

5. Elektrisk ström

[RMC]

5.1. Introduktion

Hittills har vi granskat egenskaper hos statiska laddningsfördelningar, d.v.s. laddningar i vila. Vi ska nu undersöka laddningar i **likformig** rörelse.

Vi behöver inte begränsa laddningar till att vara elektroner, utan de kan också vara negativa eller positiva joner. De ledande material utökas då till att omfatta t.ex. elektrolyter och joniserade gaser, förutom metaller och legeringar.

Laddningar i rörelse utgör en **(elektrisk) ström**. Strömmen betecknas I och definieras

$$I \equiv \frac{dQ}{dt}, \quad (5.1)$$

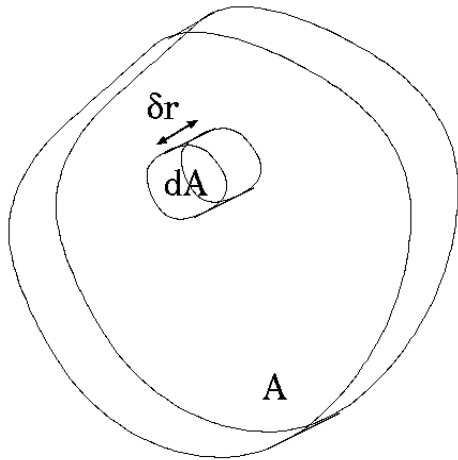
där dQ är den laddningsmängd som passerar en yta A på tiden dt . Enheten: $[I] = \text{C/s} = \text{A}$, kallas **ampère**.

Exempel : Hur många elektroner passerar per sekund ett tvärsnitt av en metalltråd med radien 0,1 mm, som bär en ström på 1 mA ?

Svar: $N_e = \Delta Q = I \Delta t = 1 \text{ mA} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ mC}$, så att $N = 6,2 \times 10^{15}$ elektroner. $\square$

5.2. Kontinuitetsekvationen

Betrakta nu en liten tvärsnittsytta dA , genom vilken strömmen dI går:



$$\begin{aligned}
 dI &= \frac{\delta Q}{\delta t} = \frac{q \delta N}{\delta t} = \frac{qn \delta V}{\delta t} \\
 &= \frac{qn \delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{dA}}{\delta t} \\
 &= \frac{qn \delta t \mathbf{v} \cdot \mathbf{dA}}{\delta t} = qn \mathbf{v} \cdot \mathbf{dA} \\
 &\equiv qn \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Vi införde nummertätheten $n = N/V$ och laddningarnas hastigheter $\mathbf{v}$.

Om vi har flera sorters laddningar måste vi summera över dem alla:

$$dI = \sum_i q_i n_i \mathbf{v}_i \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \left(\sum_i q_i n_i \mathbf{v}_i \right) \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \tag{5.3}$$

Parentesen innehåller en laddnings-yttäthet per tid, denna betecknas

$$\mathbf{J} \equiv \sum_i q_i n_i \mathbf{v}_i \tag{5.4}$$

och kallas **ström-täthet**. Enhet: $[J] = \text{A}/\text{m}^2 = \text{C}/(\text{m}^2 \text{ s})$.

Totala strömmen genom en yta A är nu

$$I = \int_A \mathbf{dA} \cdot \mathbf{J} \tag{5.5}$$

Strömtätheten kan relateras till laddningstätheten $\rho(\mathbf{r})$ på följande sätt.

Strömmen in genom en sluten yta är

$$I = - \oint_A \mathbf{dA} \cdot \mathbf{J} = - \int_V dV \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (5.6)$$

eftersom $\mathbf{J} \cdot \mathbf{dA} < 0$ då laddningarna strömmar in i ytan, d.v.s. mot ytnormalen.

Å andra sidan, strömmen kan skrivas

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V dV \rho(\mathbf{r}) \quad (5.7)$$

Tidsderiveringen opererar både på V och integranden.

Deriveringen kan skrivas

$$\frac{d}{dt} \sum_i \Delta V_i \rho(\mathbf{r}_i) = \sum_i \Delta V_i \frac{d\rho(\mathbf{r}_i)}{dt} \quad (5.8)$$

om de enskilda elementens volym förblir konstant.

Vidare,

$$\sum_i \Delta V_i \frac{d\rho(\mathbf{r}_i)}{dt} = \sum_i \Delta V_i \left(\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \nabla_{\mathbf{r}_i} \rho(\mathbf{r}_i) + \frac{\partial \rho(\mathbf{r}_i)}{\partial t} \right) = \sum_i \Delta V_i \frac{\partial \rho(\mathbf{r}_i)}{\partial t} \quad (5.9)$$

om mittpunkten i varje element hålls fixerad.

Detta sista uttryck motsvarar

$$\int_V dV \frac{\partial \rho(\mathbf{r})}{\partial t} \quad (5.10)$$

Vi får

$$I = \int_V dV \frac{\partial \rho(\mathbf{r})}{\partial t} = - \int_V dV \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (5.11)$$

så att

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho(\mathbf{r})}{\partial t} = 0 \quad (5.12)$$

som kallas **kontinuitetsekvationen**.

5.3. Konduktivitet

Experimentellt kan man visa att vid en fixerad temperatur gäller för de flesta metaller att

$$\mathbf{J} = g(E)\mathbf{E}, \quad (5.13)$$

där g kallas **konduktivitet**. Enheten: $[g] = [J]/[E] = \text{A/m}^2 / (\text{N/C}) = \text{AC}/(\text{Nm}^2) = \text{A}/(\text{Vm})$, eftersom $\varphi = \int \mathbf{dr} \cdot \mathbf{E}$ och potentialen mäts i enheten $\text{V} = \text{Nm}/\text{C}$ (volt). Kvoten A/V har en egen beteckning, S , för **siemens**. Konduktiviteten kan alltså anges i enheten $\text{A}/(\text{Vm})$ eller S/m .

Ekvationen ovan går också under namnet **Ohms lag**.

För linjära isotropiska — också kallade **ohmiska** — media gäller att $g(E)$ är en materialkonstant, oberoende av E , så att vi har

$$\mathbf{J} = g\mathbf{E} \quad (5.14)$$

Man definierar också **resistiviteten**

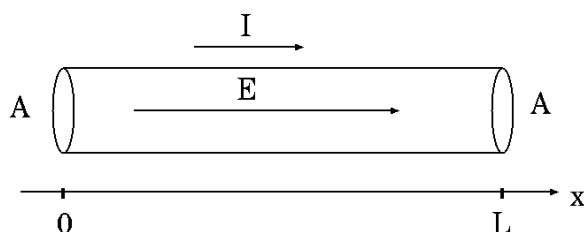
$$\eta = \frac{1}{g} \quad (5.15)$$

Dess enhet är Vm/A är m/S .

Följande "teckenregler" gäller:

+ $\xrightarrow{\mathbf{E}}$ -	
Negativa laddningar	Positiva laddningar
$\xleftarrow{\mathbf{v}}$ $\xrightarrow{\mathbf{J}, \mathbf{I}}$	$\xrightarrow{\mathbf{v}}$ $\xrightarrow{\mathbf{J}, \mathbf{I}}$

Betrakta en rak ledare med längden L och den konstanta tvärsnittsarean A . Ledaren har en konstant konduktivitet g .



Antag för enkelhetens skull att elfältet $\mathbf{E}$ är konstant över ledarens tvärsnitt och dess längd. Vi har då att

$$\Delta\varphi = \left| - \int_C \mathbf{dr} \cdot \mathbf{E} \right| = EL \quad (5.16)$$

$$I = \left| \int_A \mathbf{dA} \cdot \mathbf{J} \right| = JA = gAE \quad (5.17)$$

Eliminera E :

$$I = g \frac{\Delta\varphi}{L} A \quad (5.18)$$

så att

$$\Delta\varphi = \frac{L}{gA} I = \frac{\eta L}{A} I \equiv RI, \quad (5.19)$$

där R inkorporerar ledarens dimensioner och dess resistivitet.

Denna storhet kallas **resistans** och har enheten $V/A \equiv \Omega$, som kallas **ohm**.

Resistivitetens enhet Vm/A kan alltså också skrivas Ωm .

Notera att den egentliga definition för resistansen mellan punkterna A och B för en allmän ledare är

$$R \equiv \frac{|\varphi_B - \varphi_A|}{I} \quad (5.20)$$

där φ_A, φ_B är potentialerna i A respektive B , och I är den ström som går mellan A och B .

Resistansen är i allmänhet beroende på strömmens styrka, $R = R(I)$, men för **linjära** material är R en konstant.

Då vi går i elfältets riktning sjunker potentialen, eftersom elfältet utför arbete: positiva laddningar förs från hög potentialenergi till lägre potentialenergi.

Det utförda arbetet har effekten

$$P = \frac{d}{dt} (Q\Delta\varphi) = I\Delta\varphi = IRI = RI^2 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{R} \quad (5.21)$$

Från detta får vi en nytt uttryck för resistansens enhet. $[P] = W = J/s = A V = \Omega A^2 = V^2/\Omega$. Detta ger

$$A = W/V = V/\Omega$$

$$V = W/A = J/C = Nm/C$$

$$\Omega = W/A^2 = J/(A^2s) = J/(Cs) = V^2/W$$

Den energi som förloras går åt till att värma upp materialet. Detta kallas **Joule-uppvärmning** eller **ohmisk (energi)förlust**.

Resistiviteter for några material:

Material	Resistivitet, η (Ωm)
Aluminium	2.65×10^{-8}
Koppar	1.67×10^{-8}
Guld	2.35×10^{-8}
Järn	9.71×10^{-8}
Nickel	6.84×10^{-8}
Silver	1.59×10^{-8}
Zink	5.9×10^{-8}
Wolfram	5.51×10^{-8}
Glas	$10^{10} - 10^{14}$
Kvarts	2×10^{15}
Trä	$10^8 - 10^{11}$

5.4. Stationär jämvikt i kontinuerliga media

Stationär jämvikt betyder nu att laddningsfördelning $\rho(\mathbf{r})$ hålls konstant i varje punkt, trots närvaron av strömmande laddningar.

Kontinuitetsekvationen ger

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot g\mathbf{E} = g\nabla \cdot \mathbf{E} \quad (5.22)$$

så att

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (5.23)$$

Men $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$, så att detta ger

$$\nabla^2\varphi = 0 \quad (5.24)$$

Systemet beskrivs alltså av Laplace-ekvationen, trots närvaron av strömmar. Randvillkoren ges av φ eller $\mathbf{J}$ på gränsyterna mellan ledarna och övriga icke-ledande media.

Villkoren för gränssytor mellan ledare erhålls på följande sätt.

(1) Tillämpning av $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ på en pillerburk på gränssytan mellan ledare 1 och 2 ger genast att

$$J_{1,n} = J_{2,n} \quad (5.25)$$

Ekvationen $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är nu viktigare än ekvationen $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, eftersom den senare inte förmår ta strömmen i beaktande.

Ekvationen ovan kan ju också skrivas

$$g_1 E_{1,n} = g_2 E_{2,n} \quad (5.26)$$

(2) Kurvintegrals-ekvationen $\oint \mathbf{dr} \cdot \mathbf{E} = 0$ över gränssytan ger

$$E_{1,t} = E_{2,t} \quad (5.27)$$

som tidigare.

★ ★ ★

Betrakta en situation där två elektroder är nersänkta i ett oändligt ohmskt medium, som kännetecknas av den konstanta konduktiviteten g och resistansen R .

Om potentialskillnaden mellan elektroderna är $\Delta\varphi$ så gäller ju

$$\Delta\varphi = RI, \quad (5.28)$$

där I är strömmen mellan elektroderna genom det ohmska mediet.

Men vi har ju att

$$I = \frac{\Delta\varphi}{R} \equiv \oint_A \mathbf{dA} \cdot \mathbf{J} \equiv g \oint_A \mathbf{dA} \cdot \mathbf{E} \quad (5.29)$$

där $\mathbf{E}$ är elfältet i mediet.

Om vi kan identifiera detta elfält med det som en laddning Q på elektroden ger upphov till i ett omkringliggande dielektrikum, d.v.s. om vi kan använda förhållandet

$$\oint_A \mathbf{dA} \cdot \mathbf{E} = \frac{Q}{\epsilon}, \quad (5.30)$$

så vi får vi i den aktuella situationen att

$$\frac{\Delta\varphi}{R} = g \frac{Q}{\varepsilon} \quad (5.31)$$

Elektroden bildar då en kondensator, med kapacitansen given av ekvationen

$$Q = C\Delta\varphi \quad (5.32)$$

Kombination av de två senaste relationerna ger oss

$$\frac{\Delta\varphi}{R} = g \frac{C\Delta\varphi}{\varepsilon} \quad (5.33)$$

d.v.s.

$$RC = \frac{\varepsilon}{g} = \varepsilon\eta, \quad (5.34)$$

där η är mediets resisitivitet.

Denna ekvation relaterar kapacitansen och permittiviteten för ett dielektrikum till dess resistans och konduktivitet, d.v.s. varje dielektrikum har en förmåga att leda ström.

Alternativt, ekvationen relaterar resistansen och konduktiviteten för ett resistivt medium till dess kapacitans och permittivitet, d.v.s. varje ledande medium har en kapacitans.

5.5. Uppkomst av elektrostatisk jämvikt

Vi ska nu titta på hur snabbt ett medium uppnår elektrostatisk jämvikt, d.v.s. hur snabbt laddningsfördelningen arrangerar sig själv i ett stabilt tillstånd.

Låt mediet ha konduktiviteten g och permittiviteten ε , och låt det vara fyllt med laddning med fördelningen $\rho(\mathbf{r}, t)$. Vid tiden $t = 0$ släcks det yttre elfältet.

Kontinuitetsekvationen:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} \\ &= \frac{\partial\rho}{\partial t} + g\nabla \cdot \mathbf{E} \\ &= \frac{\partial\rho}{\partial t} + g\frac{\rho}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (5.35)$$

Lösningen är, för konstanta g, ε :

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, 0)e^{-gt/\varepsilon} \quad (5.36)$$

där

$$t_r = \frac{\varepsilon}{g} = \varepsilon\eta \quad (5.37)$$

är laddningens **tidskonstant** eller **relaxationstid**. Denna är ett mått på hur snabbt fördelningen av fri laddning förändras, i det här fallet hur snabbt laddningen sprids ut då det yttre fältet släcks.

Vi såg tidigare att ledare reagerar mycket snabbt på (förändringar i) yttre elfält. Vi har då att ju mindre tidskonstant ett medium har desto mera liknar det en ledare.

Eftersom de flesta dielektrika har $\varepsilon = (1 - 10)\varepsilon_0$ så bör de ha $\eta < (10^9 - 10^{10}) \Omega\text{m}$ för att uppvisa ledar-lik beteende. Detta ger $t_r = \varepsilon\eta \lesssim 10^{10}\varepsilon_0 \Omega\text{m} \sim 0,1 \text{ s}$.

I situationer där det yttre elfältets styrka eller riktning beskrivs av en maximal frekvens f så bör man istället ha att $t_r \ll 1/f$.

Obs: Ekvationen ovan kan inte tillämpas på metaller, eftersom värdet på ε är odefinierat. Vi kan ju inte utnyttja t.ex. en skivkondensator fylld med metalliskt medium för att erhålla C och därefter ε , av uppenbar orsak.

5.6. Ledningens mikroskopiska natur

Laddningar i en ledare påverkas av kraften $q\mathbf{E}$, så att deras hastighet ändrar enligt Newtons II lag:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{E} \quad (5.38)$$

Då strömmen är konstant har också laddningarna en konstant hastighet, den så kallade **drifhastigheten**. Vi måste då ha att laddningarna också påverkas av en bromsande kraft, som vi kan anta är proportionell mot hastigheten:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{E} - G\mathbf{v} \quad (5.39)$$

Lösningen till denna ekvation är

$$\mathbf{v}(t) = \frac{q}{G}\mathbf{E}(1 - e^{-Gt/m}) \quad (5.40)$$

Tidskonstanten är

$$\tau = \frac{m}{G} \quad (5.41)$$

Vid stationär jämvikt är accelerationen noll, så att hastigheten då är

$$\mathbf{v}_d = \frac{q}{G} \mathbf{E} = \frac{q\tau}{m} \mathbf{E} \quad (5.42)$$

I början av detta kapitel visade vi att

$$\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_d \quad (5.43)$$

så att

$$\mathbf{J} = \frac{nq^2\tau}{m} \mathbf{E} \equiv g\mathbf{E} \quad (5.44)$$

och

$$g = \frac{nq^2\tau}{m} \quad (5.45)$$

För flera sorters laddningar:

$$g = \sum_i \frac{n_i q_i^2 \tau_i}{m_i} \quad (5.46)$$

För ledare där enbart elektronerna är laddningsbärare:

$$g = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (5.47)$$

$$\mathbf{J} = -ne\mathbf{v}_d \quad (5.48)$$

eftersom $q = -e$, $e > 0$.

Vi kan göra följande tolkning för laddningarnas rörelse i ett ledande material. Efter att laddningen kolliderat med en atom i materialet och kommit till vila accelereras den av elfältet upp till sin drifhastighet, varefter den igen kolliderar i materialet. Vi har då att

$$\mathbf{v}_d = \frac{q\tau}{m} \mathbf{E} = \frac{q\mathbf{E}}{m} \tau = \frac{\mathbf{F}}{m} \tau = \mathbf{a}\tau \quad (5.49)$$

så att τ kan tolkas som **tiden mellan kollisioner**.

Vi definierar också **medelvärde av den fria vägen** (genomsnittliga fria vägen, *mean free path*) λ för laddningen, med ekvationen

$$\lambda = v_T \tau \quad (5.50)$$

där v_T är laddningarnas termiska hastighet. För elektroner gäller $v_T \gg v_d$.

$\lambda \sim 10^{-8}$ m vid rumstemperatur, för (elektroner i) metaller och halvledare.

För metaller: $v_d \lesssim 10^{-2}$ m/s, $v_T \sim 10^6$ m/s, $\tau \sim 10^{-14}$ m/s.

För halvledare: $v_T \sim 10^5$ m/s vid rumstemperatur, $\tau \sim 10^{-13}$ m/s.

Perfekta ledare har ingen resistans, så i dessa måste gälla att $\eta = 0$. Men detta betyder att $g = \infty$, så att τ och λ båda är oändligt stora. Detta betyder att elektronerna aldrig kolliderar med ledaren.

Man kan med en kvantmekanisk behandling visa att elektroner i tredimensionella periodiska gitter (kristaller med regelbundna atompositioner) rör sig utan att kollidera med materialet de rör sig i.

Perfekta ledare består alltså av perfekta gitter.

Varifrån kommer då ändliga relaxationstider och en ändlig konduktivitet ?

Ändlig konduktivitet härstammar från brister i perfekt gitterstruktur. Dessa är:

(1) geometriska brister: närvaro av orenhets-atomer och/eller defekter som korngränser, vakanser, interstitiella atomer, dislokationer, . . .

(2) termodynamiska brister: dessa beror på termisk rörelse hos ledarens atomer.

Bidraget från dessa brister till den totala resistiviteten kan ofta delas i två oberoende bitar, enligt **Matthiessens regel**:

$$\eta(T) = \eta_1 + \eta_2(T), \quad (5.51)$$

där T är temperaturen i Kelvin.

För mycket rena metaller gäller

$$\eta(T) \approx \eta_2(T) \quad (5.52)$$

Sannolikheten att en elektron kolliderar med en atom är direkt proportionell mot atomens förskjutning $(\Delta \mathbf{r})^2$ från sitt jämviktsläge. I den harmoniska approximationen gäller att potentialenergibidraget från termiska vibrationer är

$$\Delta E_p = \frac{1}{2}k(\Delta \mathbf{r})^2 \propto (\Delta \mathbf{r})^2 \quad (5.53)$$

där k är vibrationens "fjäderkonstant". Enligt ekvipartitionsteoremet bidrar varje term i energiuttrycket med en term $k_B T/2$ till den totala energin. Vi har då att

$$(\Delta \mathbf{r})^2 \propto T \quad (5.54)$$

och

$$\eta(T) \propto T \quad (5.55)$$

Man definierar **resistivitets temperaturkoefficient** som

$$\alpha \equiv \frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dT} \quad (5.56)$$

så vi får

$$\alpha \propto \frac{1}{T} \quad (5.57)$$

Detta gäller vid tillräckligt höga temperaturer, då bidraget från η_1 är relativt mycket mindre, och då $T > T_D$, där Debye-temperaturen T_D anger över vilken temperatur alla atomer utför termiska vibrationer.

5.7. Kirchhoffs lagar

Upp till nu har vi betraktat vad som händer på den mikroskopiska nivån i ledande material. I praktiken använder man ledare med enkel geometri — t.ex. en tråd — så att laddningarna tvingas röra sig en bestämd väg. Dylika system eller nätverk av ledda strömmar bildar en **(elektrisk) krets**.

I dylika fall kan man nöja sig med att undersöka strömmarna i ledningarna istället för de enskilda laddningarna.

I allmänhet består kretsen av flera delar eller förgreningar. Ändamålet med **kretsanalys** är då att bestämma de strömmar som går genom de olika delarna, förutsatt att egenskaperna hos elementen (resistorer, kondensatorer, batterier, . . .) i kretsen är givna.

I en sluten krets gäller

$$\oint \mathbf{dr} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (5.58)$$

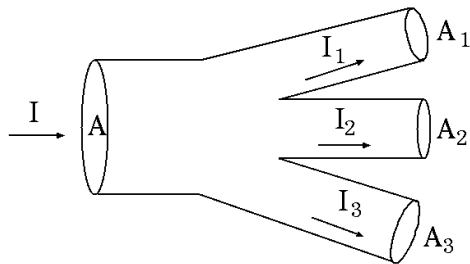
d.v.s. den totala potentialskillnaden är noll. Eftersom potentialen sjunker t.ex. över en resistor måste det då finnas en **källa till potentialskillnad** eller **spänningskälla** nånstans i kretsen. En mycket vanlig sådan är ett batteri.

Potentialskillnaden eller spänningen som batteriet genererar beror i det allmänna fallet på strömmen som batteriet får att uppkomma i kretsen: $V = V(I)$. En enkel approximation är

$$V = V_0 - R_i I \quad (5.59)$$

där V_0 kallas **den öppna kretsens spänning** och R_i **intern resistans**. Spänningen om batteriet ger ut är alltså mindre än den som rapporteras på det, p.g.a. termen $-R_i I$.

Betrakta en krets där en ledning med strömmen I förgrenar sig i N st ledningar som bär strömmarna I_i .



Kontinuitetsekvationen tillämpad på en yta som innesluter ledningarna och går över de olika ledningarnas tvärsnittsytor ger

$$\oint_A \mathbf{dA} \cdot \mathbf{J} = \oint_A dI = I = \sum_{i=1}^N \oint_{A_i} \mathbf{dA} \cdot \mathbf{J}_i = \sum_{i=1}^N I_i \quad (5.60)$$

då laddning inte t.ex. ackumuleras nånstans inne i dessa ledningar.

Detta ger

$$I = \sum_{i=1}^N I_i \quad (5.61)$$

vid en förgreningspunkt.

Vidare,

$$0 = \oint \mathbf{dr} \cdot \mathbf{E} = \sum_i V_i - \sum_j R_j I_j \quad (5.62)$$

där spänningarna V_i "äts upp" av potentialskillnaderna $R_j I_j$ över resistorerna i kretsen.

Vi har nu härlett **Kirchhoffs lagar** för kretsar som transporterar stationär ström:

I. Den algebraiska summan av strömmar som går in i en förgreningspunkt är noll:

$$\sum_i I = 0 \quad (5.63)$$

II. Den algebraiska summan av potentialskillnader runt en sluten krets är noll:

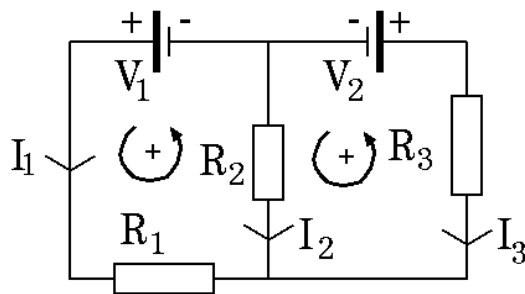
$$\sum_i V_i = \sum_j R_j I_j \quad (5.64)$$

(i) För att lösa ett kretsproblem beslutar man först i vilken riktning man går genom kretsen. Sedan antar man en riktning för varje ström. Vi har alltså en **färdriktning** och en eller flera **strömriktningar**.

(ii) Då man går *i strömmens riktning* över en resistor adderar man termen $+RI$ ($R, I > 0$) till högra ledet av potentialskillnadsekvationen. Om man går *mot strömmens riktning* adderar man termen $-RI$ ($R, I > 0$).

(iii) Varje batteri i en krets har en specifierad riktning i vilken det matar ut en positiv spänning. Då man i en krets passerar ett batteri så att man går *över batteriet, inte över den övriga kretsen från dess negativa pol till dess positiva pol* adderar man termen $+V$ ($V > 0$) till det vänstra ledet av potentialskillnadsekvationen. I det motsatta fallet adderar man $-V$ ($V > 0$).

Exempel 1:

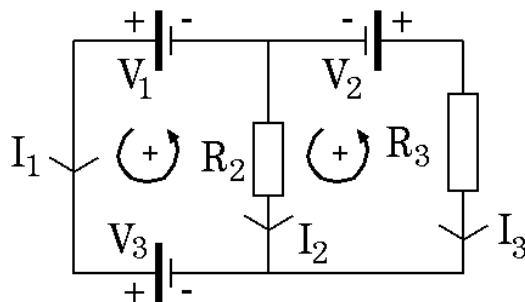


$$I_1 = -I_2 - I_3 \quad (5.65)$$

$$V_1 = R_1 I_1 - R_2 I_2 \quad (5.66)$$

$$-V_2 = R_2 I_2 - R_3 I_3 \quad (5.67)$$

Exempel 2:



$$I_1 = -I_2 - I_3 \quad (5.68)$$

$$V_1 - V_3 = -R_2 I_2 \quad (5.69)$$

$$-V_2 = R_2 I_2 - R_3 I_3 \quad (5.70)$$

5.8. Resistorkopplingar

Vi kan nu bestämma resistansen för sammansatta resistorer, d.v.s. resistorer kopplade i serie eller parallellt.

För två resistorer i serie gäller

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 \quad (5.71)$$

Eftersom $\Delta\varphi = RI$ får vi

$$RI = R_1I_1 + R_2I_2 \quad (5.72)$$

I en seriekoppling går samma ström genom varje resistor, $I = I_1 = I_2$, så att

$$R = R_1 + R_2 \quad (5.73)$$

För två resistorer kopplade parallellt gäller

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 \quad (5.74)$$

Strömmen bevaras, så att

$$I = I_1 + I_2 \quad (5.75)$$

Eftersom $\Delta\varphi = RI$ får vi

$$\frac{\Delta\varphi}{R} = \frac{\Delta\varphi_1}{R_1} + \frac{\Delta\varphi_2}{R_2} \quad (5.76)$$

Med hjälp av första ekvationen får vi

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (5.77)$$