Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II

20.8.2013

Avoin yliopisto, HY
Johanna Rämö
johanna.ramo@helsinki.fi

Kuinka ratkaisusta voisi tehdä selkeämmän?

Osoitetaan, että $W = \{ax^2 + bx + (a+b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ on avaruuden $\mathcal{P}_2$ aliavaruus.

Ratkaisu:

(a) $(ax^2 + bx + a + b) + (cx^2 + dx + c + d) =$
$(a+c)x^2 + (b+d)x + (a+c+b+d) \in W$

(b) $r(ax^2 + bx + a + b) = rax^2 + rbx + ra + rb \in W$

(c) $0 \in W$

Tehtävä

Tutkitaan kuvausta

$$L\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3, \quad L(a,b,c,d) = (a+b+d,\ -b+c-d,\ a+c).$$

Määritetä sen ydin Ker L ja sen dimensio.

Määritä kuva Im L ja sen dimensio.

Dimensiolause

Lause

Olkoot V ja U vektoriavaruuksia. Oletetaan, että V on äärellisulotteinen. Olkoon $L\colon V \to U$ lineaarikuvaus. Tällöin

$$\dim(V) = \dim(\operatorname{Ker} L) + \dim(\operatorname{Im} L).$$

Dimensio kertoo vektoriavaruudesta kaiken

Lause

Oletetaan, että V ja W ovat äärellisulotteisia vektoriavaruuksia. Vektoriavaruudet V ja W ovat isomorfiset, jos ja vain jos $\dim(V) = \dim(W)$.

Lineaarikuvauksen matriisi

Tarkastellaan matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

määräämää lineaarikuvausta $L_A \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$.

Lineaarikuvauksen matriisi

Lause

Oletetaan, että $T\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ on lineaarikuvaus. Tällöin on olemassa täsmälleen yksi matriisi , joka määrää lineaarikuvauksen T.

Tätä matriisia kutsutaan lineaarikuvauksen (standardi)matriisiksi.