

Algebra I
 Matematiikan ja tilastotieteen laitos
 Harjoitus 1
 25.–29.1.2010

1. a) Määritellään kokonaisluvuille laskutoimitus $x * y = x + y + 1$. Onko laskutoimitus liitännäinen? Entä vaihdannainen? Onko sillä neutraalialkiota?
 b) Määritellään luonnollisille luvuille laskutoimitus $x * y = x + y + 1$. Onko laskutoimitus liitännäinen? Entä vaihdannainen? Onko sillä neutraalialkiota?
2. Olkoon $*$ joukon S liitännäinen laskutoimitus. Oletetaan, että S :n alkioilla x ja y on käänteisalkiot. Onko alkioilla $x * y$ käänteisalkiota? Jos on, niin mikä se on?
3. Tutkitaan joukon $\{e, a, b, c\}$ laskutoimitusta, joka on määritelty seuraavalla laskutoimitustaululla:

$*$	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

Onko laskutoimituksella neutraalialkiota? Onko alkioilla käänteisalkioita? Onko laskutoimitus vaihdannainen? Mitä huomaat alkoiden esiintymisestä taulukon sarakkeilla ja riveillä?

4. Olkoot A , B ja C joukkoja. Todista tarkasti seuraavat väittämät:
 - a) $A \subset A \cup B$
 - b) $A \cup B = B \cup A$
 - c) jos $A \subset B$ ja $B \subset C$, niin $A \subset C$
 - d) jos $A \subset B$ ja $A \not\subset C$, niin $B \not\subset C$
5. Olkoon A joukko. Osoita, että \cap on potenssijoukon $\mathcal{P}(A)$ laskutoimitus. Onko \cap liitännäinen? Entä vaihdannainen? Onko sillä neutraalialkiota?
6. Määritellään joukot a , b ja A seuraavasti: $a = \{\emptyset\}$, $b = \{\emptyset, a\}$, $A = \{a, b\}$. Mitkä seuraavista väittämistä ovat totta?

a) $a \in A$	b) $a \subset A$	c) $\{a\} \in A$
d) $\{a\} \subset A$	e) $a \in b$	f) $a \subset b$