

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II

Avoin yliopisto, HY

Valmentavia tehtäviä

7.8.2013

1. Piirrä kuva vektoreista $\bar{v} = (1, 2)$ ja $\bar{w} = (3, -2)$. Onko jono (\bar{v}, \bar{w}) vapaa vai sidottu?
2. Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 1, 0)$, $\bar{v}_2 = (0, 1, 1)$ ja $\bar{v}_3 = (1, 0, 1)$. Onko jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ vapaa?
3. Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 2, 0)$, $\bar{v}_2 = (1, 1, -1)$ ja $\bar{v}_3 = (1, 4, 2)$. Onko jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ vapaa?
4. Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$. Osoita, että jono $(\bar{v}, \bar{w}, \bar{v})$ on sidottu.
5. Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4 \in \mathbb{R}^n$ ja $\bar{v}_1 \in \text{span}(\bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$. Voiko jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$ olla vapaa? Perustele vastauksesi vapauden määritelmän perusteella.
6. Oletetaan, että $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4 \in \mathbb{R}^n$ ja jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$ on sidottu. Seuraako tästä välttämättä, että $\bar{v}_1 \in \text{span}(\bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$?
7. Oletetaan, että avaruuden \mathbb{R}^n jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$ on vapaa. Onko jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_4)$ vapaa? Perustele vastauksesi vapauden määritelmän perusteella.
8. Miten edellisessä tehtävässä osoittamasi tulos yleistyy?
9. Oletetaan, että $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_k \in \mathbb{R}$ ja $\bar{w} \in \text{span}(\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_k)$. Osoita, että

$$\text{span}(\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_k, \bar{w}) = \text{span}(\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_k).$$

Neuvo: Kaksi joukkoa osoitetaan samoiksi näyttämällä, että kumpikin on toisen osajoukko.