17. Magnetisk struktur i kristaller

Fasta ämnen vars joner inte har spinnberoende växelverkningar har ingen magnetisering i frånvaron av ett yttre magnetiskt fält. Ifall jonernas magnetiska moment växelverkar med varandra kan nettomagnetiseringen avvika från 0 också i frånvaron av ett yttre fält. Nettomagnetiseringen försvinner vid en kritisk temperatur T_c.

Den magnetiska strukturen kallas ferromagnetisk ifall jonerna i en enhetscell har lika stora och lika riktade magnetiska moment. I sådana system kallas den kritiska temperaturen Curie-temperaturen.

En vanligare form av magnetisk struktur är antiferromagnetism. Antiferromagnetiska kristaller kan betraktas som superponerade från varandra förskjutna ekvivalenta gitter vari de magnetiska momenten är motsatt riktade så att systemets nettomagnetisering är 0 också under transitionstemperaturen so i detta fall kallas Néel-temperaturen.

En mellanform av magnetisk struktur är den s.k. ferrimagnetiska strukturen vilken är lik den antiferromagnetiska, men i vilken de motsatt riktade magnetiska momenten i de två superponerade gittren har olika storlek så att nettomagnetiseringen avviker från 0.

En mer komplicerad form av magnetisk struktur är en sådan där spinnriktningarna bildar ett periodiskt mönster. För sådana kan man definiera en spinn-densitet

$$S_z(\vec{r}) = \frac{1}{2}[n_\uparrow(\vec{r}) - n_\downarrow(\vec{r})],$$

där $n_\uparrow(\vec{r})$ och $n_\downarrow(\vec{r})$ är de lokala densiteterna av magnetiska moment med riktningar. Nettomagnetisering uppträder ifall integralen av $S_z(\vec{r})$ över gittret är olika 0.

I närheten av transitionstemperaturen T_c gäller för ferro- och antiferromagneter att magnetiseringens temperaturberoende är

$$M(T) = \begin{cases} 0 & T > T_c, \\ c(T_c - T)^\beta, & T < T_c, \end{cases}$$

där c är en konstant, och exponenten β har värden i området $0.33 \ldots 0.37$.

I ferromagneter har suskeptibiliteten χ en singularitet vid T_c:

$$\chi \sim (T - T_c)^{-\gamma}, \quad T > T_c.$$

Exponenten γ är av storleksordningen $1.3 \ldots 1.4$. I antiferromagneter har χ ett maximum något ovanför T_c.

Det specifika värmet har en svag singularitet vid T_c i ferromagneter:

$$c(T) \sim (T - T_c)^{-\gamma}.$$

Exponenten är liten (≤ 0.1).

17.2. Grundtillståndet för en Heisenberg ferromagnet

Betrakta ett system av joner med spinn $\vec{s}$ som bildar ett Bravaisgitter och vars Hamiltonoperator kan beskrivas med Heisenbergmodellen

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{R}\vec{R}'} \vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{S}(\vec{R}') J(\vec{R} - \vec{R}') - g\mu_B H \sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R}).$$

Utbytesintegralerna J antas vara onegativa:

$$J(\vec{R} - \vec{R}') = \vec{J}(\vec{R}' - \vec{R}) \geq 0.$$

I detta fall blir energin lägst för parallella spinn och systemet bör vara ferromagnetiskt vid låga temperaturer.

Det är naturligt att antaga att grundtillståndet är det i vilket alla jonspinn har maximal projektion på en given riktning:

$$|0 >= \Pi_{\vec{R}} |S >_{\vec{R}} .$$

Det maximala S_z-värdet innebär

$$S_z(\vec{R})|S>_{\vec{R}}= S|S>_{\vec{R}} \ .$$

Hamiltonoperatorn kan uttryckas med hjälp av stegoperatorerna $S_{\pm}$, som definieras som

$$S_{\pm}(\vec{R}) = S_x(\vec{R}) \pm iS_y(\vec{R}).$$

För dessa gäller att

$$s_{\pm}(\vec{R})|S_z>_{\vec{R}}= \sqrt{(S \mp S_z)(S+1 \pm S_z)}|S_z \pm 1>_{\vec{R}} \ .$$

Hamiltonoperatorn blir då

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{R},\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}')S_z(\vec{R})S_z(\vec{R}') - g\mu_B H \sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R})$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{\vec{R},\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}')S_-(\vec{R}')S_+(\vec{R})$$

Då $S_+(\vec{R})|S>_{\vec{R}}= 0$ blir

$$\mathcal{H}|0>= E_0|0>,$$

med energiegenvärdet

$$E_0 = -\frac{1}{2}S^2\sum_{\vec{R},\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}') - Ng\mu_B HS$$

Det lägsta möjliga värdet för matriselementet $<0|\mathcal{H}|0>$ är

$$E_0' = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{R}\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}')max < \vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{S}(\vec{R}') >$$
$$-g\mu_B H \sum_{\vec{R}} max < S_z(\vec{R}) > .$$

Det är uppenbart att

$$max < S_z(\vec{R}) >= S$$

Vidare gäller att

$$
\begin{aligned}
<\vec{S}(\vec{R})\cdot\vec{S}(\vec{R}')> &= \frac{1}{2} < [(\vec{S}(\vec{R})+\vec{S}(\vec{R}'))^2 - \vec{S}^2(\vec{R}) - \vec{S}^2(\vec{R}')] \\
&\leq \frac{1}{2}[(2s)^2 - s(s+1) - s(s+1)] \\
&\leq \frac{1}{2}[4S^2 - S^2 - S^2] \\
&\leq S^2.
\end{aligned}
$$

Detta leder till att $E_0' \geq E_0$ varav följer att E_0är energin för grundtillståndet och att

$$|0>=\Pi_{\vec{R}}|S>_{\vec{R}}$$

är grundtillståndet.

För en ferromagnet i grundtillståndet som beskrivs i Heisenbergmodellen som

$$|0>=\Pi_{\vec{R}}|S>_{\vec{R}}$$

blir magnetiseringen

$$M = g\mu_B nS,$$

då alla joner bidrar ett genomsnittligt spinnvärde S.

Exciterade tillstånd kan konstrueras genom att sänka ett jonspinns z-projektion från S till $S-1$:

$$|\vec{R}>=\frac{1}{\sqrt{2S}}S_-(\vec{R})|0>$$

Detta tillstånd är inte ett egentillstånd till Hamiltonoperatorn i Heisenbergmodellen ty

$$S_-(\vec{R}')S_+(\vec{R})|\vec{R}>=2S|\vec{R}>$$

Vidare är

$$S_z(\vec{R}')|\vec{R}>= S|\vec{R}>, \quad \vec{R}' \neq \vec{R},$$
$$= (S-1)|\vec{R}>, \quad \vec{R}' = \vec{R}.$$

Detta leder till

$$\mathcal{H}|\vec{R}>= E_0|\vec{R}> + g\mu_B H|\vec{R}>$$
$$+ S\sum_{\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}')[|\vec{R}> - |\vec{R}'>],$$

Här är E_0 grundtillstånd energi

$$E_0 = -\frac{1}{2}S^2 \sum_{\vec{R},\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}') - Ng\mu_B HS$$

Eftersom $\mathcal{H}|\vec{R}>$ är en lineär kombination av tillstånden $\{|\vec{R}>\}$ kan man konstruera egenstillstånd med hjälp av lämpliga lineära kombinationer av sådana tillstånd.

Definiera

$$|\vec{k}>= \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{R}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}|\vec{R}> .$$

Detta leder till

$$\mathcal{H}|\vec{k}>= \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{R}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\mathcal{H}|\vec{R}>$$
$$= (E_0 + g\mu_B H)|\vec{k}> + \frac{S}{\sqrt{N}}\sum_{\vec{R}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}\sum_{\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}')[|\vec{R}> - |\vec{R}'>]$$
$$= E_{\vec{k}}|\vec{k}>,$$

med

$$E_{\vec{k}} = E_0 + g\mu_B H + S\sum_{\vec{R}} J(\vec{R})(1 - e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}}).$$

Med

$$J(\vec{R}) = J(-\vec{R})$$

blir

$$E_{\vec{k}} = E_0 + g\mu_B H + 2S \sum_{\vec{R}} J(\vec{R}) sin^2(\frac{\vec{k}\cdot\vec{R}}{2}).$$

I tillståndet $|\vec{k} >$ är den totala z-projektionen av kristallspinnens summa $NS - 1$.

Då

$$| < \vec{k}|\vec{R} > |^2 = \frac{1}{N} = konstant$$

är sannolikheten lika för alla joner att deras spinn $-z$ projektion har minskats med 1.

Korrelationsfunktionen för transversa spinn definieras som väntevärdet av

$$\vec{S}_\perp(\vec{R}) \cdot \vec{S}_\perp(\vec{R}') = S_x(\vec{r})S_x(\vec{R}') + S_y(\vec{R})S_y(\vec{R})$$

I grundtillståndet är dennas väntevärde 0.

I det exciterade tillståndet $|\vec{k} >$ är väntevärdet

$$< \vec{k}|\vec{S}_\perp(\vec{R}) \cdot \vec{S}_\perp(\vec{R}')|\vec{k} >= \frac{2N}{N} cos[\vec{k}\cdot(\vec{R} - \vec{R}')]$$

Detta innebär att jonerna har en genomsnittlig transvers spinnkomponent vars storlek är $\sqrt{2S/N}$, och vars riktning beskrivs av vinkeln $\vec{k}\cdot(\vec{R} - \vec{R}')$. Tillståndet $|\vec{k} >$ kallas en spinnvåg med vågvektorn $\vec{k}$ och energin $E_{\vec{k}}$ eller en magnon.

Det är naturligt att antaga att superpositioner av magnoner med vågvektorer $\vec{k}_1, ...\vec{k}_{N_0}$ leder till energitillstånd med energierna $\varepsilon(\vec{k}_1) + ... + \varepsilon(\vec{k}_{N_0})$. I detta fall kan magnonerna behandlas på ett sätt som är analogt till behandlingen av fononerna. Låt $n_{\vec{k}}$ vara antalet magnoner med $\varepsilon(\vec{k})$ och $\vec{k}$. Då är energin för motsvarande exciterat tillstånd

$$E = \sum \varepsilon(\vec{k}) n_{\vec{k}}.$$

Det genomsnittliga antalet magnoner med vågvektorn $\vec{k}$ är

$$n(\vec{k}) =< n_{\vec{k}} >= \frac{1}{e^{\beta\varepsilon(\vec{k})} - 1}.$$

Då varje magnon eller spinn-våg minskar det totala spinnet med 1 blir

$$M(T) = M(0)[1 - \frac{1}{NS}\sum_{\vec{k}} n(\vec{k})]$$

$$\simeq M(0)\{1 - \frac{V}{NS}\int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{\beta\varepsilon(\vec{k})} - 1}\}.$$

I frånvaro av ett yttre magnetiskt fält H är

$$\varepsilon(\vec{k}) = 2S\sum_{\vec{R}} J(\vec{R}) sin^2(\frac{\vec{k}\cdot\vec{R}}{2})$$

$$\simeq S\sum_{\vec{R}} J(\vec{R})(\vec{k}\cdot\vec{R})^2$$

Med $\vec{k} = \vec{q}/\sqrt{\beta}$ blir magnetiseringen

$$M(T) = M(0)\{1 - \frac{V}{NS}(k_B T)^{3/2}\int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3}\frac{1}{e^{S\sum_{\vec{R}} J(\vec{R})\frac{(\vec{q}\cdot\vec{R})^2}{2}} - 1}$$

Detta innebär att

$$M(0) = M(0)\{1 - CT^{3/2}\}$$

nära $T = 0$. Detta beteende hos magnetiseringen kallas Bloch's $T^{3/2}-$ lag, och är i god överensstämmelse med data.

För små $\vec{q}$-värden är integralen i $T^{3/2}$ termen i uttrycket för magnetiseringen proportionell mot $1/q^2$. I $1-$ och $2-$ dimensionella system innebär detta att integralen divergerar. Fysikaliskt betyder detta att antalet exciterade magnoner är så stort att ingen spontan magnetisering uppträder i sådana system.

17.3 Suskeptibiliteten vid höga temperaturer

Vid höga temperaturer försvinner den spontana magnetiseringen:

$$< \sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R}) >_{H=0} = 0.$$

Här är det statistiska medelvärdet för en operator X definierat som

$$< X > = \frac{\sum_\alpha < \alpha | X \alpha > e^{-\beta E\alpha}}{\sum_\alpha e^{-\beta E\alpha}}$$

Då Hamiltonoperatorn $\mathcal{H}$ är diagonal i representationen $\{|\alpha >\}$ kan medelvärdet skrivas i formen

$$< X > = \frac{Tr\{X e^{-\beta\mathcal{H}}\}}{Tr\{e^{-\beta\mathcal{H}}\}}$$

Suskeptibiliteten definieras som

$$\chi(T) = \frac{g\mu_B}{V} (\frac{\partial}{\partial H} < \sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R}) >)_{H=0}.$$

I denna form sätts det yttre fältet till 0 först efter att väntevärdet har beräknats.

Notera att

$$\frac{\partial < X >}{\partial H})_{H=0} = < X(-\beta \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H}) >_{H=0} - < X >_{H=0} < -\beta \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H} >_{H=0} .$$

Ifall $X = \sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R})$ bortfaller den andra termen i detta uttryck vid höga temperaturer.

För Heisenbergmodellen är

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{R}\vec{R}'} \vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{S}(\vec{R}') J(\vec{R} - \vec{R}') - g\mu_B H \sum_R S_z(\vec{R})$$

så att

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H} = -g\mu_B \sum_R S_z(\vec{R}).$$

Detta innebär då att suskeptibiliteten blir

$$\chi(T) = \frac{1}{V}\frac{1}{k_B T}(g\mu_B)^2 < [\sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R})]^2 >_{H=0},$$

där $\mathcal{H}$ i det statistiska medelvärdet är

$$\mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}_0 = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{R}\vec{R}'} \vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{S}(\vec{R}')J(\vec{R} - \vec{R}').$$

Medelvärdet av $(\sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R}))^2$ är

$$< [\sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R})]^2 >_{H=0} = < \sum_{\vec{R}\vec{R}'} S_z(\vec{R}) \cdot S_z(\vec{R}') >_{H=0}$$

$$\equiv \sum_{\vec{R}\vec{R}'} \Gamma(\vec{R}, \vec{R}').$$

Här representerar Γ korrelationsfunktionen för spinnvektorer vid $\vec{R}$ och $\vec{R}'$:

$$\Gamma(\vec{R}, \vec{R}') = < S_z(\vec{R}) S_z(\vec{R}') >_{H=0}$$

Vid höga temperaturer är $J << k_B T$ så att

$$e^{-\mathcal{H}_0/k_B T} \to 1.$$

Detta innebär att växelverkningarna mellan spinnen är utan betydelse och att spinnen vid olika punkter är okorrelerade:

$$< S_z(\vec{R}) S_z(\vec{R}) >_0 = < S_z(\vec{R}) >_0 < S_z(\vec{R}') >_0 = 0, \quad \vec{R} \neq \vec{R}'$$

och

$$< S_z(\vec{R}) S_z(\vec{R}) >_0 = \frac{1}{3} < \vec{S}^2(\vec{R}) >_0$$

$$= \frac{1}{3} S(S+1).$$

Mao är

$$< S_z(\vec{R})S_z(\vec{R}') >= \frac{1}{3}S(S+1)\delta_{\vec{R}\vec{R}'}$$

Suskeptibiliteten vid höga temperatur blir därigenom

$$\chi(T) = n\frac{1}{k_BT}(g\mu_B)^2S(S+1)\frac{1}{k_BT}.$$

Detta är Curie's lag.

Korrektionerna till Curie's lag kan härledas genom serieutveckling av operatorn $e^{-\beta\mathcal{H}_0}$:

$$e^{-\beta\mathcal{H}_0} = 1 - \beta\mathcal{H}_0 + ...$$

Om den lineära termen i β medtas blir spinn-korrelationsfunktionen

$$\Gamma(\vec{R},\vec{R}') \simeq \frac{\frac{1}{3}S(S+1)\delta_{\vec{R}\vec{R}'} - \beta < S_z(\vec{R})S_z(\vec{R}')\mathcal{H}_0 >_0}{1 - \beta < \mathcal{H}_0 >_0}$$

Vid höga temperaturer är

$$< \vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{S}(\vec{R}') >_0 = 0$$

så att

$$< \mathcal{H}_0 >_0 = 0.$$

Då blir

$$\Gamma(\vec{R},\vec{R}') \doteq \frac{1}{3}S(S'+1)\delta_{R\vec{R}'} + \frac{\beta}{2}\sum_{R_1,R_2} J(\vec{R}_1 - R_2) < S_z(\vec{R})S_z(\vec{R}')\vec{S}(\vec{R}_1)\cdot\vec{S}(\vec{R}_2) >_0$$

$$\doteq \frac{1}{3}S(S+1)\delta_{\vec{R}\vec{R}'} + \beta J(\vec{R}-\vec{R}')\sum_m < S_z(\vec{R})S_m(\vec{R}) >_0 < S_z(\vec{R}')S_m(\vec{R}') >_0$$

$$\doteq \frac{1}{3}S(S+1)\delta_{\vec{R}\vec{R}'} + \beta J(\vec{R}-\vec{R}') < S_z^2(\vec{R}) >_0 < S_z^2(\vec{R}') >_0$$

$$= \frac{S(S+1)}{3}[\delta_{\vec{R}\vec{R}'} + \frac{S(S+1)}{3}\beta J(\vec{R}-\vec{R}') + ...]$$

Med $J > 0$ är korrelationen mellan spinnen i växelverkningstermen positiv, vilket antyder ferromagnetism, medan med $J < 0$ korrelationen är negativ, vilket antyder antiferromagnetism.

Suskeptibiliteten blir

$$\chi(T) = n\frac{(g\mu_B)^2}{3k_B T}S(S+1)\{1 + \frac{\theta}{T} + \theta(\frac{1}{T^2})\},$$

med

$$\theta \equiv \frac{S(S+1)}{3}\frac{J_0}{k_B}, \quad J_0 = \sum_{\vec{R}} J(\vec{R})$$

17.4 Kritiskt beteende

Serieutvecklingen efter $1/T$ för suskeptibiliteten vid höga temperaturer kan extrapoleras till närheten av den kritiska punkten för att ge information om beteendet vid den kritiska punkten. Denna metod kan inte användas för analys av den kritiska punkten för spontan magnetisering. I detta fall måste man uttnyttja förenklande approximationer för Hamiltonoperatorn i Heisenbergmodellen.

En sådan förenklaring är att lämna bort stegoperatorerna $S_\pm$ i Hamiltonoperatorn. Detta leder till den s.k. Ising-modellen:

$$\mathcal{H}^{Ising} = -\frac{1}{2}\sum_{\vec{R},\vec{R}'} J(\vec{R}-\vec{R}')S_z(\vec{R})S_z(\vec{R}) - g\mu_B H\sum_{\vec{R}} S_z(\vec{R})$$

Energiegenvärdena för Ising-modellen är lätta att bestämma då alla operatorerna S_z är diagonala. En ytterligare förenkling är att enbart taga i beaktande växelverkningarna mellan närmaste grannar i Ising-modellen. Partitionsfunktionen för denna är lätt att beräkna för ett endimensionellt spinnsystem. Sådana har inga fastransitioner vid ändlig temperatur till en fas med spontan magnetisering. Partitionsfunktionen för den två-dimensionella Isingmodellen med växelverkningar mellan närmaste grannar har beräknats exakt av Onsager. I denna är den spontana magnetiseringens temperaturberoende i närheten av den kritiska temperaturen

$$M(T) \sim (T_c - T)^{1/8},$$

medan suskeptibiliteten har en singularitet:

$$\chi(T) \sim (T - T_c)^{-7/4}.$$

Approximativa beräkningar for en tredimensionella Ising-modellen leder till "kritiska exponenter" vars storlek i god överensstämmelse med iakttagna värden för tredimensionella system.

17.5 Medelfältteorin för ferromagneter

Den s.k. Weiss-teorin för ferromagneter är baserad på antagandet att man kan beskriva spinnväxelverkingarna för ett enskilt spinn genom att utnyttja att statistiskt medelvärde för de övriga spinnen.

Hamiltonoperatorn i Heisenberg-modellen kan skrivas i formen

$$\mathcal{H} = \sum_{\vec{R}} \mathcal{H}_{\vec{R}},$$

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\vec{R}} &= -S(\vec{R}) \cdot \{ \sum_{\vec{R}' \neq \vec{R}} J(\vec{R} - \vec{R}')\vec{S}(\vec{R}') + g\mu_B \vec{H} \} \\ &= -\vec{S}(\vec{R}) \cdot \vec{H}_{eff}.\end{aligned}$$

Här har det "effektiva" fältet $\vec{H}_{eff}$ som spinnet $\vec{S}(\vec{R})$ växelverkar med definierats som

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H} + \frac{1}{g\mu_b} \sum_{\vec{R}'} J(\vec{R} - \vec{R}')\vec{S}(\vec{R}').$$

Det statistiska medelvärdet av $\vec{H}_{eff}$ är

$$< \vec{H}_{eff} >= \vec{H} + \frac{1}{g\mu_B} \sum_{\vec{R}'} J(\vec{R} - \vec{R}') < \vec{S}(\vec{R}') >$$

I en ferromagnet är

$$< \vec{S}(\vec{R}') >= \frac{V}{N}\frac{\vec{M}}{g\mu_B},$$

där $\vec{M}$ är magnetiseringen. För en sådan blir

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H} + \lambda\vec{M},$$

med

$$\lambda = \frac{V}{N}\frac{J_0}{(g\mu_B)^2}, \quad J_0 = \sum_{\vec{R}} J(\vec{R}).$$

I denna modell ges magnetiseringen som lösningen till ekvationen

$$M = M_0(\frac{H_{eff}(M)}{T}),$$

där M_0 är den magnetisering som uppträder i frånvaron av magnetiska växelverkningar. Denna beror i allmänhet bara av förhållandet H/T.

Ifall $H = 0$ blir

$$M(T) = M_0(\frac{\lambda M}{T}).$$

Lösningen till denna ekvation ger magnetiseringen.

Ekvationen kan skrivas i formen

$$\begin{cases} M(T) = \frac{T}{\lambda}x \\ M(T) = M_0(x) \end{cases}$$

Den kritiska temperaturen är lösningen till ekvationen

$$M_0'(x) = \frac{T}{\lambda}.$$

$$\chi_0 = (\frac{\partial M_0}{\partial H}) = \frac{M_0'(0)}{T}$$

Enligt Curie's lag är

$$\chi = n\frac{(g\mu_B)^2}{3}\frac{S(S+1)}{k_B T}.$$

Härav fås

$$T_c = n\frac{(g\mu_B)^2}{3k_B}S(S+1)\lambda = \frac{S(S+1)}{3k_B}J_o.$$

För $T < T_c$ leder medelfältteorin till en magnetisering vars temperaturberoende är

$$M \sim (T_c - T)^{1/2},$$

oberoende av gittrets demension. För de flesta 3-dimensionella system är den kritiska exponenten närmare 1/3 än 1/2. För den 2-dimensionella Ising-modellen är den kritiska exponenten 1/8. Medelfältteorins kvalitet ökar med systemets dimensionstal.

Enligt medelfältteorin blir suskeptibiliteten

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial H} = \frac{\partial M_0}{\partial H_{eff}}\frac{\partial H_{eff}}{\partial H}$$
$$= \chi_0(1 + \lambda\chi).$$

Denna ekvation ger

$$\chi = \frac{\chi_0}{1 - \lambda\chi_0}.$$

Då för $T > T_c$

$$\chi_0 = \frac{c}{T},$$

blir

$$\chi = \frac{c}{T - \lambda c} = \frac{c}{T - T_c}.$$

Denna form för χ kallas Curie-Weiss-lagen, men är inte i speciellt bra överensstämmelse med data, som anger att

$$\chi \sim \frac{1}{(T - T_c)^\gamma}, \quad \gamma = 1,3 \ldots 1.4,$$

17.6 Magnetiska domäner

Den spinnberoende växelverkan mellan jonerna i en metall härrör sig dels från utbytesväxelverkan mellan spinnen och dels från den direkta magnetiska växelverkan mellan de magnetiska moment som spinnen representerar. Utbytesväxelverkan har mycket kort räckvidd då den involverar ett matriselement mellan vågfunktioner som faller exponentiellt med avståndet. Dipolfältet som omger ett spinndipolmoment avtar däremot som $1/r^3$, så att den direkta magnetiska kopplingen mellan spinndipolmomenten har lång räckvidd i jämförelse med utbyteväxelverkan.

Medan utbytesväxelverkan leder till parallella spinn leder dipolväxelverkan mellan två spinn till att de är motsatt riktade sedda i ett plan som är ortogonalt mot spinnen. Denna balans mellan en stark kortsräckviddsväxelverkan, som leder till ferromagnetism, och en svag långräckviddsväxelverkan, som leder till antiferromagnetism ger upphov till en komplicerade blockstruktur i ferromagneter.

Det blir energetisk fördelaktigt för ”block” av närbelägna spinnvektorer att vara parallellt riktade, medan spinnen i grannblocken alla blir motsatt riktade. Dessa block kallas magnetiska domäner. De åtskiljs av väldefinierade gränser som kallas domängränser eller Bloch-gränsen.