Tehospektri

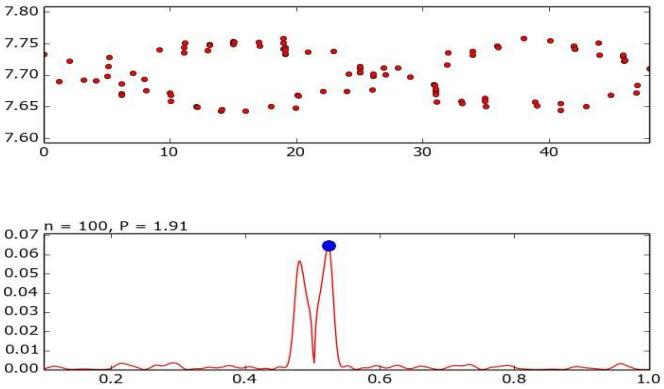
Tiedostossa Scargledata.dat on kaksi saraketta: Aikapisteet t= t_i ($i = 1, 2, 3, ..., 100$) ja havainnot y= $y_i = y(t_i)$.

Siirrä tiedosto Scargledata.dat kotisivulta samaan hakemistoon kuin tämä LaTeX dokumentti Scarglevalmis.tex. Tuo "tiedosto sisään" tähän dokumenttiin Scarglevalmis.tex komentoriveillä

```
\begin{center}
\begin{scriptsize}
\begin{table}[!b]
\caption[]{Havaintoaika  $(t_{\mathrm{i}})$ ja
havainto $(y_{\mathrm{i}})$}
\begin{tabular}{rrrrrrrrrr}
\hline
 $t_{\mathrm{i}}$ &  $y_{\mathrm{i}}$ &
 $t_{\mathrm{i}}$ &  $y_{\mathrm{i}}$ &
 $t_{\mathrm{i}}$ &  $y_{\mathrm{i}}$ &
 $t_{\mathrm{i}}$ &  $y_{\mathrm{i}}$ \\
\hline
\input{Scargledata.dat}
\hline
\end{tabular}
\label{data}
\end{table}
\end{scriptsize}
\end{center}
```

Taulukko 1: Havaintoaika (t_i) ja havainto (y_i)

t_i	y_i	t_i	y_i	t_i	y_i	t_i	y_i
0.01	7.73	13.15	7.75	24.12	7.70	34.95	7.66
1.20	7.69	14.05	7.64	25.01	7.71	35.03	7.65
2.05	7.72	14.09	7.65	25.04	7.71	35.93	7.75
3.13	7.69	14.99	7.75	25.06	7.71	36.01	7.74
4.16	7.69	15.02	7.75	25.08	7.71	37.98	7.76
5.03	7.70	15.03	7.75	25.99	7.68	38.93	7.66
5.14	7.71	15.10	7.75	26.06	7.70	39.05	7.65
5.17	7.73	16.00	7.64	26.10	7.70	40.07	7.75
6.15	7.67	17.00	7.75	26.93	7.71	40.91	7.64
6.16	7.69	17.08	7.75	27.05	7.70	40.93	7.66
6.17	7.67	17.98	7.65	28.05	7.71	41.97	7.75
7.04	7.70	18.97	7.76	29.02	7.70	42.01	7.75
7.98	7.69	19.00	7.75	30.92	7.68	42.03	7.74
8.07	7.68	19.01	7.74	30.93	7.68	42.04	7.74
9.15	7.74	19.09	7.74	31.01	7.67	42.93	7.65
9.99	7.67	19.12	7.73	31.05	7.67	43.91	7.75
10.06	7.66	19.12	7.74	31.06	7.68	43.97	7.73
10.06	7.67	19.14	7.74	31.11	7.66	44.92	7.67
11.12	7.74	19.98	7.65	31.92	7.72	45.89	7.73
11.12	7.74	20.12	7.67	32.03	7.74	45.91	7.73
11.15	7.75	20.14	7.67	33.08	7.66	45.99	7.72
12.08	7.65	20.95	7.74	33.10	7.66	46.01	7.72
12.15	7.65	22.08	7.67	33.95	7.74	46.93	7.67
12.97	7.74	22.98	7.74	33.97	7.73	46.99	7.68
13.10	7.75	24.00	7.67	34.94	7.66	47.98	7.71



Kuva 1: Yläosa; Havainnot, Alaosa; Tehospektri

Siirrä kuva Scargleohjelma.jpg kotisivulta samaan hakemistoon kuin tämä LaTeX dokumentti Scarglevalmis.tex. Kuvan yläosassa esitetään havainnot ajan funktiona. Kuva "on tuotu sisään" tähän LaTeX dokumenttiin Scarglevalmis.tex komennoilla

```
\begin{figure}[!t]
\includegraphics[width=10.0cm,height=6.0cm]
{Scargleohjelma.jpg}
\caption[]{Yläosa; Havainnot, Alaosa; Tehospektri}
\label{kuvayksi}
\end{figure}
```

Tämän tehtävän päätavoitteena on selvittää, onko havainnoissa periodisuutta välillä $P_{\min} = 1$ ja $P_{\max} = 10$. Tämä ratkaistaan laskemalla Taulukon **??** havainnoille tehospektri. Ensin lasketaan havaintojen keskiarvo $m_y = [\sum y_i]/n$. Se vähennetään havainnoista eli saadaan $y'_i = y_i - m_y$. Tehospektrin arvo testattavalla frekvenssillä f_j on

$$z(f_j) = \frac{\{\sum_{i=1}^{n} y'_i \cos[2\pi f_j(t_i - \tau)]\}^2}{2\sum_{i=1}^{n}\{\cos[2\pi f_j(t_i-\tau)]\}^2} + \frac{\{\sum_{i=1}^{n} y'_i \sin[2\pi f_j(t_i - \tau)]\}^2}{2\sum_{i=1}^{n}\{\sin[2\pi f_j(t_i-\tau)]\}^2},$$

missä τ toteuttaa

$$\tan(4\pi f_j \tau) = \left[\sum_{i=1}^{n} \sin(4\pi f_j t_i)\right] \left[\sum_{i=1}^{n} \cos(4\pi f_j t_i)\right]^{-1}$$

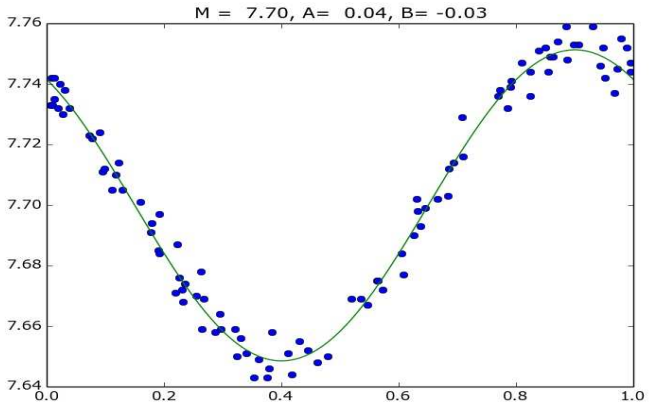
Testattava frekvenssiväli on $f_{\min} = 1/P_{\max}$ ja $f_{\max} = 1/P_{\min}$. Etäisyys kahden riippumattoman testattavan frekvenssin välillä on $f_0 = 1/\Delta T$, missä $\Delta T = t_n - t_1$ eli havaintovälin koko pituus. Testattavien frekvenssien välisestä etäisyydestä tehdään kymmenen kertaa tiheämpi eli $f_{\text{step}} = f_0/\text{OFAC}$, missä OFAC = 10 (engl. Overfilling Factor). Testattavia frekvenssejä sopii testattavaan frekvenssiväliin

$$M = \text{INT}[(f_{\max} - f_{\min})/f_{\text{step}}]$$

kappaletta, missä INT poistaa argumentin desimaaliosan (Esim: INT[21.23] = 21). Tehospektri $z(f_j)$ lasketaan siis kaikki seuraaville frekvenssien arvoille

$$f_j = f_{\min} + j f_{\text{step}},$$

missä $j = 0, 1, 2, 3, ..., M$.



Kuva 2: Havainnot vaiheen $\phi_{\rm i}$ funktiona (siniset ympyrät), sekä niihin sovitettu malli (jatkuva vihreä viiva).

Havaintojen tehospektri $z(f_{\rm j})$ esitetään Kuvan **??** alaosassa. Tehospektrin $z(f_{\rm j})$ korkein piikki on kohdassa $1/f_{\rm best} = P_{\rm best} = 1.91$. Tämä on paras periodi näille havainnoille.

Havaintojen vaiheet frekvenssillä $f_{\rm best}$ ovat

$$\phi_{\rm i} = {\rm FRAC}[(t_{\rm i} - t_0) f_{\rm best}],$$

missä $t_0 = 0$ ja FRAC$[x]$ poistaa argumentin x kokonaislukuosan (Esim: FRAC$[21.34] = 0.34$).

Siirrä kuvatiedosto `Sovitusohjelma.jpg` kotisivulta samaan hakemistoon kuin tämä LaTeX dokumentti `Scarglevalmis.tex`. Tässä kuvatiedostostossa esitetään havainnot esitetään vaiheen $\phi_{\rm i}$ funktiona. Siinä on sovitettu havaintoihin malli

$$g(t, \bar{\beta}) = M + A\cos(2\pi\phi_{\rm i}) + B\sin(2\pi\phi_{\rm i}),$$

missä vapaat parametrit ovat $\bar{\beta} = [M, A, B]$. Tämä pienimmän neliösumman sovituksen antama malli esitetään Kuvassa **??** jatkuvana vihreänä käyränä. Samassa kuvassa **??** annetaan myös vapaille parametreille M, A ja B saadut arvot. Kuva **??** on "tuotu sisään" tähän LaTeX dokumenttiin `Scarglevalmis.tex` komennoilla

```
\begin{figure}[!t]
\includegraphics[width=10.0cm,height=6.0cm]
{Sovitusohjelma.jpg}
\caption[]{Havainnot vaiheen
$\phi_{\mathrm{i}}$ funktiona (siniset ympyrät),
sekä niihin sovitettu malli (jatkuva vihreä viiva).}
\label{kuvakaksi}
\end{figure}
```

Tässä dokumentissa `Scarglevalmis.tex` näytetyt kuvat `Scargleohjelma.jpg` ja `Sovitusohjelma.jpg` laaditaan viimeisissä **python** laskuharjoituksissa **"Scargleohjelma"** ja **"Sovitusohjelma"**.