

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II

Avoin yliopisto, HY

Valmentavia tehtäviä

6.8.2013

1. Piirrä kuva avaruuden \mathbb{R}^2 aliavaruudesta $\text{span}((3, -1))$.
2. Piirrä kuva avaruuden \mathbb{R}^2 aliavaruudesta $\text{span}((-2, 4), (1, -2))$.
3. Piirrä kuva joukosta $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$. Onko V tavallisella vektorien yhteen- ja skalaarikertolaskulla varustettuna vektoriavaruus?
4. Piirrä kuva joukosta $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2\}$. Onko W tavallisella vektorien yhteen- ja skalaarikertolaskulla varustettuna vektoriavaruus?
5. Kuuluuko vektori $(1, 2, 3)$ vektoreiden $(1, 0, 3)$ ja $(-1, 1, -1)$ virittämään aliavaruuteen $\text{span}((1, 0, 3), (-1, 1, -1))$?
6. Millaisia ovat vektoreiden virittämät aliavaruudet avaruudessa \mathbb{R}^3 ? Listaa ne.
7. Virittävätkö vektorit $(1, 2)$ ja $(-2, -2)$ avaruuden \mathbb{R}^2 ?
8. Määritellään avaruudessa \mathbb{R}^2 yhteenlasku \oplus ja skalaarikertolasku \odot seuraavasti:

$$(\bar{v}_1, \bar{v}_2) \oplus (\bar{w}_1, \bar{w}_2) = (\bar{v}_1 + \bar{w}_1, \bar{v}_2 + \bar{w}_2 - 2) \quad \text{ja} \quad c \odot (\bar{v}_1, \bar{v}_2) = (c\bar{v}_1, \bar{v}_2)$$

kaikilla $(\bar{v}_1, \bar{v}_2), (\bar{w}_1, \bar{w}_2) \in \mathbb{R}^2$ ja $c \in \mathbb{R}$. Onko \mathbb{R}^2 vektoriavaruus, kun yhteenlaskuna on \oplus ja skalaarikertolaskuna \odot ?

9. Oletetaan, että V on vektoriavaruus ja $\bar{v} \in V$. Osoita vektoriavaruuden määritelmän ehtoja käyttäen, että

(a) $0\bar{v} = \bar{0}$

(b) $(-1)\bar{v} = -\bar{v}$.