

Termofysik HT 2006 Räkneövning 11 (behandlas To 30.11 kl. 16:15)

1. Härled följande ekvation

$$\mu(T) \approx \varepsilon \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{T}{T_F} \right)^2 \right], \quad (1)$$

för den kemiska potentialen av en fri elektron gas vid temperaturer $T \ll T_F$.
Vink: För $T \ll T_F$ och en godtycklig funktion $\phi(\varepsilon)$ gäller:

$$\int_0^\infty \frac{\phi(\varepsilon) d\varepsilon}{\exp[(\varepsilon - \mu)/kT] + 1} = \int_0^\mu \phi(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6} (kT)^2 \frac{d\phi(\mu)}{d\mu}. \quad (2)$$

(Se Landau och Lifshitz, s 169-170 för härledning av detta).

2. Härled följande ekvation,

$$c_V(T) = \frac{\pi^2}{2} k \frac{T}{T_F}, \quad (3)$$

för värme kapaciteten av en fri elektron gas vid låga temperaturer, d.v.s. $T \ll T_F$. (Använd vinken i föregående uppgift.)

3. Den molära värme kapaciteten vid konstant volym av en perfekt gas av bosoner av massan m vid temperaturen T under kondensations temperaturen T_c ges av

$$C_V = 1.93R \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2}, \quad (4)$$

där $T < T_c$. Beräkna (i) den inre energin per mol, (ii) entropin per mol, (iii) trycket, för denna gas en temperatur $T < T_c$

4. En halvledare innehåller n donatornivåer, vars energi är $-\varepsilon_0$. En donator nivå kan ockuperas antingen av en spinn-upp eller en spinn-ner elektron men den kan inte samtidigt upptas av två elektroner. Erhåll den stora partitions funktionen för elektronerna i donator nivåerna och finn därmed antalet elektroner i donator nivåerna.

VÄND

5. Betrakta en given region av volym v inuti en större volym V av perfekt klassisk gas vid temperaturen T . Visa att sannolikheten att finna N partiklar i denna region av gasen ges av Poisson distributionen

$$p_N = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!} \quad (5)$$

där $\bar{N}$ är medlevärdet av antalet partiklar i volymen v .

6. Betrakta en 1-dimensionell slumpvandring där det finns fyra möjliga, lika sannolika, steg: $\Delta x = -7$, $\Delta x = -1$, $\Delta x = +1$, $\Delta x = +7$. Bestäm $\bar{x}^2$ som funktion av n för denna slumpvandring.

7. Betrakta en 1-dimensionell slumpvandring där det finns tre möjliga, lika sannolika, steg: $\Delta x = -7$, $\Delta x = +1$, $\Delta x = +8$. Bestäm $\bar{x}$ som funktion av n för denna slumpvandring.

8. Visa att

$$n(\vec{r}, t) = \frac{N}{(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-r^2/4Dt}$$

är en lösning till diffusionsekvationen.

9. Repetition (1p): Räkna hur många gånger $PV = NkT$ har härletts under kursens gång (i föreläsningssamtalerna).

VÄND

10. Repetition (3p): I vilka/vilket sammanhang förekommer följande konstanter/beteckningar i föreläsningssantekningarna:

A	α	α_J
α_{JT}	β	B
$\mathbf{B}$	C	C_P
C_V	c_P	c_V
χ	$\mathbf{d}$	η
ϵ	ε	E
E_v	F	G
g_j	Γ	H
$\mathbf{H}$	h	$\hbar$
I_n	I	I_S
$\dot{j}$	k_B	κ_T
κ_S	L	$\mathcal{L}$
λ	Λ	$\mathbf{m}$
M	$\mathbf{M}$	μ
μ_0	n_j	N_0
N	N_A	ν
ν_r	ω	Ω
P	P_c	p
p_r	$\mathbf{p}$	Q
R	$\mathbf{r}$	σ
S	S^c	$\mathbf{v}$
t	T	T_c
θ	V	W
W_L	W_α	x
y	z	Z
ζ		