

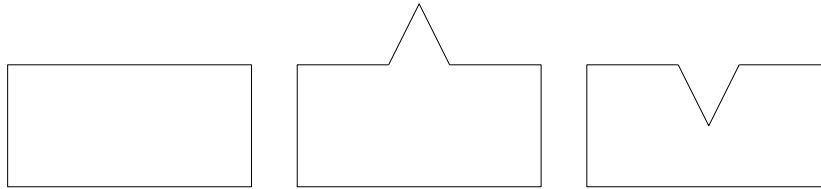
Elektrodynamik, vt 2008 - Bonusuppgift 1

Denna bonusuppgift är värd lika många poäng som två hela räkneövningar. Uppgiften, inklusive källkod, lämnas in senast fredagen 22.2 kl 16:00 till Jens.

Laplace-ekvationen går att lösa mycket enkelt numeriskt på följande sätt. Dela rummet i ett gitter med kvadratisk fördelade punkter. Gör en godtycklig gissning på lösningen för φ . Gissningen behöver inte vara särskilt bra, t.ex. en konstant duger oftast. Därefter iterera så att det nya värdet på $\varphi(x)$ i varje punkt är alltid medeltalet av det gamla värdet i de närmast liggande grannpunkterna. Se RMC kapitel 3.12 för en utförligare beskrivning.

Skriv ett program som löser Laplace-ekvationen i två dimensioner i följande system:

1. En rektangel med måttena 2 m (bredd) x 1 m (höjd).
2. Samma rektangel men med en triangel med höjden 0.5 m och baslängden 0.5 m placerad ovanpå mitten av rektangeln med spetsen uppåt.
3. Samma rektangel men med en triangel med höjden 0.5 m och baslängden 0.5 m skuren från mitten av övre sidan neråt ut ur rektangeln, se figur 1.



Figur 1: Systemen där Laplace-ekvationen skall lösas. Till vänster system 1, i mitten system 2 och till höger system 3.

Vid nedre, vänstra och högra sidan är potentialen konstant, $\varphi_0 = 1000$ V. På den övre sidan av rektangeln eller triangeln är potentialen $\varphi_1 = 0$ V. Rektangeln och triangeln är vakuum omgivet av ett ledande material. Mellan triangeln och rektangeln finns inte ett isolerande skikt.

Använd programmet för att lösa fram $\varphi(x, y)$ i systemen. Rita ut slutresultatet. Vad är medeltalet av φ i de tre fallen? Var är förändringen av φ (elfältet) starkast?

Potentialen φ kan lösas analytiskt för system 1,

$$\varphi(x, y) = \varphi_0 + \frac{4(\varphi_1 - \varphi_0)}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n \sinh(n\pi \frac{h}{b})} \sin(\frac{n\pi}{b}x) \sinh(\frac{n\pi}{b}y), \quad (1)$$

där b är bredden och h höjden på rektangeln. Använd resultatet för att se hur bra ditt program fungerar för det första systemet.