

**Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II**  
**Avoin yliopisto, HY**  
**Valmentavia tehtäviä**  
**26.8.2013**

1. Tutki pistetulon avulla, mitkä seuraavista vektoreista ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

$$\bar{a} = (0, 2, 1, -3), \quad \bar{b} = (1, 0, -1, 1), \quad \bar{c} = (2, 4, 1, -1)$$

2. Piirrä kuva joukosta  $A = \{\bar{v} \in \mathbb{R}^2 : \|\bar{v}\| = 1\}$ .
3. Osoita, että vektori  $\bar{v} = (3, -2)$  on kohtisuorassa jokaista aliavaruuden  $W = \{(4a, 6a) \mid a \in \mathbb{R}\}$  vektoria vastaan. Piirrä kuva vektorista  $\bar{v}$  ja aliavaruudesta  $W$ .
4. Merkitään  $\bar{w} = (1, 2)$ . Piirrä kuva projektiosta  $\text{proj}_{\bar{w}}(\bar{v})$ , jos
- (a)  $\bar{v} = (3, 4)$
  - (b)  $\bar{v} = (-1, -3)$
  - (c)  $\bar{v} = (4, -2)$
  - (d)  $\bar{v} = (-2, -4)$ .

Tässä on tarkoitus määrittää projektiot piirtämällä eikä laskea niitä pistetulon avulla.

5. Jatkoa edelliseen tehtävään. Merkitse kussakin tapauksessa näkyviin vektori  $\bar{v} - \text{proj}_{\bar{w}}(\bar{v})$ . Millainen suhde sillä on vektoriin  $\bar{w}$ ?
6. Määritä projektion määritelmää käyttäen tehtävän 4 projektiot. (Nyt on tarkoitus laskea projektiot pistetulon avulla.)
7. Oletetaan, että  $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n$ . Osoita, että vektorit  $\bar{v} - \text{proj}_{\bar{w}}(\bar{v})$  ja  $\bar{w}$  ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.
8. Oletetaan, että  $\bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{R}^n$ . Oletetaan lisäksi, että  $\bar{a} \cdot \bar{b} = -4$ ,  $\|\bar{a}\| = 3$  ja  $\|\bar{b}\| = 1$ . Määritä  $\|2\bar{a} - \bar{b}\|$ .
9. Oletetaan, että  $\bar{w} \in \mathbb{R}^n$ . Osoita, että vektori  $\bar{v} \in \mathbb{R}^n$  on kohtisuorassa vektoria  $\bar{w}$  vastaan, jos ja vain jos  $\text{proj}_{\bar{w}}(\bar{v}) = \bar{0}$ .