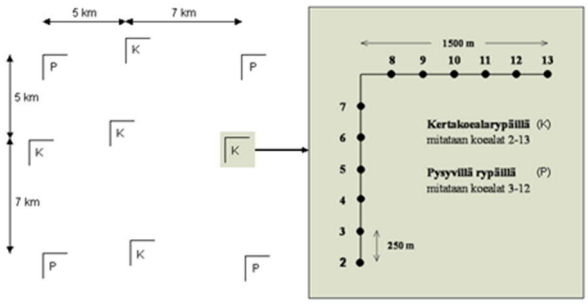
VMI on inventointisovellus, jossa koko maa on katettu koealojen verkostolla, ja tuloksia voidaan laskea myös maakunta- ja kuntatasolla. Yksittäisiin kuntiin ei aina välttämättä sijoitu riittävän suurta koealamäärää (n), jotta tulokset olisivat riittävän luotettavat yleisölle ja päättäjille esitettäviksi. VMI perustuu otantaan ja tuloksille voidaan laskea luottamusvälit.

VMI on esimerkki inventoinnista, joka nojaa yksinomaan maastokoealoihin (otantapohjainen menetelmä), vaikka tuloksia myös yleistetään satelliittikuvien ja kuvatulkintamallien avulla välialueille, joista koealatietoa ei ole. Tästä käytetään termiä monilähde-VMI ja sen tuotteet ovat erilaisten metsällisten tunnusten karttoja. VMI:ssä koko maan kattaa systemaattinen koealojen verkko, jossa kukin koeala sijaitsee lisäksi rypäässä, jotka ovat L-kirjaimen muotoisia. Yhdessä rypäässä on sellainen lukumäärä koealoja, jonka mittausryhmä pystyy hoitamaan yhden päivän aikana, mikä vähentää siirtymisten määrää eli kustannuksia. VMI:n ryväs on L-kirjaimen muotoinen, eli koealat sijaitsevat määrävälein kahdella linjalla. Koealojen välillä on riittävä etäisyys, jotta ne eivät ”mittaisi samaa metsää”, vaan olisivat riippumattomia havaintoja – eri metsikössä – kenties eri maanomistajankin maalla. Ilman ryvästystä koealoja olisi tasaisesti, jolloin kulkumatkat koealalta toiselle muodostuisivat suuriksi, mistä inventoinnin tehokkuus kärsisi. Lisäksi otantatiheys riippuu sijainnista, sillä Suomi on jaettu osa-alueisiin ja mm. Pohjois-Suomessa koealoja on harvemmassa kuin Etelä-Suomessa.

Osa VMI-koealoista on pysyviä. Pysyvien koealojen avulla saadaan paremmin selville metsässä tapahtuvat muutokset ja niiden syyt. Pysyvä koeala mitataan aina uudelleen ja pidetään salassa maanomistajalta.

Jos rypäitä olisi 6 x 6 km hilassa ja kussakin on 13 koealaa, saadaan 20 miljoonalle metsätalousmaan hehtaarille koealamääräksi 72000 koealaa ja 5500 ryvästä eli mittaryhmän maastotyöpäivää. Todellisuudessa koealoja on noin 60000, sillä otantatiheys ei ole kaikkialla Suomessa yhtä suuri. Kaikkia rypäitä ei mitata jokaisena kesänä, vaan noin viidesosa siten että koealoja mitataan kaikkialta Suomesta jokaisena kesänä, jotta koko maan tilanteesta saadaan käsitys vuositasolla noin 12000 koealaan perustuen. VMI tarjoaa poikkeuksellisen otantakehikon, kun tutkitaan suomalaista metsäluontoa. VMI:n yhteydessä onkin tehty monenlaisia lisäselvityksiä.

VMI:ssä sovelletaan siis systemaattista ryväsotantaa.



Kuva 256. VMI:n otanta-asetelma, systemaattisesti sijoitetut rypäät ja rypäällä sijaitsevat maastokoealat. Sijoittelu ja otantatiheys vaihtelevat maan eri osissa.

VMI:n tulokset 1964-2003 (VMI5-VMI9) kertovat mm., että puuston kasvu on noussut arvosta 2.9 m³/ha/a tasolle 4.2 m³/ha/a. Puuston keskitilavuus on lisääntynyt ollen 77 m³/ha VMI5:ssä ja 107 m³/ha VMI10:ssä. Puustoisin metsäkeskus oli Rannikko (Etelärannikko), jossa keskitilavuus oli 168 m³/ha, kun metsämaan keskitilavuus Lapin metsäkeskuksen alueella oli vain 66 m³/ha (VMI 10, 2004-2008). Nämä luvut on saatu metsämaan koealojen keskiarvoina.

Lukijaa kehotetaan tutustumaan tuoreimpiin VMI:n tuloksiin LUKE:n sivujen kautta. VMI12 valmistui 2018 ja VMI13 alkoi vuonna 2019.

7.1.2 Aluepohjainen laserkeilausinventointi

vrt. (1.3.4 Puuston mittaus laserkeilaushavainnoista pala metsää kerrallaan).

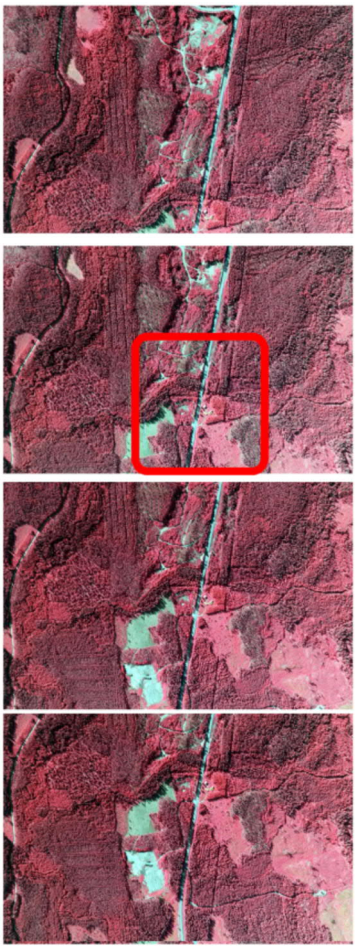
Tässä inventointimenetelmässä puustotiedot ”paikallistetaan” ja ne tuotetaan kattavasti koko alueelle eli väliin ei jää tyhjiä alueita.

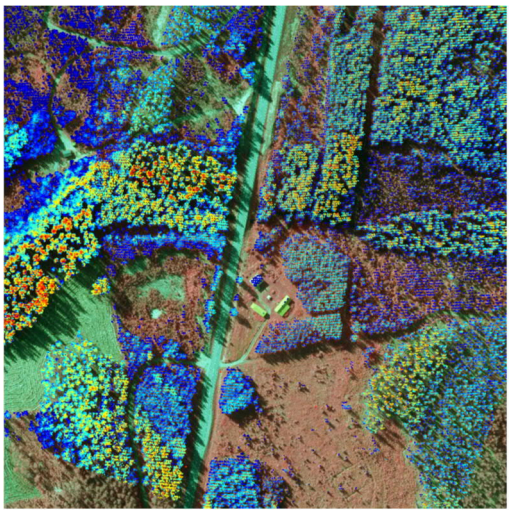
Tietolähteet (havainnot) ovat

- Ilmalaserkeilaus
- Ilmakuvaus
- Paikannettuja maastokoealoja, opetusdataa

Ilmalaserkeilaus maksaa noin 40-50€/km2 eli 0.5€/ha, mikäli kerrallaan voidaan keilata suuria alueita (>400 km2). Tällöin keilaus tapahtuu noin 1.5–2 km korkeudelta ja pulsseja osuu 1–2 neliömetrille. Ilmakuvaus maksaa myös noin 0.5 €/ha (3000€/lentotunti), sillä sitä ja laserkeilausta ei yleensä pystytä tekemään samanaikaisesti, koska ilmakuvaus tapahtuu pilvettömän taivaan vallitessa (aurinko yli 30 asteen korkeudella), kun taas laserkeilaus onnistuu yölläkin kunhan pilviä tai usvaa ei ole.

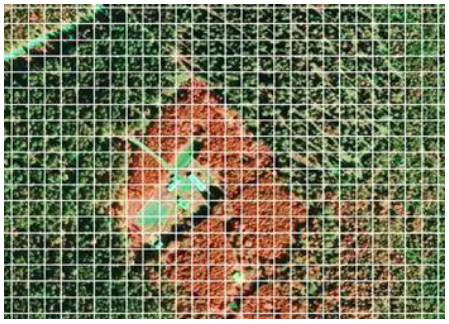
Ilmakuvaus tehdään s.e. sama puu/metsä/hilaruutu näkyy usealla kuvalla, joita saadaan, kun kamera lentää kohteen yli, ja joskus viereiseltä kuvauslinjaltakin (Kuva 257). Ilmakuvat orientoidaan tarkasti, jolloin mikä tahansa XYZ-piste voidaan kuvata tarkasti (löytää sitä vastaava pikseli) ilmakuvalle. Laserkeilausdata on sekin sijaintitarkkuudeltaan hyvää, pisteiden koordinaatit ovat yleensä alle 20 cm oikeasta.



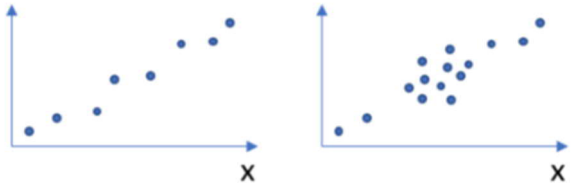


Kuva 257. Ilmakuvajono 80% pituuspeitolla (lentosuunta etelään) sekä suurennos, johon on tulostettu laserkeilauspisteet, joiden korkeus maasta on yli 5 m. Vähä-Aitua, Juupajoki.

Monissa sovelluksissa metsäalue jaetaan ruutuihin, joiden koko on 200-600 m2. Näille ruuduille estimoidaan puustotunnukset.

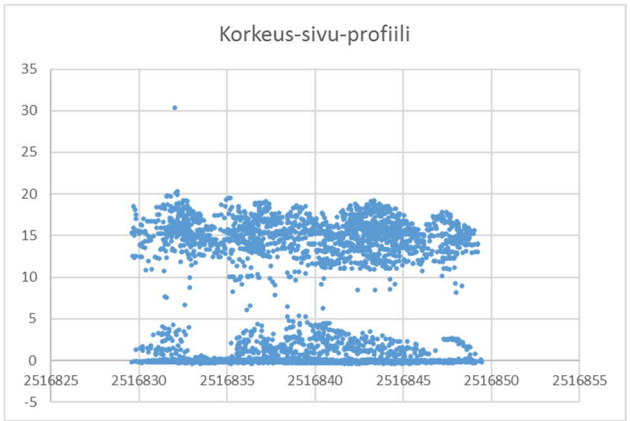


Maastokoealoja mitataan inventoitavalta alueelta, jotta saadaan opetusaineistoa, jonka avulla voidaan tutkia, millaiset riippuvuudet vallitsevat metsän ominaisuuksien ja toisaalta laser- ja kuvasignaalien välillä. Kun riippuvuus on muutettu malliksi, voidaan metsän ominaisuudet ennustaa mihin tahansa ruutuun metsäalueella (imputation, koealatietojen yleistys). Tämä on yleinen lähestymistapa kaukokartoitusta sovellettaessa. Oleellista on saada opetusaineisto kerätty mahdollisimman kattavasti - rakenteeltaan, kasvupaikaltaan, iältään, metsänhoitohistorialtaan jne. erilaisia kohteita.

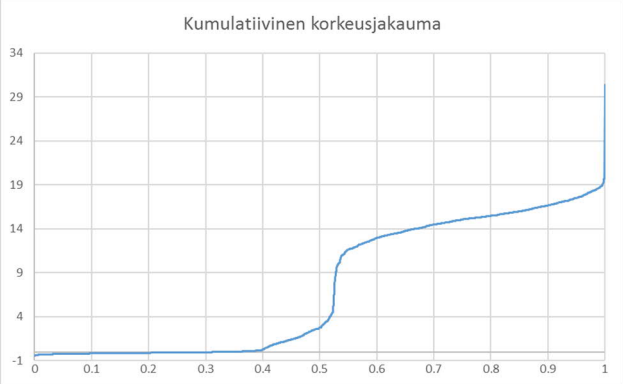


Kuva 258. Opetusaineisto kerätään s.e. sitä on koko vaihteluväliltä, jolloin yleisistä luokista (esim. metsätyyppi, ikävaihe, puulaji) valitaan vähemmän koealaoja, jotta saadaan katettua paremmin metsien vaihtelu opetusaineistossa.

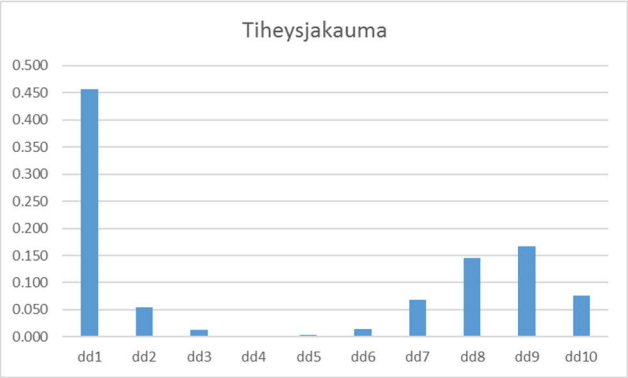
Kaukokartoituspiireiden irrotus. Ruudun (esim. 20 x 20 m) alueelta kerätään kaikki laserkaiut (pisteet). Näitä voi olla satoja tai tuhansia, riippuen laserkeilauksen pulssitiheydestä, joka on tyypillisesti vähintään 0.5 pulssia neliömetrille (5000 hehtaarille). Teknisesti tämä toteutetaan lukemalla spatiaalisesti sortteerattua pistetiedostoa. Jokaiselle ruutuun kuuluvalle pisteelle saadaan korkeus, vertaamalla pisteen xy-sijainnissa pisteen z-koordinaattia maanpinnan korkeusmallin (omassa tiedostossaan) antamaan maanpinnan z-arvoon. Esim. z = 150.5 ja z_maa = 145.5 kertoo, että piste on noin 5.0 m maanpinnan yläpuolella. Näin tehdään kaikille pisteille ja saadaan pisteiden korkeusjakauma, jonka korkein havainto kertoo puuston valtapituudesta (tai kohteen yllä lentäneestä linnusta). Maahan asti yltäneiden pulssien osuus kertoo latvuston tiheydestä. Korkeimpien pisteiden voidaan katsoa kuvaavan latvusten yläosien geometriaa.



Kuva 259. Pistepilvi eräässä rämemänniköss. Maastoruudun pisteet esitetään kuvassa kuin niitä katseltaisiin XZ-tasossa. Laserpisteitä on tullut runsaasti 15-20 metristen mäntyjen lqtvoista. Osassa ruutua on alikasvosta. Yksittäinen kaiku 30 metrin korkeudelta on todennäköisesti lintu.



Kuva 260. Saman ruudun pisteiden kumulatiivinen korkeusjakauma. Kuvasta voi lukea mm. että maahan on tullut 40% pulsseista, korkeusvälillä 1..9 metriä on noin 12% pisteistä (0.52-0.4), kun taas korkeusvälillä 14..19 m on 40% pisteistä. Pisteitä on hyvin vähän välillä 4..12 m, jossa kumulatiivinen käyrä kulkee pystysuoraan. Sama näkyi sivuprofiilista (Kuva 259) .

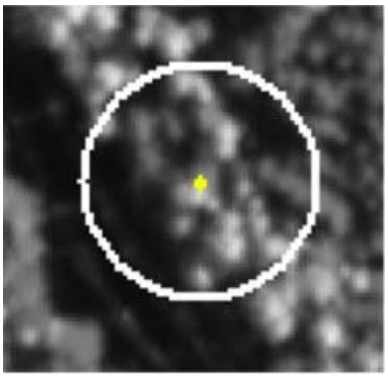


Kuva 261. Saman koealan tiheyspiirteitä. Koealan maksimikorkeus (lintuosuma poistaen) on noin 19 m. Korkeusväli voidaan jakaa tasaisesti kymmeneen osaan, joista alin dd1 on 0-1.9 m ja korkein dd10 on 17.1-19 m. dd# piirteet kertovat, mikä osuus pisteistä on kullakin korkeusvälillä.



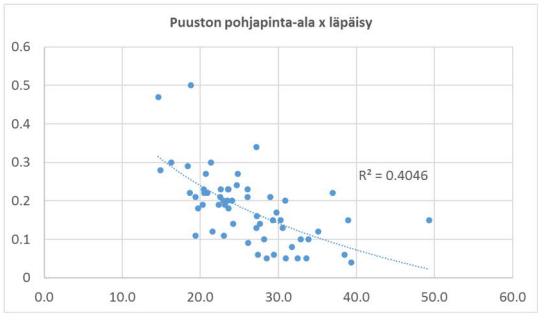
Kuva 262. Valokuva Hyytiälän vuorijärvensuolta vuonna 2009. Alikasvoksen muodostaa hieskoivu.

Korkealle osuneet pisteet voidaan projisoida ilmakuville, ja niille voidaan hakea ilmakuvan sävyarvot. Ilmakuvan (kameran) tyypistä riippuen saadaan erilaisia pikselihavaintoja (kameran / kuvan kanavat). Voimakas infrapuna-alueen heijastus implikoi yleensä lehtipuustoa. Kuvalta voidaan myös laskea 20 x 20 m alueelta erilaisia tekstuuripiirteitä, jotka kertovat kuvan rakenteesta, latvusten koosta, ryhmittäisyydestä tai lukumäärästä. Ilmakuvien käyttöä rajoittaa se, että kuville näkyvät vain pää- ja lisävaltapuut, ja sama kohde ”näyttää melko erilaiselta” riippuen, kuinka kaukana kuvan keskipisteestä ollaan, ja mistä suunnasta kohdetta kamera katsoo suhteessa aurinkoon. Laserkeilain sen sijaan näkee jonkin verran latvuston sisään ja läpi ja antaa informaatiota puuston/latvuston korkeusjakaumasta. Kaukokartoitushavainnoista saadaan laser- ja kuvamuuttujia, joiden toivotaan korreloivan metsän todellisten (haluttujen) ominaisuuksien kanssa.

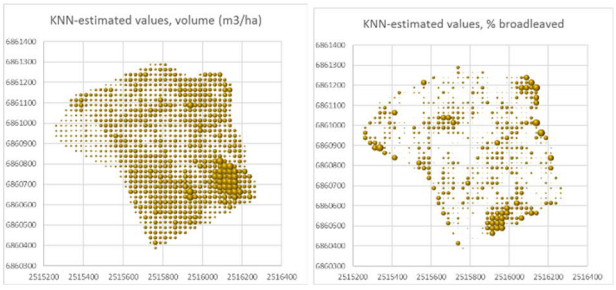


Kuva 263. Yhden koealan pikselit NIR (lähi-infra-alueen) kanavalla, jossa lehtipuut ovat kirkkaita. Pikselin koko on 40 cm. Ympyrän halkaisija 2 x 11.28 m (4 aarin ympyräkoeala).

Maastokoealat ja tunnusten estimointi ruuduille. Maastokoealoja mitataan edustavasti, sillä yleisesti estimaatit, joita ruuduille lasketaan, riippuvat siitä vaihtelusta, jota maastokoealat edustavat. Jos maastokoealaksi ei osu yhtään tervaleppämetsikköä, ei estimointikaan todennäköisesti sellaista millekään ruudulle ennusta. Yleinen estimointitekniikka on lähimmän naapurin menetelmä ja sen variantit (myös regressiomalleja voi soveltaa). Kaikille maastokoealoille lasketaan myös laser- ja kuvapiirteet, eli selittävät X-muuttujat. Selitettäviä tai ennustettavia Y-muuttujia ovat puustotunnukset kuten tilavuus, keskiläpimitta jne., ja ne on myös laskettu maastokoealoille. Jos tiedetään (maastokoealojen avulla tehdystä korrelaatioanalyysistä, Kuva 264), että maahan asti päässeiden laserpulssien osuus sekä laserpisteiden korkeusjakauman yläkvartiili selittävät puuston tilavuutta, voidaan näitä X-muuttujia (ja muita vastaavia) käyttäen laskea aina kullekin ruudulle (jolle halutaan tietää tilavuus) tilavuusestimaatti. Lähimmän naapurin menetelmässä etsitään X-muuttujien avaruudessa (kahdella kuva- ja lasermuuttujalla kaksiulotteinen) ruutua vastaava (lähellä oleva) opetusaineiston koeala. Läheisyys tarkoittaa sitä, että ruudun ja maastokoealan laser- ja kuvapiirteet vastaavat toisiaan. Läheisyys ei tarkoita maantieteellistä etäisyyttä.



Kuva 264. Opetusaineistossa laserpulssien läpäisyn (osuus pulsseista, jota päässeet mahan asti, y-akseli) ja koealan puuston pohjapinta-alan (m2/ha) välinen riippuvuus 59 koealan aineistossa.



Kuva 265. Eri puustomuuttujista saadaan jokaiselle ruudulle estimaatti. Tässä tilavuuden (m3/ha) ja lehtipuuston tilavuusosuuden kartat 57 hehtaarin metsälössä.

Aluepohjaisen menetelmän hyviä puolia ovat:

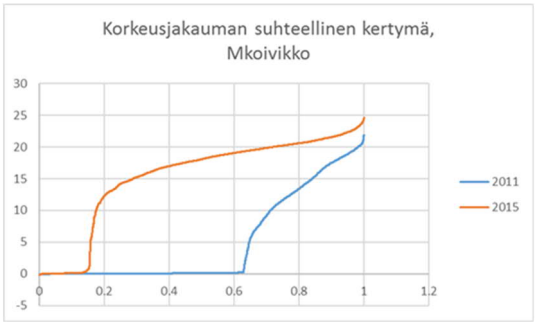
- Latvuston tiheydestä ja sulkeutuneisuudesta ja niiden vaihtelusta metsikön sisällä saadaan selkeä kuva.
- Puuston valta- ja keskipituuden vaihtelu tulevat estimoiduiksi luotettavasti ja kartat ovat tarkkoja.
- Maanpinnan korkeusvaihtelu, mikäli korkeusmallin estimoimiseen on tarve (sitä ei vielä ole), saadaan luotettavasti.

Aluepohjaisen menetelmän heikkouksia ovat.

- Puuston puulajisuhteiden arvio ovat melko epätarkkoja.
- Puuston kokojakauman estimointi on epätarkkaa (runkojen läpimittajakauman muoto).







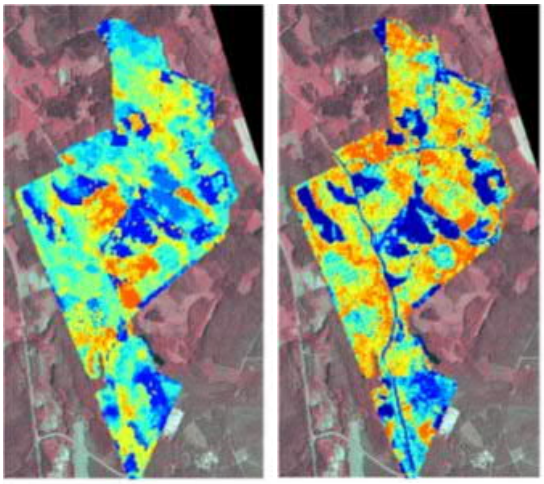
Kuva 266. Havainnollistava esimerkki siitä, kuinka sama kohde näyttää niin kuvissa kuin laserkeilausaineistossa erilaiselta johtuen vuodenajasta. Hyytiälän Muistokoivikko on pienialainen kuvio, joka kuvattiin ja keilattiin marraskuussa 2011 ja uudelleen elokuussa 2015 samoilla instrumenteilla, samasta lentookrkeudesta.

7.1.3 Kuvioittainen arviointi

Eräässä mielessä tässä menetelmässä sovelletaan ositettua otantaa, koska ennen maastotöitä metsäalue jaetaan pienalueisiin, kuvioihin, yleensä karttojen, ilmakuvien, laserkeilausaineistojen ja vanhojen metsävaratietojen avulla. Kartalta saadaan tieto turvemaista, jotka voidaan rajata omiksi ennakkokuvioikseen. Ilmakuvaa ja laserpistepilveä tulkitsemalla voidaan muodostaa puustotunnuksiltaan yhtenäisiä ennakkokuvioita. Maastossa rajat tarkastetaan, niitä korjaillaan, ja kuvioille hankitaan tarvittavat puusto- ja kasvupaikkatiedot. Yleensä ei käytetä systemaattista otantaa, koska koealaverkon perustaminen kuhunkin kuvioon veisi liikaa aikaa. Sen sijaan tyydytään subjektiiviseen otantaan. Maastomittaaja päättää itse mistä osista kuviota hän mittaa koealoja, joiden keskiarvona kuviotunnukset saadaan.



Jos koealan puusto ja kasvupaikkatunnukset ovat tasaiset (vaihtelu on vähäistä), tarvitaan vähemmän havaintoja. Mittaaja käyttääkin paljon harkintaa. Tulosten tarkkuudesta ei pystytä sanomaan varmaa, sillä otosyksiköiden sijoittelu ei ole satunnaista. Mittaaja on saattanut vältellä tiheää tai vaikeakulkuista metsää, jolloin tulokset eivät päde. Mittaaja saattaa myös tyytyä silmävaraiseen, kokemusperäiseen mittaamiseen / arviointiin, jolloin systemaattiset virheet ovat mahdollisia. Puustotunnukset voidaan periaatteessa mitata koealojen avulla, mittaamalla yksittäiset puut, mutta tavallista on, että ne mitataan suoraan puustotunnusmalleilla eli keskipuu- (mediaanipuu-) menetelmää soveltaen. Mittaajalla on käytössään ilmakuvia ja muuta esikäsiteltyä kaukokartoitusmateriaalia, joka auttaa maastotöiden tekemistä, jolta hahmottaa puuston ominaisuuksien paikallista vaihtelua.



Kuva 267. Kuvioittaista arviointia tekevällä voi päätelaitteessa näkyä esim. laserkeilauksella tuotettu puuston pituuden (vas.) ja peittävyyden rasteri (oik.)

7.1.4 Täysluku

Kun tulosten tarkkuus on ratkaisevassa asemassa, voidaan mittauksiin käyttää paljonkin resursseja. Näin voi olla esim. perinnönjaon yhteydessä. Täysluvussa kaikki puut luetaan ja alueelta mitataan paljon pituus- ja d6-koepuita, tai, tunnukset mitataan kaikista puista.

7.1.5 Systemaattinen koeala-arviointi

Edellä esitelty VMI soveltaa ryvästettyä systemaattista otantaa. Jos koealat sijoitetaan linjoille (hilaan) puhutaan systemaattisesta koeala-arvioinnista. Linja- ja koealaväli voivat olla esim. 100 m ja 50 m. Tällöin yksi koeala edustaa 0.5 hehtaaria. Pienempi koealaväli säästää kävelyä, mutta väliä pienennettäessä otetaan riski, sillä lähekkäin toisiaan olevat koealat eivät tuo samaa lisäarvoa spatiaalisen autokorrelaation takia.

Otannassa voi soveltaa ositusta. Koealaverkko voi olla alkuvaiheessa tiheä, esim. 25 x 25 m, mutta verkon lopullinen tiheys määräytyy esim. osa-alueittain. Esim., jos jokin osa aluetta on puustoisempi kuin toinen, ja puuston määrä halutaan saada selville tarkasti, voidaan alue jakaa osiin, joissa toisessa linja- ja koealaväli on 100 x 100 m ja toisessa (puustoisemmassa osiossa) 100 x 50 m. Lisäksi koealatyyppiä voidaan vaihtaa sen mukaan, millaisesta puustosta on kyse. Pienille puille voidaan virittää pienet koealat ja suurille puille isommat.

Jos alueella on N koealaa, ja koealojen tuloksista laskettu muuttujan keskihajonta on s, on 68% luottamusväli laskettavissa kaavalla s/sqrt(N), kuten satunnaisotannassa. Systemaattinen otanta on kuitenkin yleensä tehokkaampaa kuin satunnaisotanta, ja kaavalla saatu luottamusväli on yliarvio, kun sitä sovelletaan systemaattisessa otannassa. Muuta kaavaa ei ole.

7.2 Kuinka tarkkaa tietoa ja kuinka usein?

Seuraavassa tarkastellaan esimerkkien avulla metsän mittaamista investointina, jonka tulisi tuottaa lisäarvoa. Metsänmittaus on keskeisessä roolissa, kun tehdään metsäsuunnittelua. Tarkkuus maksaa ja päätöksentuen tarve vaihtelee eri ikävaiheiden metsissä. Toisaalta, mittaustiedoille on kysyntää metsätiloja kaupattaessa ja kolmas esimerkki liittyy metsänmittaukseen osana monesti monitieteellisiäkin tutkimuksia. Metsäekologisessa tutkimuksessa metsä nähdään monesti toiminnan-rakenteen-ympäristöolojen kombinaationa, ja rakenteen kuvaus on "metsänmittaajan hommaa".

7.2.1 1. Metsäsuunnittelu - "Case Järvinen"

Järvinen on metsänomistaja, joka omistaa 100 ha metsää, jossa yksittäisten kuvioiden keskikoko on 2 ha. Hänen tavoitteena on uudistaa metsiköt siinä järjestyksessä, että uudistettavaksi tulee aina alhaisimman tuoton kohde – eli uudistamisjärjestys määräytyy arvokasvu-%:n mukaan.

Lisäksi metsänhoidossa pyritään luontaiseen uudistamiseen, milloin se on taloudellisesti järkevää. Järvisen isän ja Järvisen itsensä kokemukset kuusen luontaisesta uudistamisesta ovat kuitenkin olleet melko huonoja. Verhopuuston alta on joskus vapautettu kuusia, mutta syntyneet puustot ovat olleet aukkoisia kaadettujen puiden runneltua alikasvoksen – työ on lisäksi ollut kallista teettää.

Metsänomistaja Järvinen arvostaa myös marjastusta, mutta ehtii harvoin poimia mustikat omasta metsästään, ennen kuin ne ovat jo jonkun toisen pakastimessa. Sama käy kanttarellien ja suppilovahveroiden kanssa. Peurat ja hirvet syövät taimia, mikä joskus jurppii Järvistä - hän kun ei ole itse metsästämisestä innostunut. Metsästysoikeuden vuokrauksesta saadut rahat eivät Järvisen mielestä korvaa taimikoiden tuhoja.

Järvinen arvostaa sitä, että hakkuumahdollisuudet säilyvät, eli pyrkii uudistamaan metsiä tasaisesti, mikä tarkoittaa noin 1 hehtaarin uudistusalaa vuotta kohden, kuitenkin s.e. kasvatushakkuut ja uudistushakkuut tehdään samalla kertaa, eli noin kerran 5 vuodessa. Tila on suorakaiteen muotoinen, 400 m x 2500 m mitoiltaan ja sen läpi kulkee kaksi metsäautotietä, joihin aikanaan otettu nollakorkoinen metsänparannuslaina on aikaa sitten maksettu ja tiekunnan vuotuinen tienhoitomaksu on noin 150€. Lisäksi hakkuiden yhteydessä kukin metsänomistaja vastaa tielle tulleista vaurioista. Tilalla on lähde, johon tosin on joskus rakennettu kaivonrenkaat, eli luonnontilainen lähde ei enää ole, mutta hetteikkö kasvilajeineen on osin ennallistunut.



Kuva 268. Lettosiipisammal Järvisen lähteestä purkautuvan noron varrella.

Järvisen metsissä puustojen tuotto on 1-4% välillä, kun puustot saavuttavat 100 vuoden iän. Tuotto riippuu kasvupaikasta ja puuston määrästä, joka vaihtelee, koska Järvinen ei aina noudata harvennusmalleja. Järvinen tietää, että tuotto-% pienenee, jos kiertoaikaa jatkaa tästä, sillä puuston kasvu ei lisäänny, mutta pääomaa kertyy koko ajan lisää, altistuen myös tuhoille. Varttuneiden kuusikoiden ja männiköiden lannoittamisesta Järvisellä on hyviä kokemuksia. 400 € typpilannoitukseen tuo reilussa 5 vuodessa 20 m^3/ha lisää tukkipuuta, kun lannoittaa varttuneita kasvatusmetsiä. Vaste on Järvisen kokemuksen mukaan nopeampi männiköissä.

Koska uudistushakkuita tehdään noin 5 vuoden välein, niitä seuraavat uudistamis- ja taimikonhoitotoimet tapahtuvat näillä uudisaloilla seuraavina vuosina aikana likimain samaa tahtia (maanmuokkaus, viljely, 1. taimikonhoito, suojus- ja siemenpuiden poisto jne.). Järvinen on huomannut, että metsänhoitotöiden yksikköhintaan vaikuttaa työmaan suuruus – metsä-äkeen tuominen paikalle pienen uudistamisalan takia nostaa hintaa. Sama on totta myös

puita myydessä – kantohintaan vaikuttaa korjattavan puuerän koko. Siksi Järvinen pyrkii tekemään kasvatushakkuut uudistushakkuiden yhteydessä ja on joskus sopinut naapurin kanssa yhteismyynnistäkin. Kasvatushakkuita tehdään Järvisen metsissä kerran tai kahdesti kiertoajan aikana. Nyt noin 60-70-vuotiaita mäntyjä on karsittu 1970- ja 80-luvulla metsänparannusvaroin. Vanhempi Järvinen muistaa, kuinka silloin sai halpaa lainaa ja jopa avustusta moneen: ojitukseen, metsäteiden rakentamiseen, tuottamattomien puustojen uudistamiseen, pystykarsintaan, taimikonhoitoon jne.

Järvisen tilan metsien ikärakenne on melko ihanteellinen, sillä ikäluokkia 0-20, 20-40, 40-60, 60-80, 80-100 ja 100-120 vuotta on 20, 20, 15, 15, 15 ja 15%. Tilan pinta-ala on 100 ha ja prosentit vastaavat hehtaareja. Kasvupaikat vaihtelevat melko vähän ollen pääosin mustikkatyypin ja puolukkatyypin kankaita. Suot, joita on muutama, ovat lähinnä pienialaisia ohutturpeisia kangasmaan soistumia maaston painanteissa. Niihin kaivettiin ojat metsänparannusrahoin, ja lustoista voi vieläkin nähdä, kuinka kasvu elpyi muutama vuosi ojituksen jälkeen. Tasainen ikärakenne on systemaattisen metsikkötalouden harjoittamisen tulosta jo kolmen sukupolven ajalta. Järvinenkin tietää, että tasainen ikärakenne tilatasolla on harvinaista, koska metsiä alettiin keinollisesti uudistaa 1950-luvun alussa, ja on tavallista, että yksityistilojen metsien ikärakenne keskittyy 1960-80 lukujen kohortteihin.

Metsänomistaja Järvinen seuraa puun hintakehitystä ja pyrkii myymään, kun kysyntä ja hintataso ovat korkealla eli hän ei orjallisesti noudata 5 vuoden hakkuukiertoa. Puunmyynnistä saamiaan rahoja hän on sijoittanut vuokra-asuntoihin, joiden tuotto on ollut luokkaa 3-4% pitkällä ajalla. Kun pinta-alaverotus muuttui aikanaan myyntiverotukseksi, ei Järvinen myynyt puuta, vaikka se olisi ollutkin kannattavaa – olihan puista jo verot maksettu. Tämä joskus harmittaa, mutta lohtuna on se, ettei puustojen ikärakenteeseen tullut yhtä suurta ”verotusmuodon muutoskohorttia” – ”eikä ne hinnatkaan olleet hyvät, kun kaikki halusivat myydä puitaan verotusmuodon vaihtuessa”.

Järvinen on tottunut käyttämään perinteistä metsäsuunnitelmaa, jossa esitetään puustotiedot kullekin kuviolle puusto-ositteittain (puulajikohtaiset kuutiomäärät ja muut puustotunnukset). Esim. kuvionselityskirjan tiedoista yhdelle kuvioista:

Kuvio	10
Pinta-ala	1.8 ha
Kasvupaikka	Lehtomainen kangas
Pääpuulaji	Kuusi
Kehitysluokka	Varttunut kasvatusmetsä
Ikä	65 vuotta
Puuston tilavuus	260 m3/ha
Mänty	50 m3/ha
Kuusi	210 m3/ha
Tukki-%	60
Keskiläpimitta	
Mänty	23 cm
Kuusi	22 cm
Keskipituus	
Mänty	22 m
Kuusi	21 m
Pohjapinta-ala	
Mänty	6 m2/ha
Kuusi	18 m2/ha
Kasvu	7.8 m3/ha/a
Puuston arvo	10200 €
Arvokasvu-%	5.2
Edellinen toimenpide	Lannoitus 2008
Toimenpide-ehdotus	Väljennyshakkuu 2025
	Poistuma 100 m3
	Arvo 3500 €

Viime aikoina Järvinen on kyseenalaistanut metsävaratiedon keruun toteuttamisen metsissään ja pohtii, millaista tietoa hän todella tarvitsee s.e. siitä maksettu hinta tulee kuitatuksi hyötyinä. Tähän asti tietoa on kerätty kuvioittaisena arviointina n. 10 vuoden välein. Metsäsuunnittelija on ensin haastatellut Järvistä ja kulkenut sitten metsän läpi kuvio kuviolta ja laatinut lopulta suunnitelman hakkuulaskelmineen. Se on maksanut Järviselle 15-20€ hehtaaria kohden vastaten noin yhden puukuutiometrin tuottoa per hehtaari. Yksi suunnitelma on siis maksanut noin 1500-2000 €. Järvinen on pitänyt kirjaa metsätalouden tuloista ja menoista sekä metsässä tehdyistä toimenpiteistä. Niinpä hän tietää, että suunnitelma maksaa likipitäen saman kuin 5 hehtaarin taimikon perkuu.

Järvinen haluaa, että uudistamisen yhteydessä metsää koskeva tieto auttaa häntä valitsemaan tuotoltaan alhaisimmat kohteet ensimmäisenä uudistettaviksi. Jos 3% tuottoinen 5 hehtaarin alueen puusto uudistetaan, kun valittavana olisi ollut 2% tuoton puustoa, tehdään virhe, josta aiheutuu tappiota. Jos puustoa kummassakin tapauksessa olisi 250 m3/ha (1250 m3 leimikko), on puustopääoma noin 40 x 1250 = 50000€ kantoraha-arvoltaan. Jos hakkuukierto on 5 vuotta, seisoo pääomaa 2% tuottoisessa metsässä 5 vuotta alemmalla korolla. 2% tuotto on 5204€ kun 3% tuotto olisi 7964 €. Poikkeaminen arvokasvujärjestyksestä tuottaisi tappiota miltei 3000€!

Tilalla on 80-120-vuotiaita puustoja yhteensä 30 hehtaaria. Järvinen on fundeerannut, että metsäsuunnittelijan tekemät kairaukset kertovat menneen kasvun tasosta, samoin arviot pituuskasvusta ja latvusten tilasta, mutta vain mittaushetkellä. Mikäli uutta mittausta ei tehdä lähivuosina, on tulevaisuuden kasvu ja tuotto-% arvioitava mallien avulla. Nämä mallit ennustavat puuston kehityksen, ja perustuvat mitattuun puustoon (esim. tiheys, kehitysvaihe, kokojakauma, ikä) ja kasvupaikan ominaisuuksiin sekä maantieteelliseen sijaintiin. Metsänomistaja Järvinen on tietoinen siitä, että mallien käyttöön liittyy riski, kun niitä käyttäen ennustetaan tulevaisuuden puusto ja sen tuotto. Tämä pätee, vaikka puusto olisi kuvattu täydellisesti ja metsätyyppikin olisi oikein, sillä mallit ole virheettömiä. Malleilla laskettu kuvioiden keskinäinen arvokasvujärjestys tai tuotto-% voivat mennä väärin, sillä ne ovat mallilla tuotettuja estimaatteja. Lisäksi hakkuu voi aiheuttaa tuhon, tai lisätä sen todennäköisyyttä (myrskytuho). Tätä on vaikea mallintaa, joten pelkkä tuoton optimointi hakkuita määritettäessä voi aiheuttaa kuluja toisaalla. "Vielä tarvitaan leimikonsuunnittelua ja myrskyriskin arviointia paikan päällä – ei pelkillä malleilla pärjää" – tuumii Järvinen. "Mallit antavat osviittaa".

Nuorissa puustoissa syntyy Järviselle yksinomaan kustannuksia. Voiko niitä pienentää, jos metsävaratieto on tarkempaa? Järvinen tietää, että taimikonhoidon kulut nousevat, kun hoitamaton taimikko ikääntyy, koska poistettavat puut ovat järeämpiä ja työ vie enemmän aikaa per hehtaari. Metsänkasvatuksen kannalta olennaisin päätös on jo tehty – viljelty puulaji on valittu. Liian aikainen perkuu voi johtaa toisen taimikonhoidon tarpeeseen, mikä tulee kalliiksi. Perkuun oikea ajoittaminen voi auttaa välttämään tämän, mutta optimointi on erittäin, sillä ennustemallit taimikon ja nuorpuuston kehittymiselle ovat epätarkkoja. Niitä ei ole edes juuri laadittu, koska tutkimuksen pääpaino oli pitkään varttuneemmissa puissa. Ja, mitä malleja löytyy 1980-luvulta, on ne tehty taimikoissa, joihin ei vielä oltu ehditty istuttaa jalostettuja taimia. Jalostushyöty on kyllä kiistanalainen juttu, pohtii Järvinen, eikä usko ihan kaikkiin puheisiin 20% lisäkasvusta läpi kiertoajan, mutta tietää sen, että jalostetut taimet ovat oksaisuutensa puolesta selvästi parempia kuin mitä 1970-80-luvun taimikoissa näki. Usein metsäsuunnitelman maastotyöt tehdään siinä vaiheessa, kun uudistusalalla on vielä edellinen puusukupolvi. Kasvupaikasta päätellään

uudistettava puulaji, tarve maanmuokkaukselle ja ennakoidaan heinittyminen. Jos kuviolla on haapoja, on tiedossa tappelua haapojen kanssa taimikkovaiheessa - sen Järvinen tietää. Taimikoiden osalta on Järvinen päättänyt luottaa enemmän omiin havaintoihin, kuin metsäsuunnitelman mallien tuottamiin toimenpide-ehdotuksiin, sillä "eihän metsäsuunnittelujärjestelmä osaa ennustaa hirvituhoja tai kasvukauden olosuhteita taimien kasvun kannalta".

”Voisiko droonista olla apua taimikoissa” Järvinen tuumaa Metsäpäivien luennolla kuunnellessaan metsäpalveluyrittäjä Turpeisen ja täsmämetsäsuunnitelmia tarjoavan VERESIL firman esitystä - "Dronella kaikki puut kartalle ja robottimoto metsään" - lupaa kolmas konsultti. Jos Järvinen ostaisi dronen ja lennättäisi sitä taimikon yllä ja päättelisi kuvista hoitotarpeen eri osissa kuviota – täydennysistutustarve mukaan lukien. "Sekin maksaa, mutta saisiko siten tingittyä ostopalveluna hankittavan taimikonhoidon hintaa alas? Tai, saisiko työjäljen paremmin selville kuin itse saapastelemalla läpi kuvion" -miettii Järvinen. Ja hakkuutuloja on luvassa vasta 30-40 vuoden kuluttua. Olisiko niin että taimikoita on joka tapauksessa seurattava paikan päällä joitakin vuosia uudistamistoimien jälkeen? Jokainen käynti metsässä maksaa. Toisaalta, jos perkuun antaa tapahtua lehdettömään aikaan saa takkiinsa, koska vesominen jatkossa on voimakkaampaa. Metsäsuunnitelmassa oleva huomautus ”Älä anna perata kuin lehdelliseen aikaan” voi säästää metsänomistajalle enemmän kuin täsmällinen tieto siitä, kuinka monta eri puulaji tainta kuviolla on. Järvinen tietää tämän. Samoin virke ”keskitä puunmyynnit esim. 5 vuoden välein toistuviksi, jotta saat paremman kantohinnan, kun leimikot ovat pinta-alaltaan suurempia”, voi olla erittäin arvokas osa metsäsuunnitelmaa samoin kuin ”seuraa hintoja, myy kun ne ovat korkealla, kilpailuta ostajia!”.



Kuva 269. Järvinen on laskenut lannoituksen tuovan 5-6% sisäisen koron noin 7 vuoden odotusajalla.

Entä, mitä hyötyä on tarkasta kasvatusvaiheen metsien metsävaratiedosta? Onko sillä väliä, jos 50-vuotiaan kuusikon tilavuus on määritetty ±20% tarkkuudella sen sijaan, että se tiedettäisiin ±5% tarkkuudella, mihin tarkkuuteen pääseminen voi olla 5-8 kertaa kalliimpaa. Harvennuksen myöhästyminen voi johtaa lisääntyvään luonnonpoistumaan ja latvusten supistumiseen, jolloin "myöhästyneessä" harvennuksessa jäljelle jääneet puut eivät välttämättä pysty hyödyntämään kasvutilaa yhtä nopeasti. Jos harvennuksia ei tehdä, on järeyskehitys hitaampaa, mutta toisaalta kuutiokasvu suurempaa ja luonnonpoistuma suurempaa sekä mahdollisesti hyönteistuhojen riski, jota kuitenkin on erittäin vaikea ennustaa luotettavasti. Samalla voi olettaa, että syntyvä puuaines on parempaa sahatavaraksi, mitä saattaisi arvostaa piensahayrittäjä. Ainakin omat sahattavat tukit Järvinen valitsee niistä hitaammin kasvaneista puista.

Jos kasvatusvaiheen metsikön puuston määrä on aliarvoitu ja se tulee harvennettavaksi, jää kertymä oletettua pienemmäksi, ellei puunostaja päätä hakata sovittua puumäärää ("korjausliike"), jolloin jäävä puusto jää suunniteltua harvemmaksi. Ensimmäisessä vaihtoehdossa tappion ottaa niskoilleen puunostaja, jälkimmäisessä metsänomistaja, jonka puusto hakataan liian harvaksi, jolloin tuotos ja tuotto kärsivät. Kasvatusmetsissä ei vaikuttaisi siltä, että hyvin tarkasta puuston määrää koskevasta tiedosta olisi erityistä hyötyä, ja jos onkin, valuu hyöty puunostajalle pahimmassa tapauksessa. Tällaista tuumii Järvinen.

Entä leimikonsuunnittelu? Jos puustotieto on tarkkaa, on leimikon suunnittelijalla ja puunostajalla parempi tieto hakkuusta syntyvästä puutavarasta. Puunostaja saattaa pystyä optimoimaan kohteen hakkuun (ja kuljetukset) tilanteeseen, jossa tuotteiden (sahat) kysynnän puolesta juuri tämä ostettu kohde on optimaalinen. "Onko siitä iloa minulle?", tuumii Järvinen, joka maksoi metsävaratiedon keruun?

Entä kansantaloudellinen näkökulma? Miksi yhteiskunta on tukenut metsäsuunnittelun metsävaratiedon keruuta yksityismetsissä? Eräs selitys on, että puunmyyntihalukkuus lisääntyy, kun metsänomistaja on tietoinen metsän tarjoamista puuntuotannon mahdollisuuksista. "Puu liikkeelle". Tästä Järvinen on samaa mieltä.



Kuva 270. Tilakeskuksen lähellä muut kuin puuntuotannon arvot ovat Järviselle tärkeitä.

Entä muut arvot? Tästä Järvinen kuuli esitelmän Metsäpäivillä. Kaupungin ulkoilualueella metsien käsittelyn suunnittelu vastaa yht'aikaa moneen tarpeeseen. Jotkut Järvisen palettiin kuuluvat toimenpiteet voivat olla mahdottomia soveltaa Helsingin Keskuspuistossa. Suojelualueiden metsäsuunnittelu (luonnonhoidon suunnittelu) on monipuolista ja kenttätöissä tarvitaan laaja-alaista asiantuntemusta (lajisto). Talousmetsissä voidaan myös pyrkiä mittaamaan ja ennustamaan muita kuin puuntuotannollisia arvoja, vaikkapa toimenpiteiden vaikutusta riistan elinoloihin tai marjasatoihin. Osaava metsäsuunnittelija tuntee riistan tarpeet, tunnistaa monimuotoisuuden indikaattorit ja marjapaikat, tärkeät elinympäristöt ja näkee silmissään metsän kuvan (maiseman) toimenpiteen jälkeen tai 20 vuoden kuluttua jne. Varttunut metsäsuunnittelija tietää kokemuksesta, mikä uudistamismenetelmä ei ehkä annetuissa olosuhteissa. Apunaan hänellä on metsätietojärjestelmään ohjelmoidut puuston kehitystä ennustavat mallit ja toimenpiteitä simuloivat prosessit, joilla voi tehdä "mitä jos" -tarkasteluja ja esim. ennustaa koko metsäalueen puuston rakenteen, kasvun ja tuoton 30 vuoden päähän, kun yksittäisiä kuvioita hoidetaan tiettyjen tavoitteiden mukaisesti - esim. lannoittaen tai noudattamalla ei lannoituksia linjaa. Ennusteiden tarkkuus riippuu suunnittelijan keräämien tietojen oikeellisuudesta (puusto alkuhetkellä, inventoinnin tarkkuus) ja erityisesti ennustemallien tarkkuudesta, joka yleensä heikkenee, kuta kauemmas tulevaisuuteen katsotaan. Matemaattinen optimointi ja ennustelaskelmat ovat tärkeitä työvälineitä.

Isomman mittakaavan metsäsuunnittelu pohtii esim. alue-ekologisia tavoitteita: useista kuvioista muodostuvat habitaatit ja niiden muodostamat kokonaisuudet. Mallit pyrkivät ennustamaan esim. metson populaatiodynamiikkaa ennustetussa metsämaisemassa. Tämän mittakaavan suunnittelu on hankalaa, jos metsätilat ovat

pirstoutuneina maisemassa: Järvisen olisi sovittava yhdessä Möttösen ja Korhosen kanssa metson reviirin huomioimisesta, mikä voi olla vaikeaa - tuumii Järvinen, "Se Möttönen otti nokkiinsa, kun sitä metsäautotietä insinööri linjasi".

Entä Järvisen tilan hiilitase. Tätäkin hän voi seurata, jos metsätietojärjestelmässä on mallit, jotka puiden rungoista olevan tiedon varassa laskevat muut biomassakomponentit: Oksat, lehdet ja neulaset, epifyytit, pintakasvillisuus, puiden ja muiden korkeampien kasvien juuristot (maahiilen), karikevirta maahan) sekä hiilivuot kuten elävän orgaanisen aineksen fotosynteesin, hengityksen, maatumisen (hajoaminen) ja maahiilen huuhtoutumisen. Edellä oleva on epätieteellinen lista olennaisista tekijöistä, mutta arvio voidaan esittää. Järvisen tilalla ei ole runsaasti turvemaita, mutta niiden hiilitase varsinkin maaperän osalta tarvitsee aivan erilaisten mallien käyttöä ja mittauksia (puuston ja kasvillisuuden, kuivatustilanteen) mallien syötteeksi. Periaatteessa tämä kaikki voidaan ohjelmoida metsätietojärjestelmään ja hiilivirrat laskea, kuten Suomessa tehdään valtakunnan tasolla.

7.2.2 2. Kuinka tarkkaa tietoa – Case Metsäkiinteistökaupat

Metsätilan arvo koostuu monesta arvotekijästä, joista osa on suoria (puutavara, keräilytuotteet, riista, matkailu), osa on epäsuoria (luonnon ja monimuotoisuuden suojelu, vesistöjen ja maaperän suojelu, hiilinielu, harrastusmahdollisuus) ja osa passiivisia (tulevaisuuden mahdollisuudet, olemassaolon arvo ja perintöarvo).

Joku ei myy tilaansa tai hakkaa sen puustoa ”mistään hinnasta”, toiselle taas puuntuotanto on ainoa omistamisen tai ostamisen syy. Kolmas uudistaa metsäänsä odottaen innolla pääsevänsä itse istuttamaan, heinäntorjuntaan ja käyttämään raivaussahaa. Näin säästetään puunkasvatuksen alkuvaiheen kuluissa ja uudistamiskulu (verovähennysten ja tukien jälkeen) ei kasva korkoa korolle -laskien aivan mahdottomiin lukuihin kiertoajan loppupäässä. Kuntokin nousee ja saa kahvitella maastossa, mikä "tekee hyvää mentaalipuolella".

Tilanne selkeytyy, jos tarkastelu rajataan puuntuotannon arvoihin. Metsätilaa ostettaessa on kaupan ”koneisto”, joka tarjoaa nettotuloja. Epävarmuutta luo yhteiskunnan (metsätalouden infrastruktuurin, verotuksen, tulonsiirtojen, tuen, metsänhoidon velvoitteet) suhtautuminen metsätalouteen, puun kysyntä ja kyky arvioida nykyinen ja tuleva puusto (kasvu, Luonnonpoistuma eri syistä). Toki metsätilaa ostettaessa tarjolla voi myös olla tulevaisuuden tonttimaata (esim. Uusimaa), jolloin arvo määräytyy aivan eri perustein. Metsän inventointi tuottaa arvion nykypuustosta (rakenne) ja ympäristöoloista (kasvupotentiaali, mahdollisuudet investointeihin kuten lannoitus, ojitus) sekä esim. korjuuolosuhteista (vaikutus kantohintaan). Metsätietojärjestelmästä ja maastossa tehdyistä mittauksista riippuu se, kuinka hyvin tulevaisuuden luonnonprosessien ennustamisessa onnistutaan. Jos tietojärjestelmä ei osaa arvioida jalostushyötyä, juurikäävän riskiä uudessa puusukupolvessa tai järjestelmä ei tuota realistisia skenaarioita jatkuvan kasvatuksen vaikutuksesta puiden kasvuun, korjuukustannuksiin tai korjuujäljen vaikutuksiin, ei tulevaisuus (tulot ja menot) tule oikein arvioiduiksi.

Inventointia mietittäessä asetelma on selkeä. Tarkka inventointi kertoo nykypuuston tilasta ja välittömistä hakkuumahdollisuuksista. Se antaa alkutilan. Mikäli tilan puusto on valtaosin hakkuukypsää, määräytyy sen arvo pitkälti lyhyen aikavälin tulo- ja menovirroista. Yhtä tilaa lainarahalla havittelevalle ensiostajalle on turmiollista, jos puuston inventointi epäonnistuu, kun yksittäinen arvonmääritysvirhe ei ole niin kriittinen isoilla volyymeillä (ja pitkällä aikaperspektiivillä) pelaavalle, kunhan virheet pitkällä juoksulla ovat satunnaisia. Taimikkovaltainen kiinteistö arvotetaan pääosin odotusarvojen perusteella. Tällöin on tarkastelussa käytetyllä korkokannalla iso merkitys. Inventoinnissa huomio kiinnittyy tällöin puustojen kehityskelpoisuuden arviointiin.

7.2.3

7.2.4 Kuinka tarkkaa tietoa ja kuinka usein – Case mallinnus ja erilaiset ekologiset tutkimukset

Edelliset kaksi esimerkkiä tarkastelivat metsän mittaamisen hyötyjä ja merkitystä metsäsuunnittelun (Case Järvinen) ja kiinteistökauppojen yhteydessä. Metsänmittausta ja –kartoitusta (periaatteineen) tarvitaan kuitenkin mitä moninaisimmissa tilanteissa ja tarpeisiin – usein osana monitieteellistä ratkaisua.

Esimerkki: Yasso07 maahiilimalli tarvitsee input-tietona mm. metsikön karikesato-, luonnonpoistuma- ja hakkuutähdetiedon. Näitä harvoin mitataan paikan päällä ja ne johdetaan epäsuorasti metsikkö- ja puustotiedoista, jotka saadaan metsikköön tai metsäalueelle mittauksia, otantaa ja malleja käyttämällä. Yasso07 mallia ei voi käyttää turvemailla, joten tarvitaan menetelmä, jolla ne rajataan tarkasti ulos tarkastelusta. ”Garbage in - garbage out” –periaate pätee tässäkin eli malin tai malliketjun output on riippuvainen input tietojen laadusta. Hyväkään malli ei toimi, jos selittäjien arvot ovat "roskaa". Jos metsänmittaaja ei saa metsikkö- ja puustotietoja mitatuksi riittävällä tarkkuudella tai kangasmaata erotelluksi turvemaasta, menevät maahiililaskelmat väärin/pieleen. Maahiiltä arvioitaessa ollaan väistämättä tilanteessa, jossa joudutaan käyttämään paljon ennustemalleja välitulosten (laskennallisten muuttujien) johtamiseksi. On helppo arvioida, paljonko rungon tilavuus muuttuu, jos d6-muuttuja mitataan 1 cm alakanttiin, ja käytetään regressioyhtälöä tilavuuden laskemiseksi, mutta maahiilen virtojen laskennassa on niin paljon mittautuksia, malleilla johdettuja apumuuttujia ja malleja ylipäänsä, että tulosten tarkkuuden ja tarkkuuden riippuvuuden yhteys mittausten tarkkuuteen on vaikea arvioida. Malleja on ”tårta på tårta” ja itse hiilivirran mittaaminen koko prosessin validoimiseksi on mahdotonta, samaan tapaan kuin on mahdotonta v. 2020 validoida sitä ilmastomallin ennustetta, joka on tehty vuodelle 2050. Tällöin käytetään usein simulointeja ja herkkyysanalyysejä, joilla pyritään hahmottamaan tuloksien vaihtelu eri skenaarioiden vallitessa ja eri otaksumilla. Tilanne on jossain mielessä vastaava kuin oli laadittaessa metsäsuunnitelmaa Järviselle: Metsäsuunnittelujärjestelmä simuloi erilaisia toimenpiteiden skenaarioita kuviotasolla ja metsäsuunnitelma muodostuu kokonaisoptimoinnin kautta. Metsäsuunnitteluohjelmistot eivät kuitenkaan (ainakaan vielä) osaa tarkasti vastata metsänomistajan entä-jos-kysymykseen "miten metsän kehitys tai metsästä saatavat tulot muuttuvat, jos ilmasto muuttuu parametrien X, Y ja Z osalta". Metsäsuunnitteluun sisältyvän riskin ja epävarmuuden arvioiminen on kuitenkin teknisesti mahdollista, mutta pullonkaula ovat luonnonprosesseja kuvaavat mallit, jotka ovat puutteellisia, eivätkä tunnista parametreja X, Y ja Z tai eivät hallitse niiden yhteysvaikutusta.

Toinen esimerkki: Metsää tai puita kuvaavia malleja laaditaan akselilla ”täysin teoreettisesti” ↔ "tehdään empiiriä mittauksia ja sovitetaan puhtaasti tilastollinen malli saatuun dataan”. Esimerkkinä mainittakoon, että on olemassa "prosessipohjaisia puun kasvumalleja" ja toisaalta "tilastollisia tai data-lähtöisiä kasvumalleja". Yleensä empiirisiltä mittauksilta ei vältytä ensimmäisessäkään tapauksessa, jossa laadittu malli on fysikaalinen/prosessipohjainen/teoreettinen, eikä jälkimmäisen lähestymistavan mukainen "puhdas dataan sovitettu malli”. Kaikki mittausvirheet heijastuvat laaditun mallin selitysvoimaan.

Ajatellaan seuraavaksi mallia, joka ennustaa puun oksien biomassaa ja oksien järeysjakaumaa rungon eri korkeuksilla sekä niiden muutosta ajan kuluessa ("oksa-allometriaa") eli puun iän mukana. Tutkijat tekevät "deduktiivista tuumintaa ja tutkivat kirjalisuutta", ja päätyvät siihen, että he otaksuvat selitettäviin ominaisuuksiin vaikuttavan mm. puun asema ja puuston rakenne puun lähiympäristössä (puhumattakaan perintötekijöistä). Mallien laatimista varten pitää mitata y- ja x-muuttujien arvoja eli kasvututkija tarvitsee metsänmittaajan apua. Vaihtoehtona ovat poikkileikkausaineiston tai aikasarjan keruu ja mittaaminen. Jos on kiire saada mallit aikaiseksi, on pakko valita poikkileikkausaineisto (vrt. kertakoeala puuston kasvun selvittämiseksi). Tällöin otsikon osakysymys osa ”kuinka usein pitää mitata?” ei ole relevantti, koska "aika pysäytetään" ja kaikki kohteet mitataan vain kerran ja esim. iän vaikutus pitää saada selville mittaamalla eri-ikäisiä kohteita. Puuston tilajärjestys ja rakenne (eli x-muuttujat) voidaan kuvata perinteisin mittauksin ja paikantamalla rungot kartalle tai ”paikantamalla kaikki 3D-tilassa” – laserkeilaimella – pistepilveksi. Rakenteen kuvauksesta (x-muuttujat) tulee näissä kahdessa tapauksessa aivan erilainen, varmasti myös selitysvoimaltaan ja -tavaltaan. Pistepilvestä pystyy laskemaan aivan erilaisia tunnuksia verrattuna tilanteeseen, jossa puut mitataan perinteisillä välineillä. Loppukäyttäjän kannalta asialla on merkitystä. Jos joku laatii mallin, jonka käyttö on mahdotonta, koska selittävien muuttujien arvoja ei pysty helposti mittaamaan – jää malli vähälle käytölle. Aineistoa mitattaessa pohdittavaksi tulee myös kysymys, kuinka kaukaa puuston rakenne voi vielä vaikuttaa mitattavaan puuhun, josta siis pitää selvittää (y-muuttujat) oksabiomassa ja oksien järeysjakauma rungon eri korkeuksilla sekä niiden dynamiikkaa. Eil, kuinka suuri koeala tarvitaan puun ympärille? Jos käytetään poikkileikkausaineistoa ja saadaan lupa kaataa puut, helpottuu aineiston keruu paitsi, että mitattavaa on paljon, ja joudutaan ehkä tyytymään otokseen oksia. Tästä aiheutuu epävarmuutta y-muuttujiin. Tarvitaan toinen metsikkö (ja kolmas, monta), josta kerätään lisää poikkileikkausaineistoa, jotta puuston tilajärjestykseen (x-selittäjät) saadaan vaihtelua, ja y-muuttujien eli oksabiomassan ja oksien järeyskehityksen dynamiikasta (puun iän suhteen) saadaan jokin käsitys. Poikkileikkausaineistoa kerättäessä puita joudutaan kaatamaan paljon, eikä aineistosta saada eliminoitua perimän vaihtelusta aiheutuvaa vaihtelua, joka saataisiin ”kuriin” mittaamalla aikasarja eli samat puut ja niiden lähiympäristö useana ajankohtana. Aikasarjaa kerättäessä olisi myös mahdollista manipuloida metsän rakennetta eli luoda koejärjestely (hakkuin), jolloin aineistosta saisi mallinnettua kontrolloidusti ympäröivän puuston rakenteen muutosten vaikutukset tutkittavan puun "oksa-allometriaan". Metsänmittaus lähiympäristön puuston rakenteen selvittämiseksi ei poikkeaisi aikasarjaa kerättäessä verrattuna poikkileikkausaineistoon, mutta metsänmittaaja ja kasvututkija joutuisivat tuumimaan tarkasti, kuinka y-muuttujat mitataan (oksabiomassa, oksien järeysjakauma rungon eri korkeuksilla) kunakin ajankohtana puita kaatamatta. Tarkkuus varmasti heikkenisi verrattuna siihen, että puut kaadettaisiin. Metsänmittaaja ja kasvututkija joutuisivat tällöin pohtimaan kannattaako koko hommaan ryhtyä vai olisiko jokin kolmas tapa, jolla tehdä riittävän tarkat oksamallit, joille olisi hyötyä vaikka hiilitaselaskelmissa. Sitten on eri asia, pystyykö moni käyttämään mallia ennustaakseen ”puiden oksia”, jos sen x-muuttujat (puuston rakenne) pitää mitata maastolaserkeilaimella, jos käytössä on vain perinteisiä välineitä kuten mittasakset, bussoli ja mittanauha. Malleja käytetään kuitenkin myös ymmärtämään ilmiöitä paremmin, jolloin malleja ei ole tarkoituskaan antaa "kentälle käyttöön". Näitä malleja on paljon – yhtenä esimerkkinä kaukokartoituksessa käytettävät teoreettis-fysikaalis-perustaiset mallit, joilla tutkitaan kasvillisuuden rakenteen vaikutusta satelliitissa olevan sensorin vastseseen (millaisia fotoneja sinne saapuu), mutta joiden käyttö ja validointi edellyttäisi tarkkoja ja monimutkaisia (joskus mahdottomia) valomittauksia kohdealueella kuvauksen aikana (esim. eri taajuisen kohteeseen lankeavan valon määrä eri suunnista taivaankantta pitäisi pystyä mittaamaan) sekä sen arviointia, kuinka ilmakehä vaikuttaa fotoneihin välillä kohdesatelliitti. Mittaukset olisivat kalliita toteuttaa käytännön sovellustilanteessa, mutta tutkimuksessa ne voidaan toteuttaa, ja mallin avulla ymmärretään paremmin yhteys metsän rakenteen ja satelliitin sensorin havainnon välillä. Tiedon varassa voidaan optimoida sensoreita tai todeta etteivät tulokset tule paranemaan,

vaikka sensoria kuinka kehitettäisiin. Mallia varten tarvitaan kasvillisuuden rakenteen kuvaus (signaaliin vaikuttavat primääri tutkittava tekijä) relevantilla tavalla. Tämä on metsänmittaajan tehtävä. Rakennetta voitaisiin tässä tapauksessa kuvata tunnuksin kuten LAI, latvuston peittävyys (%), neulasten/lehtien korkeusjakauma, lehtien pinnannormaalin suuntajakauma (Esim. haavalla lehtien pinnannormaalit ”osoittavat horisonttiin”, vaahteralla zeniittiin) lehtien tiheysjakauma (kg/m3), versojen ja neulasten ryhmittäisyys, lehtien heijastusominaisuudet, puun fysiologinen tila, puuston tilavuus ja puulajijakauma jne. Nämä mitataan aina vaihtelevalla tarkkuudella ja teoreettisen mallin hyvyyttä arvioitaessa hyväkin malli osoittautuu (valheellisesti) huonoksi jos sitä testataan huonosti mitatulla aineistolla.

Metsänmittaus on havaintoja, malleja ja otantaa. Kokonaisuus, joka kytkeytyy selvitettävään ilmiöön tai kysymykseen. Kaikki kolme komponenttia esiintyivät moneen kertaan tässä aliluvussa.

7.3 Metsäsuunnittelu

Metsää koskeva päätöksenteko on vakaammalla pohjalla, jos päätöksentekijällä on tiedossaan metsän historia, nykytila ja tieto siitä, millaiseksi eri vaihtoehtoja toteutettaessa metsä muuttuu ajan myötä, jotta vaihtoehtojen väliltä osataan valita oikein ja perustellusti. Metsäsuunnittelu on tätä. Siinä käytettävät työkalut kehittyvät koko ajan. Niihin kuuluvat metsätiedon keruun menetelmät, metsänomistajan tavoitteiden kartoitus (palvelu), puita ja puustoa kuvaavat staattiset ja dynaamiset mallit sekä laskentamenetelmät, joilla tulevaisuuden vaihtoehtoja tuotetaan ja niiden joukosta etsitään tavoitteet toteuttavia skenaarioita kuten myös erilaiset visualisointi- ja interaktiiviset työkalut (metsätietojärjestelmät), joilla päätöksentekoprosessia edistetään (joskus työkalujen yksinkertaistaminen johtaa prosessien yksinkertaistamiseen – valmiiksi pureskeltuihin ratkaisuihin). Pienen yksityisomistuksessa olevan metsälön metsäsuunnittelu poikkeaa Metsähallituksen vastaavasta, koska intressitahoja on jälkimmäisessä enemmän, kuten pinta-alaa ja metsäkäsittelyn vaihtoehtoja, mm.

Suomessa yhteiskunta on perinteisesti kannustanut ja tukenut yksityismetsien metsäsuunnittelua kansantaloudellisin perustein. Tällä on ollut positiivisia seurauksia, mutta myös negatiivisia vaikutuksia ajatellen toiminnan markkinalähtöisyyttä ja innovaatioiden käyttöönottoa. Yksityismetsien omistajarakenne on kuitenkin erittäin haastava, ja yhteiskunnan tuki yhteistoimintaan on tärkeä kannustin (esim. kaukokartoituksen järjestäminen on mielekästä vain isoille alueilla).

Historia näkyy metsässä ja siitä voi olla kirjanpitotietoa. Valistunut metsänomistaja kirjaa hakkuut ja metsänhoitotyöt, jotta kokemuksista voidaan oppia. Näin on kuitenkin harvoin, sillä historiatiedon mukana pitäminen tietojärjestelmissä ja omistajalta toiselle on haastavaa. Valtakunnan metsien kirjanpitotiedot löytyvät 1920-luvulta lähtien systemaattisesti arvioituina. VMI-tuloksista ja kansallisesta kirjanpidosta nähdään puuston kehitys, puulajisuhteiden kehitys, metsänhoitotöiden määrät, metsäsektorin merkitys kansantaloudessa, jne. VMI-tiedot luovat pohjaa strategiselle suuraluetason metsäsuunnittelulle, jonka varassa mm. tehdään investointipäätöksiä ja ohjataan metsäpolitiikkaa.

Metsälötasolla metsäsuunnittelu on erityisesti hakkuiden ja hoitotoimenpiteiden suunnittelua. Siihen kuuluu myös tiestön ja ojitusalueiden (investoinnit) kunnossapito ja hoito, tai yhtä lailla, metsäluonnonhoito, riistanhoito ja suojelu. Metsäsuunnittelua voi lähestyä aluksi normaalimetsän käsitteen avulla. Siinä ajatellaan, että metsäalue jakautuu tasaisesti kaikkiin ikäluokkiin. Kiertoaika määräytyy taloudellisesti, esim. siten että puustot uudistetaan, kun (iän myötä laskeva) juokseva nettokasvu ja tuotto jäävät alle 2%. Tällöin omistajalla on koneisto, jossa toimenpiteet seuraavat samanlaisina yli koko kiertoajan. Hakkuut voidaan tehdä esim. kerran kymmenessä vuodessa (harvennukset, uudistaminen), jolloin taimikonhoitotyötkin ajoittuvat samoihin ajankohtiin ja ojitusalueet voidaan kunnostaa vaikka 20 vuoden välein. Tiestöä tarkastellaan aina hakkuiden yhteydessä. 100 hehtaarin metsälön keskikasvu (100 vuoden optimaalinen kiertoaika) voidaan pitää näin menetellen tasaisena esim. tasolla 5 m3/ha/a (tähän tasoon vaikuttavat mm. metsämaiden laatu ja ilmastotekijät), jolloin hakkuukertymät ovat aina 5000 m3/10 v otaksuen, että luonnonpoistumaa ei ole. Koneisto antaa tasaisesti noin 150.000€ tulot joka kymmenes vuosi. Menoja kertyy uudistamisesta ja hoitotoimista sekä investoinneista. Käytännössä metsälöt poikkeavat aina jollakin tavalla, merkittävästikin, normaalimetsästä ja metsänomistajien tavoitteet eivät välttämättä liity tasaisiin maksimaalisiin nettotuloihin. Tästä avautuu metsäsuunnittelun kiehtova maailma, joka eri mittakaavatasoillaan yhdistää niin käyttäytymis- kuin taloustieteet, metsä-

ekologian ja luonnonsuojelun, sekä puuntuotannon ja –korjuun kysymykset. ”Metsäsuunnittelussa ajatellaan” siis monitavoitteista metsänomistajaa, kaupunkimetsän problematiikka, kansantaloutta, metsän kehitystä muuttuvissa olosuhteissa ja toimenpiteiden seurauksena, luonnonarvoja sekä perinteistä metsätaloutta, ym..

Luvussa (1.3.2 Metsätalouden suunnitteluinventointi) oli esimerkki metsäsuunnitelman laatimisesta yksityismetsänomistajalle vuonna 1999.

Metsäsuunnittelu voi perustua jatkuvaan metsävaratiedon keruuseen, joka on mahdollistunut digitaalisten metsätietojärjestelmien käyttöönoton myötä. Paperiset metsäsuunnitelmat (10-vuotis) ovat korvautuneet paikkatietojärjestelmäpohjaisilla ajantasaisuuteen tähtäävillä työkaluilla. Metsätietoa päivitetään aina, kun metsässä tehdään toimenpiteitä. Tällaisessa tilanteessa yhden kuvion mittaustieto voi olla kymmenen vuotta toista vanhempaa, ja kuvion puuston nykytila ennustetaan kasvu-, kuolemis- ja syntymismalleilla. On selvää, että malleilla ennustettaessa ei aina päästä tarkkaan tilannekuvaan, ja toisaalta, jos N vuotta vanhat mittaustiedot ovat heikkolaatuisia, eivät ne yleensä parane malleilla tulevaisuuteen päivitettäessä. Toisaalta, ei ole tavatonta, että metsävaratiedot päivitetään aik'ajoin läpi metsälön suoritettavalla kertainventoinnilla. Mikäli inventointi maksaa esim. 20€/ha, tulee tarkkaa harkittavaksi, kuinka usein sen suorittaminen kannattaa, ja millaisiin metsiin mittausresurssi ja kulu erityisesti kannattaa sijoittaa. Inventointi on panos, jonka tulisi johtaa tuottoon, jonka hyödyn vieläpä metsänomistajaa saa, eikä esim. puunkorjuun suorittava tahoa.

Yksityismetsien metsäsuunnittelussa kuutiomäärät eivät usein olekaan yhtä tärkeitä kuin toimenpidetarpeen arviointi. Missä ja milloin pitää nuoria puustoja hoitaa, tai missä tilalla ovat yläharvennuskohteet, ovatko aiemmin näin harsitut metsät uudistuneet (jatkuva kasvatus), tai milloin jonkin hakkuukypsän kohteen arvokasvu alkaa pudota alle raja-arvon, esim. se 2% tuotto.

Hyvä metsäsuunnittelujärjestelmä, johon metsävaratieto syötetään, vastaa kysymyksiin:

- Pystynkö hakkaamaan 1000 m3 vuodessa ilman että metsälön (suunnittelualueen) puuston tuottoarvo kymmenen vuoden kuluttua on nykyistä pienempi?

- Jos säästän (mustikka ja puolukka, marjastusmahdollisuudet) kuviot #, # ja #, pystynkö edelleen samaan?

- Jos luovun harvennuksista ja uudistan 5 ha vuosittain, paljonko luonnonpoistuma lisääntyy ja kymmenvuotiskauden nettotulojen nykyarvo muuttuu (verrattuna harvennuksiin), korkokannalla 3%?

- Mitä jos siirryn kokonaan harsintametsätalouteen (jatkuva kasvatus) tai voimakkaisiin harvennuksiin? Miltä metsän kuva näyttää 20 v kuluttua?

- Jos investoin 10000€ lannoitukseen (tai kunnostusojitukseen) niin mitkä kuviot käsittelemällä saan parhaan tuoton (€) lannoitukselle, jonka haluan realisoida kolmessa, viidessä tai seitsemässä vuodessa?

- Missä on metsälön laiska pääoma?

- Kuinka luotettavia tulokset ovat? Minkä riskin päätökseni (suunnitelma) sisältää?

- Miltä metsäni näyttää maisemavisualisoituna eri vaihtoehdoissa?

VMI-aineistosta, joka kattaa tuhansia koealoja koko Suomen alueelta, voidaan kysyä mm.

- Jos paikkakunnalle A sijoitetaan 1 milj. m3 vuodessa mäntytukkia sahaava yksikkö, riittääkö sille raaka-ainetta seuraavan 30 vuoden ajan, 50 km, 100 km säteellä?

- Mikä on ollut ojitusalueiden kasvunlisäys, hakkuut ja toisaalta yhteiskunnan tuki metsäojitukseen viim. 50 vuoden aikana. Kuinka kannattava kansantaloudellinen investointi metsänparannustoiminta on ollut?

- Ilmasto-olojen muuttuessa, kuinka korjuukelpoisuus muuttuu Etelä-Suomessa? Toimiiko puuhuolto?

7.3.1 Metsäsuunnittelujärjestelmä pähkinänkuoressa

... Metsäsuunnittelujärjestelmä on päätöstukijärjestelmä, metsää koskevan päätöksenteon apuväline. Apuväline, joka ohjaa saavuttamaan tavoitteet, ja joka kertoo voiko sinne päästä, ja jos voi, niin kuinka, ja ei voi, niin miksi ei. Parhaimmillaan se kertoo myös riskeistä, jotka liittyvät ratkaisuun....

Metsäsuunnittelujärjestelmässä metsävaratieto esitetään laskentayksikölle. Yleensä se on metsikkökuvio, jolle toisaalta on olemassa karttarajaus (kuviorajat, karttamonikulmio). Laskentayksikkö voi myös olla koeala (esim. VMI-laskelmissa koeala edustaa tiettyä pinta-alaosuutta Suomen metsistä, koealalla on sijainto) tai hilaruutu (aluepohjainen inventointi). Laskentayksikölle ennustetaan tulevaisuus (kasvu, toimenpiteet, poistumatiedot) ja alueelle ennustetut tulokset ovat laskentayksiköiden summa – yleensä jonkinlainen optimoitu summa. Alue voi olla esim. metsälö, joka koostuu yhdestä tai useammasta saman omistajan kiinteistöstä. Oletetaan seuraavassa, että laskentayksiköt ovat metsikkökuvioita.

Kuviolta kerätään puu- ja/tai puusto-, ja kasvupaikkatietoa. Suomessa on yleistä, että laskentayksikön puusto esitetään puulistana, jossa tietueet ovat muotoa (puulaji, läpimitta, pituus, runkoa/ha). Jos maastossa on kerätty (puumittauksia) tietoa, joka voidaan suoraan muuntaa puulistaksi, ei tarvita puujoukkojen muodostamista mallien avulla. Puujoukkojen simulointimalleihin turvaudutaan, jos tieto on kerätty keskipuumenetelmällä (ja usein on), jossa siis kutakin puulajia edustaa keskipuu (Dg, Hg), pohjapinta-ala sekä ikämittaus. Runkolukusarjamallilla ennustetaan puiden (pohjapinta-alan) jakautuminen läpimittaluokkiin ja pituusmalleilla saadaan jokaiselle puulle pituus, jonka jälkeen voidaan tehdä puulista - kuvauspuut. On selvää, että jälkimmäisessä menettelyssä (ei mitata metsässä yksittäisiä puita vaan relaskooppikoealoja ja keskipuun tietoja puulajeittain) annetaan mallivirheiden vaikuttaa tuloksiin eli puulistan realistisuuteen. Toisaalta, metsän mittaaminen puustotunnuksin (relaskoopilla pohjapinta-ala, keskipuut ja ikähavaintoja puulajeittain) on nopeampaa kuin puumittauksin (puidenluku, koepuut).

Kun kuviolle on puulista ja kasvupaikkatiedot, voidaan ”puustoa alkaa käsitellä tietojärjestelmässä”. Harvennussimulaattori on melko yksinkertainen toteuttaa. Alaharvennuksessa poistetaan pienempiä läpimittaluokkia, kunnes jokin tiheys on saavutettu, kun taas yläharvennuksessa toimitaan toisin päin. Avohakkuussa poistetaan koko puulista. Puita voi kasvattaa malleilla, jotka lisäävät esim. 5 vuoden kasvun läpimittaan ja pituuteen. Nykyiset kasvumallit eivät voi (osaa) huomioida puiden tilajärjestystä (osa puista kasvaa tiheämmässä osassa kuviota, osa harvemmassa), koska tätä tietoa ei ole kerätty, vaan olettavat keskimääräisen tiheyden, annetun kasvupaikan ja sijainnista johdetun ilmaston (kasvukauden pituus esim.). Kasvumalli voi huomioida edellisestä hakkuusta kuluneen ajan (harvennusreaktio kasvussa) tai lannoituksen vaikutuksen. Luonnonpoistumaa voidaan simuloida esim. tilanteessa, jossa puuston tiheys on niin suuri, että puusto on saavuttanut itseharvenemisrajan. Myrskytuhojen ennustaminen on vaikeampaa, mutta esim. maaston korkeusmallin ja kuvioiden puustotietojen ja tilajärjestyksen avulla voidaan yrittää ennustaa kuviot, joilla myrskytuho on todennäköisin.

Jokaiselle metsälön kuviolle voidaan ennustaa yksi tai useampi tulevaisuuden skenaario esim. ajankohdille 0, 5, 10, 15 ja 20 vuotta tulevaisuuteen. Yksi sellainen voisi olla lepo – lepo – lannoitus – lepo – avohakkuu. Jos kuvioita on satoja, syntyy erilaisia tulevaisuuden (koko aluetta koskevien simuloitujen) vaihtoehtojen kombinaatiota valtava määrä. Niiden joukosta voidaan kuitenkin etsiä optimaalinen, metsänomistajan tavoitteet täyttävä vaihtoehto laskennallisin menetelmin. Tätä osaa metsäsuunnittelujärjestelmässä kutsutaan optimoinniksi. Tavoite voidaan muotoilla niistä muuttujista, joita on käytössä. Tavoite voi olla jonkin muuttujan (tavoitefunktion) minimointi tai maksimointi joidenkin rajoitteiden vallitessa. Esim. 5-vuotiskauden uudistusala voidaan rajata alle/yli jonkin hehtaarimäärän, samalla kun maksimoidaan metsätalouden harjoittamisen nettotulojen nykyarvoa tietyllä korkokannalla. Yhtä lailla rajoite voi koskea puuston määrää ja rakennetta tietyillä ajankohdilla (kestävyys). Jos tavoitteita on paljon, puhutaan monitavoitteisesta metsäsuunnittelusta ja päätöksenteosta. Tavoitteita voi asettaa myös rajoitteiden avulla kuten edellä (esim. varttuneet männiköt ja metso), mutta tavoitefunktio voi sisältää myös eri muuttujia painotettuina. Virkistyskäyttö, metsästys, maisema-arvot, puuntuotanto jne. esiintyvät tällöin maksimoitavassa funktiossa omilla painoillaan. Näiden ei-puuntuotannollisten hyötyjen estimoimiseksi tarvitaan tietoa maastosta, sidosryhmiltä, kansalaisilta ja/tai erilaisia malleja, mikä on usein haasteellista. Oikeat painot yritetään selvittää metsänomistajalta ja/tai intressiryhmiltä (kaupunkimetsät, valtion metsät, virkistysaluemetsät).

Suunnittelu ja tiedonkeruu maksavat. Yleisesti esitettäviä lukuja (huom. markkinahintaa on vaikea määritellä) ovat 10-20 eur/ha, kun suunnittelu työ tehdään maastossa kuvioittaisena arviointina. Päätöksentekijän tulisi hyötyä jotain parantuneista päätöksistä, joita tiedon varassa ja suunnittelutyökaluilla tehdään. Esimerkkejä:

- tiedetään missä on tiettyjä puutavaralajeja korjattavissa ja voidaan optimoida myyntiajankohta hintojen mukaan.

- saadaan parempi korvaus myydystä puusta, kun ostajalle on esittää heidän työtään helpottavia ja hyödyttäviä tietoja

- tehdään onnistuneita uudistamispäätöksiä (metsänhoidollisesti, taloudellisesti ’alhaisen tuoton kohteet’)

- tehdään järkeviä investointipäätöksiä (tiet, ojitukset, lannoitukset), ja vältetään huonot.

- optimoidaan taimikoiden ja nuorten metsien hoito (vain tarvittava)

On selvää, että jos kerätty metsävaratietoa on epäluotettavaa, ei siitä juuri kannata maksaa. Toisaalta, on myös ymmärrettävää, ettei tiedosta kannata maksaa liikaa, koska eivät hyödytkään ole merkittäviä ottaen huomioon metsätalouden melko alhaisen tuoton, noin 150 eur/ha/v. Lisäksi simuloinnissa käytettävät mallit eivät nekään ole täydellisiä. Oikealla suunnittelulla ja päätöksenteolla toisaalta vältetään tappioita: viljellyn taimikon tuhoutuminen, metsälakikohteen pilaaminen, virkistys- tai marjastusmahdollisuuksien menetys, jne.

Metsätietojärjestelmään yritetään sisällyttää ammattiosaamista erilaisten mallien muodossa. Silti järjestelmät kaipaavat osaavaa käyttäjää, eivätkä järjestelmät ja mallit helpolla "voita" kokenutta metsäammattilaista.

7.4 Metsäsuunnittelun historiaa

Metsäsuunnittelujärjestelmä tukee metsäsuunnittelua eli metsää koskevaa päätöksentekoa. Sitä tehdään yksityismetsissä (yksityismetsänomistajat, yhteismetsät, yhtiöt) ja julkisten tahojen (valtio, kaupungit, seurakunnat) omistamissa metsissä. Strateginen metsäsuunnittelu tukee metsäpolitiikan päätöksentekoa. Esimerkkejä ovat erilaiset valtakunnalliset metsäohjelmat.

Historiaa Suomessa

Vielä 25-30 vuotta sitten käytännön metsäsuunnittelu oli Suomessa pitkälti hakkuiden, metsänhoito- ja metsänparannustöiden

suunnittelua omistajan tavoitteet huomioiden. Metsälaki ja sen tulkinta asettivat toiminnan rajat ja yhteiskunnan tuki metsätaloudelle ulottui myös metsäsuunnitteluun, kuten vielä nykyisinkin tapahtuu eli yhteiskunta subventoi metsäsuunnittelua. Metsäsuunnittelu oli pitkään ei-kilpailtua, viranomaistoiminnan kaltaista aktiviteettia, jota tehtiin metsälautakunnissa, metsäkeskuksissa ja metsänhoitoyhdistyksissä. Valtion metsissä metsäsuunnittelu kulki nimellä metsätalouden tarkastus.

Metsänomistajalle tarkoitettu metsäsuunnitelma oli vielä 2000-luvun alussa paperille tulostettu kirjanen, joka sisälsi tietoja kuvioiden puusto- ja kasvupaikkatunnuksista ja erilaisia karttoja. Suunnitelma oli ehdotus kuvioille tehtävistä toimenpiteistä, johon liittyi laskelmat kuluista ja menoista, hakkuumääristä, vuosittaisista suoritteista jne. Toimenpidekartat visualisoivat suunnitelmaa – nämä kuviot uudistetaan –kartalta näki uudistettavat kuviot ja saattoi muodostaa leimikkokeskittymiä. Aktiivinen metsänomistaja pystyi vaikuttamaan metsäsuunnitelman sisältöön esim. asettamalla nettotulotavoitteita tai listaamalla kuviot, jotka jätettäisiin lepoon tai hoidettaisiin esim. riista tai muu virkistyskäyttö huomioiden. Saatuaan suunnitelman metsänomistaja noudatti sitä soveltaen. Suunnitelmassa saatettiin esittää hakkuita 3. vuoden kohdalla, mutta metsänomistaja seurasi puun hintoja ja päätti myynnin ajankohdan sen mukaan (hän myös saattoi antaa suunnitelman metsänhoitoyhdistykselle, joka huolehti metsätalouden harjoittamisesta – nykyisin myös metsäpalveluyritykset). Suunnitelmassa toimenpiteet oli jaettu kiireellisiin ja ei-kiireellisiin. Taimikonhoito tai täydennys olivat esimerkkejä kiireellisistä toimenpiteistä samoin kuin vajaatuottoisen metsän uudistaminen (johon sai yhteiskunnan tukea). Vajaatuottoisista haluttiin eroon. Näitä olivat vajaapuustoiset metsät tai esim. harmaalepikot.

Suunnitelma tehtiin esim. 10-vuotiskaudeksi. Metsäsuunnittelija liikkui maastossa ja keräsi puuston ja kasvupaikkaa koskevat kuviotiedot sekä teki havaintoja hakkuita, metsänhoitoa, riistaa ja/tai suojelutarpeita silmällä pitäen. Metsähallitus aloitti alueekologisten metsäsuunnitelmien laatimisen 1990-luvun lopulla. Niiden avulla huomioitiin paremmin laajemman mittakaavan ilmiöt, eivätkä laskelmat koskeneet vain yksittäistä metsikköä, vaan AE-suunnittelu huomioi habitaattien yhteydet, määrän ja laadun - yksittäisten lajien elinympäristövaatimukset sekä osallisti kansalaisia prosessiin – huomioiden myös mm. kulttuuriarvot. Yksityismetsissä AE suunnittelua ei ole liiemmin tehty, ja sen toteuttaminen olisikin vaikeampaa, koska metsätilat ovat pienialaisia ja habitaattien hoitaminen edellyttäisi useamman metsänomistajan metsien samanaikaista suunnittelua huomioiden niin aluetason ("rajat-ylittävän") kuin yksityisetkin tavoitteet. Metsänomistajien yhteistyö lieneekin rajoittunut yhteismyynteihin, joiden avulla puusta maksettua hintaa on saatu paremmaksi. On myös mahdollista, että metsästystä harrastavat naapurimetsänomistajat ovat voineet tehdä kumpaakin sitovia päätöksiä metsänhoidosta riista huomioiden.



Kuva 271. Metsäsuunnittelija on pysähtynyt laskemaan relaskooppikoealojen arvoja, joiden (puusto-ositteittaisit) keskiarvot kirjataan kuvion ositetiedoiksi. Aivan viime aikoina on maastotietokoneisiin tullut ominaisuus, joka laskee keskiarvot mittaajan puolesta.

7.4.1 Keskipuumenetelmä vakiintui

Suomessa metsäsuunnittelun tiedonkeruun päämenetelmäksi vakiintui 1970-luvulla kuvioittainen arviointi ja puusto-ositteittainen tiedonkeruu eli ns. keskipuumenetelmä. Menetelmässä suunnittelija tekee kuvioinnin ilmakuvilta (säännöllinen ilmakuvaus metsäsuunnittelun tarpeisiin alkoi 1970-luvun lopulla) ja maastossa. Hän siis rajaa pinta-alaa sulkeutuvan viivan sisään, kuvioksi. Kuviointi huomioi metsän käytön ja tulevat toimenpiteet eli kuvio ei ole sama asia kuin metsikkö. Kuviolla liikkuessaan suunnittelija mittaa puuston tiheyden runkolukuna (nuoret puustot) tai pohjapinta-alana, ja mittaa keskitunnukset eli keskiläpimitan ja keskipituuden sekä määrittää puuston iän – kaikki nämä puusto-ositteittain. Eli nämä mittaukset tehdään kaikille puulajeille erikseen ja vielä eriteltyinä ylemmän ja alemman jakson puustolle, jos niitä esiintyy samalla kuviolla. Nämä ovat siis puusto-ositteita. Keskipuu eli mediaanipuu on ositteessa oleva pohjapinta-alamedianiläpimittaa edustava puu. Siksi valiutuu relaskoopilla luetuista puista läpimittajärjestyksessä keskimmäinen (mediani) puu. Seitsemästä läpimitaltaan neljänneksi suurin, kuudesta kolmas tai neljäs, jne.

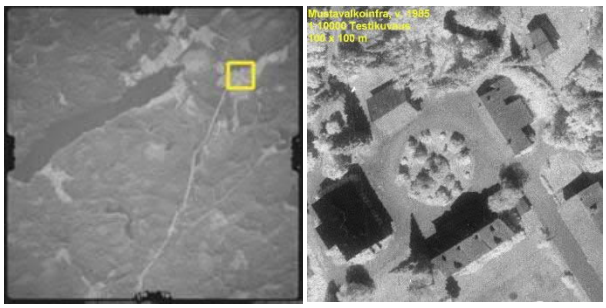
Kuviolta syntyy "kuviorivi" ja puusto-tietueita, joita on yhtä monta kuin on puusto-ositteita:

Kuviotiedot: Kasvupaikka, maalaji, syntytapa, ojitustilanne,...
Puusto-ositetiedot:
Osite 1: Puulaji, PPA, D, H, ikä
Osite 2: Puulaji, PPA, D, H, ikä
Osite 3: Puulaji, runkoluku, D, H, ikä

Esimerkissä voisi kyseessä olla mänty-koivu sekametsä, jossa on kuusialikasvos (osite #3). Valitsevan jakson ositteita ovat mänty (#1) ja kuusi (#2). Tiedoista pystyi laskemaan puuston tilavuuden relaskooppitaulukkoa käyttäen. Relaskooppitaulukoiden taustalla olevat muotokorkeusmallit oli laadittu 1954*.
* http://jukuri.luke.fi/handle/10024/522944)

Keskipuumenetelmän soveltamista varten kehitettiin 1980-luvulla tukki-% ennustavia malleja sekä puuston kasvumalleja*.
* https://silvafennica.fi/article/7626/author/14500
* https://silvafennica.fi/article/7597

Tukkiosuutaulukkoja käyttäen sai arvioitua tukki-%:n jo metsässä, kun tunsi selittäjät D ja H. Kasvupaikkatyyppi, ikä ja puuston määrä selittävät tilavuuskasvua (m3/ha/a), ja arvon sai helposti taulukosta.



Kuva 272. Mustavalkoilmakuva 1946 ja pala mustavalko-infra ilmakuvaa vuodelta 1985. Ilmakuvien käyttö metsäsuunnittelussa lisääntyi 1960-luvulta lähtien. 1970-luvulla alettiin teettää erillisiä metsäkuvauksia., eikä käytetty enää yksinomaan kartoitustarpeisiin otettuja ilmakuvia, vaan tilattiin kuvat ilmakuvausta kaupallisesti tarjoavilta yrityksiltä.

7.4.2 Paikkatieto wanhaan aikaan

Toimistolla tiedot syötettiin kuviotietokantaan. Jokaisella metsäsuunnitelman kuviolla oli yksilöivä tunnus. Tilan metsäsuunnitelmaan saattoi kuulua useita palstoja (kiinteistöjä). Kuviokarttoja alettiin piirtää tietokoneella (skannattua filmi-ilmakuvaa taustakuvana hyödyntäen) noin vuonna 1995. Sitä ennen kartat piirrettiin käsin ilmakuvatulosteen päälle asetetulle muovikalvolle, joka digitoitiin erillisellä digitointipöydällä. Ilmakuva puolestaan oli otettu tunnetulta korkeudelta eli sen mittakaava oli joltiseenkin tunnettu. Maastossa saattoi olla mukana stereokuvapari sekä stereokatseluun soveltuvat lasit (taskustereoskooppi). 3D kuvatulkinta auttoi kuvioimisessa. Digitointipöytää käyttävä tekniikka oli vallalla noin 1986-1996, ja sitä ennen kartat piirrettiin ja väritettiin käsin ja niiltä myös mitattiin kuvioiden pinta-alat käsin. Pinta-alathan tarvitaan, kun muutetaan maastossa tehdyt per hehtaari arvot kuvion arvoiksi. Kuvioiden pinta-alat mitattiin pinturilla ja poletilla tai planimetrilla. Referenssinä toimivat paperiset peruskartat ja jos esim. ilmakuvalta piirretyt tiet ja muut yksityiskohdat (tlanrajat) eivät täysin täsmänneet kartan kanssa vaikkapa siitä syystä, että ilmakuvan mittakaava oli usein viitteellinen tai ilmakuvakamera oli kuvannut vinoon, saatettiin kaikkia kuvioille ilmakuvalta saatuja pinta-aloja kertakorjata kertoimella, joka poisti ilmakuvalta saadun kokonaispinta-alan eron suhteessa peruskarttaan, johon luotettiin tilanrajojen osalta. Peruskartat oli siihen piirretty kalliita stereotarkasteluun tarkoitettuja laitteita käyttäen, joissa huomioitiin kuvien kallistukset yms. ja kartalle piirretyt kohteet olivat 5-10 m tarkkuudella oikeassa paikassa. GPS-navigointi alkoi yleistyä vasta 2000-luvulla. Siihen asti suunnistettiin metsässä pääasiallisesti ilmakuvan avulla.



Kuva 273. GPS ja (käyttökelpoiset) maastotietokoneet tulivat koekäyttöön nion vuonna 2000. Myo Stuart Fish. Iso antenni on yleisradioliikenteen kuuntelua varten. Radiosignaaliin oli moduloitu GPS-korjaussignaali reaaliaikaista korjausta varten.



Kuva 274. Käsin piirrettyä karttaa vuodelta 1913. Laatinut myo taidemaalari Lennart Segerståhle.

7.4.3 Tietokoneistuminen, optimointi ja simulointi

Metsäsuunnittelun tietokoneistuminen alkoi 1970-luvun alussa, ja siihen myötävaikutti erityisesti prof. Pekka Kilkki, joka väitöskirjassaan hyödynsi optimointimenetelmiä (lineaarinen optimointi) metsäsuunnitelmalaskelmissa. Menetelmässä simuloidaan puuston kehityksen vaihtoehtoja jokaiselle kuviolle esim. seuraavaksi 20-vuotiskaudeksi 5 vuoden aika-askelein. Yhdelle kuviolle tulee helposti useita (M) vaihtoehtoisia tapoja käsitellä kuviota, ja tilatasolla, jossa kuvioita voi olla esim. 100, kombinaatioita on valtava (M^{100}) määrä. Optimointimenetelmillä tilanne voidaan kuitenkin hallita ja etsiä kombinaatioiden joukosta tavoiteyhtälön maksimoiva ja rajoitteet täyttävä (kokonais)toimenpideohjelma tilatasolla. Tavoiteyhtälö voi esim. olla eri kuvioilta saatavat eri ajankohtien tulot ja menot tietyllä korkokannalla yhteen laskeva summa (nettotulojen nykyarvo). Tällöin optimointi (nettotulojen maksimointi) johtaa siihen, että uudistetaan heikkotuottoisia kohteita. Lineaarisen optimointitehtävän rajoitteena saattoi antaa esim. vuosittaisen uudistamishakkuiden maksimi pinta-alan, jonka avulla hakkuut pysyivät kestävinä. Kuviota saattoi myös "määrätä lepoon" (eri syistä, esim. metsänomistaja ei tahtonut naapurin rajaa vastaan olevan kuvion tulevan hakatuksi, jottei antaisi kuvaa "olevansa rahapulassa") jolloin niille ei simuloitu hakkuita tai muita toimenpiteitä ja lopullisessa suunnitelmassa ne esiintyivät ns. lepokuvioina.

Simulointeihin ja optimointiin perustuvat suunnittelulaskelmat yleistyivät 1980-luvulla ja ovat vieläkin käytössä nykyisissä järjestelmissä. Ensimmäiset ohjelmistot kehitettiin HY metsänarvioimistieteen laitoksella. Nykyisiä ovat mm. MELA, FORESTKIT+IPTIM, MONSU.

7.4.4 Simulaattorin toimintaperiaatteesta

Skenaarioita kuvion käsittelyvaihtoehdoiksi luodaan metsän kehityksen simulaattoreilla. Ne käsittelevät kuvion (tai minkä tahansa laskentayksikön) puustoa puulistoina. Tästä kerrotaan lisää seuraavassa aliluvussa. Joka tapauksessa: järjestelmän syötetään puusto-ositetiedot (puulaji, ppa, D, H, ikä), joka tekee niistä malleja käyttäen "metsikön puut" eli ns. kuvauspuut. Simulaattorit käsittelevät puulistoja ja niiden yksittäisiä puita, joilla on minimissään puulaji, *d*, *h* ja ikä.

Jos simulointien aika-askel on 5 vuotta ja suunnittelujakso on 20 vuotta, yksi kuviolle simuloitu skenaario voisi olla lepo (0), lepo (5), lepo (10), lepo (15), eli kuviota ei käsitellä lainkaan, ja simulaattori kasvattaa ajanhetken 0 puustoa ajanhetkiin 5, 10, 15 ja 20 v. Puita myös kuolee, eli simulaattorissa on malleja, jotka antavat todennäköisyyden luonnonpoistumalle. Puita alkaa kuolla "enemmän" esim. siinä tilanteessa, että puusto saavuttaa ns. itseharvenemisrahan, eli on "liian tiheää". Toinen skenaario samalle kuviolla voisi olla lannoita (0) – lepo (5) – lepo (10) – avohakkuu ja viljely sekä taimikonhoito (15) – lepo (20). Ensimmäinen "lepo" vaihtoehto ei tuota tuloja eikä menoja, ainoastaan puustopääomaa vuonna 20 sekä mahdollisesti luonnonpoistumaa simuloituina 5v-ajanjaksoina. Jälkimmäinen käsittelyjen ketju sen sijaan tuottaa alussa menoja (lannoitus) ja ajanhetkellä 15 tuloja ja sen jälkeen taas menoja uudistamistoimista ja taimikonhoidosta. Näitä kehitysvaihtoehtoja luo siis simulaattori, ja hyvä metsen kehityksen simulaattori osaa toimittaa lievän alaharvennuksen, yläharvennuksen, jatkuvan kasvatuksen hakkuun, laskea hakkuutulot tai lannoituksesta aiheutuvan kasvunlisän, ennustaa luonnonpoistuman ja luontaisen uudistumisen, laskea toimenpiteen vaikutukset hiilitaseeseen tai työmäärän ja kustannukset, hakkuupoistuman rakenteen ja arvon ym. ym..

Lopullisessa laskelmassa (optimoinnin jälkeen) kullekin kuviolle saadaan vastaukseksi yksi simuloiduista vaihtoehtoisista kehityskuluista. Jos aika-askel oli 5 vuotta, saadaan kuvioiden toimenpideketjuista (summana) laskettua, koko tilalle, 5-vuotisjakson: hakkuupoistuma, hakkuupinta-alat, hiilivuo, luonnonpoistuma, metsänhoidon työmäärät ja kustannukset, hakkuutulot jne. Puuston rakenne hetkellä 5 vuotta saadaan laskettua puustosta (kuvioiden puulistoista), jonka simulaattori kasvatti siihen asti. Puut ovat kasvaneet, niitä on kuollut ja syntynyt (ml. istutetus) ja osa on poistunut hakkuissa. Sama toistuu jaksolla 5-10 vuotta jne. On selvää, että laskelmien tarkkuus heikkenee ajan funktiona, koska tulevaisuuden puumarkkinoita tai työvoiman saatavuutta on vaikeampi ennustaa. Samoin kasvumallien virheet alkavat kumuloitua ajan myötä ja "puusto saattaa alkaa kasvaa oudosti". Kasvumaleihin kuitenkin yleensä asetetaan erilaisia "inhibiittoreita", jotka estävät "pähkähullujen" kasvulukujen ennustamisen kun mallia on esimerkiksi ajettu 30 vuotta.

7.4.5 Simulaattorit toimivat yksittäisen puun tasolla, vaikka metsästä mitataankin puustotunnuksia ositteille, MITÄ?

Simulaattorit alkoivat kehittyä puutason simuloinnin suuntaan. Oli ilmeisesti helpompi toteuttaa harvennussimulaattori, joka kaataa yksittäisiä puita ja laskee poistuman ja jäljelle jäävän puuston rakenteen poistettujen ja jäljelle jääneiden puiden summina, puujoukkoina.

Metsätietojärjestelmään kuitenkin syötetään maastossa havaitut puusto-ositetiedot (puulaji, PPA, D, H ja ikä), mutta "järjestelmän sisällä" (simulaattorissa) yksittäiset puut kasvavat, kuolevat, syntyvät, tulevat hakatuiksi, lannoitetuiksi jne. Simulaattoreiden kasvumallit kasvattavat yksittäisen puun dimensioita, joka esiintyy puulistalla, joka kuvaa kuvion puustoa. Tämän puulistan puita kutsutaan kuvion kuvauspuiksi. 1970- ja 80-luvulla kehitettiin menetelmiä, joilla (puulaji, PPA, D, H ja ikä) –mittaukset muutetaan realistisiksi kuvion puustoa kuvaaviksi puulistoiksi – kuvauspuiksi. Kuvauspuun määrittää minimissään puulaji, d13, h ja ikä. Sille voidaan ennustaa myös esim. latvusraja h_c ja johtaa siitä latvussuhde. Muunnos puustotunnuksista kuvauspuiksi tapahtuu runkolukusarjamallien ja pituusmallien avulla. Runkolukusarjamalli luo läpimittajakauman, jolla on sama keskiläpimitta D ja pohjapinta-ala kuin metsästä mitattiin. Mallilla saadaan listan puut ja niille läpimitat. Seuraavaksi tarvitaan pituudet ja ne saadaan pituusmallilla, joka hyödyntää maastossa tehtyä havaintoa puusto-ositteen keskipituudesta. Ikä kuvauspuille saadaan maastossa mitatusta keskiiästä. Niin runkolukusarjamalleja kuin pituusmalleja on laadittu "luontaisille ja ojitetuille suopuustoille", "kuusikoille", "Järvi-Suomen männiköille" jne. Runkolukusarjamallit tuottavat aina yksihuippuisen läpimittajakauman. Tästä syystä metsässä on mitattava eri jaksojen puusto erillisinä ositteina, koska alemman ja ylemmän jakson puustojen läpimittajakauma yhdessä olisi usein kaksihuippuinen, jonka muotoista jakaumaa ei käytössä olevilla malleilla pysty luomaan, vaan se pitää toteuttaa mittaamalla esim. alikasvoskuuset omana ositteenaan ja vallitsevan jakson kuuset omanaan. Muunnos keskipuumenetelmällä mitatuista puustotunnuksista (puulaji, PPA, D, H ja ikä) puulistoiksi tehdään siis teknisistä syistä, sillä simulaattorin (tietokoneohjelma) on "helpompi käsitellä" yksittäisiä puita kuin esim. "osuutta pohja-pinta-alasta". Puustotunnusten muutos on puutunnusten muutosta ja simulaattori kasvattaa/käsittelee puita. Esim. harvennussimulaattori poistaa osan kuvauspuista ja pölkyttää ne, jolloin saadaan poistuman rakenne ja arvo.

Metsäsuunnittelujärjestelmät alkoivat kehittyä, ja niihin alkoi vakiintua ao. rakenne:

1. Tietokanta
2. Kartta- ja visualisointitoiminnot
3. Simulointitoiminnot
4. Optimointitoiminnot

7.4.6 Metsäsuunnittelu(metsätieto)järjestelmän tietokannasta

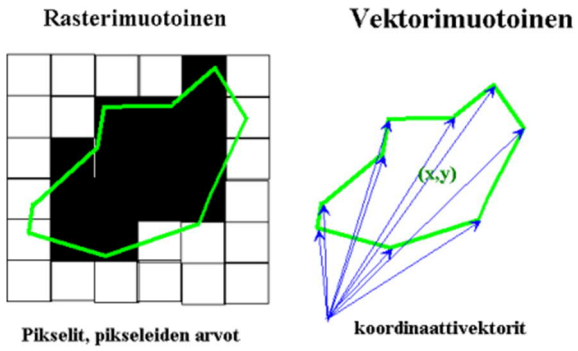
7.4.7

Wanhaan aikaan metsätieto oli kortistoissa ja kartoilla. Kuviorajoihin ei mielellään koskettu, vaan toimenpiteet tehtiin niitä noudattaen, koska käsin tehtyjen karttojen päivitys olisi ollut työlästä ja "kuviokortti" olisi pitänyt kirjoittaa uusiksi. Maastossa suunnittelua tehtäessä tätä saatettiin jo ennakoida, ja luotiin kuviot 39a ja 39b, jos oli olemassa epäilys siitä, että a ja b osat kuitenkin käsiteltäisiin eri ajankohtina. Historiatieto säilyi jos säilyi, kun toimenpidekartat ja työselosteet mapitettiin kultakin vuodelta.

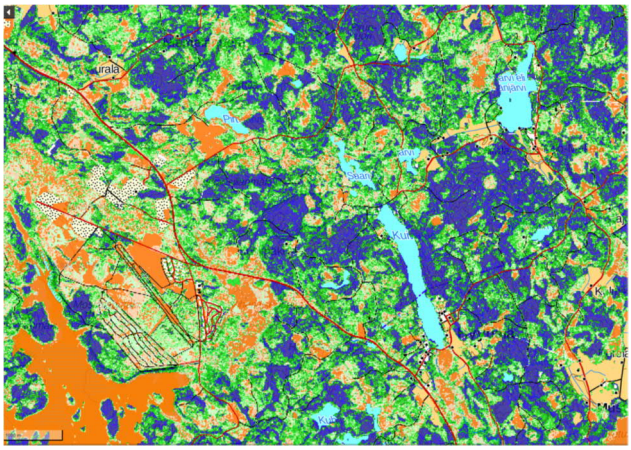
Metsätieto on jatkuvasti muuttuvaa (aika-)paikkatietoa, joka nykyään voidaan esittää digitaalisena vektori- tai hilamuodossa. Tietokantaan liitetään myös kustannus- ja hintatietoja, asiantuntijaosaamista, malleja, lainsäädännön rajoitteita. Tietokannasta voi olla yhteys tuotannonohjausjärjestelmään, jos suunnittelujärjestelmä on osa sitä (esim. Metsähallitus). Tietokanta voi olla hajautettu, eli osa tiedoista saadaan tarvittaessa yli verkon, jolloin niistä ei tarvita omaa kopiota. Esim. kartat, ilmakuvat, tai viranomaistiedot, kuten suojelualueiden rajaukset voidaan jakaa keskitetysti käyttäjille yhdestä tietolähteestä. Metsäsuunnittelu on elinkeino ja metsäsuunnittelujärjestelmä on tarpeen sen harjoittamiseksi. Perinteinen malli, jossa metsänomistajalle laaditaan 5-10-vuotiskauden staattinen metsäsuunnitelma, on korvautumassa jatkuvasti ylläpidettävällä suunnitelmalla, jossa metsävaratieto (on verkossa) pidetään malleilla ja mittauksilla jatkuvasti ajantasaisena, ja laskennat voidaan uusia aina tarvittaessa, kun vaikka omistajan tarpeet ja tavoitteet tai puun kysyntäolot muuttuvat.

7.4.8 "Modernin metsällisen paikkatietojen luonteesta"

Kuviorajat, tiet, sähkölinjat, tilanrajat jne. muodostuvat xy-pisteistä, joihin liittyy topologia: kuvion/tilan/hallinnollisen alueen rajaa joukko pisteitä, jotka muodostavat sulkeutuvan monikulmion, kun taas esim. tie on murtoviiva. Topologia on sitä, että kuviolla on naapurikuvioita, yhteistä rajaa, linja leikkaa kuvioita, pisteet muodostavat viivat, viivalla on päätepisteet, yhteisiä pisteitä tai alueet leikkaavat toisiaan jne.



Hila eli rasterimuotoinen aineisto esitetään tietyllä spatiaalisella resoluutiolla, joka vaikuttaa siitä erotettavien yksityiskohtien määrään. Esimerkkejä rasterimuotoisesta aineistosta ovat maanpinnan korkeusmallit (esim. 2 × 2 m), ilmakuvat (40 × 40 cm), puuston korkeusmallit (2 × 2 m), laserkeilauksella tuotetut kansalliset puuston tilavuusrasterit (16 × 16 m) tai VMI:ssä tuotetut rasterit (25 × 25 m).

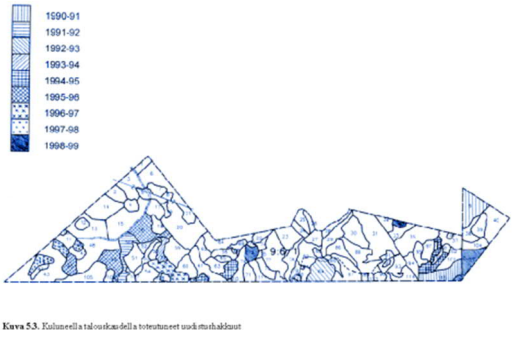


Kuva 275. VMI:n rasteri: Kuusen biomassa 2017. Hyytiälän ympäristö. Avosuot, römeet ja männiköt näkyvät oranssina (0-140 kg/ha).

Pisteellä, joka esittää luontokohdetta, metsikkökuviolla, tielinjalla tai hilan pisteellä on ominaisuustietoja. Tielle tai sähkölinjalle voidaan määritellä leveys. Metsikkökuvioon liitetään metsikkö- ja puustotunnuksia, tiellä voi leveyden lisäksi olla tunnuksia kuten kantokyky. Paikkatietoikkuna.fi tarjosi käyttöön maaperäkartan 1:20000. Siinä maaperätiedot olivat kuviomuotoisia. Paikka- ja ominaisuustiedot ylläpidetään tietokannassa.

7.4.9 Paikka- ja suunnittelutiedon hallinta

Metsävaratieto muuttuu alati. Hakkuut, metsänhoitotyöt, myrskyt, lumituhot, puuston kasvu, metsänparannustoimet jne. ylläpitävät muutosta. Metsätalouden harjoittajan kannattaa yleensä pitää yllä kirjanpitoa koskien hakkuu- ja luonnonpoistumaa, toiminnan tuloja ja menoja, tehtyjä toimenpiteitä ja hallinnollisia toimia, viljellyn taimiaineksen alkuperätietoja yms. Mikäli "paperiton" historiatieto halutaan säilyttää osana metsävaratietoa, asettaa se erityisiä haasteita tietokannan ja tietomallin suunnittelijalle.



Kuva 276. Edellisenä 10-vuotiskautena toteutuneet uudistushakkuut. Kartta on piirretty metsänomistajalta saatujen tietojen perusteella. Tämän tyyppisen kartan tuottaminen on haaste, jos järjestelmä ei tue historiatiedon säilyttämistä.

Tietojen välittäminen toimijalta toiselle, metsästä tietokantaan ja järjestelmästä toiseen on myös haasteellista ja asiaa on lähestytty standardien avulla:

https://bitcomp.com/forest-information-standards/

Kaiken aineiston ei enää tarvitse olla paikallisesti tallennettuna omassa järjestelmässä, vaan esim. rastereita tai hintatietoja voi hakea analysointia varten yli verkon:

https://www.metsaan.fi/yleistietoa-avoimesta-metsatiedosta

Koko tietojärjestelmä (metsäsuunnittelujärjestelmä) voi myös olla ”pilvessä” ja käyttäjällä on siihen vain selainpohjainen näkymä: Esim. https://tapio.fi/forestkit

7.4.10 Kartta ja visualisointitoiminnot

Kartat ja visualisointitoiminnot auttavat päätöksenteossa. Jälkimmäisiin voi lukea paikkatietoanalyysit kuten esim. "*Laske hakkuumahto, jos virtavesien varret jätetään käsittelemättä 30 m leveydeltä*". (*Hakkuumahto* on se hakkuumäärä, joka metsästä voidaan välittömästi hakata ja myydä laillisesti. Se on yksi metsätilan arvonmääritysperuste. Nykyisen Metsälain aikana hakkuumahto on menettänyt merkitystään). Kaukokartoitusanalyysit voidaan integroida osaksi metsätietojärjestelmää tai pitää niistä erillisinä.

Tietokannan päälle voi rakentaa analysointi-, kartta- ja visualisointityökaluja. Tässä on rajana vain mielikuvitus. Tavoitteena voi esim. olla maiseman visualisointi metsänomistajalle (päätöksentekijöille, asianosaisille) tietyn toimenpiteen toteuttamisen jälkeen. Metsäsuunnittelujärjestelmä voidaan rakentaa paikkatieto-ohjelmiston "päälle", jolloin kaikki GIS-ohjelman toiminnallisuus on käytettävissä, mutta tästä harvoin on hyötyä satunnaiselle systeemin käyttäjälle (esim. passiivinen metsänomistaja), jota varten tietyt perustoiminnot pikemminkin riittävät. Metsäpalveluyrittäjän business-malli voi perustua siihen, että hänellä on muita joustavampi, helppokäyttöisempi tai myyvämpi suunnittelujärjestelmä (vaikka sitten Virtual Reality), jota tyytyväinen metsänomistaja pääsee käyttämään yli netin. Tai sitten metsäpalveluyrittäjä tai yhteismetsä toimii itsenäisesti ja metsänomistaja näkee vain vuosikertomuksia ja tilityksiä nettipankissa. Päätöksentekijöitä, päätöstilanteita ja –asetelmia on erilaisia.

7.4.11 Simulointi ja metsälaskelmat (osin päällekkäistä aiemman kanssa)

Simulointi tuottaa erilaisia vaihtoehtoisia tulevaisuuden skenaarioita ja optimointitoiminnot auttavat päätöksen löytämään tavoitteet toteuttavan toimenpideohjelman. Simulaattori kasvattaa/hakkaa/lannoittaa metsikkökuvioita tai hilan solua. Hyvä simulaattori hallitsee myös hiilivirrat, ei yksin puutavaralajien kertymiä ja istutuskustannuksia. Simulaattori on siis yhtä hyvä kuin sinne ohjelmoitu asiantuntemus ja dynaamiset mallit. Perinteinen näkemys optimoinnista on toimenpideohjelman valinta asetettujen tavoitteiden ja rajoitteiden vallitessa. Optimointiosa (päätöstuki-toiminnot) voi tarjota menetelmiä myös tilanteisiin, joissa metsää koskevaan päätöksentekoon halutaan osallistaa esim. virkistyskäyttäjiä, viranomaistahoja tai kansalaisjärjestöjä, jolloin mielipiteet ja asiantuntija-arviot pisteytetään ja haetaan kompromissi, jonka vaikutukset pystytään simuloimaan ja laskemaan puunmyyntituloina, virkistysarvoina tai esim. biodiversiteettin muutoksena.

Järjestelmällä voi tyypillisesti tehdä hakkuulaskelmia (metsälaskelmia). Ne voivat perustua esim. kullekin kuviolle maastossa ehdotettuihin toimenpiteisiin, jolloin ei tarvita mitään optimointia, vaan laskenta on suoraviivaista ehdotusten toteuttamista. Tällöin kuvioiden puustoa kasvatetaan ajankohtaan, johon toimenpide on aiottu, jonka jälkeen haluttu toimenpide (toimenpideketju uudistamisen yhteydessä) simuloidaan. Avohakkuun tapauksessa koko kuvauspuiden lista muuttuu hakkuupoistumaksi, harvennushakkuussa puulistaa taasen harvennetaan hakkuutavan perusteella (ala-, yläharvennus jne.). Mikäli kuviolle on ehdotettu tehtäväksi lannoitus, se ”toteutetaan” ja huomioidaan puiden kasvumalleissa, jolloin voidaan laskea tarkempi hakkuupoistuma ehdotettuun hakkuuajankohtaan. Avohakatuksi ehdotetulle kuviolle lasketaan uudistamisen kulut ehdotetun uudistamisketjun perusteella ja muo-

dostetaan puujoukko istuteituista taimista ja kasvupaikalle todennäköisesti syntyvistä luontaisesti uudistuneista puista. Ehdotetut toimenpiteet (metsälaskelma) voivat kattaa esim. seuraavat 10 vuotta, jolloin saadaan toimenpideohjelma tuolle ajanjaksolle sekä arviot tulo- ja menovirroista sekä ”metsän kuva” (rakenne) jakson lopussa, kun on toteutettu jokaiselle kuviolla ehdotettu toimenpide.

7.4.12 Metsäsuunnittelujärjestelmät ja Metsäohjelmat

Hyvällä metsäsuunnittelujärjestelmällä voi tutkia metsävarojen käytön kestävyyttä pitkällä aikavälillä tai esim. metsäpolitiikan toimien vaikutusta hakkuumahdollisuuksiin. Esim. Luken MELA ohjelmisto kehitettiin aikanaan METSÄ2000 ohjelman metsälaskelmia varten. Tuolloin tutkittiin mm. metsänparannustoimenpiteiden (mm. lannoitukset, ojitukset, tienrakennus, lisääntyneet harvennushakkuut, jalostettu metsänviljelymateriaalin) odotettavissa olevaa vaikutusta metsien hakkuumahdollisuuksiin pitkällä aikavälillä ja saaduilla tiedoilla vaikutettiin rahoituksen määrään (osoitettiin hyödyt poliittisille päättäjille) ja kohdentumiseen. MELAlla simuloitiin skenaarioita "kuvioille", jotka olivat VMI:n kymmenet tuhannet koealat otantakehikosta joka edusti siis "Suomen metsiä". Vaihtoehtoinen "mielivaltainen asiantuntijanäkemys" Suomen metsistä ei olisi antanut realistista harhatonta kuvaa metsäohjelman vaikutuksista. Tämä on hyvä esimerkki VMI:n otantakehikon hyödyistä. Samaa sovelletaan nykyisin esim. hiilitaselaskelmissa, joita tehdään MELAn kehittyneellä versiolla,

7.4.13 Optimointi (osin päällekkäistä aiemman kanssa)

Metsäsuunnittelujärjestelmällä voi hakea tietyt tavoitteet toteuttavan toimenpideohjelman, joka haetaan (suuresta, joskus pienestä) joukosta simuloituja vaihtoehtoja. Tavoitteita voi olla samanaikaisesti useita ja niille voidaan hakea optimi asettamalla rajoitteita. Esim. tavoitteeksi voi asettaa tasaiset hakkuutulot s.e. metsän puuston rakenne täyttää tietyt ehdot 10 vuoden kuluttua. Samaan aikaan voi vaikuttaa simuloituihin vaihtoehtoihin - esimerkiksi halutessaan voi painottaa lannoituksia (niitä simuloidaan), välttää luontaista kuusen uudistamista (niitä ei edes tuoteta simuloinnissa) tai lisätä vertailtavia kasvatusvaihtoehtoja (esim. aina simuloidaan jatkuvan kasvatuksen vaihtoehto harvennuksien rinnalle). On myös mahdollista pyrkiä spatiaaliseen optimointiin esim. huolehtimalla siitä, ettei maisema fragmentoidu liikaa toimenpideohjelman seurauksena, tai metsoille sopivien kuviokokonaisuuksien lukumäärä jää epäsuotuisaksi. Spatiaalinen optimointi on kuitenkin monasti teknisesti haastavaa toteuttaa (johtaa valtavaan laskennan määrään, johon ei pystytä toteuttamaan). Esim. "köyhän miehen" spatiaalisesta optimoinnista ovat leimikkokeskittymät - keskittämällä hakkuita harvoihin ajankohtiin (suurempi poistuma) saadaan leimikot myytyä parempaan hintaan.

Metsäsuunnittelujärjestelmä voi tarjota tuen ("kättä pidempää") myös osallistavaan metsäsuunnitteluun, jossa huomioidaan eri intressitahojen tavoitteet metsän käytölle (julkisyhteisöjen metsissä). Monesti näissä tilanteissa päädytään erilaisten painojen laskentaan, jossa eri preferenssit muodostavat tavoitteen omilla painoillaan. Simuloituja vaihtoehtoja ei välttämättä ole useita, vaan valinta tehdään muutaman kesken huomioiden intressitahojen tavoitteet jo vaihtoehtoja luotaessa (simuliotaessa). Osallistava suunnittelu tulee yleensä kyseeseen kaupunkien ja valtion metsissä.



Kuva 277. Osallisvan (alue-ekologisen) suunnittelun yleisötilaisuus. Metsähallituksen MH Heikki Savolainen. Leivonmäki.

Metsäsuunnittelujärjestelmät sisältävät paljon malleja (kasvu-, syntymis-, kuolemistodennäköisyys-, harvennus-, apteeraus- jne.). Hyvä järjestelmä on parametrisoitu s.e. esim. kantohintojen muutosten vaikutukset laskelmiin saadaan heti selville tai niillä voidaan tehdä herkkyysanalyysejä. Tulevaisuuden tulojen ja menojen nykyarvon laskennassa voi soveltaa vaihtuvaa korkokantaa. Jos kustannustiedot ja –mallit ovat realistisia, on vaihtoehtojen taloudellinen vertailu mahdollista. Malleja voi myös olla esim. biodiversiteettiindeksien, riistan viihtyvyyden tai maisema-arvojen laskentaan.

Järjestelmää voi helposti käyttää tarkoitushakuisesti. Esimerkkinä voi pitää esim. laskelmia, joissa verrataan metsikkötalousjärjestelmää (avohakkuita, luontaista uudistamisesta, harvennushakkuita, tasaikäisiä metsiköitä) jatkuvan kasvatuksen metsätalouteen. Jatkuvasta kasvatuksesta saa kannattavampaa, jos ei huomioi korkeampia korjuukustannuksia tai olettaa luontaisen uudistumisen aina onnistuvan. Tasaikäismetsätalouden kannattavuutta voi puolestaan yliarvioida, jos olettaa metsänomistajien huolehtivan taimikoistaan ja ensiharvennuksista. Kummankin menetelmän laskelmat menevät pieleen, jos kasvu- kuolemis- tai syntymismallit mallit eivät huomioi ilmastonmuutosta tai muutoksia puun kysynnässä ja työvoiman saatavuudessa.

- END -