KVANTTIFYSIIKAN SYNNYSTÄ 100 VUOTTA

Max Planckin usko absoluuttiin

Kvanttifysiikan syntymäpäivänä voidaan pitää joulukuun 14. vuonna 1900. Tuolloin Max Planck esitelmöi Saksan Fyysikkoseuran jäsenille heille kahta kuukautta aiemmin kuvailemansa mustan kappaleen säteilylain teoreettisesta perustasta. *Annalen der Physikin* toimittajat saivat vastaavansisältöisen artikkelin käsiinsä tammikuussa 1901. Kuten niin monet muutkin tieteen vallankumoukset, kvanttifysiikan ensimmäinen syntymäpäivä ohitettiin ilman seremonioita ja ilman ymmärrystä, että 1900-luvun kenties merkittävin yksittäinen teoreettisen fysiikan löytö oli saavutettu ennen kuin vuosisata oli päässyt kunnolla edes vauhtiin. Mustan kappaleen säteily pysyi esoteerisena, vain pienen piirin puuhailuna. Kului monta vuotta, ennen kuin ensimmäiset fyysikot alkoivat oivaltaa, että Planckin tuloksen implikoima luonnon epäjatkuvuus – kvantittuminen – mullisti fysiikan perusteet. Planck itse tunnusti epäjatkuvuuden reaalisuuden vasta vuonna 1909.

Max Planck syntyi 23.4.1858 vielä tuolloin Tanskaan kuuluneessa Kielissä sukuun, joka jo monta polvea oli ylpeillyt papeilla, oppineilla ja juristeilla. Planckin isä Wilhelm oli oikeustieteen professori. Vuonna 1867 perhe muutti Müncheniin, jossa Max Planck kävi koulunsa ja suoritti suurimman osan yliopisto-opinnoistaan. Hän pärjäsi koulussa hyvin kaikissa aineissa, mutta hänessä ei havaittu mitään erityistä neroutta. Maximilians-kimnaasin opettajat rankkasivat hänet luokkansa kärkisijoille, mutteivät milloinkaan ensimmäiseksi tai edes toiseksi. Planck ei ollut leiskuva luonne; hän absorboi tietoa hitaasti ja kypsytti sitä vieläkin hitaammin. Fyysikonuralle hänet sysäsi tietämättään opettaja, joka kertoi hänelle energian säilymisen laista. Absoluuttinen, universaali ja ihmisestä riippumaton laki teki nuoreen Planckiin suuren vaikutuksen, ja vastaavanlaisten lakien etsimisestä tuli hänen peruseetoksensa.

Kahdenkymmenen vanhana, vuonna 1878, Berliinissä opintojaan päättelevä Max Planck valitsi väitöskirjansa aiheeksi termodynamiikan ja erityisesti Clausiuksen eräät tutkimukset. Professoreistaan hän piti esikuvanaan Gustav Kirchhoffia, joka talvella 1859-1860 oli esittänyt teoreeman, jonka mukaan säteilevän kappaleen energiaspektrin frekvenssijakauma riippuu ainoastaan frekvenssistä ν (eli aallonpituudesta) ja lämpötilasta T. Kirchhoff oli johtanut tuloksensa hyvin yleisistä periaatteista ja osoitti, että sen rikkoutuminen sallisi ikiliikkujan. Frekvenssijakauma olisi universaali funktio, joka ei riippuisi säteilevän kappaleen muodosta tai kemiallisesta koostumuksesta. Kirchhoffin teoreema vastasi hyvin Planckin ideaalia absoluuttisesta ja ihmisestä riippumattomasta luonnonlaista. Kirchhoffin luennoista Planck ei tosin omin sanojensa mukaan paljoa hyötynyt.

Planckin väitöskirja, joka valmistui 1879, sen paremmin kuin seuraavana vuonna ilmestynyt ensimmäinen varsinainen tieteellinen julkaisu, *Habilitationschrift*, eivät kuitenkaan saaneet aikaan minkäänlaisia reaktioita tiedemaailmassa. Niiden kuningasajatuksena oli olettamus entropian lisääntymisestä absoluuttisena, ei todennäköisyyksiin liittyvänä lakina. Kirchhoff ei tarjonnut rohkaisua vaan piti koko ideaa vääränä.

Planck kapuaa ylöspäin

Kaikesta huolimatta Kielin yliopisto, jossa Wilhelm Planckilla vielä oli ystäviä ja vaikutusvaltaa, kiinnitti hänen poikansa Maxin apulaisprofessoriksi vuonna 1885. Sieltä käsin tämä osallistui Göttingenin yliopiston julistamaan esseekilpailuun, jonka aiheena oli energian luonne. Ensimmäistä palkintoa ei jaettu, mutta Planck sai toisen palkinnon. Kenties juuri esseekilpailu auttoi sysäämään Planckia yliopistollisessa säätykierrossa askeleen verran ylöspäin, sillä 1889 hänet kutsuttiin Berliiniin Kirchhoffin seuraajaksi, tosin vielä apulaisprofessorina. Varsinainen professori hänestä tuli kolme vuotta myöhemmin.

Vuoteen 1900 mennessä Planck oli julkaissut nelisenkymmentä keskinkertaista tieteellistä artikkelia, jotka leimasivat hänet yhdeksi termodynamiikan johtavista auktoriteeteistä Saksassa. Vuonna 1897 ilmestyi lisäksi oppikirja, *Vorlesungen über Thermodynamik*.

1890-luvulla Planckia askarrutti erityisesti mekaniikan ja termodynamiikan yhteensovittaminen. Ernst Zermelo, joka vuonna 1895 osoitti esimerkiksi kaasumolekyylien periaatteessa kykenevän palautumaan alkuperäiseen, pienen entropian tilaansa, oli Planckin assistentti. Mutta he olivatkin Berliinissä ainoat, joita nämä kysymykset kiinnostivat. Vuoden 1900 Pariisin suuren fysiikkakonferenssin virallinen historioitsija arvioi, että koko maailmassa oli vain neljä henkeä, jotka asian tiimoilla puuhastelivat.

Tässä hengessä Planck kääntyi pohdiskelemaan mustan kappaleen säteilyä. Hän ajatteli Maxwellin yhtälöiden ja termodynamiikan sääntöjen marssittavan säteilyn tasapainoon ilman Boltzmannin todennäköisyyksiä. Kuten me tiedämme, ja kuten Planck itsekin pian oivaltaisi, hän oli väärässä. Termodynamiikka yhdessä Maxwellin teorian kanssa tulisi johtamaan Planckin klassisen fysiikan taakse, hieman samaan tapaan kuin Newtonin mekaniikka ja Maxwellin yhtälöt viittä vuotta myöhemmin avasivat Einsteinille oven suhteellisuusteoriaan. Tässä mielessä modernin fysiikan kaikki siemenet oli jo kylvetty 1800-luvun klassiseen fysiikkaan.

Planck johtaa Wienin lain

Säteilevää kappaletta Planck mallinsi joukolla värähtelijöitä. Tämä ei johtunut siitä että Planck olisi ollut atomisti. Päinvastoin, hän suhtautui atomien ja molekyylien olemassaoloon varauksellisesti. Värähtelijöiden käytön perusteli Kirchoffin laki, jonka mukaan säteilyn luonne ei riippunut säteilevän onkalon materiaalista. Ne olivat apusuureita, ja Planckin varsinainen mielenkiinto kohdistui säteilykenttään. Mutta jo kevääseen 1898 mennessä kävi selväksi, että hän ei sittenkään kykenisi ratkaisemaan ongelmaa ilman statistista fysiikkaa. Tutkiessaan säteilyn vaikutusta yksittäiseen "analysoivaan värähtelijään" Planck joutui korvaamaan fluktuoivan kentän keskimääräisellä arvollaan, sillä muutoin eteneminen oli teknisistä syistä mahdotonta. Näin hän onnistui johtamaan relaation säteilyenergian ρ_ν ja värähtelijän energian $U(\nu, T)$ välille:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U(\nu, T) \ .$$

Kaikkiaan Planck kirjoitti viiden artikkelin sarjan, joista viimeisessä hän yleistää yhden värähtelijän tapauksen mielivaltaisen monen värähtelijän tapaukseksi. Tämä tapahtui vuonna 1899. Nyt hän yksinkertaisesti mutta ilman perusteita määritteli värähtelijän entropiaksi yhtälön

$$S = -\frac{U}{a\nu} log \frac{U}{eb\nu} \ ,$$

missä e on Napierin luku ja "a ja b ovat kaksi universaalia vakiota". Pitämällä kokonaisenergian ja -entropian vakiona ja tarkastelemalla energian ja entropian vaihtoa säteilyn ja värähtelijöiden välillä Planck määritti lausekeen U:lle ja johti kaavan

$$\rho_\nu = \frac{8\pi b\nu^3}{c^3} e^{-a\nu/\theta} \ ,$$

missä θ on entropian ja energian muutosten välinen verrannollisuus: $\delta U = \theta \delta S$. Vielä identifioimalla $\theta = T$ Planck oli saanut Wienin lain.

Wienin lain johdossa oli kuitenkin kiusallinen puute: värähtelijän entropiaa kuvaava funktio ei ollut uniikki. Hetken Planck uskoi jo löytäneensä yksikäsitteisen lausekkeen entropialle, mutta hänen laskuissaan oli virhe. Sitten uudet koetulokset muuttivat tilanteen täysin.

Infrapuna ratkaisee

Jo vuonna 1879 Josef Stefan oli ehdottanut silloisiin mittauksiin nojaten, että mustan kappaleen säteilyn kokonaisenergia käyttäytyisi kuten T^4; pian tämän jälkeen Boltzmann johti saman tuloksen termodynamiikan ja Maxwellin yhtälöiden pohjalta. Vuonna 1893 Wilhelm Wien puolestaan osoitti, että yleisesti ottaen säteilyenergian funktionaalinen muoto on $\rho_\nu = \nu^3 f(\nu/T)$, missä f on mielivaltainen funktio. Wienin varsinainen eksponenttilaki näki päivänvalon kolme vuotta myöhemmin. Mittaukset, joita Hannoverin yliopiston Friedrich Passen tammikuussa 1897 suoritti aallonpituusalueella $\lambda = 1 - 8\ \mu m$, tuntuivat selkeästi tukevan Wienin lakia.

Kuten viisikymmentä vuotta myöhemmin kvanttielektrodynamiikan läpimurtoon johtaneen Lambin siirtymän havaitsemisessa, myös nyt uusien kokeellisten tekniikoiden kehitys osoittautui hyvin tärkeäksi. Säteilyä oltiin opittu heijastamaan erilaisista pinnoista ja erottelemaan näin siitä yhä pidemmän aallonpituuden komponentteja. Tällä tavoin Berliinin Physikalische-Technische Reichsanstaltissa kaksikin ryhmää työntyi syvälle infrapunaan, toinen alueelle $\lambda = 12 - 18\ \mu m$, toinen alueelle $\lambda = 30 - 60\ \mu m$. Molemmat ryhmät havaitsivat, että suurilla aallonpituuksilla Wienin laki rikkoutuu selvästi. Teorian ja kokeen väliset erot olivat jopa viidenkymmenen prosentin luokkaa, kuten Otto Lummer ja Ernst Pringsheim raportoivat syyskuussa 1900. Tällaisia eroja ei mitenkään voinut selittää kokeisiin liittyvillä systemaattisilla virheillä.

Koetulosten seurauksena Planck kirjoitti lakinsa paperille mitä todennäköisimmin sunnuntai-iltana 7.10.1900. Samana iltapäivänä eräs hänen kollegoistaan oli kertonut Planckille, että suurilla aallonpituuksilla säteilyenergia näytti Wienin eksponenttilain sijaan olevan suoraan verrannollinen lämpötilaan (tämä tunnetaan nykyään Rayleighin-Jeansin lakina). Planck tiesi, että jos Wienin laki piti paikkansa, entropian ja energian välillä vallitsi relaatio

$$\frac{d^2S}{dU^2} = vakio/U \ .$$

Jos nyt $\rho_\nu \sim T$, entropian toisen derivaatan tulisi toteuttaa yhtälö

$$\frac{d^2S}{dU^2} = vakio/U^2 \ .$$

Wienin laki vallitsi pienillä, lineaarinen laki suurilla aallonpituuksilla, joten oli luonnollista etsiä yleistystä, joka interpoloisi näiden kahden käyttäytymisen välillä. Juuri tämän Planck tekikin. Yksinkertaisin mahdollisuus oli

$$\frac{d^2S}{dU} = \frac{\alpha}{U(\beta + U)} \ ,$$

missä α ja β ovat vakioita. Integroimalla kahdesti ja käyttämällä hyväksi standardirelaatiota $\partial S/\partial U = 1/T$ Planck saattoi johtaa energiajakaumaksi Suomessakin tuhansien ja taas tuhansien opiskelijoiden päähänsä pänttäämän

$$\rho_\nu = \frac{8\pi b\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{a\nu/T} - 1} \ .$$

Planckin verrannollisuuskerroin

Kvanttifysiikka ei kuitenkaan syntynyt vielä 7.10. Raamatullisesti puhuen tuolloin kuultiin huutavan ääni erämaassa, mutta Planckin vakio h, jonka näyttäytyminen ilmoittaa kvantti-ilmiöiden läsnäolosta kuin jouluvalot kesän loppumisesta, ei vielä ollut tehnyt entreetään.

Planckin matemaattiset manipulaatiot eivät ehkä vaatineet erityistä neroutta mutta sitäkin enemmän sitkeyttä. Ilman sitkeyttään Planck olisi ehkä tyytynyt interpolaatiokaavaansa, ja hänet olisi muistettu vain yhtenä monista 1800-luvun lopun klassisen fysiikan keskiraskassarjalaisista. Kenties usko absoluuttisiin, ainutkertaisiin luonnonlakeihin ajoi häntä eteenpäin. Myöhemmin hän muisteli:

"Samana päivänä, jolloin ensi kertaa muotoilin tämän [uuden jakauman] lain, ryhdyin hakemaan sen oikeaa fysikaalista merkitystä, ja tämä tarkastelu johti minut luonnostaan entropian ja todennäköisyyden välisen suhteen tarkasteluun ja täten Boltzmannin ajattelutapaan."

Nyt Planck siis oli kypsynyt hylkäämään ajatuksen entropian lisääntymisen absoluuttisesta luonteesta ja valmis seuraamaan todennäköisyyksien vähemmän jäykkää polkua. Hänen johtonsa oli antanut hänelle entropian lausekkeen, joka näytti tuottavan oikean energiajakauman sekä suurilla että pienillä aallonpituuksilla. Boltzmann oli toisaalta liittänyt entropian todennäköisyyksiin W kaavallaan $S = logW$. Planckin tehtävänä oli seurata päättelyketjua ikään kuin väärään suuntaan: hän tunsi säteilyenergian jakauman ja hän oli johtanut lausekkeen entropialle joka jakauman tuottaisi; enää piti etsiä todennäköisyyslauseke W, joka antaisi oikean entropian. Lisäksi W:n tulisi perustua vain ja ainoastaan kombinatoriikkaan – eli kokonaislukuihin.

Nykyään Planckin johto, hiotussa ja kiilloitetussa muodossaan, on oppikirjatavaraa. Planck tarkasteli N värähtelijää, joiden kaikkien frekvenssi on ν, ja kysyi kuinka monella mahdollisella tavalla kiinnitetty kokonaisenergia E voidaan jakaa niille. Tätä varten hän ajatteli energian jaetuksi ϵ-kokoisiin elementteihin siten, että $E = P\epsilon$. Värähtelijöille voidaan sitten syöttää näitä energiapaketteja yksi kerrallaan kuin lapselle puuroa lusikalla kunnes kaikki P elementtiä on jaettu jollakin tavoin. Tällöin niiden värähtelijöiden määrä, joilla on k energiaelementtiä, on eräs kokonaisluku w_k (missä siis $k = 1, 2, \ldots, P$). Kombinatoriikan mukaisesti mikä tahansa jakauma voidaan näin saavuttaa Z:lla erilaisella tavalla, missä

$$Z = \frac{N!}{w_0! w_1! \cdots w_P!} \ .$$

Jos voidaan olettaa, että kaikki tavat jakaa P identtistä energiaelementtiä N:lle epäidenttiselle värähtelijälle ovat yhtä todennäköisiä, Z on verrannollinen lukujen w_k määrittämän jakauman esiintymistodennäköisyyteen W. Tasapainojakauma saadaan maksimoimalla $logZ$ pitäen värähtelijöiden lukumäärä N ja kokonaisenergia E vakioina.

Näin Planck johti (kun $N \to \infty$) eksplisiittisen lausekkeen entropialle, joka osoittautui vain suhteen $U(\nu, T)/\epsilon_\nu$ funktioksi. Kun toisaalta Wien oli jo yleisesti osoittanut, että $S \sim f(U/\nu)$, Planck oli pakotettu toteamaan, että tasapaino edellyttää ehtoa

$$\epsilon = h\nu \ ,$$

missä h on vakio. Tämä oli tulos, jonka Planck esitti 14.12., eikä kuulijoiden joukossa ollut varmaankaan ketään, joka olisi nähnyt tässä relaatiossa oven aukeavan kokonaan uuteen maailmaan. Jakauman muodoksi tuli näin viimein

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \ .$$

Julkaistussa artikkelissaan Planck esitti johtonsa hyvin tiivistetyssä muodossa. Hän jopa jätti pois tiettyjä osioita, ja tämän vuoksi hänen todistustaan pidettiin epäselvänä.

Hyvä viini kypsyy hitaasti

Aikalaiset näkivät Planckin tuloksessa merkittävänä sen antaman tarkan säteilyspektrin, jonka myöhemmätkin kokeet vahvistivat. Vuoteen 1908 mennessä Planckin jakauma tunnustettiin jo yleisesti mustan kappaleen säteilyn oikeaksi kuvailuksi. Sen sijaan relaatiota $\epsilon = h\nu$ Planck itsekin piti vain matemaattisena hypoteesina ilman varsinaista fysikaalista merkitystä. Hän uskoi sen olevan ohimenevä piirre, joka poistuisi, kun teoria saavuttaisi lopullisen muotoilunsa. Epäjatkuvuuksia hän piti atomaarisiin värähtelijöihin pikemmin kuin energiavaihtoon liittyvinä piirteinä. Vuonna 1910 hän vielä varoitti:

> "Vaikutuskvantin h tuominen teoriaan tulisi suorittaa niin konservatiivisesti kuin mahdollista, ts. muutoksia tulisi tehdä vain silloin kun ne ovat osoittautuneet absoluuttisen välttämättömiksi."

Planckia onkin luonnehdittu "vastahakoiseksi vallankumoukselliseksi". Hänen kvanttifysiikkaan johtanut polkunsa oli osittain analoginen tavalle, jolla Johannes Kepler päätyi taivaankappaleiden ellipsiratoihin. Keplerillä oli myös suuri visio luonnon harmonioista, mutta havaintotulokset pakottivat hänetkin hylkäämään ennakko-oletuksensa. Keplerin ellipsit ovat näin tieteenfilosofisessa mielessä sukua Planckin kvantittuneille värähtelijöille.

1900-luvun ensimmäisenä vuosikymmenenä kvanttiteoriaa tutki vakavassa mielessä vain kourallinen teoreetikkoja, heidän joukossaan Lorentz, Ehrenfest, Jeans, Larmor sekä tietysti Einstein, joka kenties ensimmäisenä oivalsi kirkkaasti Planckin vakion mullistavan merkityksen. Hänen fotosähköisen ilmiön selityksensä vuodelta 1905 ei tosin perustunut Planckin tuloksiin, joskin hän mainitsi Planckin. Mutta vaikka hän puhui varovasti valon kvanteista "heuristisina", Einstein uskoi vakaasti niiden reaalisuuteen. Einsteinin kyky nähdä koko tunnetun fysiikan olemukseen hulluna vuotenaan 1905 oli lähes käsittämätön ja ainutlaatuinen.

Fotosähköistä ilmiötä ei pidetty problemaattisena, ja kenties siksi Einsteinin työ ei herättänyt suurta kiinnostusta. Jostakin syystä jopa Einsteinin tukijat ja ihailijat halusivat uskoa, että Einstein oli vetänyt artikkelinsa takaisin. Max von Laue kirjoitti Einsteinille vuonna 1907 olevansa tyytyväinen, että tämä oli luopunut valon kvanttiteoriastaan. Vuonna 1912 Arnold Sommerfeld puolestaan totesi:

> "Einstein veti Planckin [vaikutuskvantin] löydöstä mitä kauaskantoisimmat johtopäätökset ja siirsi emissio- ja absorptioilmiöiden kvanttipiirteet avaruudelliseen valoenergiaan muttei, kuten uskon, enää kannata alkuperäistä käsitystään sen koko julkeudessa."

Abraham Paisin mukaan valokvantin vastustus oli niin voimakasta, että Einsteinin varovaisuutta pidettiin toivorikkaasti merkkinä epävarmuudesta. Valon kvanttiluonne tuli hyväksytyksi vasta 1920-luvun alussa kun valon ja aineen vuorovaikutuksessa havaitut poikkeamat klassisen fysiikan ennustuksista stimuloivat Arthur Comptonin (ja riippumattomasti Peter Debyen) johtamaan relativistiset kaavat valon sironnalle levossa olevista elektroneista (joskaan artikkelissaan Compton ei mainitse lainkaan Einsteinia). Nimi "fotoni" syntyi niinkin myöhään kuin vuonna 1926 amerikkalaisen kemistin Gilbert Lewisin ehdotuksesta.

Einsteinin teorialla oli kuitenkin selkeä ennustus: sen mukaan fotosähköisesti synnytettyjen elektronien energian tuli riippua lineaarisesti saapuvan valon frekvenssistä kaavan

$$E = h\nu - P$$

mukaisesti; tässä P on anodimetallista riippuva työfunktio. Vuonna 1905 mittauksia ei vielä ollut olemassa, ja kun niitä sitten tehtiin, tulokset olivat hyvin ristiriitaisia. Vasta vuonna 1916 Robert Millikanin koesarja onnistui saavuttamaan konsensuksen ja verifioimaan lineaarisen käyttäytymisen.

Planck pystyi määrittämään sekä h:n että Boltzmannin vakion k kokeista. Hän onnistui myös relatoimaan k:n Avogadron lukuun, jonka arvon hän näin kykeni ennustamaan (oikein). Tällä onnistuneella numeriikalla oli historiallisesti pieni mutta kenties tärkeä seuraamus: siitä otettuna Ernest Rutherford alkoi suhtautua myötäsukaisesti vaikutuskvantin ideaan. Tämän vuoksi hän saattoi Manchesterissä "seurata tyynesti ja jopa rohkaista professori Bohrin kvanttiteorian rohkeaa soveltamista [atomaaristen] spektrien alkuperän selittämiseen." Ei ole epäilystäkään, etteikö kvanttifysiikan läpimurto olisi juuri Bohrin ansiota. Jos Max Planck oli kvanttifysiikan isä, Niels Bohr oli sen kätilö.

Kvanttifysiikan kiemuraista alkutaipaletta kuvaa hyvin, että kun Planck vuonna 1919 ehdotti Einsteinille Nobelin palkintoa, hän ei vedonnut Einsteinin huomioon valon kvanttiluonteesta vaan suhteellisuusteoriaan. Siinä missä Einstein oli yksi ensimmäisistä kvanttikäännynnäisistä, Planck oli yksi ensimmäisistä suhteellisuusteorian puolestapuhujista. Kun Einsteinille sitten myönnettiin nobel vuonna 1922 – kyseessä oli jakamatta jätetty vuoden 1921 Nobelin palkinto – se kuitenkin tuli juuri fotosähköisestä ilmiöstä. Vuoden 1922 nobel puolestaan ojennettiin Niels Bohrille.

Loppu on, kuten liiankin usein sanotaan, historiaa. Satavuotias kvanttihypoteesi voi tänään paremmin kuin koskaan, vaikka Bordeauxin parhaiden *grand cru* -viinien tapaan siltä kuluikin reilut kaksikymmentä vuotta ennen kuin se kypsyi nauntintakelpoiseksi.

Kirjallisuutta

Heilbron, J.L.: The Dilemmas of an Upright Man. Max Planck as Spokesman for German Science. University of California Press (USA 1986).

Kragh, Helge: Quantum Generations. A History of Physics in the Twentieth Century. Princeton University Press (Princeton 1999).

Kuhn, Thomas S.: Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity 1894-1912. Oxford University Press (USA 1978).

Pais, Abraham: 'Subtle is the Lord ...' The Science and Life of Albert Einstein. Oxford University Press (USA 1982).