

Algebra I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Harjoitus 3
8.–11.2.2010

1. Esitä seuraavat permutaatiot erillisten syklien tulona:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Laske tulot $(145)(342)$ ja $(34)(512)(532)$.

3. Etsi pienin positiivinen kokonaisluku n , jolla pätee

a) $(14)^n = (1)$

b) $(235)^n = (1)$

c) $[(14)(253)]^n = (1)$.

4. Osoita, että joukko $\{(1), (12), (34), (12)(34)\}$ on ryhmän S_4 aliryhmä. Millainen on sen kertotaulu?

5. Määritä seuraavat ryhmän $(\mathbb{Z}, +)$ aliryhmät:

a) $\langle 3 \rangle$

b) $\langle 5 \rangle$

c) $\langle 3, 5 \rangle$.

Vihje: Kohdassa c) kannattaa osoittaa, että luku 1 voidaan ilmaista lukujen 3 ja 5 avulla.

6. Määritä seuraavat ryhmän S_4 aliryhmät:

a) $\langle (1234) \rangle$

b) $\langle (12), (12)(34) \rangle$.

7.* Seuraava tehtävä on hieman haastavampi harjoitus sellaista kaipaaville. Tehtävää ei käsitellä laskuharjoituksissa, eikä sen ratkaisemisesta saa lisäpisteitä.

Määritellään

$$A_n = \{\sigma \in S_n \mid \sigma:n \text{ merkki on } 1\}.$$

Osoita, että A_n on ryhmän S_n aliryhmä. Määritä A_3 ja A_4 . Mitä huomaat niiden kertaluvuista?