

Johdantoa tuotantoeconomian peruskäsitteisiin

Pellervo Kässi

11. helmikuuta 2009

Sisältö

1	Johdanto (tuotantoteoriaan)	2
1.1	Tuotantomahdollisuuksien joukko ja tuotantofunktio	2
2	Panos-tuotossuhde	4
2.1	Vähenevän rajatuoton laki	6
2.2	Tuotannon jousto	9
3	Voittofunktion muodostaminen	9
3.1	Tuotantokustannukset	10
3.2	Tuottolaskelma ja tuotantokustannuslaskelma	11
3.3	Taloudellisesti optimaalinen tuotismäärä	13
4	Panos-Panossuhde	15
4.1	Samatuotokäyrä eli isokvantti	15
4.2	Rajakorvaussuhde	17
5	Kustannusten minimointi	19
6	Tuotos-tuotossuhde	21
6.1	Tuotantosuintien yhdistäminen	21
6.2	Tuotantomahdollisuuksien käyrä	23
6.3	Tuotteiden rajakorvaussuhde	25
7	Samatuottokäyrä	27
8	Johtopäätökset	27

1 Johdanto (tuotantoteoriaan)

Nimensä mukaisesti tuotanto- ja kustannusteoria käsittelee yrityksen tuotantoa ja tuotannosta muodostuvia kustannuksia. Yksinkertaisimmillaan voidaan ajatella yritystä, joka tuottaa yhtä tuotetta yhdellä panoksella. Yritys siis käyttää panosta tuottaakseen tuotetta. Yritys ostaa panoksia, tästä siis syntyy kustannuksia ja myy tuotteita, mistä muodostuu tuottoja.

Yrityksen rahaprosessi on seurausta sen reaali-prosessista, eli yrityksen tuotannosta, jossa tuotantopanoksia muutetaan tuotteiksi. Tuotanto- ja kustannusteorian lähtökohta on, että yrityksen rahaprosessista palautetaan tuotantoa ohjaavaa informaatiota yrityksen tuotantoprosessin ohjaamiseksi.

Rahaprosessin tuottamia ohjaustekijöitä tunnetaan useita eri tyyppisiä, niistä tyypillisimpiä tarkastellaan seuraavien sivujen aikana. Lähestyminen aloitetaan yksinkertaisesta panos-tuotossuhteesta ja myöhemmin siirrytään vaativampiin panos-panos- ja tuotos-tuotossuhteisiin.

Tuotanto- ja kustannusteoria mielletään matemaattisesti vaativaksi taloustieteen alaksi. Tässä on osittain kyse harhasta, sillä itse teorian ymmärtäminen ja hyödyntäminen ei vaadi lainkaan matemaattista ajattelua. Tuotanto- ja kustannusteoreettiset sovellukset kuitenkin esitetään käytännön syistä matemaattisessa muodossa. Käsitteet kuten tuotantofunktio ja taloudellinen optimi vaativat matematiikan käyttöä, mutta matematiikkaa käytetään vain apuvälineenä, itse teoria ei perustu matematiikkaan.

Tässä raportissa esitellään tuotanto- ja kustannusteorian peruskäsitteistöä. Jokainen käsite pyritään esittämään matemaattisin kaavoin, kuvin ja tekstinä. Jokaista teoreettista asiakokonaisuutta seuraa numeerinen esimerkki, jonka on tarkoitus selventää teoreettisia käsitteitä. Esimerkeissä on pyritty käyttämään mahdollisimman paljon taulukoita ja kuvioita, jotta käsitteiden ymmärtäminen olisi mahdollista ilman matemaattista ymmärtämystä.

1.1 Tuotantomahdollisuuksien joukko ja tuotantofunktio

Yrityksen tuotantoteknologia (huom! ei tuotantotekniikka, joka tarkoittaa fyysistä tuotantokalustoa) määrittää sen tuotantomahdollisuuksien joukon. Yrityksen fyysiset, biologiset ja tekniset tekijät määrittävät rajat, joiden sisällä ovat kaikki mahdolliset panos-tuotossuhteet. Yksinkertaisimmillaan tämä tuotantomahdollisuuksien joukko voidaan määrittää listaamalla kaikki mahdolliset tuotantosuunnitelmat (Varian 2003).

Koska oletetaan, että tuotantoon käytettävistä panoksista koituu kustannus (näinhän se on kaikkialla muualla, paitsi utopistisocialismissa), voidaan rajoittua tarkastelemaan vain niitä tuotantosuunnitelmia, joissa panoksia ei

Taulukko 1: Tuotantomahdollisuuksien joukko

Panos X	Tuotos Y
50	5194
60	5000
60	5365
70	5518
80	5651
90	5500
90	5766
100	5861
110	5937
120	5995
130	5800
130	6033
140	6052

tuhlata. Taulukossa 1 esitetään eräs tuotantomahdollisuuksien joukko. Taulukossa esiintyy sekä tehokkaita, että tehottomia pisteitä. Tämän taulukon tietojen perusteella on piirretty kuva 2, jossa tuotantomahdollisuuksien joukko rajautuu koordinaatiston akseleihin ja tehokkaisiin tuotantopisteisiin.

Kuvassa 2 esitettyä tehokkaiden tuotantopisteiden käyrää kuvataan usein matemaattisesti tuotantofunktiolla. Tuotantofunktio voidaan esittää yleisessä muodossa y :n funktio x :stä:

$$y = f(x) \quad (1)$$

Esimerkki 1: Tuotos y riippuu x :n määrästä jonkin tuntemattoman riippuvuussuhteen (funktion) mukaisesti. Taulukossa 1 ja kuvassa 2 käytetty funktio esittää mallasohran kasvua lannoitetyypen määrää muutettaessa (Juntti 2003). Tällainen tuotosvasteyhtälö on hyvin tyypillinen tuotantofunktio. Sama riippuvuus esitettynä yhtälönä:

$$y = 2809,36 + 27,6592 * x - 0,09538 * x^2 \quad (2)$$

Tuotantofunktioita määritetään erilaisista koeaineistoista regressioanalyysin avulla. Regressioanalyysi on tilastotieteellinen menetelmä, josta löytyy lisätietoa mm. Rannan ym. (1999) ja Sumeliuksen (2004) materiaaleista.

Tuotantofunktion muoto riippuu käytetyn aineiston ominaisuuksista. Yleisesti käytettyjä tuotantofunktion tyyppejä ovat:

Lineaarinen tuotantofunktio Kuva 1, kuvaaja A.

$$y = ax + b$$

Loglineaarinen (Cobb-Douglas) tuotantofunktio Kuva 1, kuvaaja B.

$$y = x_1^a x_2^b$$

Kvadraattinen tuotantofunktio Kuva 1, kuvaaja C.

$$Y = ax^2 + bx + c$$

Käänteisfunktio Kuva 1, kuvaaja D.

$$y = ax^{-1} + bx + c$$

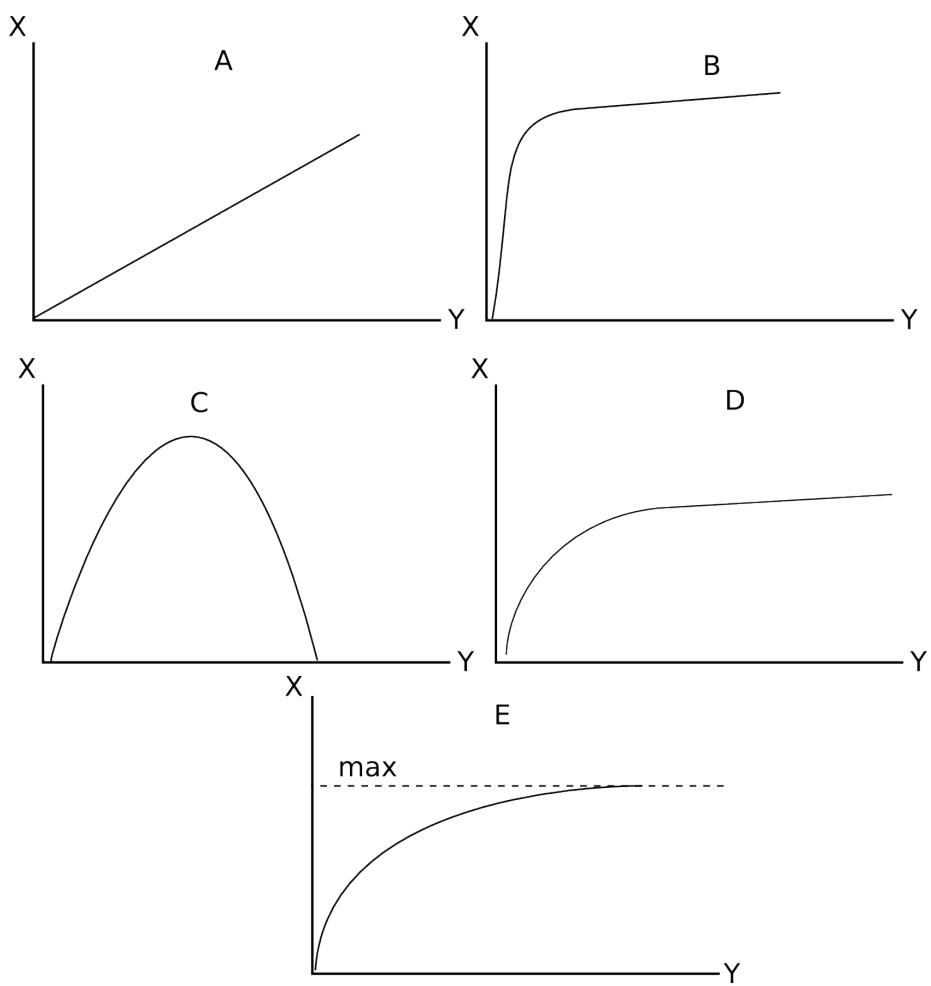
Mitscherlich-funktio Kuva 1, kuvaaja E.

$$y = a_{max} * (1 - be^{-cx})$$

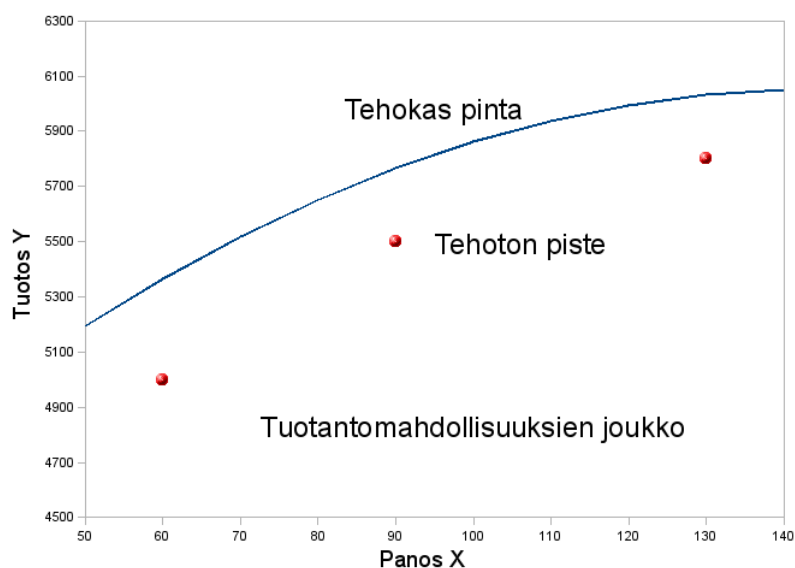
Cobb-Douglas-funktio on paljon käytetty funktiomuoto tutkimuksessa ja on sitä kautta yleinen esimerkki myös oppikirjoissa. Kvadraattisia funktioita käytetään usein tuotosvastefunktioina ja lineaarista funktioa käytetään paljon esimerkkinä yksinkertaisuutensa vuoksi. Kuvassa 1 esitetyt kuvaajat ovat esimerkkejä näiden funktioiden saamista muodoista yhden muuttuvan panoksen tapauksessa. Usein tuotantofunktio määritetään kattamaan vain jonkin funktion vaiheen. Esimerkiksi kvadraatti-funktioa (x^2) käytetään yleensä ainoastaan sen kasvavassa vaiheessa ja Cobb-douglas-funktiosta valitaan sen kaareutuvasta osasta parhaiten tosielämän ilmiötä kuvaava osuus. Mitscherlich-funktio on erikoisuus, joka kasvaa määritettyyn enimmäistasoon saakka. Funktioiden parametrejä muuttamalla saatetaan niiden kuvaajan muotoa ja asentoa muuttaa, jolloin näitä samoja funktio-tyyppejä pystytään käyttämään myös monissa muissa kohteissa.

2 Panos-tuotossuhde

Panos-tuotossuhteesta puhuttaessa tarkoitetaan tilannetta, jossa havainnoidaan yritystä, joka tuottaa yhtä tuotetta käyttäen yhtä panosta. Tällöin panoksen tuotosvaikutus on selkeästi nähtävissä ja helposti analysoitavissa.



Kuva 1: Tuotantofunktion kuvaajat eri funktiomuodoilla.

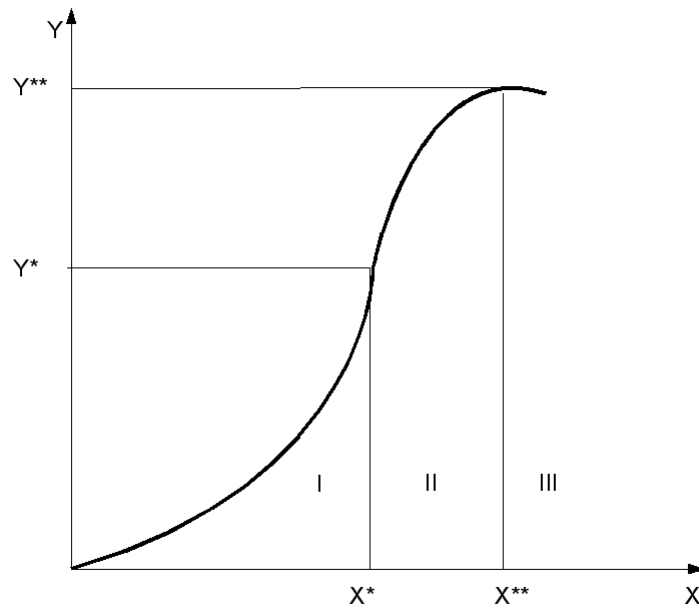


Kuva 2: Tuotantomahdollisuuksien joukko

2.1 Vähenevän rajatuoton laki

Edellisessä tuotantofunktiosta kertovassa kappaleessa esiteltiin useita tuotantofunktioimuotoja. Käytettävä tuotantofunktio saa parametrinsa tarkasteltavan kohteen mukaan. Tuotantofunktiolla pyritään kuvaamaan mahdollisimman hyvin tarkastellun kohteen tuotannon ominaisuuksia. Tämä tulee esille siinä, että tuotantofunktiona käytetään usein käyrämuotoisia funktioita. On siis tarve kuvata eri kohteiden tuotantoa matemaattisella rakenteella, joka mahdollistaa kaarevan muodon.

Maataloustuotannossa useissa kohteissa vallitsee ns. vähenevän rajatuoton laki. Tämä tarkoittaa tilannetta, jossa tuotantomahdollisuuksien joukkoa rajaa tietyn tyyppinen käyrä, jota nimitetään mm. neoklassiseksi tuotantofunktioksi (Debertin 1986) tai S-käyräksi (Heinonen 1978). Tämä käyrä esitetään kuvassa 3. Kuva on jaettu kolmeen vaiheeseen, I, II ja III neoklassisen tuotantofunktion esittämien tuotantovaiheiden mukaisesti. Vaihe I kuvaa ns. suuren puutteen aluetta, jolloin panoskäyttöä lisättäessä tuotos kasvaa nopeutuvasti. Panoskäytön lisääminen johtaa tuotantofunktion siirtymiseen vaiheeseen II, jossa tuotos yhä kasvaa, mutta nyt hidastuvasti. Tällöin jokainen lisätty panos kasvattaa tuotosta vähemmän kuin edellinen. Tämä vaihe päättyy tuotannon biologisessa (teknologisessa) optimissa, jossa panoskäytön lisääminen ei enää kasvata tuotosta. Vaihe III on laskevan tuotoksen vaihe,



Kuva 3: Neoklassinen tuotantofunktio.

jossa panoskäytön kasvattaminen vähentää saatua tuotosta. Tuotanto ei tällä panoskäytön tasolla ole mielekäästä.

Taloudellisesti mielekäs tuotanto sijoittuu alueelle II, jolloin panoskäytön kasvattaminen kasvattaa tuotosta hidastuvasti. Taloudellisen optimin määrittämisestä kerrotaan lisää seuraavassa pääkappaleessa. Voidaan kuitenkin tässä vaiheessa kertoa, että biologisen optimin tavoitteleva on mielekäästä ainoastaan tilanteessa, jossa panokset ovat ilmaisia.

Vähenevällä rajatuotolla tarkoitetaan neoklassisen tuotantofunktion vaiheissa II ja III esiintyvää tilannetta, jossa jokainen lisätty panos tuottaa pienemmän tuotoksen, kuin edellinen. Tätä voidaan mitata rajatuotoksen (Marginal physical product, MPP) avulla.

$$MPP = \frac{\Delta \text{tuotosmaara}}{\Delta \text{panosmaara}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3)$$

Hieman rajoittuneempaa tietoa tuotantofunktiosta saadaan keskituotoksen (average physical product, APP) avulla.

$$APP = \frac{\text{tuotosmaara}}{\text{panosmaara}} = \frac{y}{x} \quad (4)$$

Rajatuotos kuvaa tuotoksen muutosta panoskäytön muuttuessa. Raja-

Taulukko 2: Tuotantofunktio taulukkomuodossa.

Panos X	Tuotos Y	APP	MPP
50	5194	103,87	
60	5365	89,42	17,17
70	5518	78,83	15,26
80	5651	70,64	13,35
90	5766	64,06	11,44
100	5861	58,61	9,54
110	5937	53,98	7,63
120	5995	49,96	5,72
130	6033	46,41	3,81
140	6052	43,23	1,91
150	6052	40,35	0
160	6033	37,7	-1,91

tuotos kertoo paljonko tuotosmäärä muuttuu, kun panosten käyttö kasvaa yhdellä yksiköllä. Vähenevän rajatuoton lain mukaisesti panoskäytön lisääntyessä rajatuotos lähenee nollaa. Nollan rajatuotos saavuttaa tuotannon biologisessa optimissa.

Esimerkki 2: Taulukossa 2 esitetään jo edellä taulukossa 1 esitetty tuotantofunktio. Tässä siitä on siivottu pois tehottomat havainnot. Rajatuotos MPP vähenee ja saavuttaa nollan kun panosta käytetään 150 yksikköä. Tässä pisteessä saavutetaan tuotannon biologinen optimi.

Tuotantofunktion tarkka rajatuotos voidaan määrittää taulukkomenetelmän sijaan laskemalla tuotantofunktion derivaatta. Rajatuotos voidaan näin ollen esittää myös muodossa:

$$MPP_i = f'(x_i) = \frac{\delta y}{\delta x_i} \quad (5)$$

Rajatuotos saadaan derivoimalla tuotantofunktio panoksen x_i suhteen. Koska rajatuotos voidaan laskea saman kaavan mukaisesti myös useita muuttujia käsittävälle tuotantofunktiolle on rajatuotoksessa ja muuttujassa käytetty indeksiä i .

Esimerkki 2b: Edellisen esimerkin optimaalinen panoskäyttö voidaan määrittää derivoimalla tuotantofunktio (yhtälö 2) panoksen x suhteen:

$$\frac{\delta y}{\delta x} = 2809,36 + 27,6592 * x - 0,09538 * x^2$$

$$f'(x) = 27,6592 - 0,19x$$

Kun asetamme funktion $f'(x) = 0$, saamme biologisen optimin panoskäytöksi 145,57 yksikköä.

2.2 Tuotannon jousto

Tuotantofunktion tarkasteluun ilman yksiköitä ja kokoluokkaeroja voidaan käyttää tuotantofunktion joustoa, joka määritetään:

$$\epsilon_P = \frac{\text{Tuotoksenmuutos}\%}{\text{Panoskaytonmuutos}\%} \quad (6)$$

$$\epsilon_P = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}} \quad (7)$$

Kuten muissakin tuotantofunktion analysointiin tarkoitetuissa menetelmissä, myös tuotantofunktion jousto voidaan laskea myös tarkkana arvona itse funktiosta.

$$\epsilon_P = \frac{\delta Y}{\delta X} * \frac{X}{Y} \quad (8)$$

Tuotantofunktion jousto saadaan kertomalla tuotantofunktion derivaatta termillä $\frac{X}{Y}$. Tuotantofunktion jousto on $0 \leq \epsilon_P \leq 1$, neoklassisen tuotantofunktion vaiheessa II.

3 Voittofunktion muodostaminen

Tähän mennessä ei ole käsitelty vielä ainuttakaan euroa, vaan tarkastelu on keskittynyt yksistään tuotantoon ja tuotantofunktion ominaisuuksiin. Tuotantoekonomiassa onkin kyse vuorovaikutussuhteiden ymmärtämisestä. Kun ne ovat hallussa, voidaan mukaan lisätä tarkastelua rahan roolista vuorovaikutuksen ohjaajana.

Edellisessä kappaleessa määritimme tuotannon biologisen (teknologisen) optimin sijainnin käyttäen taulukkoa ja derivoimalla tuotantofunktiota. Tässä kappaleessa lisäämme mukaan rahallisia arvoja ja tarkastelemme rahan vaikutusta optimin sijaintiin.

3.1 Tuotantokustannukset

Tarkasteluaikavälistä riippuen tuotantoon liittyy vaihteleva määrä kiinteitä ja muuttuvia kustannuksia. Lyhyellä aikavälillä muuttuvia kustannuksia ovat välittömästi tuotantoon tarvittavat tuotannontekijät kuten lannoitteet ja rehut. Kiinteitä kustannuksia lyhyellä aikavälillä ovat puolestaan mm. koneista ja kalustosta koituvat kustannukset. Aikavälin pidentyessä useampia panoksia huomioidaan muuttuvina kustannuksina.

Kustannukset syntyvät panoshintojen ja käytetyn panosmäärän tulona. Kustannukset voidaan esittää myös funktiona:

$$c = g(x_i, w_i | x_j, w_j) \quad (9)$$

Tässä yhtälössä x_i esittää muuttuvaa panosta ja w_i sen hankintahintaa. Funktiossa esiintyvä x_j ja w_j ovat vastaavat termit kiinteistä kustannuksista. Tuotannon muuttuvat kustannukset (total variable cost, TVC), kiinteät kustannukset (total fixed cost, TFC) ja kokonaiskustannukset (total cost TC) esitetään kuvan 4 yläosassa. Kuvan alaosassa esitetään yllä olevista kokonaiskustannuskäsitteistä johdetut keskimääräinen muuttuva kustannus (average variable cost, AVC), keskimääräinen kiinteä kustannus (average fixed cost, AFC) ja keskimääräinen kustannus (average cost, AC).

Tuotantosuunnitelmien taloutta voidaan arvioida tuotosten ja kustannusten perusteella. Kustannusanalyysin kannalta keskeisimmät käsitteet ovat rajakustannus ja rajatuotto. Rajakustannus (marginal cost, MC) tarkoittaa yhden lisäyksikön tuottamisesta koituvaa kustannusta. Rajatuotto (marginal revenue, MR) puolestaan tarkoittaa lisäyksikön myymisestä saatavaa tuottoa. Koska Suomen oloissa viljelijät eivät käytännössä pysty vaikuttamaan markkinoihin tuotosmäärillään, on rajatuotto sama, kuin tuotteen markkinahinta. Näin ollen saatava tuotto voidaan maksimoida asettamalla panoskäyttö sellaiseksi, että tuotannon rajakustannus on yhtä suuri kuin tuotteen markkinahinta.

Rajakustannus voidaan määrittää seuraavasti:

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta K\text{okonaistuotos}} \quad (10)$$

Kokonaiskustannuksen muutos on sama, kuin muuttuvien kustannusten muutos, joten TC voidaan korvata TVC:llä. Rajakustannus voidaan määrittää tuotantofunktiosta kertomalla $\frac{1}{MPP}$ muuttuvan panoksen hinnalla w . Yhtälö on:

$$MC = \frac{w}{MPP} \quad (11)$$

Taulukko 3: Esimerkin kustannuskäyrät

Tuotos Y	TFC	TVC	TC	MC	ATC	AVC	AFC
5194	400	40	440		0,0847	0,0077	0,0770
5365	400	48	448	0,05	0,0835	0,0089	0,0746
5518	400	56	456	0,05	0,0826	0,0101	0,0725
5651	400	64	464	0,06	0,0821	0,0113	0,0708
5766	400	72	472	0,07	0,0819	0,0125	0,0694
5861	400	80	480	0,08	0,0819	0,0136	0,0682
5937	400	88	488	0,1	0,0822	0,0148	0,0674
5995	400	96	496	0,14	0,0827	0,0160	0,0667
6033	400	104	504	N/A	0,0835	0,0172	0,0663
6052	400	112	512	N/A	0,0846	0,0185	0,0661
6052	400	120	520	N/A	0,0859	0,0198	0,0661
6033	400	128	528	N/A	0,0875	0,0212	0,0663

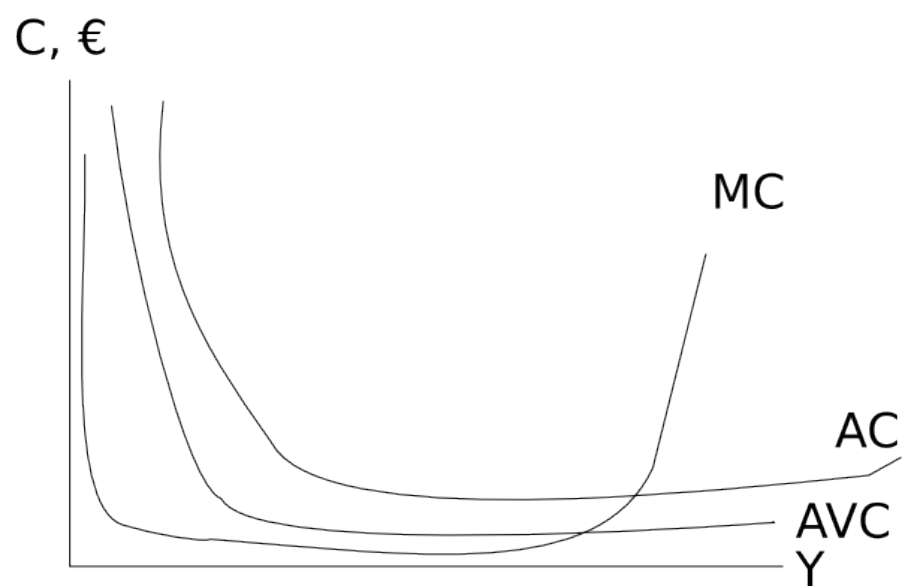
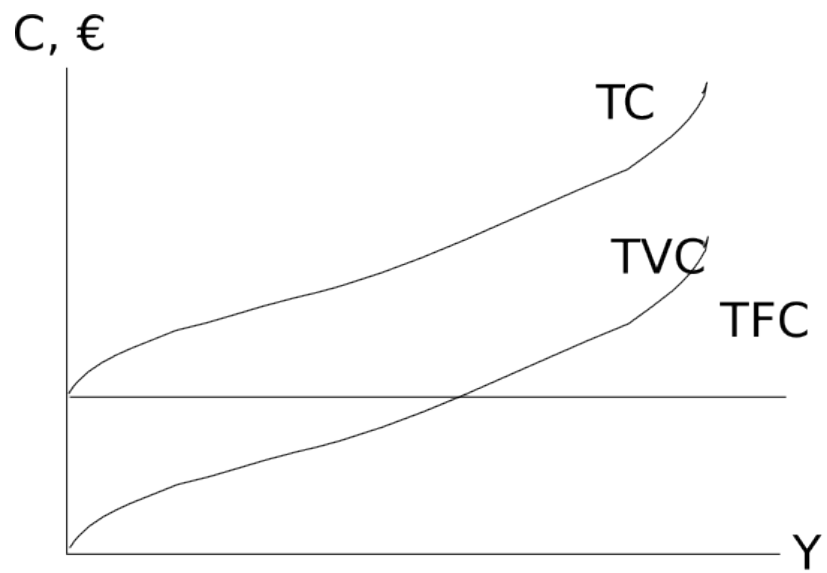
Kuten kuvasta 4 voidaan nähdä rajakustannuskäyrä (MC) leikkaa keskimääräiskustannuskäyrän (AC) sen minimissä. Samoin rajakustannuskäyrä leikkaa keskimääräisten muuttuvien kustannusten käyrän (AVC) sen minimissä. Tämä johtuu siitä, että kun keskimääräiset kustannukset alenevat, kasvatetaan tuotantoa nykyistä keskiarvoa halvemmilla lisäyksiköillä. Kun lisäyksiköt kallistuvat, lähtee myös keskimääräinen kustannus nousuun.

Esimerkki 3: Kustannuskäsitteet on laskettu esimerkille taulukkoon 3. Muuttuvan panoksen hintana on käytetty 0,8 €/ yks. Käytetyn funktion muodon johdosta esimerkin tapauksessa MC-käyrä ei risteä AVC-käyrän kanssa, sillä alussa ei ole kiihtyvästi kasvavaa tuotannon vaihetta.

3.2 Tuottolaskelma ja tuotantokustannuslaskelma

Edellisessä kappaleessa muodostettiin kustannusfunktio, jonka perusteella voitiin määrittää kiinteät ja muuttuvat kustannukset panoskäytön perusteella. Tuottojen määrittäminen on suoraviivaista, sillä yhden panoksen tapauksessa tuotto saadaan kertomalla tuotettu määrä tuotteen markkinahinnalla. Maataloudessa käytetään useassa kohteessa tuotantoon sitomattomia tukia, jolloin tuottofunktioon voidaan lisätä kustannusfunktion tapaan myös kiinteitä tuottotekijöitä.

$$Tuotto = f(y_i, p_i | p_j) \quad (12)$$



Kuva 4: Tuotantokustannuskäyrät.

Funktion muuttuja y_i tarkoittaa tuotettua määrää, p_i tuotettua määrää ja p_j kiinteää tuottotekijää, esim. hehtaarikohtaista tukea. Edellisissä kappaleissa esitettyjen yhtälöiden perusteella tuottofunktio näyttäisi seuraavalta:

$$Tuotto = p_i * f(x_i) + p_j \quad (13)$$

Tuottofunktioista saadaan muodostettua optimointikelpoinen voittofunktio lisäämällä siihen vielä kustannusosa (yhtälö 9):

$$\pi = p_i * f(x_i) + p_j - g(x_i, w_i | x_j, w_j) \quad (14)$$

Kun kustannusfunktio kirjoitetaan auki, voittofunktioksi muodostuu:

$$\pi = p_i * f(x_i) + p_j - x_i * w_i + x_j * w_j \quad (15)$$

3.3 Taloudellisesti optimaalinen tuotismäärä

Jo edeltävissä kappaleissa todettiin tuotannon taloudellisesti optimaalisen tason löytyvän pisteestä, jossa $MR = MC$. Kun esimerkin tuotteen myyntihinta on 0,13 €/yksikkö, on taulukon perusteella optimaalinen panoskäytön taso hieman alle 120 yksikköä.

Tilanteessa, jossa tuotantofunktio tunnetaan, voidaan optimaalinen panoskäyttö selvittää derivoimalla edellisessä kappaleessa muodostettu voittofunktio muuttuvan tuotantopanoksen (x_i) suhteen.

$$\frac{\delta \pi}{\delta x} = p_i * f'(x_i) + p_j - x_i * w_i + x_j * w_j \quad (16)$$

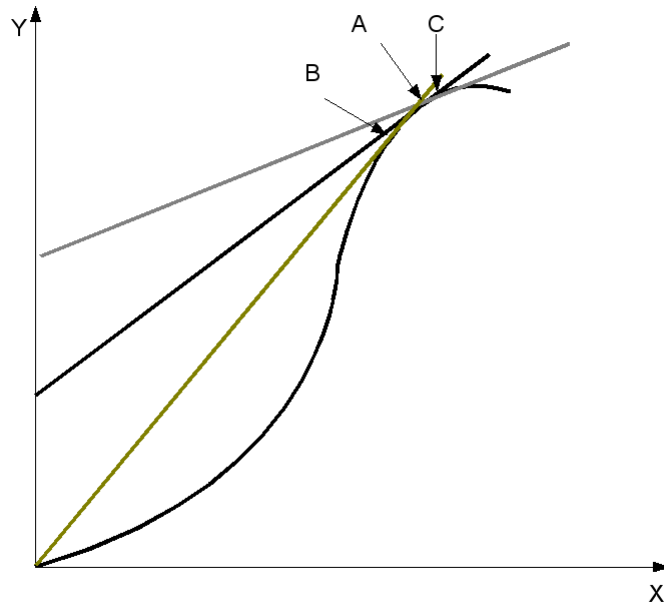
$$\pi = p_i * f'(x_i) - 1 * w_i \quad (17)$$

Derivoitaessa voittofunktioista supistuivat pois vakiotermit eli tuotantoon sitomaton tuki (p_j) ja kiinteät kustannukset (x_j, w_j). Näin ollen voidaan todeta, että tämän analyysin perusteella tuotantoon sitomaton tuki ei kannusta ylituotantoon. Sen sijaan tuotantoon sitomaton tuki saattaa vaikuttaa esimerkiksi viljelijän kohtaamaan riskiin, jolloin se saattaa vaikuttaa viljelijän päätöksiin joltain toista reittiä.

Derivoimalla määritimme suoran, joka sivuaa kuvassa 2 esitetty tuotantomahdollisuuksien joukkoa rajaavaa tuotantofunktiota. Tämän suoran kulmakerroin on:

$$\frac{f'(x)}{1} = \frac{w}{p} \quad (18)$$

Kaavan 5 mukaan $f'(x) = \text{MPP}$, jolloin saamme:



Kuva 5: Voiton maksimointi eri panos-tuotos-hintasuhteilla.

$$MPP = \frac{w}{p} \quad (19)$$

Eli voiton maksimissa rajatuotos on yhtä suuri kuin:

$$\frac{w}{p} = \frac{\text{panoshinta}}{\text{tuotoshinta}} \quad (20)$$

Tämän tuloksen perusteella on melko helppoa lähteä arvioimaan hintojen muutoksen vaikutusta tilan taloudellisen optimin sijaintiin. Tuotteen hinnan kohoaminen loiventaa kulmakerrointa, jolloin optimituotos saavutetaan korkeammalla panoskäytön tasolla. Panoksen hinnan kohoaminen puolestaan jyrkentää kulmakerrointa ja alentaa optimaalista panoskäyttöä. Kuvassa 5 piste A ja keskimäinen suora esittää lähtötilannetta, jossa hinnat ovat w/p . Pisteeseen B tuotteen hinta p on kohonnut, jolloin optimi kohoaa käyrällä ylöspäin. Pisteeseen C ja alimmalle suoralle panoshinta w on kohonnut, jolloin optimi siirtyy tuotantokäyrällä alaspäin.

4 Panos-Panossuhde

Tähän mennessä on keskitytty yhden panoksen ongelmaan. Yhden panoksen tuotantofunktio on erityistapaus yleisestä tuotantofunktiosta, jossa voi olla useita muuttuvia tuotannontekijöitä (panoksia). Seuraavaksi perehdymme kahden muuttujan tuotantofunktioon, joka on yleisemmin käytetty erityistapaus. Kahden muuttujan funktion avulla pystytään havainnollistamaan ilmiöitä, joita ei useamman muuttujan funktioiden tapauksissa enää pystytä hahmottamaan.

Kahden panoksen ja yhden tuotteen tapauksen piirtäminen käy vaikeaksi, sillä kuvan joutuisi piirtämään kolmeen ulottuvuuteen. Tuotantofunktio määritellään siten, että panoksia käytetään tehokkaimmalla mahdollisella tavalla, sen vuoksi kahden muuttujan tuotantofunktio voidaan havainnollistaa erilaisten kaksiulotteisten kuvaajien, kuten samatuotoskäyrien avulla. Kahden panoksen tarkasteluissa lähdetään yleensä liikkeelle kustannusten minimoinnista. Myös voittojen maksimoinnissa on kyse kustannusten minimoinnista, sillä jos jollakin tuotannon tasolla kustannuksia olisi mahdollista alentaa, ei kyse olisi voiton maksimipisteestä.

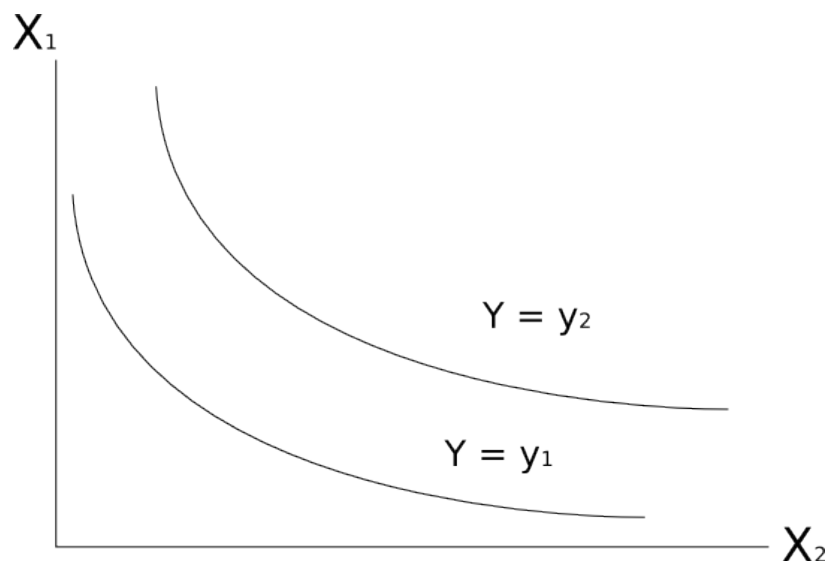
Usein esimerkeissä käytetään Cobb-Douglas-funktioa, joka on käytännön sovelluksissa helposti estimoitavissa ja jossa muuttujat käyttäytyvät keskenään ymmärrettävästi. Tässä tekstissä esimerkkinä käytetään kahden muuttujan abstraktia funktioa $y = f(x_1, x_2)$. Numeerisissa esimerkeissä käytetään laajennettua versiota edellisen kappaleen viljan tuotantofunktioesimerkistä.

4.1 Samatuotoskäyrä eli isokvantti

Samatuotoskäyrää käytetään panosten tuotantosuhteiden havainnollistamiseen. Isokvantti piirretään koordinaatistoon, jonka akseleilla on esitetty isokvantin arvojen ratkaisemiseen käytetyt muuttujat (panokset). Muistetaan, että kun panoksia käytetään tehokkaasti, tuottaa origosta kauempana oleva isokvantti aina suuremman tuotoksen. Isokvantin piirtämiseen tarvittavat pisteet saadaan ratkaisemalla tuotantofunktio $y = f(x_1, x_2)$ vakion tuotoksen suhteen.

Isokvantin ratkaisemiseksi annamme y :lle arvon y_1 ja ratkaisemme tuotantofunktion $f(x_1, x_2)$ x_1 :n arvoilla $x_{1i \dots n}$ ja x_2 :n arvoilla $x_{2i \dots n}$. Kuvaan 6 on piirretty isokvantit tuotosten y_1 ja y_2 .

Isokvantin muoto riippuu käytetyn tuotantofunktion muuttuvien panosten keskinäisestä korvaavuussuhteesta. Tämä tarkoittaa sitä, että tuotetusta kohteesta riippuen tuotantoon saatetaan tarvita erilaisia panoskombinaatioita. Korvaussuhteita on karkeasti jaettuna kolmea päätyyppiä. Panokset



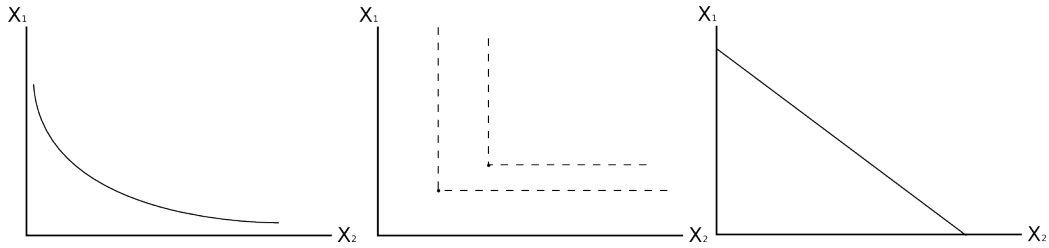
Kuva 6: Samatuotoskäyrät eli isokvantit.

voivat olla toistensa täydellisiä substituutteja (kuva 7 oikealla), täydellisiä komplementteja (kuva 7 keskellä) tai ne voivat olla toistensa osittaisia substituutteja / komplementteja (kuva 7 vasemmalla).

Edellä esitettyjen vuorovaikutussuhteiden ilmeneminen laskelmissa riippuu käytetystä funktiomuodosta. Lineaarisella tuotantofunktiolla panokset ovat toistensa substituutteja: toisen panoksen käyttöä lisäämällä voidaan korvata toista panosta tuotoksen muuttumatta.

Täydellisiä komplementteja käsitellään, kun tuotantofunktiona käytetään paloittain määritettyä ns. Leontief-funktiota. Paloittain määritettyä tuotantofunktiota käytetään tuotannonsuunnitteluun käytettävässä lineaarisessa ohjelmoinnissa. Täydellisten komplementtien tapauksessa tuotos muuttuu ainoastaan siinä tapauksessa, että kaikkien panosten käyttöä kasvatetaan samassa suhteessa.

Analyttisissä ratkaisuissa panosten osittainen korvattavuus on hyvin yleistä. Tällöin funktiomuoto saattaa olla esimerkiksi kvadraattinen tai Cobb-Douglas-funktio. Käytännön elämässä esiintyvissä ongelmissa panosten keskinäinen korvattavuus on epätäydellistä. Esimerkiksi lypsylehmä tuottaa enemmän maitoa silloin, kun sille syötetään sekä väki- että karkearehua pelkän karkearehun sijaan (puhtaalla väkirehuruokinnalla lehmältä lähtee henki).



Kuva 7: Esimerkkejä korvaussuhteista.

Esimerkki 4 Selvennetään tätä tilannetta jälleen esimerkillä ottamalla käsittelyyn usean muuttujan tuotantofunktio (yhtälö 22). Kyseisessä funktiossa on kolme muuttujaa: lannoitetyppi x_1 , pellon viljavuusluokka x_2 ($0 \leq x_2 \leq 6$) sekä karjanlannan tyyppi x_e . Tuotos on edelleen rehuohra kg / ha. Tuotantofunktion perusteella on laskettu samatuotoskäyrät panoksilla x_1 ja x_2 sekä x_1 ja x_3 taulukkoon 4. Nämä isokvantit on piirretty kuvaan 8. Vasempaan koordinaatistoon on piirretty isokvantti, joka on tuotettu muuttamalla x_1 :n ja x_2 :n arvoja. Isokvantti saa käyrämuodon, koska x_1 :n kvadraattinen tuotosvaste vaikuttaa tuotettuun määrään eri suhteessa kuin viljavuusluokan lineaarinen tuotosvaste. Karjanlanta ja typpilannos puolestaan ovat tällä funktiolla toistensa täydellisiä komplementteja. Tästä syystä kuvan 8 oikeanpuoleisessa kuvaajassa panosten X_1 ja X_3 välinen isokvantti on suora.

$$y = 1729,36 + 180 * x_2 + 27,6592 * x_1 - 0,09538 * x_1^2 \quad (21)$$

$$y = 1729,36 + 180 * x_2 + 27,6592 * (x_1 + x_3) - 0,09538 * (x_1 + x_3)^2 \quad (22)$$

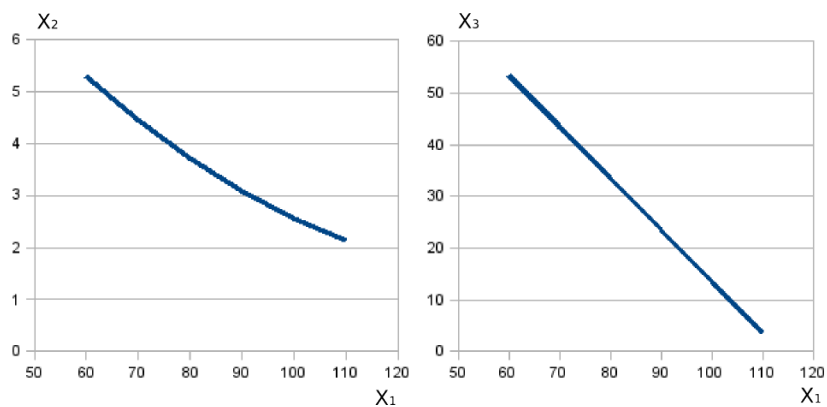
Yhtälöön 21 on lisätty toisena muuttujana maan happamuutta kuvaavan viljavuusluokan vaikutus viljan satoon. Yhtälössä 22 tuotantofunktioon on sisällytetty mahdollisuus käyttää karjanlantaa ja sitä esittää muuttuja x_3 .

4.2 Rajakorvaussuhde

Yhden muuttujan tuotantofunktiota tarkasteltiin mm. rajatuotoksen ja tuotannon jouston kautta. Myös kahden muuttuvan panoksen tuotantofunktiota voidaan analysoida tuotannon näkökulmasta. Panoskohtaiset rajatuotot MPP_i voidaan määrittää derivoimalla tuotantofunktio halutun panoksen suhteen. Myös tehokkaampia analysointikeinoja on olemassa kahden muuttujan tuotantofunktiolle.

Taulukko 4: Tuotantofunktiosta taulukoidut isokvantit.

Muuttujat x_1 ja x_2			Muuttujat x_1 ja x_3		
x_1	x_2	x_3	x_1	x_2	x_3
60	5,3	0	60	2	53,5
70	4,45	0	70	2	43,5
80	3,71	0	80	2	33,5
90	3,08	0	90	2	23,5
100	2,55	0	100	2	13,5
110	2,12	0	110	2	3,5



Kuva 8: Esimerkin isokvantit.

Taulukko 5: Rajakorvaussuhteet esimerkissä.

x_1	x_2	x_3	x_1, x_2	x_1, x_3
60	5,3	53,5		
70	4,45	43,5	-0,08	-1
80	3,71	33,5	-0,07	-1
90	3,08	23,5	-0,06	-1
100	2,55	13,5	-0,05	-1
110	2,12	3,5	-0,04	-1

Tällainen väline on rajakorvaussuhde (MRTS — marginal rate of technical substitution tai TRS — technical rate of substitution). Rajakorvaussuhde kertoo paljonko yrityksen pitää lisätä toisen panoksen käyttöä toisen panoksen käytön vähentyessä. Käytännössä rajakorvaussuhde kertoo isokvantin kulmakertoimen jossakin pisteessä. Rajakorvaussuhde lasketaan:

$$MRTS(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MPP_1}{MPP_2} \quad (23)$$

Esimerkki 5 Rajakorvaussuhde tuo mukanaan menetelmän tuotantopanosten välisten korvaussuhteiden tarkasteluun. Taulukkoon 5 laskettujen rajakorvaussuhteiden mukaan komplementtipanoksilla rajakorvaussuhde on vakio. Osittaisilla substituueteilla rajakorvaussuhde kasvaa tai alenee tarkastelusuunnasta riippuen. Muuttuva rajakorvaussuhde tarkoittaa sitä, että kyseessä on käyrämuotoinen vuorovaikutus muuttujien välillä.

5 Kustannusten minimointi

Yhden muuttujan tapauksessa voittofunktion muodostaminen ja sen optimin ratkaiseminen oli hyvin helppoa. Kahden tai useamman muuttujan tapauksessa taloudellisten arvojen sijoittaminen mukaan ja voittofunktion muodostaminen on yhä helppoa, mutta optimaalisen ratkaisun löytäminen ei enää yhtä yksinkertaista.

Kuten edellisessä kappaleessa pelkän tuotantofunktion analysoinnissa, lähdemme tarkastelemaan kahden muuttujan funktion kustannusten minimointiongelmaa asettamalla tuotismäärän vakioksi. Lähtötilanteessa meillä on kahden muuttujan tuotantofunktio $f(x_1, x_2)$, jolla tuotamme määrän y_1 . Panosten hinnat ovat w_1 ja w_2 . Tämä ongelma voidaan kirjoittaa muotoon:

$$\min w_1 x_1 + w_2 x_2$$

s.t.

$$f(x_1, x_2) = y_1$$

Sanallisesti tämä tarkoittaa sitä, että haluamme minimoida kustannukset tuottaessamme määrän y_1 . Oppikirjoissa tämä kirjoitetaan usein muotoon $f(w_1, w_2, y_1)$, tällöin puhutaan kustannusfunktioista.

Asioiden selventämiseksi haluamme piirtää koordinaatistoon kaikki panoskäytön vaihtoehdot, jotka tuottavat kustannuksen C . Tällöin voimme merkata yllä esitetyn kustannusyhtälön seuraavasti: $C = w_1x_1 + w_2x_2$. Tämä yhtälö saadaan järjestettyä muotoon:

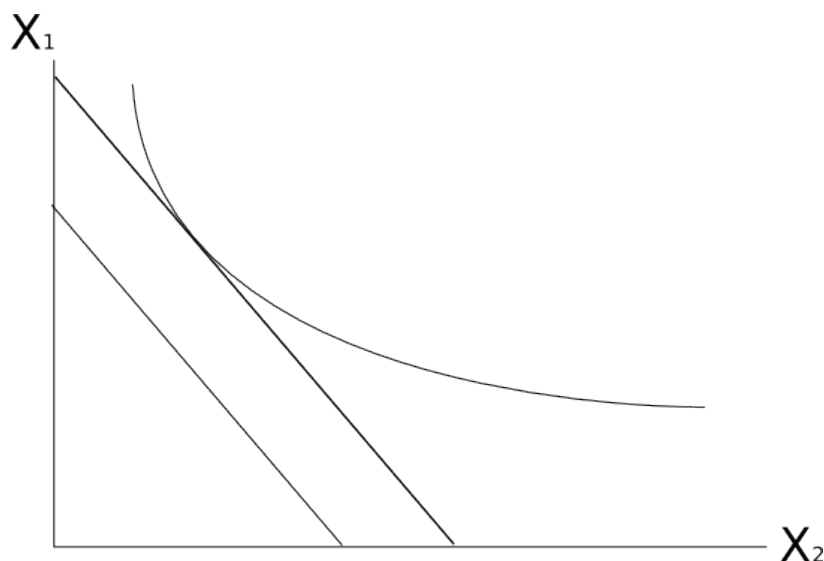
$$x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2}x_1 \quad (24)$$

Nyt olemme saaneet klassisen suoran yhtälön muodossa olevan yhtälön, jonka kulmakerroin on $-\frac{w_1}{w_2}$ ja vakiotermi $\frac{C}{w_2}$. Tätä suoraa nimitetään samakustannussuoraksi (käyräksi), englanniksi isocost line.

Kuvaan 9 on piirretty kaksi samakustannussuoraa sekä yksi samatuotuskäyrä (isokvantti). Samakustannussuoran kokonaiskustannus C on sitä suurempi, mitä kauempana origosta se sijaitsee. Kuten kuvassa 9 on tehty voidaan tuotannon minimikustannuspiste määrittää valitsemalla samatuotuskäyrältä piste, jossa suoran kulmakerroin on sama, kuin samakustannussuoran kulmakerroin. Isokvantin kulmakerroin tunnetaan nimellä rajakorvaussuhde. Näin ollen tuotantokustannusten minimipiste saavutetaan, kun rajakorvaussuhde on yhtä suuri kuin panosten hintasuhde:

$$MRTS(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MPP_1}{MPP_2} = -\frac{w_1}{w_2} \quad (25)$$

Esimerkki 6 Panoksen x_1 hinta on sama 0,13 €, kuin aiemmassa esimerkissä ja panoksen x_2 hintana käytetään 50 €/yksiköltä. Panosten x_1 ja x_2 hintasuhde on -0,0026, taulukkoon 5 lasketut arvot loppuvat 0,04:n, tämän perusteella voidaan päätellä että kustannusten minimissä panoksen x_1 käyttö on selvästi runsaampaa kuin nyt taulukoidut arvot. Toinen taulukkoon laskettu esimerkki on erityistapaus, jossa tuotteet ovat täydellisiä komplementteja keskenään. Tässä tapauksessa jos tuotteiden hinnat ovat yhtä suuret, voidaan valita mikä tahansa panoskäytön taso. Mikäli toinen panos on toista halvempi, on luonnollisesti paras vaihtoehto käyttää ainoastaan halvempaa panosta (ns. nurkkaratkaisu).



Kuva 9: Samakustannussuorat ja isokvantti.

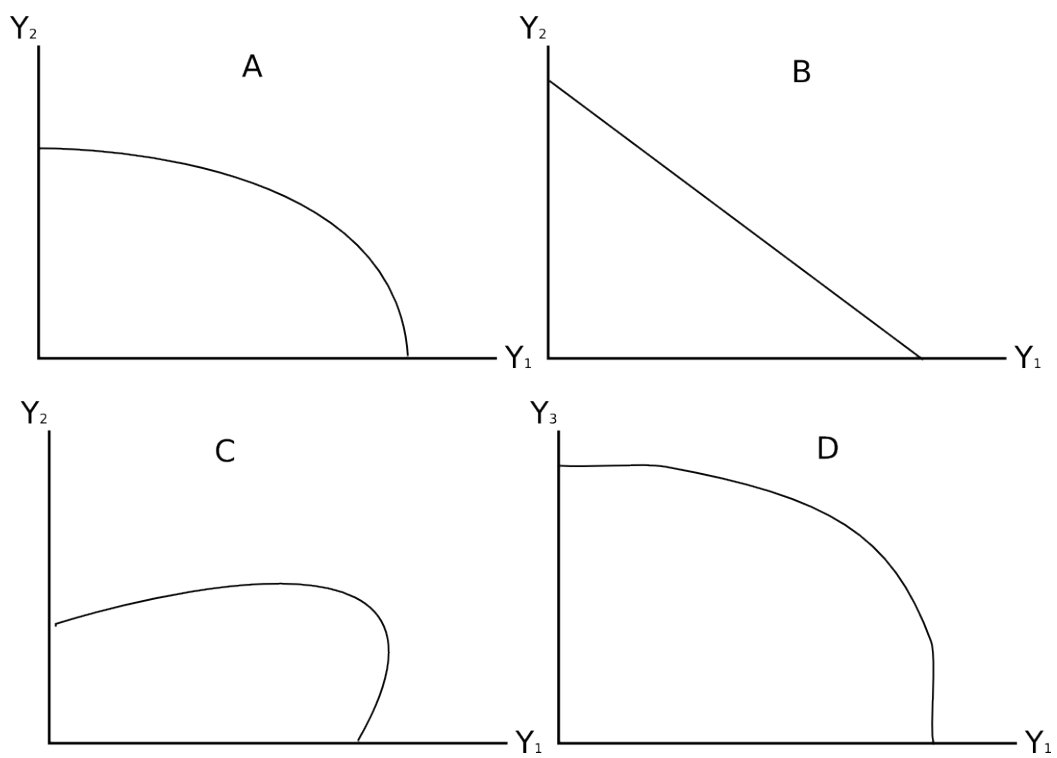
6 Tuotos-tuotossuhde

Tähän asti on käsitelty tilannetta, jossa tuotamme yhtä tuotetta vaihtelevalla määrällä panoksia. Harvat maatilat tuottavat kuitenkin pelkästään yhtä tuotetta. Esimerkiksi viljatilat viljelykiertoon saattaa kuulua vehnää, rypsiä ja ohraa. Maidontuotannossa maidon hinta määräytyy maidon rasva- ja valkuaispitoisuuden perusteella ja maidon pitoisuuksiin saatetaan vaikuttaa käyttämällä erilaisia rehuja.

6.1 Tuotantosuuntien yhdistäminen

Useamman tuotoksen tapauksessa viljelijä joutuu valitsemaan, kuinka paljon käyttää panoksia kuhunkin kohteeseen. Harvoissa tapauksissa panosten määrää ei ole jollakin tavalla rajoitettu. Usean tuotoksen tilanteessa puhutaankin tuotantomahdollisuuksien käyrästä. Tuotantomahdollisuuksien käyrä rajaa tuotantomahdollisuuksien joukkoa ja se on mahdollista johtaa joukon takana olevista tuotantofunktioista.

Tuotteiden välillä voi olla erilaisia suhteita mm. niiden panosten käytöstä johtuen. Osa tuotteista saattaa esimerkiksi käyttää toista tuotetta panokseensa. Mahdollisia tuotteiden välisiä suhteita ovat keskenään kilpailevat tuotteet (competitive), toisiaan korvaavat tuotteet (complementary), toisiaan tukevat tuotteet (supplementary) sekä yhdessä tuotettavat tuotteet (joint).



Kuva 10: Tuotteiden väliset suhteet.

Useissa tapauksissa tuotteet ovat keskenään kilpailevia (competitive). Kasvinviljelytilalla pitää päättää kuinka paljon peltoa käytetään millekin kasville. Tällöin tuotettu määrä riippuu tyypillisesti sen viljelyalasta ja tuotteiden välinen suhde on kuvan 10 kohdassa A kuvatus kaltainen. Mikäli tuotteiden välillä jaetaan (allokoidaan) sellaista panosta, jonka tuotannossa pätee vähenevien rajatuottojen ilmiö, saa kilpailusuhde kuvan 10 kohdassa B kuvatus kaltaisen muodon.

Toisiaan täydentävistä (complementary) tuotteista esimerkiksi sopii palkokasvien käyttäminen osana viljelykiertoa, jolloin palkokasvin jäljiltä maahan jäänyt tyyppi parantaa viljan satoa. Tällainen tilanne on esitetty kuvan 10 kohdassa C. Suhde voi saada tällaisen muodon myös siinä tapauksessa, että käyrämuotoista tuotantofunktiota käytetään tarkasteluun sen laskevan tuotannon vaiheessa (vaihe III).

Toisiaan tukevista tuotteista (supplementary) esimerkki olisi viljatila, jolla on olkea ja heinäkasveja lämmöntuotantoon käyttävä polttolaitos. Niin pitkään kuin lämmön kysyntä on pienempi kuin A, polttolaitos käyttää olkia. Jos lämmön kysyntä kasvaa suuremmaksi kuin A, tulee polttolaitoksen polttoaineeksi viljellä ruokohelpiä, joka kilpailee tilan viljantuotannon kanssa pellosta. Tällainen tilanne on esitetty kuvan 10 kohdassa D, jossa tuotettu määrä ei riipu toisen tuotteen tuotannossa, mutta tietyn pisteen jälkeen tuotteet muuttuvat toistensa kilpailijoiksi.

Neljäs tuotteiden välinen suhde on yhteistuotanto (joint). Esimerkiksi maito hinnoitellaan sen rasva- ja valkuaispitoisuuden mukaan, jolloin niitä voidaan pitää eri tuotteina. Maidontuotanto on myös itsessään yhdistettyä tuotantoa, sillä lehmä tuottaa paitsi maitoa, myös vasikoita myyntiin ja lehmästä tulee lihaa kun se poistetaan karjasta. Näissä tapauksissa tuotteiden välinen suhde voi olla muodoltaan esimerkiksi piste.

6.2 Tuotantomahdollisuuksien käyrä

Tuotteiden välistä suhdetta kuvaavaa käyrää nimitetään tuotantomahdollisuuksien käyräksi. Tuotantomahdollisuuksien käyrä voidaan johtaa tunnetuista tuotantofunktioista asettamalla tuotantofunktiot saman suuruiseksi ja ratkaisemalla yhtälöt joko tuotteen y_1 tai y_2 suhteen. Tämän yhtälön johtaminen on triviaali tehtävä, eikä sen johtaminen ole mielekästä muuten kuin näppäryysharpoituksena.

Tuotantomahdollisuuksien käyrän ominaisuudet tulevat havainnollisimmilleen numeeristen esimerkkien kautta. Esimerkkinä käytetään jälleen viljatilaa, joka tuottaa ohraa ja tässä tapauksessa toisena tuotteena kauraa.

Taulukko 6: Peltoalan valinta ohralle ja kauralle.

ohra x	kaura x	y_1	y_2
0	20	0	93,82
2	18	9,59	84,44
4	16	19,17	75,06
6	14	28,76	65,67
8	12	38,35	56,29
10	10	47,93	46,91
12	8	57,52	37,53
14	6	67,1	28,15
16	4	76,69	18,76
18	2	86,28	9,38
20	0	95,86	0

Esimerkki 7 Ohran sato on 4,79 t / ha ja kauran 4,69 t / ha, käytettävissä on 40 hehtaaria. Panoskäyttö ja saatavat tuotekohtaiset kokonaissadot esitetään taulukossa 6. Tässä tapauksessa tuotteiden kilpailusuhde voidaan esittää suorana (kuva 11 oikea).

Esimerkki 8 Taulukkoon 7 on ratkaistu ohran ja kauran yhdistetty tuotantomahdollisuuksien joukko, jossa panoksen x määrä on asetettu 260 kg:n. Taulukon arvot on piirretty kuvaan 11 vasemmalle. Ohran tuotantofunktiona on käytetty yhtälöä 2 ja kauran tuotantofunktiona on käytetty Bäckmanin (1994) kauran kvadraattista typpilannoituksen tuotosvastetta:

$$y_2 = 1466,414133 + 45,08482 * x_1 - 0,156067 * x_1^2 \quad (26)$$

Taulukossa 7 esitetty suhde on malliesimerkki tuotantofunktioiden väärästä käytöstä tuotos-tuotossuhteen tarkastelussa. Kuten edellä todettiin, mikäli tuotantofunktiota käytetään vaiheen III alueella tuotteiden välinen suhde näyttäytyy toisiaan täydentävänä. Tämä johtuu siitä, että toisen tuotteen tuotannon kasvaessa nopeasti panoskäytön ollessa lähellä nollaa, toisen tuotteen tuotanto on vahvasti vähenevän tuotannon alueella, jolloin näyttää siltä, että tuotteiden välillä on toisiaan täydentävä suhde.

Esimerkki 9 Edellisestä esimerkistä oppineena korjataan ohran ja kauran tuotantosuhde analyysia siten, että tarkasteluun sisällytetään ainoastaan järkevät tuotannon tasot. Taulukkoon 8 on laskettu ohran ja kauran

Taulukko 7: Ohran ja kauran yhdistetty tuotantomahdollisuuksien käyrä

ohra x	kaura x	y_1	y_2
10	250	3076,41	2987,65
30	230	3553,29	3583,55
50	210	3953,87	4054,65
70	190	4278,14	4400,95
90	170	4526,11	4622,45
110	150	4697,77	4719,15
130	130	4793,13	4691,05
150	110	4812,19	4538,15
170	90	4754,94	4260,45
190	70	4621,39	3857,95
210	50	4411,53	3330,65
230	30	4125,37	2678,55
250	10	3762,91	1901,65

tuotantomahdollisuuksien käyrä kun ohran typpitaso vaihtelee 110 - 144 kg / ha ja kauran 106 -140 välillä. Tämän taulukon arvojen avulla on kuvaan 11 piirretty keskimmäinen tuotteiden kilpailullista suhdetta kuvaava käyrä.

6.3 Tuotteiden rajakorvaussuhde

Tuotteiden rajakorvaussuhde (Marginal rate of product substitution) vastaa panos-panossuhteiden kohdalla käsiteltyä panosten rajakorvaussuhdetta (MRTS). MRPS voidaan laskea:

$$MRPS = \frac{\Delta Y_2}{\Delta Y_1} \quad (27)$$

MRPS:n avulla voidaan tarkastella tuotos-tuotossuhteita. Mikäli MRPS on negatiivinen on tuotteiden välinen suhde kilpailullinen. MRPS:n arvo nolla kertoo tuotteiden olevan toisiaan tukevia. Positiivinen MRPS kertoo tuotteiden olevan toisiaan täydentäviä (komplementaarisia).

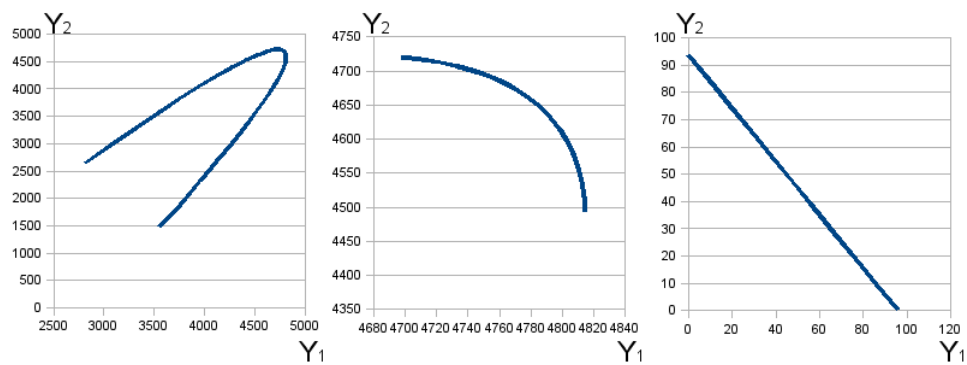
Taulukkoon 8 on laskettu myös MRPS-arvot. MRPS:n negatiiviset arvot vahvistavat, että kyseessä olevat tuotteet kilpailevat keskenään.

MRPS voidaan määrittää myös tarkasti rajatuotosten perusteella:

$$MRPS = -\frac{MPP_{XY1}}{MPP_{XY2}} \quad (28)$$

Taulukko 8: Ohran ja kauran kilpailusuhde järkeillä panoskäytön tasoilla.

ohra x	kaura x	y_1	y_2	MRPS
110	140	4697,77	4720,7	
112	138	4710,74	4717,27	-3,78
114	136	4722,95	4712,58	-2,61
116	134	4734,39	4706,65	-1,93
118	132	4745,07	4699,48	-1,49
120	130	4754,99	4691,05	-1,18
122	128	4764,15	4681,38	-0,95
124	126	4772,54	4670,45	-0,77
126	124	4780,17	4658,28	-0,63
128	122	4787,03	4644,87	-0,51
130	120	4793,13	4630,2	-0,42
132	118	4798,47	4614,29	-0,34
134	116	4803,05	4597,12	-0,27
136	114	4806,86	4578,71	-0,21
138	112	4809,91	4559,06	-0,16
140	110	4812,2	4538,15	-0,11
142	108	4813,72	4516	-0,07
144	106	4814,49	4492,59	-0,03



Kuva 11: Ohran ja kauran yhdistetty tuotantomahdollisuuksien käyrä.

7 Samatuottokäyrä

Samatuottokäyrä (isorevenue line) vastaa käsitteenä panos-panostarkaste-
luissa käytetty samakustannuskäyrää. Samatuottokäyrä mahdollistaa eri tuo-
tosvaihtoehtojen rahamääräisen vertailun. Kun tuotannon kokonaistuotto
voidaan esittää:

$$y_1p_1 + y_2p_2 \quad (29)$$

Kuten kahden panoksen käyttöä koskevassa kustannusten minimointitar-
kastelussakin tuotannon taloudellisesti optimaalinen taso saavutetaan pis-
teessä, jossa rajakorvaussuhde on yhtä kuin hintasuhde.

$$\frac{\Delta Y_2}{\Delta Y_1} = -\frac{P_1}{P_2} \quad (30)$$

Esimerkki 10 Optimaalinen lannoitekäyttö taulukon 8 esimerkissä saa-
daan siis vertaamalla tuotteiden rajakorvaussuhdetta (MRPS) tuotteiden
hintasuhteeseen. Tuotteiden hinnat ovat $P_1 = 0,13$ ja $P_2 = 0,12$.

$$\frac{\Delta Y_2}{\Delta Y_1} = -\frac{P_1}{P_2} = -\frac{0,13}{0,12} = 1,08 \quad (31)$$

Tällä perusteella optimipisteessä typpeä käytetään ohralle yli 120 kg /
ha ja kauralle alle 130 kg / ha.

8 Johtopäätökset

Tässä raportissa on käsitelty tuotanto- ja kustannusteorian peruskäsitteitä.
Kuten edellä on käynyt ilmi, sovelluksesta riippumatta käytetyt analyysime-
netelmät ovat samanlaisia. Toisin sanoen ainoastaan sovellus vaihtuu, meka-
niikka pysyy ennallaan.

Tuotantoekonomista analyysiä voidaan käytännössä tehdä usealla tark-
kuudella ja menetelmällä. Tilatasolla voidaan hyödyntää esimerkiksi karjan-
tarkkailuraportteja ja rehutaulukoita edullisimman rehuyhdistelmän valitse-
miseksi. Laajempaan tuotannon suunnitteluun voidaan käyttää erilaisia ke-
hittyneitä tietokoneavusteisia tuotannonsuunnittelumenetelmiä (esimerkik-
si lineaarinen optimointi). Tuotantoekonomisessa tutkimuksessa apuna käy-
tetään kehittyneitä tietojenkäsittely- ja tilastotieteellisiä menetelmiä kuten
regressioanalyysiä ja numeerisia ohjelmointimenetelmiä. Sovelluksesta riip-
pumatta asiansa osaavan maatalousekonomiin tulee tuntea sekä käyttämänsä
menetelmä, että taustalla lepäävä talousteoria, pystyäkseen tekemään oikeita
johtopäätöksiä saamistaan tuloksista.

Lähteet

- Bäckman, S. 1994. Ekonomiska aspekter på kvävegödslingen av vårvete i Finland: en analys av produktionsfunktioner. Pro gradu. Helsingfors universitetet. 60 s. ref. Ryhänen, M. & Sipiläinen, T. 1996. EU-jäsenyyden vaikutus kasvintuotantoon. Teoksessa: Ylätaalo, M. (toim.) 1996. Maatalousyritysten sopeutuminen EU:ssa vallitseviin hintasuhteisiin. Julkaisuja No 12, Maatalousekonomia, Helsingin Yliopisto, Taloustieteen laitos.
- Doll, J.P. & Orazem, F. 1984. Production economics. 470 s.
- Heinonen, R. 1978. Kasvutekijät. 23 s. Teoksessa: Köppä, P. toim. Kasvinviljelyoppi 1. Rauma 1978. 230 s.
- Juntti, L. 2003. Typpilannoituksen ja kasvinsuojeluaineiden käytön vaikutus mallas- ja rehuoraviljelyn taloudelliseen tulokseen. Selvityksiä 40 MTT. 51 s.
- Ranta, E., Rita, H. & Kouki, J. 1999. Biometria - Tilastotiedettä ekologeille. Yliopistopaino. Helsinki. 569 s.
- Sumelius, S. 2004. Ekonometrian johdantokurssi. Taloustieteen laitos, monistesarja nro 17. Helsinki 2004.
- Varian, H. R. 2003. Intermediate Microeconomics - A Modern Approach, Sixth Edition. New York. 688 s.