

Uppgifterna lämnas in senast på onsdag 23.1 kl. 14, dvs. efter onsdagens föreläsning. Övnings-
tillfället hålls fredagen den 25.1 kl. 12 på Acceleratorlabbet.

1. **Vektorer och nabla** Härled följande nyttiga vektor- och vektoroperator-identiteter:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) &= \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \\ \nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) &= (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} - (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{A} \\ \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}\end{aligned}$$

Det kan löna sig att här använda sig av Levi-Civitas symbol. Då får vi tex. $(\mathbf{A} \times \mathbf{B})_i = \epsilon_{ijk} A_j B_k$, där dubbelt förekommande index summeras över (så att tex. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_i B_i$). Speciellt trevlig är också identiteten $\epsilon_{ijk} \epsilon_{klm} = \delta_{il} \delta_{jm} - \delta_{im} \delta_{jl}$.

2. **Coulombs lag**

- (a) Elektronen och protonen i en väteatom är på avståndet $0,53 \cdot 10^{-10}$ m (Bohr-radien) från varandra. Jämför storleken på den elektrostatiska kraften och gravitationskraften mellan partiklarna.
- (b) Avståndet mellan protoner i atomers kärnor är mycket litet, av storleksordningen 10^{-15} m. Beräkna repulsionskraften mellan protonerna. Hur stor är gravitationskraften i detta fall?

3. **Laddningstätheter och Diracs delta-funktion**

- (a) Bestäm laddningstätheten $\rho(\mathbf{r})$ för en punktladdning q i punkten $\mathbf{r}'$. Kontrollera att volymintegralen av ρ blir q .
- (b) Bestäm laddningstätheten för en elektrisk dipol som består av en punktladdning $-q$ i origo och en punktladdning q i punkten $\mathbf{a}$.
- (c) Vad är laddningstätheten för ett sfäriskt skal med radien R som bär laddningen Q ?

4. **Flöde** Betrakta vektorfältet

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}.$$

Beräkna flödet (dvs. ytintegralen $\oint_S d\mathbf{S} \cdot \mathbf{V}$ där $\mathbf{V}$ evalueras vid ytan S) genom

- (a) en origocentrerad sfär med radien R ,
- (b) en origocentrerad kub med sidlängden l och sidorna parallella med koordinataxlarna.