

Termofysik HT 2006 Räkneövning 8 (behandlas Tor 9.11 kl. 16:15)

1. För en gas som lyder under van der Waals ekvation

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}; \quad (1)$$

(a) beräkna den isobariska termiska expansionskoefficienten, α ;

(b) visa att energin F motsvarar

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2}; \quad (2)$$

(c) visa att den molära värmekapaciteten vid konstant volym är en funktion av endast temperaturen.

2. För en gas som lyder under van der Waals equation (se uppg. 1.)

(a) beräkna skillnaden mellan de molära värmekapaciteterna vid konstant tryck och vid konstant volym: $(C_P - C_V)$;

(b) beräkna förändringen i entropi dS av gasen för infinitesimala förändringar i volym dV och i temperatur dT ;

(c) beräkna Joule-Thompson koefficienten $(\partial T/\partial P)_H$;

(d) beräkna inversionskurvans ekvation som en funktion av volym och temperatur.

3. Under föreläsningarna härleddes sambandet mellan den II virialkoefficienten och den intermolekylära potentialen:

$$B(T) = -\frac{I_2}{2} = -2\pi \int dr r^2 [e^{-V(r)/k_B T} - 1] \quad (3)$$

VÄND!

Lennard-Jones-potentialen

$$V(r) = 4\epsilon \left\{ \left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right\} \quad (4)$$

och för Ar har parametrarna anpassats till experiment så att $\epsilon = 167 \times 10^{-23}$ J och $\sigma = 3.40$ Å.

Experimentellt data för Ar är $B = -184, -48, -16, 12, 22$ cm³/mol vid $T = 100, 200, 300, 600$ respektive 1000 K [CRC 82nd ed. sid 6-25]. Beräkna $B(T)$ för Lennard-Jones-potentialen för Ar för dessa 5 temperaturer med ekvation (1) och (2), och jämför med experiment. Vad innebär resultatet? Tips: det lönar sig antagligen att beräkna integralen numeriskt.

4. Anta att jonosfärens temperatur är konstant = 2000 K. Uppskatta hur stor andel av dess a) heliumatomer b) syremolekyler har tillräckligt stor vertikal hastighetskomponent för att fly ur jordens gravitationsfält. Jordens flykthastighet $v_{esc} = 11$ km/s. Notera att

$$erf(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx \quad (5)$$

finns tabulerad i matematiska tabeller, och att

$$erf(x) \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}x} e^{-x^2}, \quad x \gg 1.$$

5. Vad är den mest sannolika hastigheten för en vattenmolekyl i en Koskenkorva-flaska vid -18°C? Och vad är medelhastigheten för en alkoholmolekyl i din mage efter att du tömt flaskan?

6. En polyatomisk molekyl består av n atomer, som alla besitter tre frihetsgrader (dvs. vi behandlar varje atom som en punktmassa och negligerar dess inre frihetsgrad). Indela molekylens frihetsgrader i translationell, rotations, och vibrations grad:

(a) för en icke-linjär molekyl,

(b) för en linjär molekyl.