

Havaitsevan tähtitieteen peruskurssi I, syksy 2023
Mallit 2

1. Selitä lyhyesti seuraavat käsitteet:

(a) Stokesin parametrit

Stokesin parametreilla I , Q , U ja V kuvataan polarisoitunutta sähkömagneettista säteililyä:

- I on säteilyn intensiteetti
- $Q = IP \cos 2\theta$ ja $U = IP \sin 2\theta$ kuvaavat säteilyn lineaarista polarisaatiota, missä P on lineaarinen polarisaatioaste ja θ lineaarisen polarisaation suuntakulma.
- $V = IP_V$ kuvaa säteilyn pyöröpolarisaaatiota, missä P_V on pyöröpolariaatioaste.

(b) Eläinratavallo

Eläinratavallo on aurinkokunnan pölyhiukkasista siroavaa auringon säteilyä. Valo näkyy ekliptiikan tasossa illalla auringonlaskun jälkeen ja aamulla ennen auringonnousua.

(c) Seeing

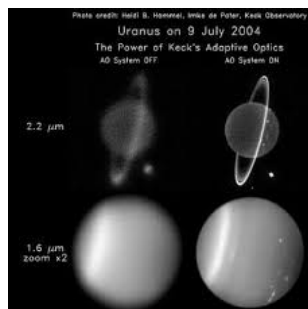
Ilmakehän häiriöt aiheuttavat kuvan epäterävöitymistä valon kulkiessa ilmakehän läpi. Häiriöitä kuvataan seeingillä. Huonon seeingin aikaan kohteiden kuvat ovat epäteräviä ja tähdet näkyvät läiskinä tarkkojen pisteiden sijaan.

(d) Väriaberraatio

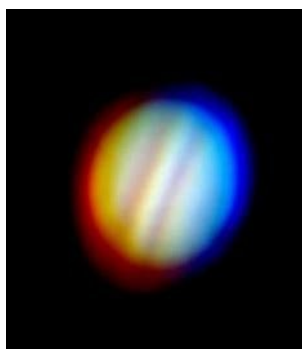
Väripoikkeama eli kromaattinen aberraatio syntyy yksinkertaisessa linssissä, koska se taittaa eri aallonpituuden (eriväriset) valonsäteet eri polttopisteisiin. Esineen kuvan reuna ei ole terävä, vaan väreihin hajonnut. Väriaberraatiosta päästään eroon joko käyttämällä linssin sijasta peiliä (koska valon ei tarvitse kulkea erilaisten väliaineiden läpi, se ei taitu, eikä siten myöskään hajoa väreiksi). Väriaberraatiota vähennetään käyttämällä kahden, eri lasilaadusta valmistetun linssin yhdistelmää.

(e) Differentiaalirefraktio

Ilman taitekerroin ei ole vakio vaan riippuu valon aallonpituudesta. Tästä syystä matalalla olevien kohteiden kuvat muuttuvat lyhyiksi pystysuoriksi spektreiksi eri värien taipuessa eri suuruiseen määrään.



Kuva 1: Seeing



Kuva 2: Väriaberraatio



Kuva 3: Differentiaalirefraktio

2. Valonsäde saapuu ilmasta lasipintaan tulokulmalla $\theta = 26^\circ$. Laske Fresnelin kertoimilla kuinka suuri osa valosta heijastuu ja kuinka suuri osa kulkee rajapinnan läpi. Lasin taitekerroin on $n = 1.52$ ja rajapinnalle tuleva valo on polarisoitumatonta. Ensimmäiseksi täytyy laskea taittumiskulma ϕ . Tämä saadaan Snellin laista

$$\begin{aligned}\sin \theta &= n \sin \phi \\ \Rightarrow \phi &= \arcsin \frac{\sin \theta}{n} = \arcsin \frac{\sin 26^\circ}{1.52} \approx 16.8^\circ\end{aligned}$$

Nyt Fresnelin kertoimet saadaan kirjan sivun 34 kaavojen 3.10 avulla (huom! Ilmalle $n = \sim 1.0$)

$$\begin{aligned}R_{\parallel} &= \frac{n \cos \theta - \cos \phi}{\cos \phi + n \cos \theta} \approx \frac{0.41}{2.32} \approx 0.18 \\ R_{\perp} &= \frac{\cos \theta - n \cos \phi}{\cos \theta + n \cos \phi} \approx \frac{-0.56}{2.35} \approx -0.24 \\ T_{\parallel} &= \frac{2 \cos \theta}{\cos \phi + n \cos \theta} \approx \frac{1.80}{2.32} \approx 0.77 \\ T_{\perp} &= \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + n \cos \phi} \approx \frac{1.80}{2.35} \approx 0.76\end{aligned}$$

Heijastuneen ja taittuneen valonsäteen sähkökentän komponentit ovat sisään tulevan valonsäteen sähkökentän komponenttien ja Fresnelin kertoimien avulla ilmaistuna $E_{R\parallel} = R_{\parallel} E_{\parallel}$, $E_{R\perp} = R_{\perp} E_{\perp}$, $E_{T\parallel} = T_{\parallel} E_{\parallel}$ ja $E_{T\perp} = T_{\perp} E_{\perp}$. Valonsäteiden intensiteetti on taas

$$I = E_{\parallel}^2 + E_{\perp}^2$$

Soveltamalla tähän heijastuneen ja taittuneen valon sähkökenttiä ja muistamalla vielä, että sisään tuleva valo on polarisoitumatonta ($E_{\parallel} = E_{\perp} = E$), saadaan heijastuneen ja taittuneen valon intensiteetin suhde sisään tulevan valon intensiteettiin,

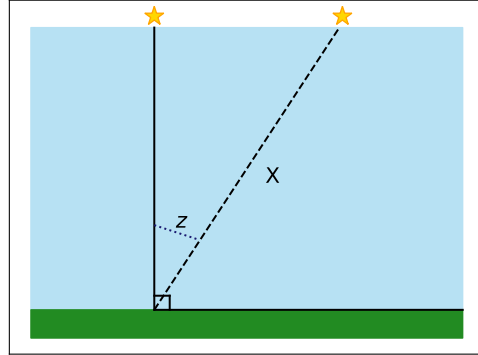
$$\frac{I_R}{I} = \frac{(R_{\parallel} E_{\parallel})^2 + (R_{\perp} E_{\perp})^2}{E_{\parallel}^2 + E_{\perp}^2} = \frac{E^2(R_{\parallel}^2 + R_{\perp}^2)}{2E^2} = \frac{1}{2}(R_{\parallel}^2 + R_{\perp}^2)$$

$$\frac{I_T}{I} = \frac{(T_{\parallel} E_{\parallel})^2 + (T_{\perp} E_{\perp})^2}{E_{\parallel}^2 + E_{\perp}^2} = \frac{E^2(T_{\parallel}^2 + T_{\perp}^2)}{2E^2} = \frac{1}{2}(T_{\parallel}^2 + T_{\perp}^2)$$

Mistä saadaan:

$$\begin{aligned}I_R &= 0.045I \\ I_T &= 0.58525I\end{aligned}$$

3. (a) *Tyypillisenä ilmamassan ylärajana tähtitieteellisille havainnoille pidetään arvoa $X = 2$. Kuinka korkealla kohde on tällöin horisontista?*



Käytetään approksimaatiota, jossa ilmakehä on litteä tasapaksu levy. Ilmamassa on tällöin zeniittietäisyyden z funktiona

$$X \approx \frac{1}{\cos z} = \sec z.$$

Josta saadaan:

$$X \approx \frac{1}{\cos z} = 2$$

$$\cos z = \frac{1}{2}.$$

Koska zeniittietäisyys saa arvoja väliltä $z \in [0^\circ, 90^\circ]$, saadaan ratkaisuksi $x \approx 60^\circ$ eli kohteen korkeudeksi $a \approx 30^\circ$.

- (b) *Merkurius näkyy taivaalla korkeudella $a = 13^\circ$ horisontista. Mikä on Merkuriuksen edessä oleva ilmamassa tuolloin?*

Samasta ilmamassan approksimaatiosta saadaan Merkuriuksen edessä olevaksi ilmamassaksi:

$$X \approx \frac{1}{\cos(90^\circ - 13^\circ)} \approx 4.45.$$

Koska ilmamassa on merkittävästi suurempi kuin $X = 2$, ei ilmakehän oletta-
minen litteäksi tasoksi ole enää tarkka approksimaatio. Käyttämällä tarkempaa
kaavaa (oppikirjan kaava 8.12) saadaan arvioksi

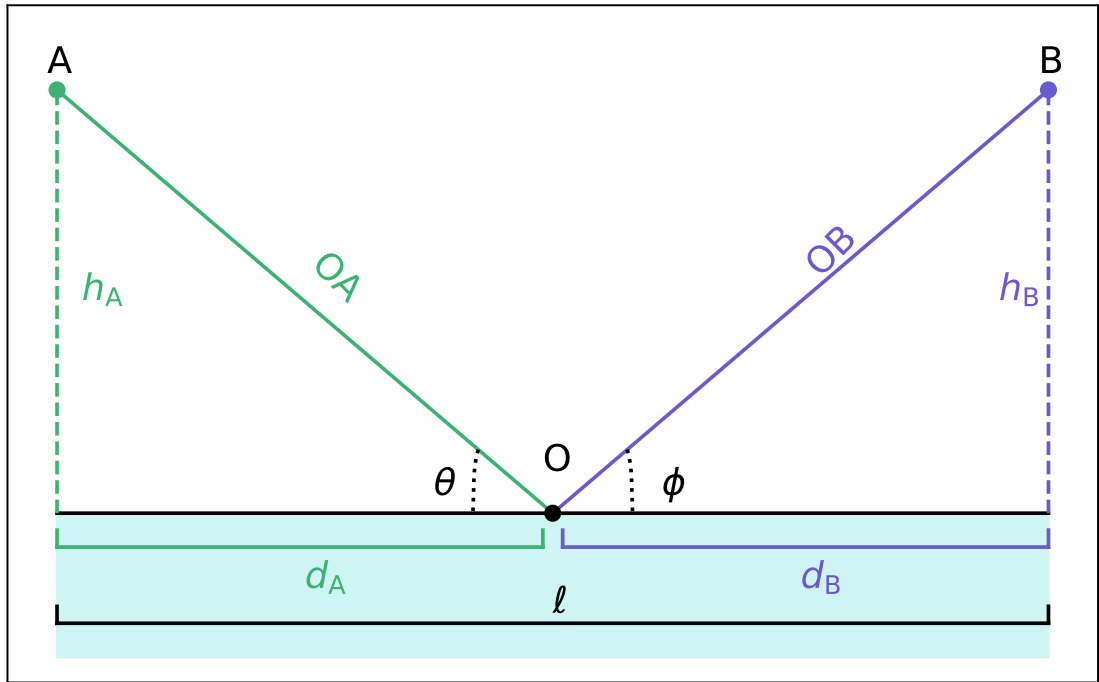
$$X \approx \sec z - 0.0018167(\sec z - 1) - 0.002875(\sec z - 1)^2 \approx 4.4.$$

- (c) *Miksi Merkuriusta on vaikeaa havaita pienellä ilmamassalla?*

Merkuriuksen keskietäisyys auringosta on ~ 0.39 AU, eli se on selvästi lähempänä aurinkoa kuin maapallo. Maapallosta katsoen merkuriuksen kulmaetäisyys auringosta on siten aina $< 30^\circ$ ja näkyy siis aina taivaalla lähellä aurinkoa. Kun havaintoja on vaikeata tehdä auringon ollessa horisontin yläpuolella, on siis Merkurius aina melko lähellä horisonttia ja ilmamassa on suuri.

4. Johda heijastuslaki lähtien Fermat'n periaatteesta. Etsi siis valon nopein reitti (tulo- ja heijastuskulmat θ_1 ja ϕ) kahden kiinteän pisteen välillä, kun reitillä on yksi heijastus.

Tutkitaan valon kulkua pisteestä A pisteeseen B niin, että se matkallaan heijastuu tasosta pisteessä O. Valitaan pisteet niin, että A on etäisyydellä h_A heijastavasta tasosta ja B etäisyydellä h_B . Piste O heijastavalle tasolle projisoitu etäisyys pisteestä A on d_A ja pisteestä B d_B .



Valo kulkee kohtisuorassa tasossa heijastavaan tasoon nähden. Tämän voi nähdä soveltamalla Fermat'n periaatetta myös heijastavan tason suunnassa eli vaatimalla, että myös valon reitin tason suuntainen komponentti on nopein mahdollinen. Koska A, O ja B ovat kaikki samassa kohtisuorassa tasossa heijastavaan tasoon nähden, ovat janojen AO ja OB heijastavalle tasolle projisoidut komponentit yhdensuuntaisia ja voidaan merkitä $l = d_A + d_B \Rightarrow d_A = d$ ja $d_B = l - d_A = l - d$.

Kun valon nopeus väliaineessa on $v = c/n$ ja janojen AO ja OB pituudet ovat $AO = \sqrt{h_A^2 + d^2}$ ja $OB = \sqrt{h_B^2 + (l - d)^2}$, saadaan valon kulkuun kuluvaksi ajaksi

$$t = \frac{1}{v}(AO + OB) = \frac{n}{c} \left(\sqrt{h_A^2 + d^2} + \sqrt{h_B^2 + (l - d)^2} \right).$$

Valon kulkema aika t on lyhimmillään, kun sen derivaatta muuttujan d suhteen häviää (sen että tämä on ajan minimi eikä maksimi voi tarkistaa vertaamalla ajan arvoja derivaatan nollakohdassa ja tämän ympäristössä),

$$\frac{dt}{dd} = \frac{n}{c} \left(\frac{2d}{2\sqrt{h_A^2 + d^2}} - \frac{2(l - d)}{2\sqrt{h_B^2 + (l - d)^2}} \right) = 0$$

$$\frac{d}{AO} - \frac{l - d}{OB} = 0 \Rightarrow \frac{d}{AO} = \frac{l - d}{OB}.$$

Valon tulo- ja heijastuskulmien (janojen AO ja OB väliset kulmat heijastavan tason normaalin kanssa) θ_1 ja ϕ avulla lausuttuna $\sin \theta_1 = d/AO$ ja $\sin \phi = (l - d)/OB$, joten $\sin \theta_1 = \sin \phi$. Koska θ_1 ja ϕ ovat välillä $[0, \pi/2]$ saadaan heijastuslaki:

$$\theta_1 = \phi.$$

5. Oletetaan, että Suomeen saataisiin käytöstä poistettu, mutta toimintakuntoinen suuri peilikaukoputki. Sille voitaisiin rakentaa myös oma tähtitorni. Sijointipaikka on tosin vielä päättämättä. Ennen kuin omaa mielipidettäsi on kuultu, sijaintivaihtoehtoina on listattu seuraavia ehdotuksia:

(a) Kerro mitä etuja ja haittoja kullakin paikalla voisi olla.

- *Saanatunturin huippu*
Saanatunturilla ei ole juurikaan valosaastetta, ja se on myös korkealla Suomen mittapuulla. Revontulet voisivat tosin haitata havaintoja, ja valoisaat kesät tekevät havainnot silloin käytännössä mahdottomiksi näkyvän valon aallonpituudella. Paikalle matkustaminen myös veisi pitkään, eikä pohjoisen sijainnin takia eteläisiä kohteita näkyisi. Saanalla on myös paljon luonnonsuojelualueita ja se on saamelaisille pyhä tunturi, mikä olisi syytä huomioida. Esimerkiksi Havaijilla alkuperäiskansat ovat vastustaneet suuresti Thirty Meter Telescopen rakennusta heidän pyhälle Mauna Kea -vuorelle.
- *Utön majakkasaari*
Utön majakkasaari olisi pimeä, joskin majakka häiritsisi jonkin verran. Saarelle olisi kuitenkin vaikea päästä, ja merellä kova tuuli, kosteus ja pilvet olisivat usein riesana. Myös tilaa tähtitornille voi olla vähän.
- *Autiosaari Inarijärvellä (Voit olettaa että kyseisellä saarella ei ole mm. Saamelaisien pyhää paikkaa tai tärkeää historiallista kohdetta)*
Paikassa ei ole juuri valosaastetta, mutta järven ilmapirrat voivat haitata havaitsemista. Tämä olisi näistä vaihtoehdoista ehdottomasti hankalin rakennuspaikka, koska tähtitornia ja kaukoputkea varten järvellä ei ole kunnan kuljetuslaivaa. Myös havaintojen tekoa varten paikkaan olisi työlästä matkustaa. On myös syytä varmistaa onko saari luonnonsuojelualueella. Ja sitten vielä revontulet ja valoisa kesä...
- *Peltojen ympäröimä kallio Juvalla*
Juvalla ei ole mahdoton määrä valosaastetta, etenkin kun kalliota ympäröivät pellot eikä siis asutusta olisi lähiympäristössä. Tämä olisi kohtalainen sijointipaikka kaukoputkelle.
- *Raivattu metsätontti Oulangan kansallispuiston lähellä*
Kansallispuistosijainnin takia alueella ei ole kauheasti valosaastetta. Kulkuyhteydet ovat kohtalaiset. Kuitenkin tulisi varoa, onko alueella luonnonsuojelukohteita. Kansallispuistosijainti voisi rajoittaa rakennusmahdollisuuksia. Myös näin vuonna 2022 Ukrainan sodan alettua itärajalle tähtitornin rakentaminen ei välttämättä olisi ongelmaton ratkaisu, sillä itänaapurissa se voisi herättää levottomuutta ja sitä saatettaisiin yrittää jopa sabotoida.
- *Teollisuustontti Kirkkonummen aseman vierestä*
Kulkuyhteydet olisivat hyvät mutta Kirkkonummen asemalla on liikaa valosaastetta. Radiohavaintojen puolesta taas mm. aseman asiakkaiden matkapuhelimet (ja muut kommunikaatio yms.-laitteet) aiheuttavat liikaa "melua."

(b) *Keksi myös joko oma sijaintiehdotus perusteluineen TAI kolme erityyppistä sijaintia johon kaukoputkea ei ole mielestäsi mitään järkeä sijoittaa.*

Kirkkonummella Metsähovin observatorion lähellä voisi olla hyviä paikkoja.

Siellä on mm. valmista infrastruktuuria eikä matka Kirkkonummelle kestä turhan kauan.

Kaukoputkea **ei** kannata sijoittaa mm:

- Senaatintorille
- Piritorilla Sörnäisten metroasemalla
- Oman asunnon katolla
- Kampin kissakahvilaan
- Turun Aurajokeen
- jne....