Termofysik HT 2005 Räkneövning 2 (behandlas Tor 22.9 kl. 16:15)

1. Mandl 2.1

2. Antag att $\Omega(E,V,N) = CE^{3N/2}$, där C är en konstant och N är antalet partiklar.

(a) Härled sambandet mellan temperatur och inre energi.

(b) Härled att $(\frac{\partial^2 S}{\partial E^2})_{N,V}$ är negativt.

(c) Denna form av Ω (som är obroende av V) gäller för en idealgas. Diskutera varför resultatet i (a) motiverar den allmänna definitionen av temperaturen.

3. Betrakta ett system med två energinivåer E_0 och E_1 i en omgivning med temperaturen T. Konstruera systemets partitionsfunktion Z och beräkna systemets energi som funktion av dess temperatur. Hur beter sig entropin då $T \to 0$? Degenerationsnivåerna antas här, som alltid då inget skilt är känt om dem, vara 1.

4. Hela uttrycket för en vakanskoncentration i en kristall var ju enligt föreläsningsanteckingarna

$$\frac{n}{N} = e^{S_v^f/k} e^{-E_v^f/k_B T}$$

Man kan göra motsvarande härledning för extra atomer i en kristall, s.k. interstitiella, och erhålla

$$\frac{n}{N} = e^{S_i^f/k} e^{-E_i^f/k_B T}$$

För vakanser i koppar är $E_v^f = 1.27$ eV och $S_v^f = 2.3k_B$ (experimentella värden) samt $E_i^f = 3.2$ eV och $S_v^f = 15k_B$ (datorsimuleringar [Nordlund and Averback, Phys. Rev. Lett. 80 (1998) 4201]). Vad är förhållandet mellan antalet vakanser och interstitiella atomer i koppar vid a) rumstemperatur, 300 K, och b) 900 K? c) Vid vilken temperatur börjar antalet interstitiella atomer dominera i koppar? d) Är det realistiskt att nå sådana förhållanden?

VÄND!

5. En kvantmekanisk harmonisk oskillator har energinivåerna

$$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}), n = 0, 1, 2, ...$$

(a) Bestäm dess pertitionsfunktion och dess energi om omgivningen har temperaturen T.

(b) Om $\hbar\omega = 0.3$ eV, vad är skillnaden i de relativa populationerna för det första exiterade tillståndet $n = 1$ och grundtillståndet $n = 0$ då gasen är i termisk jämvikt vid $T = 1000$ K?