

Dynamiikan peruslaki ja voima

Kts. myös Fysiikan merkitykset ja rakenteet, s. 213, 216—219.

Tasainen vuorovaikutus

Aikaisemmin on havaittu, että vuorovaikutuksella on määrän eli impulssin lisäksi myös voimakkuus, josta riippuu miltä vuorovaikutus tuntuu kädessä, miten paljon jousi venyy, jne. Tälle ominaisuudelle kvantifoidaan seuraavassa oma suure, voima. Kuten kvantifioinnissa aina, pyritään löytämään tilanne jossa tutkittava ominaisuus on vakio, eli vuorovaikutuksen voimakkuus on koetilanteessa muuttumaton. Sanotaan tällaista vuorovaikutusta tasaiseksi.

Useat kokonaisuudessa 1.1 käsitellyt vuorovaikutukset ovat tasaisia vain, jos vuorovaikuttavien kappaleiden etäisyys ei muutu (tukivuorovaikutus, sähköinen vv, magneettinen vv..). Ne eivät siis kelpaa käytettäväksi voiman kvantifiointiin.

Kitkavuorovaikutus on ihannetapauksessa tasainen vuorovaikutus, vaikka osapuolet liikkuvat toisiinsa nähden. Kuitenkin vaihtelut pintojen sileydessä, puhtaudessa jne. vaikuttavat kitkaan huomattavasti, joten tämä on huomioitava koejärjestelyissä.

Väliaineen vastus riippuu nopeudesta, joten tämä vuorovaikutus periaatteessa ei ole tasainen. Toisaalta potkurivaunussa potkurin lapojen nopeus ilman halki on paljon suurempi kuin vaunun nopeus, joten potkurin ja ilman välisen vuorovaikutuksen voima pysyy lähes samana riippumatta vaunun etenemisnopeudesta.

Gravitaatio on hyvin tasainen vuorovaikutus. Kokemuksesta tiedetään, että kappaleiden paino ei vaihtelee. Gravitaatio myös pysyy tasaisena, vaikka kappale liikkuu, kunhan ei nousta kovin korkealle Maan pinnasta.

Yhden kappaleen mekaniikka; voima ilmiönä

Tähän asti vuorovaikutustilanteita on käsitelty tarkoituksellisesti niin, että on kiinnitetty huomiota molempiin osapuoliin. Kuitenkin on usein tarpeen tarkaistella vain mitä tapahtuu yhdelle kappaleelle, joka on osapuolena yhdessä tai useammassa vuorovaikutuksessa. Kutsutaan tällaista tarkastelua yhden kappaleen mekaniikaksi. Samalla voidaan ottaa käyttöön voima *ilmiön* nimenä, tarkoittamaan vuorovaikutuksen vaikutusta yhden kappaleen kannalta.

Gravitaation vaikutusten kokeellinen tutkiminen opetustilanteessa on pakosta yhden kappaleen mekaniikkaa, koska vaikutusta toiseen osapuoleen eli Maahan ei voi havaita. On kuitenkin syytä muistuttaa ja havainnollistaa, että rajoittuminen yhden kappaleen tarkasteluun on yksinkertaistus. Jokainen vuorovaikutus, myös gravitaatio, vaikuttaa molempiin osapuoliin vaikka havaittava vaikutus näkyisikin vain yhdessä kappaleessa. Tätä voidaan havainnollistaa tarkastelemalla tilannetta, jossa jonkin vuorovaikutuksen (esim. tukivuorovaikutus törmäyksessä) toisen osapuolen hitautta kasvatetaan asteittain, kunnes raskaampaan osapuoleen kohdistuva vaikutus alkaa olla mahdoton havaita.

Kiihtyvyys

Kiihtyvyyden tarkastelu tässä vaiheessa on sivuhyppy kinematiikkaan. (Radikaali opettaja voisi käsitellä kiihtyvyyden vasta voiman kvantifoinnin jälkeen!)

Jos kappaleeseen kohdistuvat vuorovaikutukset eivät kumoa toisiaan, kappaleen nopeus muuttuu. Tasaisen vuorovaikutuksen (syyilmiö) tapauksessa voidaan olettaa, että nopeuden muutos (seurausilmiö) on myös jollain tavalla tasainen. Ennen kuin nopeuden muutosta voidaan tutkia, nopeus on yleistettävä ensin tasaisen liikkeen nopeudesta muuttuvan liikkeen keskinopeudeksi aikavälillä, ja siitä hetkelliseksi nopeudeksi ajan hetkellä (makrosuureesta mikrosuureeksi, FMR s. 213):

$$v_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_k = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

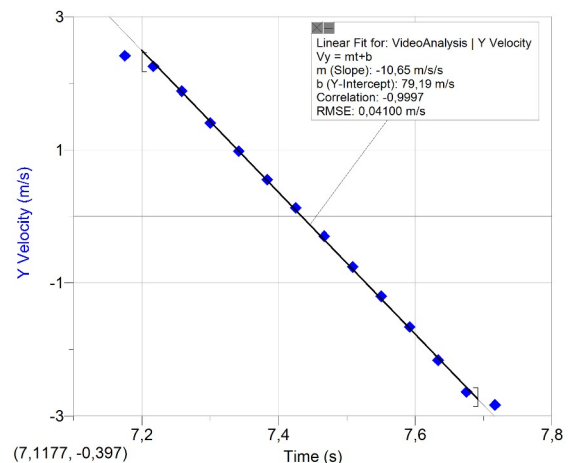
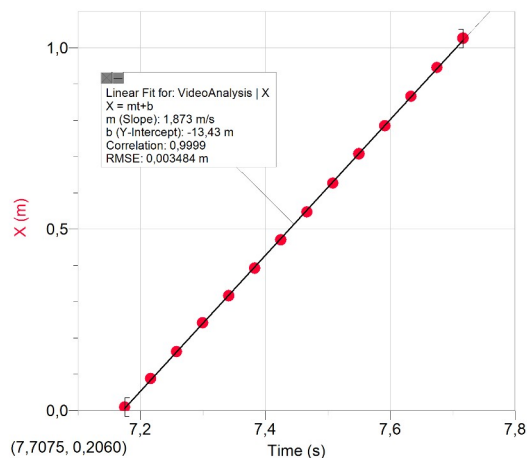
Tarkastellaan kappaleen liikettä esim. kaltevalla ilmatyynyradalla. Havaitaan, että $x(t)$ -kuvaaja ei ole suora. Sijoitetaan pisteet (t,v) -koordinaatistoon, ja havaitaan niiden asettuvan suoralle. Toistetaan koetta radan eri kallistuksilla, ja havaitaan pisteiden asettuvan sitä jyrkemälle suoralle mitä nopeammin vaunun nopeus muuttuu. Tasainen kiihtyvyys määritellään tämän suoran fysikaaliseksi kulmakertoimeksi, määrittelylaki

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Heittoliike

Tarkoitus on tutkia tasaisen vuorovaikutuksen alaista kaksiulotteista liikettä, ja todeta että vuorovaikutus ei vaikuta siihen nähden kohtisuoraan liikkeeseen. Kvalitatiivisesti tämä voidaan osoittaa esimerkiksi Pascon laitteella [ME-9486](#), jolla ammutaan tasaisesti liikkuvasta vaunusta pallo kohtisuoraan ylös. Vaikka vaunu liikkuu pallon ollessa ilmassa, pallo putoaa takaisin vaunuun.

Heittoliikettä pitää tutkia myös kvantitatiivisesti. Voidaan tutkia aitoa heittoliikettä, tai esim. kuulan vieritystä kaltevalla levyllä, tai ilmatyynykiekon liikettä kallistetulla pöydällä. Liike rekisteröidään videolla ja analysoidaan mieluiten tietokoneella (LoggerPro, Tracker).



Impulssista voimaan

Impulssi määrää, kuinka paljon vuorovaikutus muuttaa kappaleen liikettä. Impulssi on määritelty yhtä suureksi kuin liikemäärän muutos, $I = \Delta p = m\Delta v$. Tässä Δv voi olla koko vuorovaikutustapahtuman aikaan saama nopeuden muutos, tai nopeuden muutos tietyllä aikavälillä pitempään jatkuvassa vuorovaikutuksessa.

Kvantifioidaan seuraavaksi suure, joka kuvaa vuorovaikutuksen **hetkellistä** voimakkuutta, siis ominaisuutta voima. Tähän tarvitaan tilanne, jossa vuorovaikutuksen voimakkuus on vakio, eli vuorovaikutus on tasainen. Esim. gravitaatio, kitka, ilmanvastus (potkurivaunu).

Tarkastellaan liikettä tasaisen vuorovaikutuksen alaisena. Esikvantitifoiva havainto on, että mitä suurempi on vuorovaikutuksen voimaominaisuus (vetopunnuksen paino, kitka, potkurin työntö), tai mitä pitempään vuorovaikutuksen annetaan vaikuttaa, sitä suurempi on lopullinen liikemäärän muutos ja siis myös kokonaisimpulssi. Tasaisen vuorovaikutuksen voimaominaisuutta kuvaamaan siis saattaisi sopia suure, joka saadaa jakamalla kokonaisimpulssi vaikutusajalla.

Impulssia emme pysty suoraan mittaamaan, mutta koska $I = \Delta p$, voimme mitata sen sijaan liikemäärän muuttumista kun kappaleen liikettä muuttaa tasainen vuorovaikutus. Voidaan siis

- kiihdyttää ilmatyynyradan kelkkaa punnuksella, tai
- antaa vaunuradan kitkavaunun jarruttaa pysähdyksiin, tai
- kiihdyttää vaunuradan vaunua ilmapotkurilla.

Kaikissa tapauksissa piirretään (t,p) -kuvaajia.

[Ohje:gravitaatio, ilmatyynyrata, tulosten käsittely LoggerPro:lla](#)

[Ohje: kitka, vaunurata, tulosten käsittely taulukkolaskimella](#)

Havaitaan:

- Jos kiihdyttävä punnus, jarruttava kitkavoima tai potkurin työntö on vakio (eli vuorovaikutuksen voimakkuus on vakio), saadaan aina yhtä jyrkkä (t,p) -koordinaatiston suora, vaikka vaunun massaa vaihdetaan. Kulmakerroin riippuu siis vain vuorovaikutuksesta, ei kappaleesta johon vuorovaikutus vaikuttaa.
- Jos kiihdyttävää punnusta, kitkavoimaa tai potkurin työntöä muutetaan ja pidetään systeemin kokonaismassa vakiona, saadaan sitä jyrkempi (t,p) -koordinatiston suora, mitä voimakkaampi vuorovaikutus on.

Siis ilmeisesti (t,p) -koordinaatiston suoran kulmakerroin sopii kuvaamaan tasaisen vuorovaikutuksen voimakkuutta. Kutsutaan tätä voimaominaisuutta kuvaavaa suuretta myös voimaksi, ja määritellään se

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} = ma$$

Lakia kutsutaan myös dynamiikan peruslaiksi ja Newtonin II laiksi. Tässä muodossa laki pätee tasaisille vuorovaikutuksille joissa voima on vakio, eli kyseessä on lain makromuoto.

Voiman mittaaminen, voimien lakeja

2. kokonaisuuden loppuosassa tutustutaan voiman mittaamisen kahteen pääperiaatteeseen, ja

kvantifioidaan niiden avulla lakeja eri vuorovaikutusten voimille.

Voiman mittaaminen ja voiman lakien tutkiminen kulkevat rinnakkain, koska sitä mukaa kun voiman lakeja saadaan selville, ne tarjoavat myös uusia mahdollisuuksia mittaamiseen.

Voiman mittaaminen kiihtyvyyden avulla

Dynamiikan peruslaki tarjoaa ensimmäisen menetelmän voiman mittaamiseen: kohdistetaan mitattava voima tunnetun massaiseen kappaleeseen ja mitataan kiihtyvyys.

Vapaa putoamisliike - kappaleen painon mittaus

Pudottamalla erilaisia kappaleita havaitaan, että niillä kaikilla on sama

putoamiskiihtyvyys $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Tästä ja

dynamiikan peruslaista seuraa, että

kappaleeseen kohdistuva gravitaatiovoima (kappaleen paino) G on verrannollinen

kappaleen massaun, että

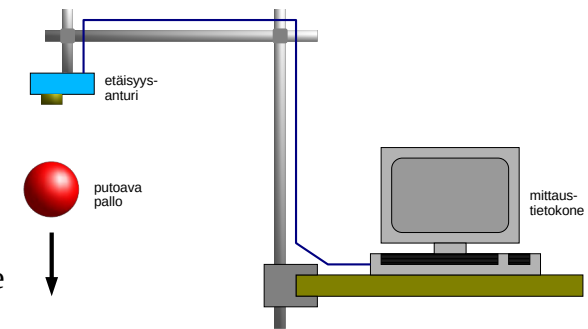
verrannollisuuskertoimen on kaikille kappaleille

sama: $G = mg$. Tätä kappaleen painon lakia

voidaan jatkossa käyttää sekä kappaleen

painon laskemiseen kun massa tiedetään, että

kappaleen massan määrittämiseen mittaamalla paino, ts. punnitsemalla kappale. Tässä vaiheessa siis voidaan ottaa käyttöön punnukset, joiden avulla voidaan tuottaa tunnetun suuruisia voimia.



Se että putoamiskiihtyvyys on kaikilla kappaleilla sama riippumatta massasta, on kokeellinen osoitus hitaan massan ja painavan massan eli gravitaatiomassan ekvivalenssista. Tämä selviää ajatuskokeella. Olkoon kaksi kappaletta, kummankin massa m . Kun kappaleet liitetään yhteen, yhdistelmän massa on $2m$. Sen hitas massa on siis kaksinkertaistunut, mutta putoamiskiihtyvyys on edelleen sama. Tämä tarkoittaa, että myös kappaleeseen kohdistuvan gravitaatiovoiman on täytynyt kaksinkertaistua, eli painava massakin on kaksinkertaistunut. Tästä eteenpäin voidaan alkaa käyttää yhtä suurenimeä massa, tarkoittaen sekä hidasta että painavaa massaa. Miksi massat ovat ekvivalentit, eli miksi kappaleen hitaus ja kyky sekä tuottaa että tuntea gravitaatiota ovat verrannolliset, siihen ei klassinen fysiikka osaa vastata; selityksen tarjoaa vasta yleinen suhteellisuusteoria.

Tuntemattoman voiman vertaaminen tunnettuun voimaan

Kun kappale on levossa tai tasaisessa liikkeessä, tiedetään että siihen kohdistuvien vuorovaikutusten ja siis myös voimien summa on nolla. Tämä tietäen voidaan (aluksi tunnettujen punnusten painoja hyväksikäyttäen, sitten jousivaaioilla tms. voimamittareilla) määrittää erilaisten ei-vakioisten voimien kokeellisia lakeja, eli voimien riippuvuuksia etäisyydestä, nopeudesta, venymästä...

Muodonmuutoksia aiheuttavat voimat (jousivoima)

Voima aiheuttaa muodonmuutoksia, joiden lakien selvittäminen mahdollistaa erilaisten

mekaanisten voimamittarien rakentamisen. Mm. kierrejousille löydetään yksinkertainen voiman

laki. Ripustetaan jouseen punnuksia, ja mitataan venymä x . Huomataan että jousivoima

$F = -G$. Sijoitetaan mittauspisteet $(x, -F)$ -koordinaatistoon, havaitaan niiden osuvan origon kautta

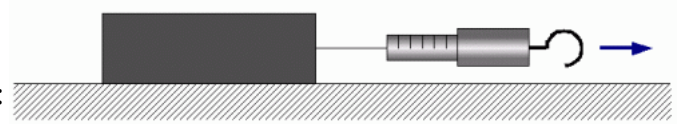
kulkevalle suoralle. Toistetaan koe eri jouselle. Saadaan jousivoiman laki $F = -kx$, jossa k on

jousen jäykkyyttä kuvaava suure, jousivakio.

Voidaan siis rakentaa lineaarisella asteikolla varustettuja jousivaakoja. Myös erilaiset voima-anturit perustuvat voimasta riippuvaan kappaleen muodonmuutokseen, joten ne voidaan ottaa käyttöön tässä vaiheessa, vaikka anturin sähköistä toimintaperiaatetta ei vielä tunnettaisikaan.

Kitka

Lait: kitkavoimien riippuvuudet / riippumattomuudet tukivoimasta, pinta-alasta, nopeudesta jne. Liukukitkan lain kvantifiointi: varioidaan tukivoimaa, vedetään kappaletta jousivaa'alla tai voima-anturilla tasaisella nopeudella. Piirretään kuvaajaksi kitkavoima normaalivoiman funktiona, havaitaan pisteiden asettuvan origon kautta kulkevalle suoralle. Toistetaan toisella pintaparilla. Saadaan liukukitkavoiman laki $F_{\mu} = \mu N$, jossa μ on pintapariakohtainen suure, liukukitkakerroin.

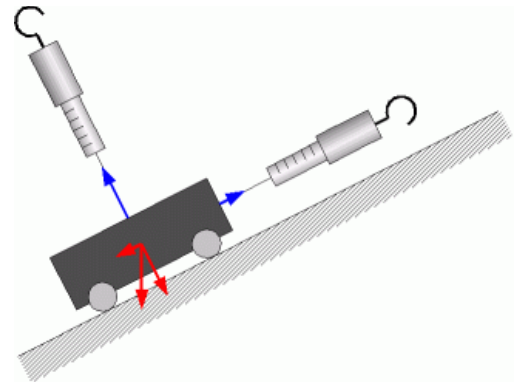


Vastaavasti voidaan tutkia myös lepokitkaa.

Huom! Kun kappale ei liiku, pintojen suuntaiset voimat kumoavat toisensa. Esimerkkitalanteessa siis lepokitka on yhtä suuri kuin voima jolla kappaletta vedetään.

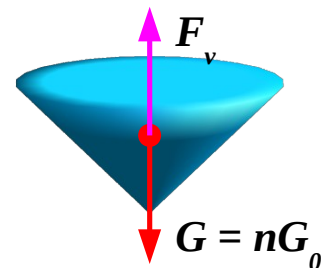
Tukivoima

Esimerkiksi kappale kaltevalla tasolla → laki: tukivoimien riippuvuus kaltevuuskulmasta. Tutkitaan tukivoimien lakeja erikseen, siis miten tason suuntainen ja tasoa vastaa kohtisuora tukivoima riippuvat kaltevuuskulmasta. Riippuvuuden muotoa ei nyt pysty yksinkertaisella tavalla arvaamaan, vaan oikeaan tulokseen päätyminen vaatii ensin ennusteen tekemistä geometrian avulla, ja sitten ennusteen kokeellista testaamista.



Väliaineen vastus

Kun kappale putoaa väliaineessa rajanopeudellaan, väliaineen vastus on yhtä suuri kuin kappaleen paino. Voidaan tutkia väliaineen vastuksen riippuvuutta kappaleen pinta-alasta tai nopeudesta. Riippuvuus nopeudesta on helpompi. Tarvitaan kappaleita joilla on sama muoto ja poikkipinta-ala, mutta eri paino. Tällaisia saadaan pinoamalla päällekkäin silkkipaperista leikattuja kartioita tai tasapohjaisia kahvinsuodattimia. Mittaukset tietokoneella ja liikeanturilla tai videolla. Kts. Galilei 3 s. 73.



Magneettinen voima

Voidaan tutkia esimerkiksi magneetin toiseen magneettiin kohdistaman voiman riippuvuutta magneettien napojen etäisyydestä.

Dynamiikan peruslain testaaminen

Dynamiikan peruslain ennusteita testaavat kokeet ovat periaatteessa kolmea tyyppiä:

- tunnetaan kappaleeseen vaikuttavat voimat ja kappaleen massa, ennustetaan kiihtyvyys
- tunnetaan kappaleen massa ja kappaleen kiihtyvyys (tai yleisemmin rata), ennustetaan kappaleeseen vaikuttava voima
- tunnetaan kappaleeseen vaikuttavat voimat ja kiihtyvyys, ennustetaan kappaleen massa

Seuraavassa eräitä mahdollisia kokeita.

Numeroitujen laitteiden käyttöohjeet löytyvät tarvittaessa hakutoiminnolla [Pascon sivuilta](#). HUOM! Käyttöohjeista kannattaa tutustua laitteen rakenteeseen ja toimintaperiaatteeseen, mutta itse kokeiden suorittamiseen ei kannata ottaa orjallisesti mallia käyttöohjeesta, koska siinä kokeiden merkitykset yleensä poikkeavat enemmän tai vähemmän DFK-kurssin kokeista

- Potkurivaunun (ME-9485) kiihtyvyyden ennustaminen. Ensin mitataan "potkurin työntövoima", ts. potkurin ja ilman välisen vuorovaikutuksen voima. Tämän avulla tehdään ennuste vaunun kiihtyvyydelle. Testataan. Varioidaan vaunun massaa ja/tai työntövoimaa.
- Kaksi erisuurta punnusta langassa, joka kulkee väkipyörän yli; kts. Galilei 3 s. 55 (ns. [Atwoodin pudotuskoe](#)). Ennustetaan punnusten kiihtyvyys. Varioidaan punnuksia.
- Muuttuvan voiman aiheuttama kiihtyvyys, esim. jousen päässä värähtelevä punnus / vaunu. Mitataan voimaa ja vaunun liikettä. Varioidaan vaunun massaa. Ennuste: (a, F) -kuvaaja on suora jonka kulmakerroin on vaunun massa.
- Impulssiperiaate $I = \Delta p$. Törmäytetään ilmatyynyradan vaunua voima-anturiin, mitataan voima ajan funktiona ja vaunun nopeus ennen ja jälkeen törmäyksen. Varioidaan vaunun massaa ja nopeutta.

Sitten kun keskeisliike ja -kiihtyvyys sekä mekaaninen energia ovat tuttuja, voidaan tarkastelua laajentaa:

- Kappale pyörivällä vaakasuoralla alustalla (ME-8951): ennustetaan suurin kulmanopeus jolla kitka pitää kappaleen ympyräradalla (ensin määritettävä kitkakerroin). Testataan. Varioidaan kappaleen etäisyyttä pyörimisakselista.
- Pallo pyörivällä kaltevalla tasolla (ME-8951 + ME-8958): ennustetaan suurin kulmanopeus jolla pallo pysyy ylhäällä.
- Lepokitka pitää kappaleen pyörivässä telineessä olevalla pystysuoralla seinällä (ME-8951 + ME-8946). Ennustetaan, millainen yhteys vallitsee kappaleen etäisyyden pyörimisakselista ja pienimmän kulmanopeuden jolla kappale pysyy seinällä välillä (ensin määritettävä kitkakerroin).
- Heilurin langan jännitysvoima. Ennustetaan langan jännitysvoima heilurin radan ääripäissä ja alimmassa kohdassa. Varioidaan punnuksen lähtökorkeutta.

